

ФОРМИРОВАНИЕ ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ИМПУЛЬСА С ВЫСОКОЙ ПИКОВОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ В КЕРРОВСКОЙ СРЕДЕ

*В. Е. Семенов**

*Федеральное государственное унитарное предприятие
«Научно-производственная корпорация «Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова»
199034, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 30 мая 2005 г.

Численно исследуется процесс распространения коротких импульсов, зависящих только от продольной координаты, в керровской среде. Рассматриваются высокие пиковые интенсивности, при которых нелинейная часть относительной диэлектрической проницаемости порядка единицы. При распространении короткого импульса в такой среде передний фронт импульса растягивается, а задний фронт наезжает на медленно распространяющуюся центральную часть импульса, на заднем фронте возникают ударные волны, порождающие высокие пространственные частоты и отраженное назад излучение. При этом длительность импульса увеличивается за счет образующегося на заднем фронте высокочастотного «факела», а пиковая интенсивность уменьшается. Исследуется зависимость спектра отраженного назад излучения от значения пиковой интенсивности импульса и от характеристик временной дисперсии среды.

PACS: 42.65.Jx

1. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование распространения фемтосекундных импульсов, зависящих только от продольной координаты, в нелинейной диспергирующей среде востребовано при исследовании возможностей волоконно-оптических информационных систем, и ему посвящено достаточно много работ (см., например, [1–9] и приведенную в них литературу). Исследования проводились как при использовании нелинейного уравнения Шредингера, так и посредством численного интегрирования уравнений Максвелла. Сравнение обоих методов при малых по сравнению с единицей величинах нелинейной части относительной диэлектрической проницаемости показало хорошее совпадение результатов при условии, что импульс содержит более пяти оптических колебаний [3]. Различия между методами, как отмечено в работе [1] и следует из работ [2, 3], возникают только при входе импульса в активную среду (отражение от границы раздела сред), поэтому большинство работ в этом направлении проведено при использова-

нии нелинейного уравнения Шредингера. При нелинейной части показателя преломления порядка единицы нельзя ожидать совпадения решений нелинейного уравнения Шредингера с решениями уравнений Максвелла [7]. Нами проведено численное интегрирование уравнений Максвелла примерно в той же постановке, что и в работах [1, 2], но при нелинейной части относительной диэлектрической проницаемости порядка единицы. Такая большая нелинейность может возникнуть в окрестности порога разрушения материала фемтосекундным импульсом.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть все пространство заполнено диэлектриком, у которого только правая половина ($z > 0$) обладает нелинейностью. В начальный момент времени электромагнитное поле находится в левом полупространстве, имеет по z гауссово распределение, не зависит от поперечной координаты и распространяется направо. Ось x направлена вдоль вектора напряженности электрического поля,

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{i}E_x(z, t),$$

*E-mail: jeugen@mail.ru

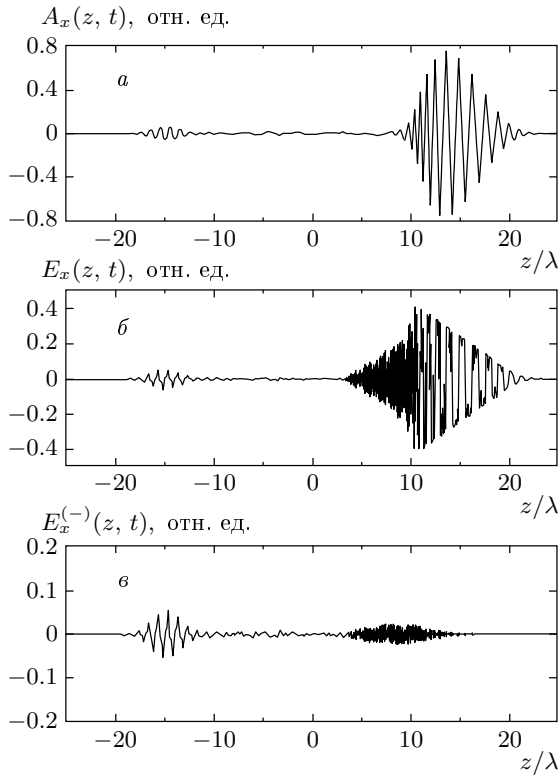


Рис. 1. Зависимости от z (а) векторного потенциала $A_x(z, t)$, (б) напряженности электрического поля $E_x(z, t)$, (в) поля, распространяющегося налево, $E_x^{(-)}(z, t)$; $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $W_z = 15$, $\varepsilon_0(0) = 2$, безынерционная среда

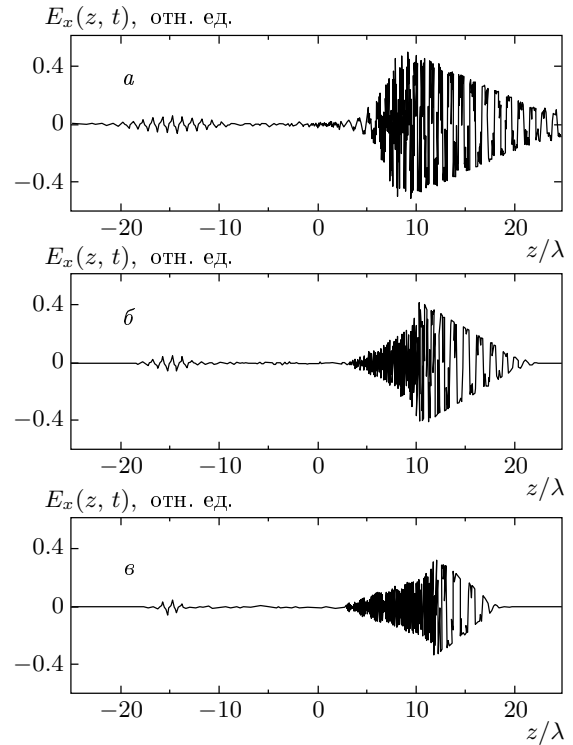


Рис. 2. Зависимости от z напряженности электрического поля $E_x(z, t)$, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $\varepsilon_0(0) = 2$, безынерционная среда, $W_z = 30$ (а), 15 (б), 7.5 (в)

где \mathbf{i} — единичный вектор, направленный вдоль оси x . В безынерционной керровской среде электрическую индукцию можно представить в виде

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_{nl} \mathbf{E}, \tag{1}$$

где

$$\varepsilon_{nl}(z, t) = \begin{cases} 0, & z \leq 0, \\ \varepsilon_2 E^2(z, t), & z > 0, \end{cases} \tag{2}$$

ε_2 — коэффициент нелинейности, а при учете временной дисперсии среды — в виде

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}_0 \mathbf{E} + \hat{\varepsilon}_{nl} \mathbf{E}, \tag{3}$$

где

$$\hat{\varepsilon}_0 \mathbf{E} = \mathbf{E} + (\varepsilon_0(0) - 1) \int_0^\infty \chi_1(t_1) \mathbf{E}(t - t_1) dt_1, \tag{4}$$

$$\varepsilon_{nl} \mathbf{E} = \begin{cases} 0, & z \leq 0, \\ \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \chi_3(t_1, t_2, t_3) \mathbf{E}(t - t_1) \times \\ \times \mathbf{E}(t - t_2) \mathbf{E}(t - t_3) dt_1 dt_2 dt_3, & z > 0. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь функции χ_1 и χ_3 характеризуют реакцию среды на мгновенное воздействие. Временная дисперсия диэлектрической проницаемости достаточно хорошо описывается классической теорией Лоренца [10], в которой взаимодействие оптического электрона с атомным остовом моделируется квазиупругой возвращающей силой, что приводит к частотной зависимости линейной части диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_0(\omega) = 1 + (\varepsilon_0(0) - 1) \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\alpha_0}, \tag{6}$$

где ω_0 — частота осциллятора, величина α_0 пропорциональна тормозящей силе. Из формул (4) и (6)

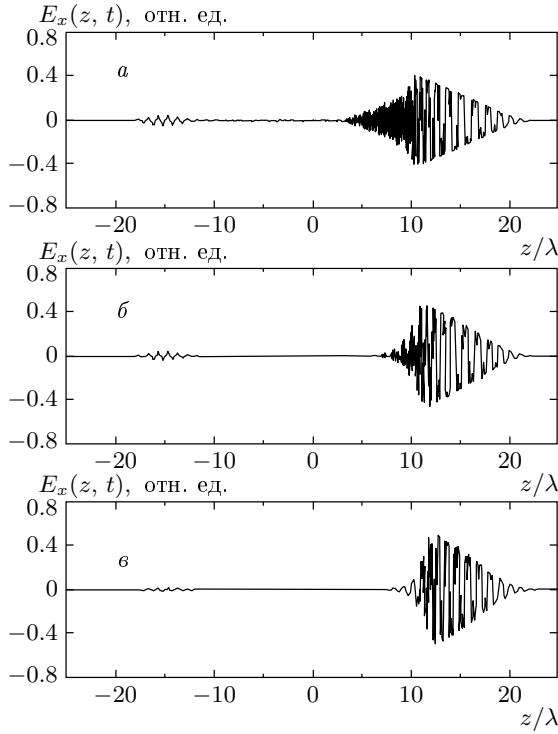


Рис. 3. Зависимости от z напряженности электрического поля $E_x(z, t)$, $t = 240$, $W_z = 15$, $\varepsilon_0(0) = 2$, безынерционная среда, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$ (а), 0.25 (б), 0.125 (в)

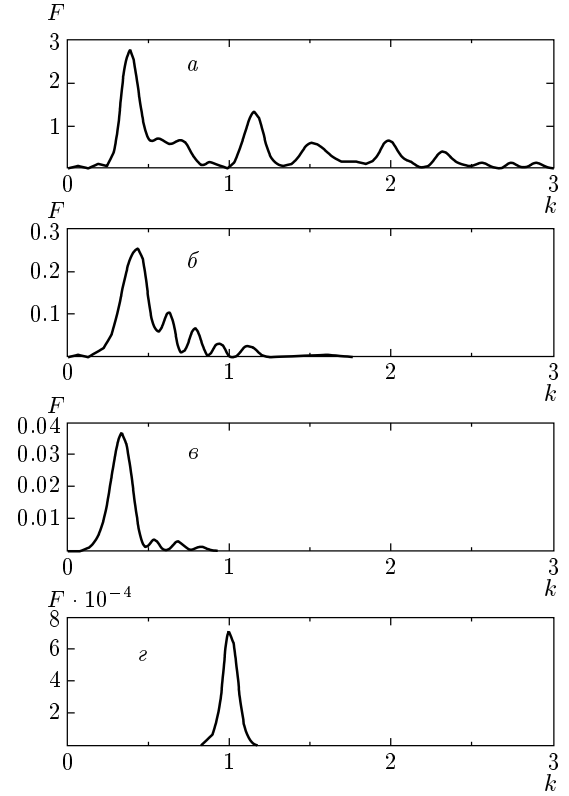


Рис. 4. Пространственные спектры $F(k, t)$ отраженных электрических полей $E_x^-(z, t)$, $t = 240$, $W_z = 15$, $\varepsilon_0(0) = 2$, безынерционная среда, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$ (а), 0.25 (б), 0.125 (в), (z) — спектр электрического поля $E_x(z, 0)$

следует, что

$$\chi_1(t) = (\omega_0^2 + \alpha_0^2) \frac{\sin(\omega_0 t) \exp(-t\alpha_0)}{\omega_0}. \quad (7)$$

Для функции χ_3 известны лишь характерные времена релаксации, поэтому она была взята в виде

$$\chi_3(t_1, t_2, t_3) = \varepsilon_2 f_3(t_1) f_3(t_2) f_3(t_3), \quad (8)$$

где

$$f_3(t) = \frac{1}{\tau_3} \exp\left(-\frac{t}{\tau_3}\right). \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что если χ_1 и f_3 заданы формулами соответственно (7) и (9), то при векторе \mathbf{E} , не зависящем от времени, выражения (4) и (5) переходят в (1) и (2). Уравнения Максвелла для полей \mathbf{E} и \mathbf{H} в немагнитной среде имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad (11)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \quad (12)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 0. \quad (13)$$

Первой паре уравнений Максвелла можно удовлетворить, полагая

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (15)$$

где \mathbf{A} — векторный потенциал,

$$\mathbf{A}(z, t) = \mathbf{i} A_x(z, t).$$

Подставляя выражения (14) и (15) в уравнение (12), учитывая (1) и (2), получаем уравнения для векторного потенциала $A_x(z, t)$ в случае безынерционной керровской среды:

$$\frac{\partial^2 A_x(z, t)}{\partial z^2} - \left(\frac{\varepsilon_0 + 3\varepsilon_{nl}}{c^2} \right) \frac{\partial^2 A_x(z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (16)$$

и при наличии временной дисперсии:

$$\frac{\partial^2 A_x(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_x(z, t)}{\partial t^2} - \psi(z, t) = 0, \quad (17)$$

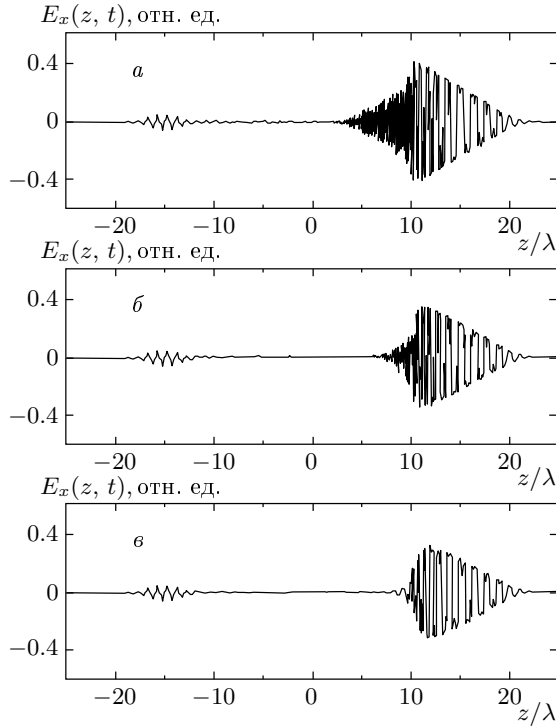


Рис. 5. Зависимости от z напряженности электрического поля $E_x(z, t)$, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $W_z = 15$, $\varepsilon_0(0) = 2$. Учитывается только временная дисперсия линейной части показателя преломления: a — без учета дисперсии; $б$ — $\omega_0 = 50$, $\tau_0 = 0.1$; $в$ — $\omega_0 = 25$, $\tau_0 = 0.2$

где

$$\begin{aligned} \psi(z, t) = & (\varepsilon_0(0) - 1) \int_0^\infty f_0(t_1) \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x(z, t - t_1)}{\partial t^2} dt_1 + \\ & + 3\varepsilon_2 \int_0^\infty f_3(t_1) \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x(z, t - t_1)}{\partial t^2} dt_1 \times \\ & \times \left(\int_0^\infty f_3(t_1) \frac{\partial \mathbf{A}_x(z, t - t_1)}{\partial t} dt_1 \right)^2. \end{aligned}$$

При построении решения удобно перейти к безразмерным переменным $z' = kz$, $t' = kct$. Ниже штрихи будут опущены. Система единиц измерения полей выбрана таким образом, что диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума равны единице. Нелинейность среды задаем безразмерным параметром $\varepsilon_{nl}^{max} = \varepsilon_2 E_0^2$, где E_0^2 — амплитуда начального распределения поля. Уравнения (16) и (17) решаем

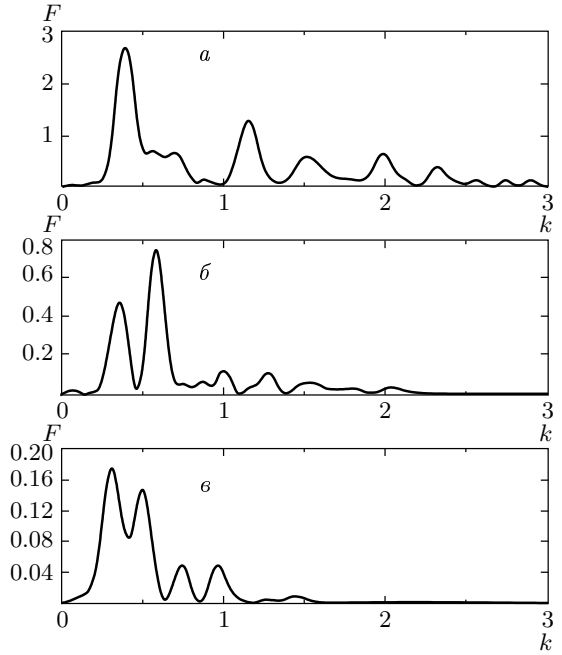


Рис. 6. Пространственные спектры $F(k, t)$ отраженных электрических полей $E_x^{(-)}(z, t)$, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $W_z = 15$. Учитывается только временная дисперсия линейной части показателя преломления a — без учета дисперсии; $б$ — $\omega_0 = 50$, $\tau_0 = 0.1$; $в$ — $\omega_0 = 25$, $\tau_0 = 0.2$

при следующих начальных условиях:

$$A_x(z, 0) = \exp \left[- \left(\frac{z + 0.25 Z_0}{W_z} \right)^2 \right] \cos z, \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial A_x(z, t)}{\partial t} \right)_{t=0} = - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_{nl}}} \frac{\partial A_x(z, 0)}{\partial z}, \quad (19)$$

где Z_0 — величина интервала по переменной z , внутри которого строится решение. Параметр W_z определяет длительность импульса.

При решении уравнений (16) и (17) с начальными условиями (18), (19) значения векторного потенциала и его производной по времени в точках разбиения интервала Z_0 рассматриваются как неизвестные функции от времени. Используется такой же метод численного решения, как и в работе [7]. Производные по пространственной координате вычисляются по 5-точечной формуле [11]. Получившаяся в результате система дифференциальных уравнений решается методом Рунге–Кутты.

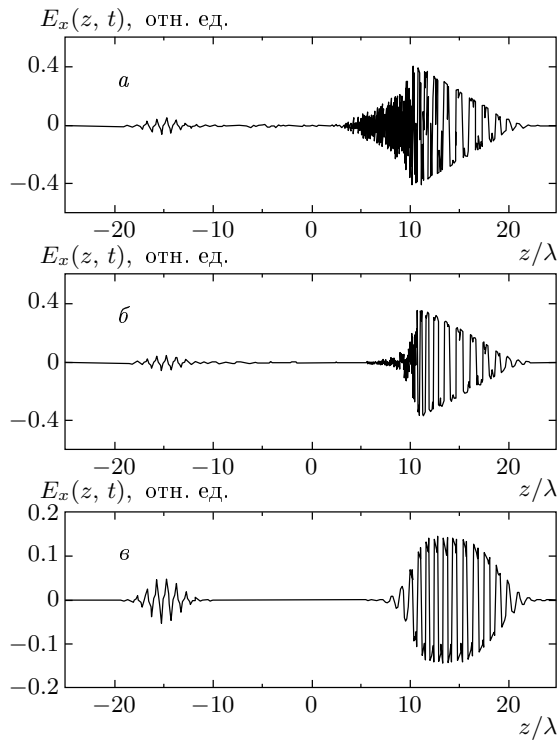


Рис. 7. Зависимости от z напряженности электрического поля $E_x(z, t)$, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $W_z = 15$, $\varepsilon_0(0) = 2$. Учитывается только временная дисперсия нелинейной части показателя преломления: a — без учета дисперсии, b — $\tau_3 = 0.002$, c — $\tau_3 = 0.1$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Проведено три серии расчетов. В первой серии не учитывалась временная дисперсия диэлектрической проницаемости. Во второй серии расчетов учитывалась дисперсия только линейной части диэлектрической проницаемости, а в третьей — только нелинейной части. Расчеты, проведенные без учета временной дисперсии, показали, что при очень больших нелинейностях (максимальное значение $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$) на образование отраженной волны существенно влияет различие скоростей распространения соседних колебаний электромагнитного поля. Из распределения векторного потенциала, приведенного на рис. 1а, видно, что передний фронт импульса растягивается — колебания с малой амплитудой перемещаются вперед, а задний фронт сжимается — колебания с малой амплитудой наезжают на медленно распространяющуюся центральную часть импульса, что приводит к образованию ударных волн. Видимо, ударные волны приводят к образованию запаздывающего высокочастотного «факела» на зад-

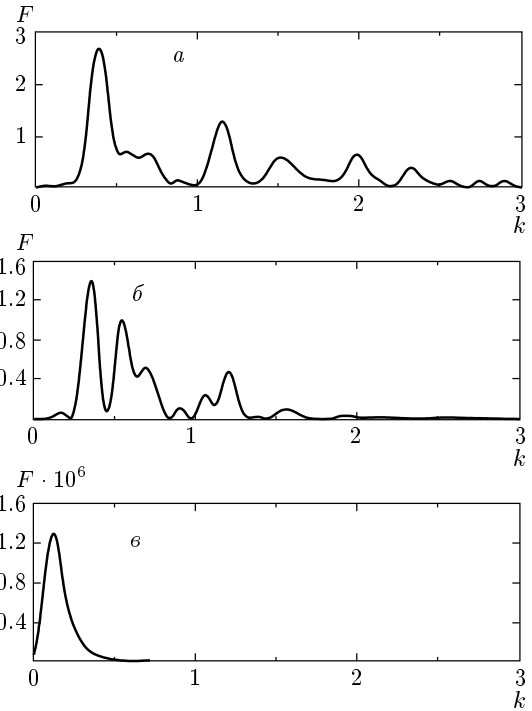


Рис. 8. Пространственные спектры $F(k, t)$ отраженных электрических полей $E_x^{(-)}(z, t)$, $\varepsilon_{nl}^{max} = 0.5$, $t = 240$, $W_z = 15$. Учитывается только временная дисперсия нелинейной части показателя преломления: a — без учета дисперсии, b — $\tau_3 = 0.002$, c — $\tau_3 = 0.1$

нем фронте импульса и к образованию отраженной волны (рис. 1б). Такой сценарий формирования ударных волн на заднем фронте импульса подтверждается расчетами распространения импульсов разной длительности (см. рис. 2). Чем короче импульс, тем больше разность амплитуд соседних колебаний поля, тем быстрее формируются ударные волны и тем большая доля энергии преобразуется в высокочастотный факел и отражается назад. Большое запаздывание высокочастотной части импульса — факела — (рис. 1б), видимо, обусловлено переотражениями излучения на динамической решетке нелинейного показателя преломления. Для выяснения направления потоков представим электрическое поле в виде суммы поля, распространяющегося налево, и поля, распространяющегося направо:

$$E_x(z, t) = E_z^{(-)}(z, t) + E_z^{(+)}(z, t).$$

Здесь

$$E_x^{(-)}(z, t) = -\frac{1}{2c} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_{nl}}} \frac{\partial}{\partial z} \right) A_x(z, t), \quad (20)$$

$$E_x^{(+)}(z, t) = -\frac{1}{2c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_{nl}}} \frac{\partial}{\partial z} \right) A_x(z, t). \quad (21)$$

На рис. 1в видно, что в отраженном назад излучении имеются пространственные частоты, в несколько раз превышающие частоту исходного импульса. Низкочастотные горбы слева на фронте отраженного назад излучения возникли в результате отражения центральной части импульса от скачка нелинейной части показателя преломления в плоскости $z = 0$. Рисунки 3, 4 иллюстрируют зависимость структуры поля от интенсивности падающего импульса. Из рис. 3 видно, что при возрастании пиковой интенсивности падающего импульса на заднем фронте импульса в нелинейной среде растет высокочастотный факел, который приводит к увеличению длительности импульса и ограничению его пиковой интенсивности. При сравнительно небольших интенсивностях (рис. 3в) на заднем фронте импульса возникает ударная волна огибающей поля. На рис. 4 представлены соответствующие распределения пространственных спектров отраженных электрических полей,

$$F(k, t) = \left| \int_{-Z_1}^0 E_x^{(-)}(z, t) \exp(ikz) dz \right|. \quad (22)$$

Здесь величина $Z_1 \approx 10$ выбрана так, чтобы в промежуток интегрирования (22) не попало излучение, отраженное от скачка нелинейной части показателя преломления в плоскости $z = 0$. Из рис. 4 видно, что амплитуда спектра отраженного излучения уменьшается на порядок при уменьшении интенсивности импульса вдвое, т. е. процесс самоотражения является пороговым процессом. При увеличении интенсивности спектр отраженного излучения расширяется и смещается в сторону высоких частот. Из сравнения рис. 3, 4 видно, что чем больше высокочастотный факел, тем больше интенсивность отраженного излучения и шире его спектр. Дисперсия линейной части диэлектрической проницаемости существенно влияет на отраженное излучение. Рисунки 5–8 иллюстрируют влияние дисперсии на процесс распространения импульса. Из рис. 5–8 видно, что временная дисперсия подавляет развитие высокочастотного факела и отраженного назад излучения и приводит к более сильному ограничению пиковой интенсивности.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При распространении короткого импульса с гауссовой огибающей в керровской среде с нелинейной частью относительной диэлектрической проницаемости порядка единицы формируется отраженное назад излучение и на заднем фронте импульса образуется высокочастотный факел. Самоотражение и образование высокочастотного факела приводят к самоограничению пиковой интенсивности в импульсе. Дисперсия среды подавляет развитие высокочастотного факела и отраженного назад излучения и приводит к более сильному ограничению пиковой интенсивности. Проведенное исследование может представлять интерес для задачи выявления предельных возможностей микрообработки оптических материалов фемтосекундными импульсами.

Автор благодарен Н. Н. Розанову и В. Е. Яшину за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. G. Flesch, A. Pushkarev, and J. V. Moloney, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2488 (1996).
2. В. Н. Серкин, Э. М. Шмидт, Т. Л. Беляева, Э. Марти-Панамено, Х. Салазар, *КЭ* **24**, 923 (1997).
3. В. Н. Серкин, Э. М. Шмидт, Т. Л. Беляева, Э. Марти-Панамено, Х. Салазар, *КЭ* **24**, 969 (1997).
4. А. И. Маймистов, *КЭ* **30**, 287 (2000).
5. V. G. Bespalov, S. A. Kozlov, Yu. A. Shpolyansky, and I. A. Walnsley, *Phys. Rev. A* **66**, 13811 (2002).
6. M. Kolesik and J. V. Moloney, *Phys. Rev. E* **70**, 036604 (2004).
7. M. P. Sorensen, M. Brio, G. M. Webb, and J. V. Moloney, *Physica D* **170**, 287 (2002).
8. M. P. Sorensen, G. M. Webb, M. Brio, and J. V. Moloney, *Phys. Rev. E* **71**, 036602 (2005).
9. A. I. Maimistov and J.-G. Caputo, *Physica D* **189**, 107 (2004).
10. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1970).
11. I. N. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun (1989).