ЖЭТФ, 2005, том 128, вып. 5 (11), стр. 1041–1046 © 2005

КВАЗИБАЛЛИСТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ТРАНСПОРТ В КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОКАХ

В. А. Маргулис[*], *А. В. Шорохов*

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия

Поступила в редакцию 13 апреля 2005 г.

Исследован электронный транспорт в трехмерной квантовой проволоке при учете рассеяния на одиночной точечной примеси. Показано, что график зависимости магнитокондактанса от химического потенциала μ содержит узкие пики в случае положительной длины рассеяния, а в случае отрицательной длины рассеяния — близко лежащие пики и провал. Пики лежат в окрестности порогов кондактанса. Зависимость термоэдс от μ содержит узкие провалы в случае положительной длины рассеяния, а при отрицательной длине рассеяния — близко лежащие пики и провал.

PACS: 73.23.Ad, 73.63.Rt

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с открытия эффекта квантования кондактанса в квантовых проволоках, существенный интерес вызывает проблема рассеяния на примесях в этих наноструктурах [1–14]. В ряде работ [1–3, 12, 13] показано, что даже одиночная примесь может приводить к расстройке квантования кондактанса в квантовых проволоках и сужениях (квазибаллистический транспортный режим). Такая расстройка наиболее существенна в окрестностях ступеней квантования кондактанса. Рассматривалось электронное рассеяние в квантовых каналах, проволоках и сужениях как на протяженных [15, 16], так и на точечных примесях [1–14, 17–20]. Исследовались резонансные пики типа Брейта–Вигнера и Фано в кондактансе ряда наноструктур [15, 16].

Приложенное к наноструктуре магнитное поле приводит к гибридизации электронного энергетического спектра и усиливает латеральный конфайнмент электронов в наносистемах. Кроме того, оно может приводить к зависимости кондактанса не только от величины, но и от направления магнитного поля [21]. Отметим, что магнитное поле может изменять параметры ступеней квантования кондактанса.

В ряде работ показано, что в кондактансе вблизи порогов ступеней квантования могут быть как пики, так и провалы. То есть примесь в наноструктуре может приводить как к резонансному отражению, так и к резонансному прохождению.

Исследованиям по термоэдс в квантовых проволоках посвящены работы [22, 23]. В литературе исследовались различные модельные потенциалы для описания геометрического конфайнмента в проволоке. Далее в статье используется симметричный гармонический потенциал

$$U(x,y) = m^*\omega_0^2(x^2+y^2)/2,$$

где m^* — эффективная масса, а ω_0 — характерная частота потенциала конфайнмента, которая связана с эффективным радиусом l_0 проволоки соотношением $l_0 = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$.

Гамильтониан проволоки, описывающий невозмущенные примесями одноэлектронные состояния, имеет вид

$$H_0 = \frac{1}{2m^*}\left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + \frac{m^*\omega_0^2}{2}(x^2+y^2). \qquad (1)$$

Целью настоящей работы является исследование квазибаллистического транспортного режима в квантовой проволоке с симметричным сечением. Исследуется проявление рассеяния на примесях в таких транспортных характеристиках как магнитокон-

[*] E-mail: theorphysics@mrsu.ru

дактанс и магнитотермоэдс. Ниже изучен только случай продольного по отношению к проволоке магнитного поля $\mathbf{B}$. Это связано с тем обстоятельством, что именно в этом случае в модели потенциала нулевого радиуса удается получить точное аналитическое выражение для магнитокондактанса проволоки.

Векторный потенциал поля $\mathbf{B}$ выберем в симметричной калибровке

$$\mathbf{A} = \left(-\frac{yB}{2}, \frac{xB}{2}, 0\right).$$

Спектр гамильтониана (1) хорошо известен,

$$E_{mnp} = \frac{\hbar\omega_c}{2}m + \frac{\hbar\Omega}{2}(2n + |m| + 1) + \frac{p^2}{2m^*}, \qquad (2)$$

где ω_c — циклотронная частота, $\Omega = \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}$, $n = 0, 1, \ldots, m \in \mathbf{Z}$.

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) удобно записать в цилиндрических координатах:

$$\psi^0_{mnp} = \exp\frac{ipz}{\hbar}\frac{\exp(im\varphi)}{\sqrt{2\pi}}R_{mn}(\rho), \qquad (3)$$

где

$$R_{mn}(\rho) = c_{mn}\rho^{|m|}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4l^2}\right)L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2l^2}\right). \qquad (4)$$

Здесь $L_n^{|m|}$ — обобщенные полиномы Лагерра, $l = \sqrt{\hbar/m^*\Omega}$,

$$c_{mn} = \frac{1}{l^{|m|+1}}\sqrt{\frac{n!}{2^{|m|}(n + |m|)!}}. \qquad (5)$$

Как видно из формул (3) и (4), электронная плотность максимальна на оси проволоки и экспоненциально убывает при удалении от оси. В связи с этим только примеси, находящиеся вблизи оси проволоки, будут эффективно рассеивать электронные моды, проходящие через проволоку. Из сравнения величин l и l_0 видно, что магнитное поле сжимает волновые функции в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Далее исследуется актуальный случай, когда примесь расположена на оси проволоки и эффекты, связанные с рассеянием, проявляются максимально. Ниже мы рассмотрим короткодействующие примеси, которые хорошо моделируются точечными потенциалами.

2. КВАЗИБАЛЛИСТИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ПРИМЕСИ

Квазибаллистический магнитокондактанс в продольном магнитном поле исследован в работе [12]. Зависящая от примесного рассеяния часть кондактанса имеет вид

$$\frac{G^i}{G_0} = \gamma^2\left\{-2(\operatorname{Im}\zeta)^2 + (N+1)[\psi(N+\delta) - \psi(\delta) + (N+\delta)^{-1}]\right\}\left\{(1+\gamma\operatorname{Re}\zeta)^2 + (\gamma\operatorname{Im}\zeta)^2\right\}^{-1}, \qquad (6)$$

где $\gamma = a/\sqrt{2}l$, G_0 — квант кондактанса, a — длина рассеяния, которая может быть как больше, так и меньше нуля [24], $\psi(x)$ — логарифмическая производная гамма-функции Эйлера,

$$\zeta = \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\hbar\Omega}\right)$$

— обобщенная дзета-функция Римана, N — целое число, а $0 < \delta < 1$. В (6) введено обозначение

$$\mu = \hbar\Omega(N + \delta + 1/2),$$

где μ — химический потенциал. При выводе формулы (6) в работе [12] показано, что рассеиваться могут только s-волны, для которых магнитное квантовое число $m = 0$.

Отметим обстоятельство, важное для дальнейшего. Величина γ при реальных a и l мала, $\gamma \sim 0.1$. В связи с этим часть кондактанса, обусловленная рассеянием и пропорциональная γ^2, тоже мала.

Однако имеются области значений μ, где величина G^i не мала.

Из формулы Эрмита и формулы сдвига для дзета-функции [25] вытекает оценка

$$\operatorname{Re}\zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\hbar\Omega}\right) = \zeta\left(\frac{1}{2}, 1-\delta\right) \approx \approx \frac{1}{\sqrt{1-\delta}} + \frac{1}{2\sqrt{2-\delta}} - 2\sqrt{2-\delta} + \frac{1}{24\sqrt{(2-\delta)^3}}. \qquad (7)$$

Для мнимой части ζ-функции из формулы сдвига получим

$$\operatorname{Im}\zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\hbar\Omega}\right) = -\sum_{n=0}^{N}(n+\delta)^{-1/2}. \qquad (8)$$

Как следует из (7) и (8), при $\delta \to 0$ величина $\operatorname{Re}\zeta(1/2, 1-\delta)$ конечна, а

$$\operatorname{Im}\zeta\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}-\frac{\mu}{\hbar\Omega}\right)\to\infty.$$

Таким образом, из формул (6)–(8) следует, что

$$\lim_{\delta\to 0} G^i/G_0 = N-1.$$

При $\gamma > 0$ ($a > 0$) зависимость $G^i(\mu)$ представляет собой очень острый пик. В связи с этим, а также с тем, что ступени квантования проявляются при очень низких температурах, тепловую размазку пика можно не учитывать. Сделаем соответствующие оценки. Для пика при $\delta \ll 1$ в малой его окрестности из формул (6)–(8) имеем

$$\frac{G^i}{G_0}\approx\frac{N-1}{1+\gamma^{-2}\delta}\,.$$

Используя обычный подход к оценке тепловой размазки распределения Ферми, получим

$$\frac{G^i(\mu,T)}{G^i(\mu,0)}\approx 1+\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_BT}{\hbar\Omega}\right)^2\frac{1+\delta_0\gamma^{-2}}{(\delta_0+\gamma^2)^2}\,, \qquad (9)$$

где

$$\mu=\hbar\Omega(N+\delta_0+1/2).$$

Как следует из численных оценок, при $T\approx 1$ К, $\gamma\sim 0.1$, $\delta_0\sim 0.01$ поправка имеет порядок 10^{-2}. Для $1-\delta\ll 1$ из формулы (6) имеем

$$\frac{G^i}{G_0}\approx\frac{A(N)(1-\delta)}{\left(1+\gamma^{-1}\sqrt{1-\delta}\,\right)^2}\,.$$

При $\gamma > 0$ в других точках примесная часть кондактанса мала. При $\gamma < 0$ имеется еще одна точка, где величина G^i не мала. Эта точка соответствует условию $1+\gamma\operatorname{Re}\zeta=0$. При выполнении этого условия в числителе и знаменателе выражения (6) сокращается малый множитель γ^2. Условие для точки резонанса будет выполняться для малых γ и при значениях δ, близких к 1.

Поступая аналогично предыдущему случаю, находим

$$\frac{G^i(\mu,T)}{G^i(\mu,0)}\approx 1-\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{k_BT}{\hbar\Omega}\right)^2\times$$

$$\times\,\frac{\gamma^{-1}}{\left(1+\gamma^{-1}\sqrt{1-\delta_0}\,\right)^2(1-\delta_0)^{3/2}}\,,$$

где величина δ_0, оцененная из формулы $1+\gamma\operatorname{Re}\zeta=0$, равна 0.01. Численное значение

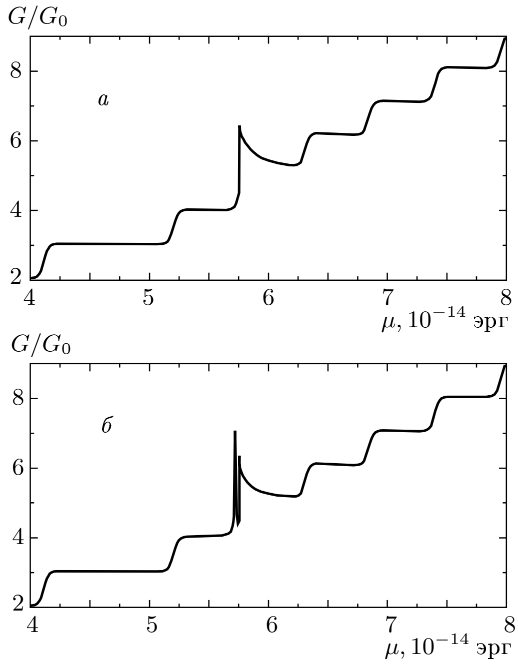

Рис. 1. Зависимости кондактанса от химического потенциала при положительной (a) и отрицательной ($б$) длинах рассеяния; $\Omega = 1.8\cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $B = 2$ Тл, $\gamma = 0.1$, $T = 1.5$ К

поправки имеет порядок 0.01. Как видно на рис. 1*б*, в этом случае два пика кондактанса расположены очень близко друг к другу. Однако оценки показывают, что расстояние между ними $\Delta\mu\approx 7k_BT$ при $T\approx 1$ К. Следовательно, расстояние между пиками много больше k_BT и тепловая размазка пиков мала.

Для значений $N > 1$ слева от порога ступеней при $\gamma < 0$ возникает узкий антирезонанс (провал в кривой), так как

$$2(\operatorname{Im}\zeta)^2 > (N+1)\left[\psi(N+\delta)+\psi(\delta)+\frac{1}{N+1}\right],$$

и провал переходит в отрицательную область.

Баллистическая составляющая кондактанса G^b может быть получена из результатов работы [21]. Ее удобно для дальнейшего рассмотрения записать в виде $G^b = G^{mon} + G^{osc}$. Здесь монотонная часть кондактанса запишется в виде

$$\frac{G^{mon}}{G_0}=\frac{1}{2\hbar^2\omega_0^2}\left[\mu^2+\frac{\pi^2k_B^2T^2}{3}-\frac{1}{12}\hbar^2(\omega_c^2+\omega_0^2)\right]. \qquad (10)$$

Осциллирующая часть кондактанса равна

$$\frac{G^{osc}}{G_0} = 2\pi k_B T \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left[\frac{1}{\hbar(\Omega+\omega_c)} \frac{\cos[2\pi n\mu/\hbar(\Omega+\omega_c)]}{\mathrm{sh}[2\pi^2 nk_BT/\hbar(\Omega+\omega_c)]\sin[\pi n(\Omega-\omega_c)/(\Omega+\omega_c)]} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\hbar(\Omega-\omega_c)} \frac{\cos[2\pi n\mu/\hbar(\Omega-\omega_c)]}{\mathrm{sh}[2\pi^2 nk_BT/\hbar(\Omega-\omega_c)]\sin[\pi n(\Omega+\omega_c)/(\Omega-\omega_c)]} \right]. \quad (11)$$

Отношение G^{osc}/G^{mon} имеет порядок

$$\frac{G^{osc}}{G^{mon}} \sim \frac{\pi\hbar(\Omega-\omega_c)}{\mu}\frac{k_BT}{\mu}. \quad (12)$$

Из соотношения (12) следует важное для дальнейшего замечание, что при $\Omega < \mu$ и для очень низких температур, меньших или равных 1 К, $G^{osc}/G^{mon} \ll 1$. Графики зависимости квазибаллистического магнитокондактанса показаны на рис. 1. На этом рисунке видны ступени кондактанса, соответствующие проходящим электронным модам при $m \neq 0$, и пики на порогах ступеней при $m = 0$, связанные с рассеянием. Для $\gamma > 0$ и $m = 0$ на порогах ступеней и справа от порогов виден один пик, а для $\gamma < 0$ — два пика (и на пороге, и слева от ступеней) и узкий провал между ними. Графики соответствуют аналитическим выводам, сделанным выше. Как видно на рис. 1a, плато ступеней могут иметь разную длину. Этот результат объяснен в работе [26].

Теперь рассмотрим термоэдс квантовой проволоки. Как известно, термоэдс S выражается через кондактанс по формуле [22]

$$S = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e}\frac{G'(\mu)}{G(\mu)}. \quad (13)$$

Учитывая, что $G^{mon} \gg G^{osc}$ и в области пиков кондактанса $G^i \gg G^{osc}$, для S найдем

$$S \approx \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \times$$
$$\times \left[\frac{(G^i)'}{G^i+G^{mon}} + \frac{(G^{mon})'}{G^i+G^{mon}} + \frac{(G^{osc})'}{G^i+G^{mon}}\right]. \quad (14)$$

Используя соотношение (6), получим

$$\frac{(G^i)'}{G_0} = -2\gamma\frac{\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta(\mathrm{Im}\,\zeta)' + (1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)(\mathrm{Re}\,\zeta)'}{(1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)^2+(\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta)^2}\frac{G^i}{G_0} +$$
$$+ \frac{\gamma^2}{(1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta)^2+(\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta)^2}\left\{4\,\mathrm{Im}\,\zeta(\mathrm{Im}\,\zeta)' + \right.$$
$$\left. + \left[(N+1)\left[\psi(N+\delta)-\psi(\delta)+\frac{1}{N+\delta}\right]\right]\right\}. \quad (15)$$

При дифференцировании в формуле (15) учтем, что G^i и $(G^i)'$ отличны от нуля только в малой окрестности справа от порогов ступеней ($\gamma > 0$) или только слева и справа от порогов ($\gamma < 0$). Следовательно, в этих окрестностях порогов $N = \mathrm{const}$, и дифференцирование по μ можно заменить на дифференцирование по δ. Применяя формулу [25]

$$2\pi\zeta(s,v) = -\Gamma(1-s)\int_{-\infty}^{(0+)} (-t)^{s-1}\frac{e^{-vt}}{1-e^{-t}}\,dt, \quad (16)$$

можно получить соотношения

$$(\mathrm{Re}\,\zeta)' = \zeta'\left(\frac{1}{2}, 1-\delta\right) = \frac{1}{2}\zeta\left(\frac{3}{2},1-\delta\right),$$
$$(\mathrm{Im}\,\zeta)' = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Im}\,\zeta\left(\frac{3}{2},-N-\delta\right) \quad (17)$$

при $N = \mathrm{const}$.

Производные по δ от ψ-функций равны

$$\psi'(N+\delta) - \psi'(\delta) = -\sum_{k=0}^{N-1}\frac{1}{(k+\delta)^2}, \quad (18)$$

следовательно, слагаемое, входящее во второй член правой части (15), имеет вид

$$(N+1)\left[\psi(N+\delta)-\psi(\delta)+\frac{1}{N+\delta}\right]' =$$
$$= -\sum_{k=0}^{N}\frac{1}{(k+\delta)^2}. \quad (19)$$

Используя формулы для производных, полученные выше, найдем

$$(G^i)' = (G_1^i)' + (G_2^i)',$$

где

$$\frac{(G_1^i)'}{G_0} = \gamma\frac{G^i}{G_0} \times$$
$$\times \left\{\frac{\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta(1/2,-N-\delta)\,\mathrm{Im}\,\zeta(3/2,-N-\delta)}{[1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta(1/2,1-\delta)]^2+[\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta(1/2,1-\delta)]^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{[1+\gamma\zeta(1/2,1-\delta)]\zeta(3/2,1-\delta)}{[1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta(1/2,1-\delta)]^2+[\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta(1/2,1-\delta)]^2}\right\}, \quad (20)$$

$$\frac{(G_2^i)'}{G_0} = -\gamma^2\frac{2\,\mathrm{Im}\,\zeta(1/2,-N-\delta)\,\mathrm{Im}\,\zeta(3/2,-N-\delta) - (N+1)\sum_{k=0}^{N}(k+\delta)^{-2}}{[1+\gamma\,\mathrm{Re}\,\zeta(1/2,1-\delta)]^2+[\gamma\,\mathrm{Im}\,\zeta(1/2,-N-\delta)]^2}. \quad (21)$$

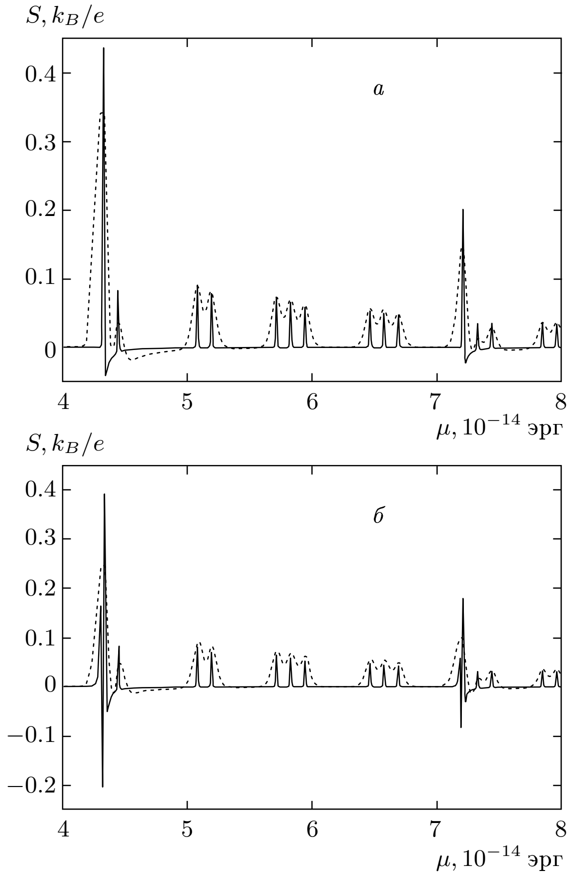

Рис. 2. Зависимости термоэдс от химического потенциала при положительной (a) и отрицательной ($б$) длинах рассеяния; $\Omega = 1.2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $B = 5$ Тл, $\gamma = 0.1$, $T = 0.2$ К (сплошная линия), 1.5 К (пунктирная)

Здесь [25]

$$\zeta(3/2, 1-\delta) = \sum_{n=1}^{\infty} (n-\delta)^{-3/2},$$

$$\zeta(3/2, -N-\delta) = \sum_{n=0}^{\infty} (N+\delta-n)^{-3/2}.$$

Подставляя (20), (21), (10) и (11) в (13), получим выражение (его мы здесь не приводим из-за громоздкости) для термоэдс. Графики зависимости термоэдс от химического потенциала показаны на рис. 2. Из рисунка видно, что в области пика кондактанса при $\gamma = 0.1$ термоэдс содержит узкий провал и уходит в отрицательную область. Вне области пиков термоэдс имеет почти синусоидальную форму. Но при $\gamma = -0.1$ на кривой термоэдс (рис. 2$б$) видно, что в области тех порогов кондактанса, для которых существенно рассеяние, имеются два близколежащих пика и два провала. Вне области пиков кривая также имеет почти синусоидальную форму.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен электронный магнитотранспорт в трехмерных квантовых проволоках в случае продольного магнитного поля. Исследована роль точечного потенциала примеси в зависимостях кондактанса и термоэдс от химического потенциала проволоки.

Показано, что форма кривой кондактанса зависит от знака длины рассеяния a. В случае положительных значений a на кривой $G(\mu)$ имеются пики на порогах ступеней квантования кондактанса. В случае $a < 0$ также имеются эти пики, но слева

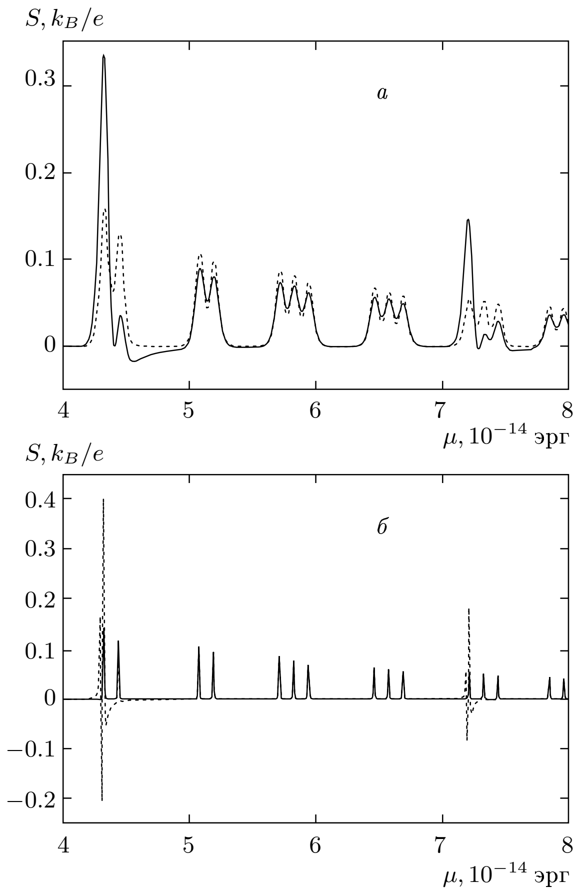

Рис. 3. Сравнение зависимостей $S(\mu)$ при баллистическом (пунктирная линия) и квазабаллистическом (сплошная линия) транспортных режимах; $\Omega = 1.2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $B = 5$ Тл, $\gamma = 0.1$, $T = 1.5$ К (a), 0.2 К ($б$)

от порогов ступеней вблизи них имеются близколежащие дополнительный пик и провал в кондактансе. На рис. 3 сравниваются зависимости $S(\mu)$ для баллистического и квазибаллистического транспортных режимов для разных знаков длины рассеяния.

Как отмечалось в литературе [24], знак длины рассеяния при $\omega_c, \omega_0 \to 0$ соответствует случаям, когда при $a > 0$ есть связанное состояние, а при $a < 0$ нет связанного состояния. Таким образом, при $a > 0$ яма, образованная потенциалом нулевого радиуса, является эффективно более глубокой.

Показано, что зависимость термоэдс проволоки от химического потенциала имеет почти синусоидальную форму вне области пиков магнитокондактанса. В области пиков магнитокондактанса термоэдс содержит острый пик и провал при положительной длине рассеяния на точечной примеси и два близколежащих пика и два провала при отрицательной длине рассеяния. Полученные графики зависимостей $G(\mu)$ и $S(\mu)$ подтверждают выводы из аналитических результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16145).

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. B. Levinson, M. J. Lubin, and E. V. Sukhorukov, Phys. Rev. B **45**, 11936 (1992).
2. И. Б. Левинсон, М. И. Любин, Е. В. Сухоруков, Письма в ЖЭТФ **54**, 405 (1991).
3. М. И. Любин, Письма в ЖЭТФ **57**, 346 (1993).
4. D. H. Gobden, N. K. Patel, M. Pepper et al., Phys. Rev. B **44**, 1938 (1991).
5. A. B. Fowler, G. L. Timp, J. J. Wainer, and R. A. Webb, Phys. Rev. Lett. **57**, 138 (1986).
6. T. E. Kopley, P. L. McEuen, and R. G. Wheller, Phys. Rev. Lett. **61**, 1654 (1988).
7. S. J. Bending and M. R. Beasley, Phys. Rev. Lett. **55**, 324 (1985).
8. Y. Xu, A. Matsuda, and M. R. Beasley, Phys. Rev. B **42**, 1492 (1990).
9. N. W. Dellow, P. H. Beton, C. J. Landerak et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1754 (1992).
10. A. K. Geim, P. C. Main, N. La Scala et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 2061 (1994).
11. A. K. Geim, T. J. Foster, A. Nogaret et al., Phys. Rev. B **50**, 8074 (1994).
12. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, ЖЭТФ **111**, 2215 (1997).
13. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, Л. И. Филина, ЖЭТФ **113**, 1376 (1998).
14. V. Vargiamidis and H. M. Polatoglon, Phys. Rev. B **67**, 245303 (2003).
15. C. S. Kim and A. M. Satanin, Physica E **4**, 211 (1999).
16. Ч. С. Ким, А. М. Сатанин, О. Н. Рознова, В. Б. Штенберг, ЖЭТФ **121**, 1157 (2002).
17. D. Boese, M. Lischka, and L. E. Reichl, Phys. Rev. B **61**, 5632 (2000).
18. S. A. Gurvitz and Y. B. Levinson, Phys. Rev. B **47**, 10578 (1993).
19. P. F. Bagwell, Phys. Rev. B **41**, 10354 (1990).
20. Е. С. Авотина, Ю. А. Колесниченко, ФНТ **30**, 209 (2004).
21. V. A. Geyler and V. A. Margulis, Phys. Rev. B **61**, 1716 (2000).
22. C. R. Proetto, Phys. Rev. B **44**, 9096 (1991).
23. I. A. Kokurin, V. A. Margulis, and A. V. Shorokhov, J. Phys.: Condens. Matter **16**, 8015 (2004).
24. Ю. Н. Демков, В. Н. Островский, *Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике*, Изд-во ЛГУ, Ленинград (1975).
25. Г. Бейтман, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т. 1, Наука, Москва (1973).
26. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, ФТП **33**, 1141 (1999).