ЖЭТФ, 2006, том 129, вып. 2, стр. 315–335

ЭКСИТОННЫЕ И БИЭКСИТОННЫЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ В КОГЕРЕНТНОМ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОМ СМЕШЕНИИ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Хоанг Нгок Кам *

Отделение оптики, Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Институт физики и электроники Вьетнамской академии науки и технологии
Ханой, Вьетнам

Поступила в редакцию 10 февраля 2005 г.

Представлено описание двупарных корреляций в электрон-дырочной системе в возбуждаемых лазером прямозонных полупроводниках методом экситон-бозонного формализма. Учет зависимости состояний квазичастиц от ориентации их углового момента проведен должным образом по теоретико-групповым правилам. На примере системы экситонов тяжелых дырок в квантовых ямах GaAs показано, что кулоновские двухэкситонные корреляции включают эффективное отталкивание между экситонами с отличным от нуля значением суммарного момента и эффективное притяжение между экситонами с нулевым суммарным моментом. Они генерируют соответственно экситонные и биэкситонные нелинейности в экситон-биэкситонной системе. Выведенные гейзенберговские уравнения движения применены к изучению четырехволнового смешения в когерентном режиме. Выяснено, что две компоненты кулоновских двухэкситонных корреляций генерируют когерентное четырехволновое смешение соответственно при социркулярной и перпендикулярно-линейной поляризациях приложенных импульсов и совместно при параллельно-линейной поляризации. Получены общие выражения для амплитуды сигналов четырехволнового смешения с временным разрешением в этих поляризационных конфигурациях, которые в пределе ультракоротких импульсов сводятся к аналитическим функциям времени и параметров возбуждения и образца. С их помощью проанализированы характеристики сигналов в каждой поляризационной конфигурации. Результаты анализа дают адекватную картину биэкситонных эффектов и поляризационной зависимости когерентного четырехволнового смешения в квантовых ямах GaAs.

PACS: 73.21.Fg, 71.35.Cc, 72.25.Fe

1. ВВЕДЕНИЕ

Появление субпикосекундных лазеров дало толчок бурному развитию сверхбыстрой полупроводниковой спектроскопии. Наличие световых импульсов длительностью меньше времени фазовой релаксации среды позволяет не только обнаружить в полупроводниках когерентные эффекты, известные в атомных системах, но, что более важно, получить информацию о ранних стадиях временного развития системы электронных элементарных возбуждений. Большую актуальность приобрели исследования когерентных процессов в спектральной области вблизи, но ниже фундаментального края, где нелинейно-оптический отклик полупроводника определяется многочастичными корреляциями в системе когерентных экситонов. Временная эволюция этой системы может прямо зондироваться методом когерентного четырехволнового смешения (ЧВС) [1], признанным в настоящее время самым мощным и в то же время гибким методом экспериментального изучения когерентных процессов в полупроводниках. Надлежащее понимание микроскопического механизма сверхбыстрых явлений важно как с фундаментальной, так и с технологической точки зрения в связи с их потенциальными применениями в электронике и оптоэлектронике.

В то время как в нелинейно-спектроскопических

*E-mail: hoang@sci.lebedev.ru, hoang_ngoccam@yahoo.com

экспериментальных исследованиях используются поляризованные лазерные импульсы для накачки и зондирования электронных состояний с различными ориентациями углового момента, интерпретация и анализ наблюдаемых явлений главным образом основывались на численном решении уравнений Блоха для полупроводников (УБП) [2]. Несмотря на определенные успехи при объяснении некоторого количества экспериментальных наблюдений [3], эти уравнения, установленные в рамках приближения Хартри – Фока (ПХФ), не могут описывать поляризационной зависимости [4–7] и биэкситонных эффектов [8–11] в слабонелинейном режиме (третьего порядка по полю). Например, по результату решений УБП сигналы ЧВС, полученные при перпендикулярно-линейной и параллельно-линейной поляризациях импульсов, должны быть идентичными при иных одинаковых экспериментальных условиях [12]. Экспериментально же обнаружено, что в квантовых ямах GaAs сигнал при перпендикулярно-линейной поляризации на порядок слабее по интенсивности [4] и с явно выраженными квантовыми биениями [8]. В течение последнего десятилетия огромные усилия были направлены на выяснение механизма этого различия. Параллельно с полуфеноменологичекими методами [5, 6, 10, 11] были использованы различные техники для теоретического описания эффектов двупарных корреляций [13–16]. Однако учет угловых моментов квазичастиц (включая их проекции на избранную ось квантования) остается не систематизированным, что приводит к серьезным трудностям при рассмотрении микроскопического механизма поляризационной зависимости нелинейно-оптических эффектов.

В настоящей работе предлагается теоретическое описание эффектов двупарных корреляций в рамках экситон-бозонного формализма. Подход заключается в том, что произвольное состояние полупроводника, возбуждаемого в спектральной области вблизи экситонного резонанса, представляется в виде разложения по экситонным состояниям, которые в линейном режиме являются его квазибозонными квазисобственными состояниями [17]. При взаимодействии экситона с квазирезонансным полем излучения правило отбора выражается тождеством углового момента (спина) фотона и экситона. Для заданной зонной структуры классификация экситонных состояний по значениям экситонного спина и его проекции на ось квантования проводится по теоретико-групповым правилам. Таким образом, включение в рассмотрение угловых моментов квазичастиц, без которого невозможно описание поляризационной зависимости и биэкситонных эффектов, сводится к выполнению хотя громоздких, но определенных алгебраических процедур. Начало экситон-бозонному формализму положил Ханамура [18], который пользовался преобразованием Усуи [19] для разложения исходного фотон-электрон-дырочного гамильтониана в бозонном пространстве в ряд по степеням плотности заполнения. С тех пор бозонизация Ханамуры–Усуи не один раз повторялась [20–22], в последнее время уже для квазидвумерных систем [23]. В разд. 2 данной работы она проводится со строгим учетом зависимости состояний квазичастиц от ориентации их углового момента [24]. Бозонное представление исходного гамильтониана получается в форме бесконечного ряда по степеням экситонной плотности заполнения, в котором каждый i-й член описывает i-парные корреляции. В рассматриваемом слабонелинейном режиме ряд прерывается на втором члене, ответственном за оптические нелинейности третьего порядка. Общий гамильтониан экситонной системы разрабатывается для прямозонных полупроводников с s-подобной зоной проводимости и p-подобной валентной зоной. Имеются в виду полупроводники как объемные, так и квазидвумерные в форме квантовых ям, размер которых в направлении оси роста порядка или меньше эффективного размера экситона. Поскольку протяженность последнего обычно превышает постоянную решетки в десятки–сотни раз, в квазидвумерных структурах состояния электронных возбуждений, описываемые блоховскими функциями, а также их взаимодействие между собой и с излучением в первом приближении остаются такими же, как в объемных полупроводниках [25]. Это позволяет рассматривать эти структуры параллельно с объемными полупроводниками. Спецификация для квантовых ям на основе соединений с симметрией цинковой обманки типа GaAs выполняется в разд. 3, где проводится обстоятельный анализ двухэкситонных корреляций в системе экситонов тяжелых дырок (ТД). Выведенные гейзенберговские уравнения движения применяются в разд. 4 для изучения когерентного ЧВС. Выясняется, что поляризационная зависимость когерентного ЧВС связана с проявлением разных компонент двухэкситонных корреляций в разных конфигурациях поляризаций приложенных импульсов. Для различных конфигураций получаются общие выражения для амплитуды сигналов ЧВС ВР, которые в пределе ультракоротких импульсов сводятся к аналитическим функциям. С их помощью проводится анализ характеристик сигналов в каждой конфигурации, а также сравнение формы и интенсивности сигналов в различных конфигурациях. Результат показывает, в частности, что сигналы ЧВС при перпендикулярно-линейной поляризации проявляют характерные черты в виде квантовых биений, а также малой интенсивности по сравнению с сигналами при социркулярной поляризации. Анализируется зависимость биэкситонных характерных черт от биэкситонных параметров, а также возможность их проявления в сигналах при параллельно-линейной поляризации. Представлены графические изображения, построенные на основе расчетов с параметрами квантовой ямы GaAs в трех поляризационных конфигурациях.

Основные результаты работы формулируются в заключительном разд. 5. Везде в статьи полагаем $\hbar = 1$.

2. ЭКСИТОННЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН В СЛАБОНЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Рассмотрим прямозонный полупроводник с двумя зонами, находящийся в поле квазирезонансного циркулярно поляризованного лазерного излучения. Предполагается, что излучение распространяется в направлении оси роста кристалла, выбранной в качестве оси квантования (оси z). Поглощение полупроводником N фотонов приводит к возбуждению в зону проводимости N электронов, оставляющих за собой N дырок в валентной зоне; N предполагается малым по сравнению с общим числом валентных электронов. Полупроводник может быть как объемным, так и квазидвумерным, в котором имеет место квантовое ограничение вдоль оси z. В результате движение носителей в этом направлении квантовано, каждому уровню размерного квантования n соответствует энергетическая подзона в плоскости k_xk_y [25]. В рассматриваемом направлении распространения излучения разрешенными являются оптические переходы с $\Delta n = 0$ между электронными и дырочными подзонами. Поскольку спектральное расстояние между первой и второй электронными подзонами намного больше энергии корреляций электрон-дырочных пар, при квазирезонансном межзонном возбуждении можно полагать, что носители заряда заселяют только электронную и дырочную подзоны с $n = 1$. Они и играют роль традиционных зоны проводимости и валентной зоны квазидвумерного полупроводника.

Согласно закону сохранения импульса, волновой вектор каждой создаваемой электрон-дырочной пары равен волновому вектору поглощаемого фотона, который пренебрежимо мал в видимой области спектра. По этой причине будут рассматриваться только зонные состояния вблизи точки $\mathbf{k} = 0$. Большинство прямозонных полупроводников кристаллизуются либо в решетку типа цинковой обманки (точечная группа T_d), либо в структуру вюрцита (точечная группа C_{6v}). В обоих случаях зона проводимости и валентная зона образованы в основном из атомных функций s- и p-типов. Следовательно, результирующий угловой момент j_e электронов вблизи дна зоны проводимости просто равен 1/2, а j_h дырок около вершины валентной зоны может быть либо 1/2, либо 3/2 в зависимости от материала. В представлении вторичного квантования обозначим через $C^+_{\lambda\mathbf{k}}$ оператор рождения фотона с волновым вектором $\mathbf{k}$ и проекцией спина (поляризацией) λ, а через $e_{m_e\mathbf{p}}$ ($h_{m_h\mathbf{p}}$) — оператор уничтожения электрона (дырки) с проекцией углового момента m_e (m_h) и квазиимпульсом $\mathbf{p}$. Проекция спина λ фотона света, поляризованного по правому или левому кругу, равна соответственно $+1$ или -1. При поглощении фотона полупроводником создается электрон-дырочная пара с проекцией суммарного момента, равной λ. С помощью выражений для блоховских амплитуд, описывающих электронные состояния с различными значениями проекции углового момента вблизи $\mathbf{k} = 0$ в зоне проводимости и валентной зоне обоих типов [26, 27], можно показать, что гамильтониан взаимодействия электрон-дырочной системы с полем квазирезонансного излучения имеет вид

$$
\begin{aligned}
H_{eh-\gamma} = {} & \frac{1}{\sqrt{6}} d_{cv}\delta_{j_h,1/2} \times \\
& \times \sum_{\lambda\mathbf{k}\mathbf{p}} \left\{ iW(k)C^+_{\lambda\mathbf{k}} h_{\lambda/2,\mathbf{p}} e_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p}} + \text{H.c.} \right\} + \\
& + \frac{1}{2} d_{cv}\delta_{j_h,3/2} \times \\
& \times \sum_{m_h\mathbf{p}\lambda\mathbf{k}} \left\{ i\lambda W(k) C^+_{\lambda\mathbf{k}} \left[\delta_{m_h,\lambda/2} \frac{1}{\sqrt{3}} h_{\lambda/2,\mathbf{p}} e_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p}} - \right.\right. \\
& \left.\left. - \delta_{m_h,3\lambda/2} h_{3\lambda/2\mathbf{p}} e_{-\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p}} \right] + \text{H.c.} \right\}. \quad (1)
\end{aligned}
$$

Здесь d_{cv} — межзонный матричный элемент проекции оператора дипольного момента на направление вектора поляризации света: $d_{cv} = \langle S|d_x|X\rangle + \langle S|d_y|Y\rangle$, $|S\rangle$ — координатная часть блоховской амплитуды s-типа, а $|X\rangle$ и $|Y\rangle$ — координатные части блоховских амплитуд p-типа, преобразующиеся как координаты x и y; $W(k) = E_g\sqrt{2\pi/\epsilon_0\omega_\gamma(k)V}$, где $\omega_\gamma(k)$ обозначает энергию фотона, а ϵ_0 и V — соответственно длинноволновую диэлектрическую постоянную и объем образца (который в случае двумерного полупроводника равен площади его поверхности). Формула (1) получена с учетом соотношения между операторами рождения дырки и уничтожения перемещенного валентного электрона, вытекающего из трансформационных свойств электронных волновых функций при операции инверсии времени [28]. Из нее следует, что в кристаллах с точечной симметрией T_d типа GaAs ($j_h = 3/2$) оптические переходы из состояний валентной зоны с $|m_h| = 3/2$, образующих подзону ТД, в три раза интенсивнее переходов из состояний с $|m_h| = 1/2$, образующих подзону легких дырок (ЛД).

При возбуждении в полупроводнике $N > 1$ электрон-дырочных пар в системе носителей заряда происходит кулоновское взаимодействие, отталкивающее между квазичастицами одной зоны и притягивающее между квазичастицами из разных зон. При учете зависимости состояний носителей от ориентации их углового момента гамильтониан электрон-дырочной системы с эффективным кулоновским взаимодействием можно представить в следующем виде:

$$H_{eh} = \\ = \sum_{\mathbf{k}} \left[\sum_{m_e} E_e(k) e^+_{m_e\mathbf{k}} e_{m_e\mathbf{k}} + \sum_{m_h} E_h(k) h^+_{m_h\mathbf{k}} h_{m_h\mathbf{k}} \right] + \\ + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{kk'q}} U_q \left[\sum_{m_e m'_e} e^+_{m_e,\mathbf{k}+\mathbf{q}} e^+_{m'_e,\mathbf{k'}-\mathbf{q}} e_{m'_e\mathbf{k'}} e_{m_e\mathbf{k}} + \right. \\ + \sum_{m_h m'_h} h^+_{m_h,\mathbf{k}+\mathbf{q}} h^+_{m'_h,\mathbf{k'}-\mathbf{q}} h_{m'_h,\mathbf{k'}} h_{m_h\mathbf{k}} - \\ \left. - 2 \sum_{m_e m_h} e^+_{m_e,\mathbf{k}+\mathbf{q}} h^+_{m_h,\mathbf{k'}-\mathbf{q}} h_{m_h\mathbf{k'}} e_{m_e\mathbf{k}} \right], \quad (2)$$

где под E_e и E_h подразумевается энергия соответственно электрона и дырки, а U_q — кулоновский потенциал, равный $2\pi e^2/\epsilon_0 qV$ в двумерных и $4\pi e^2/\epsilon_0 q^2 V$ в объемных полупроводниках, e обозначает электронный заряд.

Следуя Ханамуре [18], пользуемся преобразованием Усуи [19] для преобразования динамики электрон-дырочной системы в динамику системы бозонов. При учете зависимости состояний квазичастиц от ориентации их углового момента оно выглядит следующим образом:

$$U =_F \langle 0| \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} (\sum_{\mathbf{xy}} a^+_{\mathbf{xy}} h_{\mathbf{y}} e_{\mathbf{x}})^i |0)_B, \quad (3)$$

где под $|0\rangle_F$ и $|0)_B$ подразумевается соответственно фермиевское и бозевское вакуумные состояния полупроводника, а индексы «$\mathbf{x}$» и «$\mathbf{y}$» включают в себя как импульс, так и проекцию углового момента фермионов: $\mathbf{x} \equiv \{m_e, \mathbf{k}_e\}$, $\mathbf{y} \equiv \{m_h, \mathbf{k}_h\}$.

Бозонное представление операторов $H_{eh-\gamma}$ и H_{eh} получается в виде их изображений в бозонном пространстве, которые представляют собой бесконечные ряды по степеням плотности заполнения a^+a. Для рассмотрения эффектов третьего порядка по оптическому полю достаточно ограничиться первым и вторым членами, описывающими соответственно однопарные и двупарные корреляции:

$$UH_{eh-\gamma}U^+ = \\ = d_{cv} \sum_{\lambda\mathbf{kp}} \left\{ iW(k) C^+_{\lambda\mathbf{k}} \left[\delta_{j_h,1/2} \frac{1}{\sqrt{6}} a_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};\lambda/2,\mathbf{p}} + \right.\right. \\ + \delta_{j_h,3/2} \frac{\lambda}{2} \sum_{m_h} \left(\delta_{m_h,\lambda/2} \frac{1}{\sqrt{3}} a_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};\lambda/2,\mathbf{p}} - \right. \\ \left.\left.\left. - \delta_{m_h,3\lambda/2} a_{-\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};3\lambda/2,\mathbf{p}} \right) \right] + \text{H.c.} \right\} - \\ - d_{cv} \sum_{\lambda\mathbf{kp}} \left\{ iW(k) C^+_{\lambda\mathbf{k}} \times \right. \\ \times \sum_{\mathbf{xy}} a^+_{\mathbf{xy}} \left[\delta_{j_h,1/2} \frac{1}{\sqrt{6}} a_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};\mathbf{y}} a_{\mathbf{x},\lambda/2,\mathbf{p}} + \right. \\ + \delta_{j_h,3/2} \frac{\lambda}{2} \sum_{m_h} \left(\delta_{m_h,\lambda/2} \frac{1}{\sqrt{3}} a_{\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};\mathbf{y}} a_{\mathbf{x},\lambda/2,\mathbf{p}} - \right. \\ \left.\left.\left. - \delta_{m_h,3\lambda/2} a_{-\lambda/2,\mathbf{k}-\mathbf{p};\mathbf{y}} a_{\mathbf{x},3\lambda/2,\mathbf{p}} \right) \right] + \text{H.c.} \right\}, \quad (4)$$

$$UH_{eh}U^+ = \sum_{\mathbf{xy}} \{ [E_e(k_e) + E_h(k_h)] a^+_{\mathbf{xy}} - \\ - \sum_{\mathbf{k}} U_k a^+_{\mathbf{x}+\mathbf{k},\mathbf{y}-\mathbf{k}} \} a_{\mathbf{xy}} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} U_k \sum_{\mathbf{xyx'y'}} [a^+_{\mathbf{x}+\mathbf{k},\mathbf{y}} a^+_{\mathbf{x'}-\mathbf{k},\mathbf{y'}} + a^+_{\mathbf{x},\mathbf{y}+\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{x'},-\mathbf{k}+\mathbf{y'}} + \\ + 2 a^+_{\mathbf{x}+\mathbf{k},\mathbf{y'}} a^+_{\mathbf{x'},-\mathbf{k}+\mathbf{y}}] [a_{\mathbf{x'y'}} a_{\mathbf{xy}} - a_{\mathbf{x'y}} a_{\mathbf{xy'}}], \quad (5)$$

где $\mathbf{x} + \mathbf{k} \equiv \{m_e, \mathbf{k}_e + \mathbf{k}\}, \mathbf{y} - \mathbf{k} \equiv \{m_h, \mathbf{k}_h - \mathbf{k}\}$ и т. д.

Можно заметить, что выражение в фигурных скобках в сумме по $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ в правой части формулы (5) описывает относительное движение электрона и дырки в бозонном состоянии $a^+_{\mathbf{xy}}|0)_B$, которые притягивают друг друга посредством кулоновского потенциала. Следовательно, экситонные состояния являются собственными состояниями члена однопарных корреляций в бозонном гамильтониане. Кроме набора $\{\nu l m\}$ водородоподобных квантовых чисел (в случае двумерных полупроводников роль l играет

$|m|$ [29]), в схеме классификации по угловому моменту экситонные состояния характеризуются экситонным спином J и его проекцией M на ось квантования. Для оптически активных экситонов с $l=0$ возможные значения экситонного спина определяются из разложения $D_{1/2}\otimes D_{j_h}=D_{j_h-1/2}\oplus D_{j_h+1/2}$. Соответственно, оператор $A_{\nu JM\mathbf{k}}$ νs-экситона в спиновом состоянии JM выражается через бозонные операторы составляющих его электрон-дырочных пар следующим образом:

$$A_{\nu JM\mathbf{k}}=\frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{p}}f_\nu(\mathbf{p}-\beta\mathbf{k})\left(JM|\frac{1}{2}m_e j_h m_h\right)\times \times a_{m_e\mathbf{k}-\mathbf{p},m_h\mathbf{p}}. \quad (6)$$

Здесь $\left(JM|\frac{1}{2}m_e j_h m_h\right)$ обозначает коэффициент Клебша – Гордана, $\beta=\mu_h/\mu_x$, $\mu_x=\mu_e+\mu_h$, μ_e и μ_h — эффективные массы соответственно электрона и дырки, а f_ν — νs-водородоподобная волновая функция, описывающая кулоновски коррелированное электрон-дырочное движение:

$$[E_e(\alpha\mathbf{K}-\mathbf{p})+E_h(\beta\mathbf{K}+\mathbf{p})]\ f_\nu(p)- -\sum_{\mathbf{k}}U_k\ f_\nu(\mathbf{p}-\mathbf{k})=E_{\nu x}(K)\ f_\nu(p), \quad (7)$$

где $\alpha=1-\beta$, а $E_{\nu x}$ — энергия экситона как кулоновски коррелированной электрон-дырочной пары. Для связанных состояний дискретного спектра $E_{\nu x}<E_g$, а для ионизованных состояний континуума $E_{\nu x}\ge E_g$.

Воспользовавшись свойствами ортонормированности и полноты системы водородоподобных волновых функций, а также системы коэффициентов Клебша – Гордана [30], получим из (6) обратное соотношение операторов:

$$a_{\mathbf{xy}}=\frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\nu}f_\nu(\alpha\mathbf{k}_h-\beta\mathbf{k}_e)\times \times\sum_{J=j_h-1/2,j_h+1/2}\left(\frac{1}{2}m_e j_h m_h|JM\right)\times \times A_{\nu JM,\mathbf{k}_e+\mathbf{k}_h}, \quad (8)$$

где сумма по ν включает суммирование по главному квантовому числу n, характеризующему состояния дискретного спектра, и интегрирование по волновому числу k, характеризующему состояния континуума.

С учетом свойств коэффициентов Клебша – Гордана получим после подстановки (8) в (4) экситонное представление оператора $H_{eh-\gamma}$ в виде суммы двух членов:

$$H_{x-\gamma}=\sum_{\nu\lambda\mathbf{k}}i\omega_{\nu c}[C^+_{\lambda\mathbf{k}}A_{\nu\lambda\mathbf{k}}-A^+_{\nu\lambda\mathbf{k}}C_{\lambda\mathbf{k}}]+H^{(2)}_{x-\gamma}, \quad (9)$$

которые учитывают соответственно однопарные и двупарные корреляции при взаимодействии системы электрон-дырочных пар с полем излучения. Последний член известен как ангармоническое экситон-фотонное взаимодействие [18, 22, 31], которое в ПХФ приводит к так называемому наполнению фазового пространства. Известно, что оно является единственным источником оптических нелинейностей в двухуровневых атомных системах. В полупроводниках эффект ангармонического экситон-фотонного взаимодействия мал в спектральной области вблизи экситонного резонанса [31, 32], особенно в когерентном ЧВС, когда он фактически равен нулю [33]. Поэтому в дальнейшем мы $H^{(2)}_{x-\gamma}$ опускаем. В (9) $\omega_{\nu c}$ обозначает энергию связи между νs-экситоном и фотоном,

$$\omega_{\nu c}=\frac{1}{2}\sqrt{V}f_\nu(r=0)W(k)d_{cv}\left[\delta_{j_h,1/2}\sqrt{\frac{2}{3}}+ +\frac{1}{2}\delta_{j_h,3/2}\left(\delta_{|m_h|,1/2}\frac{1}{\sqrt{3}}+\delta_{|m_h|,3/2}\sqrt{3}\right)\right]. \quad (10)$$

Отсюда следует, что в кристаллах типа GaAs оптические переходы с участием коррелированных пар с дырками из подзоны ТД (экситонов ТД) значительно более интенсивны по сравнению с переходами с участием пар с дырками из подзоны ЛД (экситонов ЛД).

Аналогично, подстановка (8) в (5) с учетом (7) и свойств коэффициентов Клебша – Гордана дает экситонное представление оператора H_{eh} в следующем виде:

$$H_x=\sum_{\nu\xi\,\mathbf{k}}E_{\nu x}(k)\ A^+_{\nu\xi\mathbf{k}}A_{\nu\xi\mathbf{k}}+ +\frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{q}}\sum_{\nu_1'\nu_2'\nu_2\nu_1}\Big\{U^d_{\nu_1'\nu_2'\nu_2\nu_1}(q)\times \times\sum_{\xi_1\xi_2}A^+_{\nu_1'\xi_1,\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{\nu_2'\xi_2,\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{\nu_2\xi_2\mathbf{k}_2}A_{\nu_1\xi_1\mathbf{k}_1}+ +U^{ex}_{\nu_1'\nu_2'\nu_2\nu_1}(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2,\mathbf{q})\sum_{\xi_1'\xi_2'\xi_2\xi_1}S^{ex}_{\xi_1'\xi_2'\xi_2\xi_1}\times \times A^+_{\nu_1'\xi_1',\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{\nu_2'\xi_2',\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{\nu_2\xi_2\mathbf{k}_2}A_{\nu_1\xi_1\mathbf{k}_1}\Big\}, \quad (11)$$

где для краткости введены комбинирующие спиновые индексы $\xi\equiv\{JM\},\xi_1\equiv\{J_1M_1\}$ и т. д., сумма по ним пробегает все спиновые состояния s-экситона в данной зонной структуре. Таким образом, в экситон-бозонном представлении однопарные и дву-

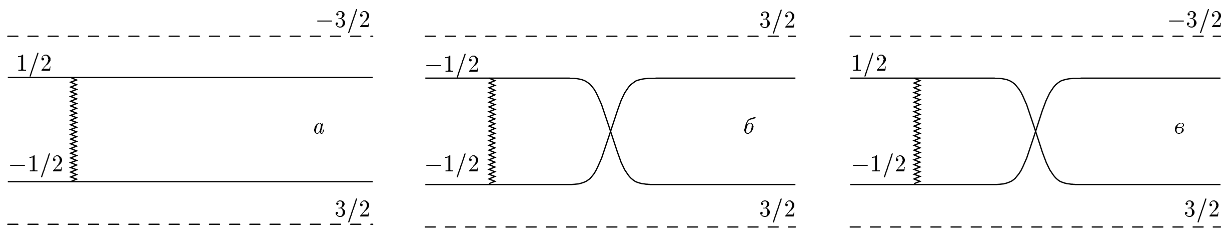


Рис. 1. Диаграммы типичных процессов прямого (a) и обменного ($б$, $в$) эффективных экситон-экситонных взаимодействий в системе экситонов ТД в квантовых ямах GaAs. Сплошные, штриховые и зигзагообразные линии изображают соответственно электроны, дырки и кулоновское взаимодействие между носителями заряда. Цифры над концами линий являются значениями проекций угловых моментов изображенных квазичастиц. Пара близкоидущих параллельных сплошной и штриховой линий представляет экситон, а пересечение двух сплошных линий обозначает обмен электронов, принадлежащих разным экситонам

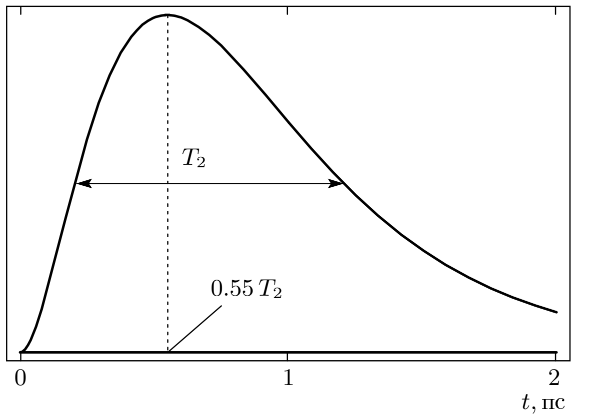


Рис. 2. Социркулярная поляризация. Общая форма сигнала ЧВС ВР от ультракоротких импульсов

парные корреляции, генерируемые кулоновским взаимодействием среди носителей заряда, выражаются соответственно экситонами и их эффективным взаимодействием. При прямом взаимодействии, характеризуемом функцией U^d, корреляции заключаются только в кулоновском взаимодействии между носителями заряда, составляющими разные экситоны (рис. 1a). При обменном взаимодействии, плотность энергии которого характеризуется функцией U^{ex}, параллельно с кулоновским взаимодействием происходит обмен либо электронами, либо дырками, составляющими разные экситоны (рис. 2$б$,$в$). Именно благодаря этому обмену, кулоновское взаимодействие, которое приводит к энергии однопарных корреляций Ry порядка всего $(10^{-3}$–$10^{-2})E_g$, при двупарных корреляциях вызывает существенные эффекты. Зависимость обменного межэкситонного взаимодействия от спиновых переменных выражается символом $S^{ex}_{\xi'_1\xi'_2\xi_2\xi_1}$, под которым подразумевается следующая сумма произведений четырех коэффициентов Клебша–Гордана:

$$S^{ex}_{\xi'_1\xi'_2\xi_2\xi_1} = \\ = \sum_{m_e m_h m'_e m'_h} \left(\frac{1}{2} m_e j_h m'_h | \xi'_1\right) \left(\frac{1}{2} m'_e j_h m_h | \xi'_2\right) \times \\ \times \left(\frac{1}{2} m'_e j_h m'_h | \xi_2\right) \left(\frac{1}{2} m_e j_h m_h | \xi_1\right). \quad (12)$$

Принимая во внимание известное свойство этих коэффициентов, легко видеть из (12), что при $\{\xi'_1\xi'_2\} = \{\xi_2\xi_1\}$ имеем

$$S^{ex}_{J_1M_1J_2M_2J_2M_2J_1M_1} = \\ = \sum_{m_e} \left(\frac{1}{2} m_e j_h M_1 - m_e | J_1 M_1\right)^2 \times \\ \times \sum_{m'_e} \delta_{m'_e, M_2-M_1+m_e} \left(\frac{1}{2} m'_e j_h M_2 - m'_e | J_2 M_2\right)^2, \quad (13)$$

так что обменные двухэкситонные корреляции с сохранением спинов экситонов имеют характер экситон-экситонного отталкивания. Как видно из (11), при факторизации статистического среднего от четырехоператорных слагаемых в произведения статистических средних двухоператорных множителей в ПХФ такие слагаемые дают отличный от нуля результат наряду с прямой частью (которая также является отталкиванием). Следовательно, они играют роль источника оптических нелинейностей в УБП. Естественно, основанная на ПХФ теория не может учитывать двухэкситонные корреляции с изменением спинов экситонов, т. е., когда $\{\xi'_1\xi'_2\} \neq \{\xi_2\xi_1\}$. Поскольку возможны только два значения экситонного спина, имеем $J'_1 = J'_2 = J'$ и $J_1 = J_2 = J$, где

$J' \neq J$. С помощью формулы для коэффициентов Клебша – Гордана [30] находим

$$
\begin{aligned}
S^{ex}_{J'M'_1J'M'_2JM_2JM_1} &= \frac{1}{2}\delta_{M'_10}\delta_{M'_20}\delta_{M_10}\delta_{M_20} - \\
&- \left(j_h - M_2 + \frac{3}{2}\right)^{1/2}\left(j_h - M_2 + \frac{1}{2}\right)^{1/2} \times \\
&\times \left(j_h + M_1 + \frac{1}{2}\right)^{1/2}\left(j_h + M_1 + \frac{3}{2}\right)^{1/2} \times \\
&\times \frac{\delta_{M'_1,M_2-1}\delta_{M'_2,M_1+1}}{(2j_h+1)^2} - \\
&- \left(j_h + M_2 + \frac{3}{2}\right)^{1/2}\left(j_h + M_2 + \frac{1}{2}\right)^{1/2} \times \\
&\times \left(j_h - M_1 + \frac{1}{2}\right)^{1/2}\left(j_h - M_1 + \frac{3}{2}\right)^{1/2} \times \\
&\times \frac{\delta_{M'_1,M_2+1}\delta_{M'_2,M_1-1}}{(2j_h+1)^2}. \qquad (14)
\end{aligned}
$$

Отсюда следует, что корреляции с изменением спинов экситонов характеризуются нулевым значением проекции их общего спина. Если проекция спина каждого из них также меняется, то корреляции имеют характер эффективного притяжения. Подробный анализ, пример которого будет представлен в разд. 3, показывает, что в каждой зонной структуре меняющее спин экситон-экситонное взаимодействие выражает собою кулоновские обменные корреляции внутри двухэкситонных состояний с нулевым суммарным спином, среди которых есть связанные. Следовательно, существование биэкситонных состояний и связанные с ними эффекты не могут описываться в рамках ПХФ, в частности, решениями УБП.

3. ДВУХЭКСИТОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В СИСТЕМЕ ЭКСИТОНОВ ТД В КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Используем полученный в предыдущем разделе экситонный гамильтониан для зонной структуры квантовых ям, основанных на соединениях с симметрией цинковой обманки типа GaAs. В них вследствие квантового ограничения точечная симметрия T_d редуцируется к симметрии D_{2d}. В результате вырождение валентной зоны снимается и подзоны ТД и ЛД отходят друг от друга на некоторую величину Δ_{hl}, достаточно большую в широко исследуемых квантовых ямах GaAs. К двум подзонам относятся соответственно две серии экситонных уровней, при этом серия уровней экситонов ЛД расположена выше. Как было отмечено ранее, сила осциллятора переходов на уровни экситонов ЛД значительно меньше, чем на уровни экситонов ТД. Следовательно, в ситуациях, когда центральные частоты приложенных импульсов попадают в спектральную область ниже самого низкого экситонного уровня, а их спектральные ширины $\delta\omega$ меньше Δ_{lh}, можно игнорировать существование экситонов ЛД. Будем считать, что $\delta\omega$ также меньше спектрального промежутка между основным уровнем и началом непрерывного спектра. Поскольку сила осциллятора оптических переходов на уровни дискретного спектра пропорциональна $1/(n+1/2)^3$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ [29], в таком случае в сумме по ν в правой части (8) и вытекающих из нее формулах можно брать только основное состояние. Спиновые состояния экситонов ТД включают дипольно-активные $11, 1-1$ и дипольно-запрещенные состояния $22, 2-2$, которые в дальнейшем будут обозначаться посредством значений проекции спина M. После скрупулезного вычисления S^{ex} с помощью формулы для коэффициентов Клебша – Гордана [30], а также (13), (14), получим гамильтониан системы экситонов ТД в следующей форме (индекс $\nu, \nu_1, \nu_2, \ldots = 0$ экситонных функций и операторов опускается):

$$
\begin{aligned}
H_x &= \sum_{\mathbf{k}M=\pm1,\pm2} E_x(k)\; A^+_{M\mathbf{k}}A_{M\mathbf{k}} + \\
&+ \frac{1}{2V}\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{q}}\Bigg\{U^d(q)\times \\
&\times \sum_{M_1,M_2=\pm1,\pm2} A^+_{M_1\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{M_2\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{M_2\mathbf{k}_2}A_{M_1\mathbf{k}_1} + \\
&+ U^{ex}(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2,\mathbf{q})\Bigg[\sum_{M=\pm2} A^+_{M\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{M\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{M\mathbf{k}_2}A_{M\mathbf{k}_1} + \\
&+ \frac{9}{16}\sum_{M=\pm1} A^+_{M\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{M\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{M\mathbf{k}_2}A_{M\mathbf{k}_1} + \\
&+ \frac{3}{2}\sum_{M_1=\pm2;M_2=\pm1} A^+_{M_1\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{M_2\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}A_{M_2\mathbf{k}_2}A_{M_1\mathbf{k}_1} - \\
&- \frac{3}{8}\left(A^+_{1\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{-1\mathbf{k}_2-\mathbf{q}} + A^+_{-1\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{1\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}\right)\times \\
&\times\left(A_{2\mathbf{k}_2}A_{-2\mathbf{k}_1} + A_{-2\mathbf{k}_2}A_{2\mathbf{k}_1}\right) - \\
&- \frac{3}{8}\left(A^+_{2\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{-2\mathbf{k}_2-\mathbf{q}} + A^+_{-2\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}A^+_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}\right)\times \\
&\times\left(A_{1\mathbf{k}_2}A_{-1\mathbf{k}_1} + A_{-1\mathbf{k}_2}A_{1\mathbf{k}_1}\right)\Bigg]\Bigg\}. \qquad (15)
\end{aligned}
$$

Важно отметить, что выражение для H_x во всех зонных структурах с простыми (вырожденными только по спину) зонами имеют точно такую же структуру, как (15). Различаться могут только значения спина оптически неактивных состояний и коэффициентов перед слагаемыми при U^{ex}. Следовательно, полученные ниже результаты являются общими для всех полупроводников с простыми зонами. Из (15) следует, как обсуждалось выше, что член двухэкситонных корреляций в экситонном гамильтониане состоит из спин-сохраняющей и спин-меняющей компонент. Первая описывает эффективное отталкивание между экситонами с отличным от нуля суммарным спином, в частности, между оптически активными экситонами с одинаковой ориентацией спина. Последняя описывает эффективное притяжение между экситонами в двухэкситонном состоянии с нулевым суммарным спином (рис. 1*в*). Рассмотрим суперпозицию таких состояний с определенным импульсом $\mathbf{K}$:

$$|\mathbf{K}00) = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Phi(\mathbf{k}) \times \left[\sum_{M=\pm 1} (00|1M1-M)\, A^{+}_{M,\mathbf{K}/2+\mathbf{k}}\, A^{+}_{-M,\mathbf{K}/2-\mathbf{k}} + \sum_{M=\pm 2} (00|2M2-M)\, A^{+}_{M,\mathbf{K}/2+\mathbf{k}}\, A^{+}_{-M,\mathbf{K}/2-\mathbf{k}} \right] |0), \tag{16}$$

где $\mathcal{N}$ является коэффициентом нормировки. С помощью (15) легко проверить, что (16) является собственным состоянием экситонного гамильтониана:

$$H_x|\mathbf{K}00) = E_{xx}(K)|\mathbf{K}00), \tag{17}$$

которое в дальнейшем будем называть биэкситоном в широком смысле слова. Его огибающая функция Φ удовлетворяет уравнению

$$\frac{k^2}{\mu_x}\Phi(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{q}} \left[U^d(q) - \frac{3}{4} U^{ex}(2\mathbf{k}, \mathbf{q}) \right] \Phi(\mathbf{k}-\mathbf{q}) = \mathcal{E}\Phi(\mathbf{k}), \tag{18}$$

где $\mathcal{E} \equiv E_{xx}(0) - 2E_x(0)$ — энергия двухэкситонных корреляций в биэкситоне. Каждое решение $\Phi_i(\mathbf{k})$ этого уравнения, являющееся волновой функцией квазичастицы с массой $\mu_x/2$ и энергией $\mathcal{E}_i$, описывает состояние i коррелированного движения двух экситонов (приведенная масса которых равна $\mu_x/2$) в биэкситоне. При малой разности импульсов экситонов нелокальностью потенциала их взаимного притяжения можно пренебречь и потенциальное поле в (18) является немонотонной функцией расстояния в координатном пространстве [34]. Его можно аппроксимировать различными функциями с областью отрицательных значений в виде потенциальной ямы. В двумерной потенциальной яме всегда имеются уровни отрицательной энергии [35], так что среди собственных решений уравнения (18) должны быть волновые функции связанных состояний. С учетом значений коэффициентов Клебша – Гордана, входящих в правую часть (16), запишем оператор рождения биэкситона в состоянии i в следующем виде:

$$B^{+}_{i,\mathbf{K}} = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Phi_i(\mathbf{k}) \times \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{M=\pm 1} A^{+}_{M,\mathbf{K}/2+\mathbf{k}}\, A^{+}_{-M,\mathbf{K}/2-\mathbf{k}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{M=\pm 2} A^{+}_{M,\mathbf{K}/2+\mathbf{k}}\, A^{+}_{-M,\mathbf{K}/2-\mathbf{k}} \right]. \tag{19}$$

Используя свойство полноты системы собственных функций уравнения (18), а также коэффициентов Клебша – Гордана, получим обратное (19) соотношение:

$$\begin{aligned} A^{+}_{1\mathbf{k}_1} A^{+}_{-1\mathbf{k}_2} &= \frac{1}{\mathcal{N}\sqrt{3V}} \sum_i \Phi_i^* \left(\frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2} \right) B^{+}_{i,\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2}, \\ A^{+}_{2\mathbf{k}_1} A^{+}_{-2\mathbf{k}_2} &= \frac{1}{\mathcal{N}\sqrt{5V}} \sum_i \Phi_i^* \left(\frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2} \right) B^{+}_{i,\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2}, \end{aligned} \tag{20}$$

где сумма по i включает сумму по связанным состояниям $i = b$ с энергией корреляций $\mathcal{E}_b < 0$ и интегрирование по состояниям рассеяния $i = \mathbf{p}$ с положительной энергией корреляций $\mathcal{E}_p = p^2/\mu_x$.

Из формул (9) (в которых берется только $\nu = 0$, а $H^{(2)}_{x-\gamma}$ опускается), а также (15), (18)–(20) получаем гейзенберговские уравнения движения для экситонных и биэкситонных операторов в следующей форме:

$$i\frac{\partial A_{\lambda\mathbf{k}}}{\partial t} = E_x(k) A_{\lambda\mathbf{k}} - i\omega_c C_{\lambda\mathbf{k}} + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{q}} \left[U^d(q) + \frac{9}{16} U^{ex}(\mathbf{k}'-\mathbf{k}, \mathbf{q}) \right] \times A^{+}_{\lambda,\mathbf{k}'+\mathbf{q}} A_{\lambda\mathbf{k}'} A_{\lambda,\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \sum_{i,\mathbf{k}'} \left[\mathcal{E}_i - \frac{(\mathbf{k}'-\mathbf{k})^2}{4\mu_x} \right] \frac{2}{\mathcal{N}\sqrt{5V}} \Phi_i^* \left(\frac{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}{2} \right) \times A^{+}_{-\lambda\mathbf{k}'} B_{i,\mathbf{k}'+\mathbf{k}}, \tag{21}$$

$$i\frac{\partial B_{i,\mathbf{k}}}{\partial t} = E_{ixx}(k)B_{i,\mathbf{k}} - \\ - \sum_{\mathbf{k}'} i\omega_c \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{3V}}\Phi_i\left(\mathbf{k}'-\frac{\mathbf{k}}{2}\right)\sum_{\lambda} A_{-\lambda,\mathbf{k}-\mathbf{k}'}C_{\lambda\mathbf{k}'}. \quad (22)$$

В общем случае динамика экситон-биэкситонной системы описывается системой уравнений для ожидаемых значений фотонных, экситонных и биэкситонных амплитуд, которая получается из (21), (22) (а также присоединенного к ним уравнения для фотонных операторов) путем статистического усреднения обеих их частей. Для получения окончательных уравнений всегда приходится пользоваться каким-либо приближением для факторизации средних от произведений трех операторов в нелинейной части уравнений. В когерентном режиме, когда релаксационные процессы еще не успевают разрушить фазовую память оптических возбуждений, пользуются понятием о когерентных фотонах и экситонах, а также порожденных ими совместно биэкситонах как состояниях с макроскопической пропорциональной $\sqrt{V}$ амплитудой и определенной фазой [36–38]. Соответственно операторы заменяются C-числами, а затухание экситонных и биэкситонных состояний описывается введенными феноменологическими параметрами дефазировки γ_x и γ_{xx}. Само собой разумеется, что $\gamma_{xx} \geq \gamma_x$. В таком приближении уравнения (21), (22) готовы для описания когерентного нелинейно-оптического отклика экситонной системы с учетом его зависимости от конфигурации поляризаций импульсов возбуждения. Как видно из (21), существуют два типа оптических нелинейностей третьего порядка в экситонной системе, связанных соответственно с двумя компонентами кулоновских двухэкситонных корреляций. Поскольку биэкситон присутствует только в системе, где имеются экситоны с противоположными ориентациями спина, при социркулярной поляризации импульсов проявляются исключительно экситонные нелинейности, вызванные отталкиванием между индуцированными экситонами с одинаковой спиновой ориентацией. Биэкситонные же нелинейности могут возникать только в контрциркулярной конфигурации. В этом заключается поляризационная зависимость когерентных нелинейно-оптических эффектов третьего порядка, впервые обнаруженная в экспериментах по экситон-биэкситонному эффекту Штарка [39].

Интересно отметить, что уравнение (22) для основного биэкситонного состояния полностью совпадает с таким же уравнением в феноменологической биэкситонной теории [40]. Однако на этом совпадение заканчивается. В феноменологической теории биэкситон рассматривается как самостоятельная квазичастица, а биэкситонные нелинейности считаются вызванными связью биэкситона с оптическим полем и описываются в рамках трехуровневой схемы. Соответствующий анализ показывает, что как приближение феноменологическая теория приемлема для описания биэкситонных эффектов в ситуациях, когда возбуждение можно считать стационарным, а его спектральная ширина мала по сравнению с биэкситонной энергией связи. Поэтому не удивительно, что феноменологическая теория имела успех при описании оптических нелинейностей, индуцированных пикосекундным импульсом в CuCl, известном своей большой энергией связи биэкситона в области биэкситонного резонанса (так называемой области M-полосы). Совершенно иначе обстоит дело с подавляющим большинством квазидвумерных квантовых ям, в которых экситонный и биэкситонный уровни почти вырождены, тем более в поле субпикосекундных импульсов. Здесь всегда возбуждаются одновременно и экситон, и биэкситон, притом не только основное, но и все состояния последнего. Как впервые было отмечено в [41], независимость биэкситона и экситона противоречит микроскопической теории. Действительно, как двухэкситонное состояние биэкситон не может быть независимым по отношению к составляющим его экситонам. И уравнение (21) показывает, что не существует прямой связи между двухэкстонными состояниями и полем излучения, а биэкситонные нелинейности обязаны своим происхождением экситон-биэкситонной связи.

Как следует из (21), (22), вес вклада каждого из биэкситонных состояний в оптические нелинейности третьего порядка определяется произведением $\mathcal{E}_i|\Phi_i|^2$. Следовательно, расчет биэкситонных эффектов на основе этих уравнений предполагает наличие разумных приближений для биэкситонных огибающих волновых функций. Мы получаем эти функции из решения уравнения (18), заимствуя из [42] приближение, в котором потенциал экситон-экситонного притяжения аппроксимируется эффективным потенциалом Морзе с набором вариационных параметров. В [42] установлено, что при всех реально существующих значениях отношения эффективных масс электрона и дырки имеются два уровня дискретного спектра. Для квантовых ям GaAs ($m_e/m_{hh} \approx 1/5$) находим, что в зависимости от выбора вариационных параметров энергия связи основного и возбужденного состояний варьируется в пределах соответственно (0.12–0.18)Ry и (0.03–0.05)Ry. При Ry $\approx$ 10 мэВ и типичных значениях времени фазовой релаксации T_2 порядка пикосекунд (соответствующих сумме полуширин экситонного и биэкситонного уровней $\gamma_x + \gamma_{xx}$ немного меньше 1 мэВ) возбужденный уровень сливается с непрерывным спектром. Что касается основного состояния, предполагаем, что его энергия связи $|\mathcal{E}_b|$ больше суммы $\gamma_x + \gamma_{xx}$ по крайней мере в несколько раз. Только в таком случае можно говорить о наличии в экситонной системе связанного биэкситонного состояния. Случай $|\mathcal{E}_b|$, немного большей или порядка $\gamma_x + \gamma_{xx}$, является предметом отдельного рассмотрения. Заметим только, что биэкситонные эффекты в таком случае получаются очень слабыми. Таким образом, мы ограничиваемся ситуацией, когда система собственных решений уравнения (18) состоит из волновой функции основного связанного состояния Φ_b, конечной на бесконечности, и совокупности волновых функций состояний рассеяния $\Phi_{\mathbf{p}}$, имеющих на бесконечности вид сферической волны [35]. Ими и будем пользоваться для вычисления биэкситонных нелинейностей в когерентном ЧВС в следующем разделе.

При рассмотрении системы, находящейся в поле линейно-поляризованного лазерного поля, удобно классифицировать экситонные состояния по схеме Костера и др. [43]. Согласно этой схеме, зона проводимости и валентная зона в кристаллах типа GaAs преобразуются соответственно по неприводимым представлениям Γ_6 и Γ_8 группы точечной симметрии T_d. В квантовых ямах четырехмерное представление Γ_8 распадается на два двумерных представления Γ_6 и Γ_7 группы D_{2d}, по которым преобразуются состояния ТД и ЛД соответственно. Следовательно, симметрические свойства экситонов ТД определяются соотношением $\Gamma_6 \otimes \Gamma_6 = \Gamma_1 \oplus \Gamma_2 \oplus \Gamma_5$. Неприводимые представления Γ_1 и Γ_2 одномерные, а Γ_5 двумерное со строками $\Gamma_5 X$ и $\Gamma_5 Y$, которые ниже будут обозначаться просто X и Y. Соотношение между бозонными и экситонными операторами, аналогичное (8), имеет вид

$$a_{\mathbf{xy}} = \frac{1}{\sqrt{V}} f(\alpha \mathbf{k}_h - \beta \mathbf{k}_e) \times \\ \times \sum_{\xi = X, Y, \Gamma_1, \Gamma_2} (\Gamma_6 m_e \Gamma_6 m_h | \xi) \; A_{\xi \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_h}. \quad (23)$$

В состояниях с симметрией X и Y экситоны дипольно-активны и взаимодействуют с фотонами с линейными поляризациями соответственно $\lambda = X, Y$. В отличие от некоррелированных электрон-дырочных пар экситоны обладают свойством сохранять передаваемую им полем не только циркулярную, но и линейную поляризацию [44]. В результате экситон-фотонное взаимодействие имеет такой же вид, как (9), только теперь суммирование проводится по $\lambda = X, Y$. Оператор рождения биэкситонного состояния, которое преобразуется по представлению Γ_1 группы D_{2d}, выглядит следующим образом:

$$B^+_{i,\mathbf{K}} = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \Phi_i(\mathbf{k}) \times \\ \times \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\xi = X, Y} A^+_{\xi, \mathbf{K}/2+\mathbf{k}} A^+_{\xi, \mathbf{K}/2-\mathbf{k}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{\xi = \Gamma_1, \Gamma_2} A^+_{\xi, \mathbf{K}/2+\mathbf{k}} A^+_{\xi, \mathbf{K}/2-\mathbf{k}} \right]. \quad (24)$$

Подставив (23) в (5) и выполнив расчет S^{ex} с помощью таблиц коэффициентов Клебша–Гордана для точечных групп [43], получим гамильтониан системы экситонов ТД в поле линейно поляризованного излучения. Из него вытекают гейзенберговские уравнения движения:

$$i \frac{\partial A_{X\mathbf{k}}}{\partial t} = E_x(k) A_{X\mathbf{k}} - i\omega_c C_{X\mathbf{k}} + \\ + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{q}} \left[U^d(q) + \frac{9}{16} U^{ex}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}, \mathbf{q}) \right] \times \\ \times \left[A^+_{X, \mathbf{k}'+\mathbf{q}} A_{X\mathbf{k}'} A_{X, \mathbf{k}+\mathbf{q}} + A^+_{Y, \mathbf{k}'+\mathbf{q}} A_{Y\mathbf{k}'} A_{X, \mathbf{k}+\mathbf{q}} \right] + \\ + \sum_{i\mathbf{k}'} \left[\mathcal{E}_i - \frac{(\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2}{4\mu_x} \right] \frac{2}{\mathcal{N}\sqrt{5V}} \Phi^*_i \left(\frac{\mathbf{k}' - \mathbf{k}}{2} \right) \times \\ \times A^+_{X\mathbf{k}'} B_{i, \mathbf{k}'+\mathbf{k}}, \quad (25)$$

$$i \frac{\partial B_{i,\mathbf{k}}}{\partial t} = E_{ixx}(\mathbf{k}) B_{i,\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k}'} i\omega_c \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{3V}} \Phi_i \left(\mathbf{k}' - \frac{\mathbf{K}}{2} \right) \times \\ \times \sum_{\lambda = X, Y} A_{\lambda, \mathbf{k}-\mathbf{k}'} C_{\lambda\mathbf{k}'}, \quad (26)$$

поменяв местами X и Y в (25), получим уравнение для $A_{Y\mathbf{k}}$. В следующем разделе совместно с (21), (22) уравнения (25), (26) будут служить исходным положением для изучения поляризационной зависимости когерентного ЧВС в квантовых ямах GaAs.

4. ТЕОРИЯ ЧВС В КОГЕРЕНТНОМ РЕЖИМЕ

В типичных экспериментах нелинейной спектроскопии с ВР используются два лазерных импульса, каждый со своими поляризацией λ_i и волновым вектором $\mathbf{k}_i$, $i = 1,2$, которые пересекают образец в моменты времени, разделенные промежутком T. Он называется временем задержки. Импульс 1 сам может зондировать линейно-оптические свойства образца — его называют зондирующим, а импульс 2 — накачкой. Как правило, накачка сильнее по интенсивности, но здесь она предполагается не слишком сильной, чтобы не проявлялись эффекты выше третьего порядка по полю. При длительности и времени задержки импульсов, меньших времен релаксаций электронных возбуждений кристалла, оба импульса попадают на образец в пределах когерентного режима. На основе теории когерентных состояний фотонов и экситонов [36–38] рассматриваем приложенные поля как поляризованные когерентные фотонные состояния с макроскопической амплитудой и определенной фазой:

$$C_{\lambda_i \mathbf{k}_i} = \sqrt{V} E_i(t) \exp[i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i - i\omega_i t], \quad i = 1,2, \quad (27)$$

где $E_i(t)$ — амплитудные огибающие, а ω_i — центральные частоты импульсов, расположенные ниже основного экситонного уровня, с расстройками $\Delta_i \equiv E_x - \omega_i$, меньшими их спектральной ширины. В первом приближении каждое из этих фотонных состояний порождает соответствующее спин-ориентированное когерентное экситонное состояние с начальной фазой, совпадающей с его фазой:

$$A^{(1)}_{\lambda_i \mathbf{k}_i} = \sqrt{V} P_i(t) \exp[i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - i\omega_i t], \quad i = 1,2. \quad (28)$$

Вследствие нелинейностей, вызываемых корреляциями в системе создаваемых когерентных экситонов, общий отклик системы представляет собой сумму линейных откликов (28) и отклика третьего порядка $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$. Последний состоит из компонент, излучающих фотоны в направлениях $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, $2\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ и $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$. В экспериментах по ЧВС дифракционный сигнал, распространяющийся в направлении $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, разрешается по времени с помощью сверхбыстрой техникой детектирования, $S_{TR}(t,T) \propto |A^{(3)}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}(t,T)|^2$. Он служит мерой количества когерентности, оставшейся в образце от возбуждения импульсом 1 в момент прихода импульса 2. Как и все другие компоненты $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$, в любой поляризационной конфигурации $A^{(3)}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}(t,T)$ можно вычислить с помощью уравнений (21), (22) или (25), (26). В самом деле, запишем оператор фотонного и экситонного полей в следующей форме:

$$\begin{aligned} C_{\lambda\mathbf{k}} &= \delta_{\lambda\lambda_1}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1} C_{\lambda_1\mathbf{k}_1} + \delta_{\lambda\lambda_2}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_2} C_{\lambda_2\mathbf{k}_2}, \\ A_{\lambda\mathbf{k}} &= \delta_{\lambda\lambda_1}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1} A^{(1)}_{\lambda_1\mathbf{k}_1} + \delta_{\lambda\lambda_2}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_2} A^{(1)}_{\lambda_2\mathbf{k}_2} + A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Подставляем (29) в (21) или (25), в которые введен феноменологический параметр γ_x. Предполагая, что направления распространения импульсов составляют малый угол, опускаем в дальнейшем аргумент $\mathbf{k}$-зависимых функций. В линейном по приложенному полю приближении имеем

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[E_x - i\gamma_x]\right\} A^{(1)}_{\lambda_i\mathbf{k}_i} = -\omega_c C_{\lambda_i\mathbf{k}_i}, \quad i = 1,2. \quad (30)$$

Отсюда находим амплитуды $P^{(1)}_i$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} P^{(1)}_i(t) &= -\omega_c \exp[-(i\Delta_i + \gamma_x)t] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{t} dt' \exp[(i\Delta_i + \gamma_x)t'] E_i(t'), \quad i = 1,2. \end{aligned} \quad (31)$$

При повторной подстановке (29) в (21) или (25) вместо $A_{\lambda\mathbf{k}}$ и $B_{i,\mathbf{k}}$ в нелинейные слагаемые в правых частях этих уравнений вставляем первый член их разложений по полю, соответственно, $A^{(1)}_{\lambda\mathbf{k}}$ и $B^{(2)}_{i,\mathbf{k}}$. Относительно $B^{(2)}_{i,\mathbf{k}}$, как следует из (19) и (29), при циркулярной поляризации импульсов $B^{(2)}_{i,\mathbf{k}} \neq 0$ только при $\lambda_1 = -\lambda_2$, т.е. в контрциркулярной конфигурации. При линейной же поляризации импульсов, (24) и (29) показывают, что когерентные биэкситонные состояния создаются и в параллельно-линейной, и в перпендикулярно-линейной конфигурациях. Таким образом, из уравнений (21) или (25) с учетом (30) получаем уравнение для члена третьего порядка $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$ в когерентном экситонном поле с источником нелинейностей в виде когерентного экситон-экситонного взаимодействия, когерентной экситон-биэкситонной связи или суммы того и другого. Поскольку конкретный вид уравнения зависит от поляризационной конфигурации, рассмотрим их в отдельности.

4.1. Контрциркулярная поляризация импульсов: отсутствует ЧВС

Пусть $\lambda_1 = -\lambda_2 = 1$. После подстановки соответствующей формы (29) в (21) получаем с учетом (30) уравнение для $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$, из которого следует, что

$$A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}} = \delta_{\lambda 1}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1} A^{(3)}_{\mathbf{k}_1} + \delta_{\lambda,-1}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_2} A^{(3)}_{\mathbf{k}_2}, \quad (32)$$

т.е. $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$ состоит из компонент, распространяющихся в направлениях $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$. Величина $A^{(3)}_{\mathbf{k}_1}$, например, описывает изменение в пропускании зондирующего импульса, вызванное действием накачки. Таким образом, при контрциркулярной поляризации ЧВС не происходит, так как нет сигналов, распространяющихся в направлениях $2\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ и $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$.

4.2. Социркулярная поляризация импульсов: проявление экситонных нелинейностей

В случае $\lambda_1 = \lambda_2$ биэкситон не образуется. ЧВС в этой конфигурации отражает нелинейно-оптические свойства системы взаимодействующих экситонов с одинаковой ориентацией спина. В таком случае численные решения УБП могут объяснять многие экспериментальные наблюдения. Получим здесь эти результаты в аналитической картине, в которой можно выяснить зависимость характеристик сигнала ЧВС ВР от времени фазовой релаксации системы.

Из уравнения для $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$, полученного при подстановке соответствующей формы (29) в (21), находим

$$A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}} = \delta_{\lambda\lambda_1}\left\{\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1}A^{(3)}_{\mathbf{k}_1}+\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}_2}A^{(3)}_{\mathbf{k}_2}+\delta_{\mathbf{k},2\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}A^{(3)cc}_{2\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}+ + \delta_{\mathbf{k},2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}A^{(3)cc}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}\right\}, \quad (33)$$

где компонента ЧВС $A^{(3)cc}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}$ удовлетворяет уравнению (индекс поляризации опускается)

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[E_x - i\gamma_x]\right\} A^{(3)cc}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1} = = -i\frac{9}{16V}U^{ex}A^{(1)+}_{\mathbf{k}_1}\left(A^{(1)}_{\mathbf{k}_2}\right)^2. \quad (34)$$

Представляя решение этого уравнения в виде

$$A^{(3)cc}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1} = \sqrt{V}P^{(3)cc}(t) \times \times \exp[i(2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{r} - i(2\omega_2 - \omega_1)t] \quad (35)$$

и учитывая (31), находим амплитуду $P^{(3)cc}$ в следующей форме:

$$P^{(3)cc}(t,T) = \frac{9}{16}iU^{ex}\omega_c^3 \exp[-i(\Delta - i\gamma_x)t] \times \times \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \exp[-2\gamma_x t'] \times \times \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \exp[(-i\Delta_1 + \gamma_x)t'']E_1(t'')^* \times \times \left[\int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \exp[i(\Delta_2 - i\gamma_x)t'']E_2(t'')\right]^2. \quad (36)$$

Формула (36) выражает в общей форме зависимость амплитуды сигнала ЧВС ВР в социркулярной поляризационной конфигурации от других экспериментальных условий и параметров образца. Из последних плотность энергии эффективного межэкситонного взаимодействия $U^{ex} \approx 1.514\mathrm{Ry}\, a_x^2$ (a_x — экситонный эффективный радиус) влияет только на интенсивность сигнала, его форма определяется скоростью экситонной дефазировки. Относительно экспериментальных условий, кроме расстроек частот и времени задержки импульсов, их временная эволюция также играет роль в определении формы сигнала. Предполагаем, что она является гауссовой, и более поздний из импульсов пересекает образец в момент $t = 0$:

$$\begin{gathered} E_1(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}E_t \times \\ \times \begin{cases} \exp\left\{-[2(t+T)/\tau]^2\right\} & \text{при } T \ge 0, \\ \exp\left\{-(2t/\tau)^2\right\} & \text{при } T < 0, \end{cases} \\ E_2(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}E_p \times \\ \times \begin{cases} \exp\left\{-(2t/\tau)^2\right\} & \text{при } T \ge 0, \\ \exp\left\{-[2(t-T)/\tau]^2\right\} & \text{при } T < 0. \end{cases} \end{gathered} \quad (37)$$

Чтобы получить основные характеристики сигнала, рассмотрим сначала случай ультракоротких импульсов, когда их длительность мала по сравнению с временем фазовой релаксации T_2, а также обратными величинами расстроек частот Δ_i^{-1} ($i = 1, 2$). Тогда (37) можно рассматривать как δ-импульсы:

$$\begin{gathered} E_1(t) = \tau E_t \begin{cases} \delta(t+T) & \text{при } T \ge 0, \\ \delta(t) & \text{при } T < 0, \end{cases} \\ E_2(t) = \tau E_p \begin{cases} \delta(t) & \text{при } T \ge 0, \\ \delta(t-T) & \text{при } T < 0. \end{cases} \end{gathered} \quad (38)$$

Подстановка (38) в (36) дает

$$P^{(3)cc}_{\tau=0}(t,T) \propto \frac{9}{16}U^{ex}E_tE_p^2 \exp[-(i\Delta + \gamma_x)t] \times \times \frac{1 - \exp(-2\gamma_x t)}{2i\gamma_x} \times \times \begin{cases} \exp[(i\Delta_1 - \gamma_x)T] & \text{при } T \ge 0, \\ \exp[2(i\Delta_2 + \gamma_x)T] & \text{при } T < 0. \end{cases} \quad (39)$$

На рис. 2, где изображен сигнал $S^{cc}(t,T) \propto \propto |P^{(3)cc}_{\tau=0}(t,T)|^2$, видно поразительное отличие сигнала ЧВС ВР в полупроводниках от такого же сигнала в двухуровневых атомных системах. Последний мгновенно достигает своего пика в момент прихода импульса 2, затем быстро затухает по экспоненциальному закону [45]. Здесь сигнал полностью опаздывает по отношению к импульсам и самостоятельно существует в течение времени, длительность которого определяется только временем фазовой релаксации. В самом деле, простое вычисление показывает, что пик сигнала $S^{cc}(t,T)$ приходится на момент $t_0 = (\ln 3)/2\gamma_x \approx 1.1T_2/2$

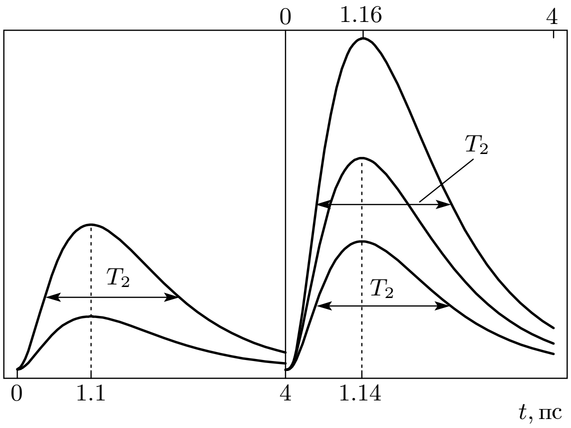


Рис. 3. Социркулярная поляризация. Сигналы вырожденного ЧВС ВР в образце с $T_2 = 2$ пс при возбуждении с $\Delta = 2.5$ мэВ и различными временами задержки. Сверху вниз: $T = 0$ пс, 0.5 пс и 1 пс (справа) и $T = -0.5$ пс и -1 пс (слева)

$(T_2 = 1/\gamma_x)$, а его временная полуширина равна $[\ln 2 - \ln(2-\sqrt{3})]/2\gamma_x \approx T_2$.

Чтобы учитывать эффект временной эволюции импульсов, проводим численный расчет на основе (36), полагая в (37) $\tau = 200$ фс. Вычисленные сигналы вырожденного ЧВС ($\Delta_1 = \Delta_2 \equiv \Delta$) для $T_2 = 2$ пс при различных T представлены на рис. 3. Видна некоторая зависимость положения пика сигналов от знака T: при $T < 0$ он приходится на момент t_0, как пик сигналов от ультракоротких импульсов, а при $T \geq 0$ — немного позже. Временная полуширина же сигналов как мера их протяженности с большой точностью остается равной T_2 независимо от величины и знака T. Это подтверждается и для различных значений T_2, как видно на рис. 4. Можно заметить, что с увеличением отношения τ/T_2 положение пика сигналов приближается к T_2, в то время как их полуширина всегда примерно равна T_2 в пределах когерентного режима $(\tau/T_2 < 1)$.

4.3. Перпендикулярно-линейная поляризация импульсов: проявление биэкситонных нелинейностей

Пусть $\lambda_1 = X$, $\lambda_2 = Y$. Из уравнения (25) для $A_{X\mathbf{k}}$ и аналогичного уравнения для $A_{Y\mathbf{k}}$ получаем уравнение для $A^{(3)}_{\lambda\mathbf{k}}$. Его компонента ЧВС $A^{(3)crl}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}$, имеющая поляризацию зондирующего им-

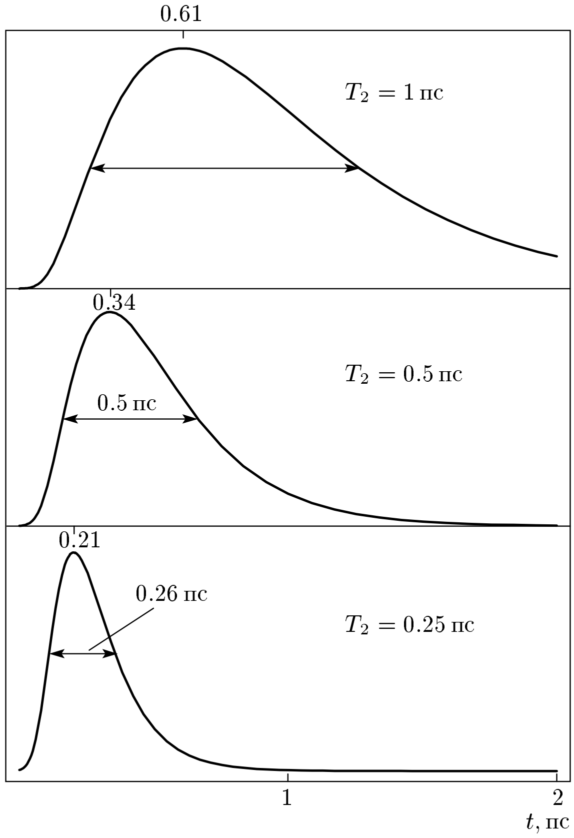


Рис. 4. Социркулярная поляризация. Форма сигнала вырожденного ЧВС ВР при возбуждении с $T = 0$ пс и $\Delta = 2.5$ мэВ при различных значениях времени фазовой релаксации

пульса, удовлетворяет уравнению

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[E_x - i\gamma_x]\right\} A^{(3)crl}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1} = \frac{2i}{\mathcal{N}\sqrt{5V}} A^{(1)+}_{\mathbf{k}_1} \times \times \left[|\mathcal{E}_b|\Phi^*_b B^{(2)}_{b,2\mathbf{k}_2} - \frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^\infty d^2p\, \mathcal{E}_p \Phi^*_{\mathbf{p}} B^{(2)}_{\mathbf{p},2\mathbf{k}_2}\right], \quad (40)$$

где уравнение для $B^{(2)}_{i,2\mathbf{k}_2}$ $(i = b, \mathbf{p})$ получается из (26), куда введен параметр биэкситонной дефазировки γ_{xx}:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[E_{ixx} - i\gamma_{xx}]\right\} B^{(2)}_{i,2\mathbf{k}_2} = -\frac{\omega_c \mathcal{N}}{\sqrt{3V}} \Phi_i A^{(1)}_{\mathbf{k}_2} C_{\mathbf{k}_2}. \quad (41)$$

Таким образом, при перпендикулярно-линейной поляризации импульсов сигнал ЧВС, распространяющийся в направлении $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, вызывается исключительно когерентной связью между биэкситоном, созданным накачкой, и экситоном, созданным зондирующим импульсом. ЧВС в этой конфигурации отражает свойства экситонной системы как системы с двумя типами когерентных состояний в виде экситонов и их коррелированных состояний — биэкситонов. Представив когерентное поле $B^{(2)}_{i,2\mathbf{k}_2}$, связанное с биэкситонным состоянием i, в форме

$$B^{(2)}_{i,2\mathbf{k}_2} = \sqrt{V} B^{(2)}_i(t) \exp[i(2\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - 2\omega_2 t)], \qquad (42)$$

найдем решение для биэкситонной амплитуды $B^{(2)}_i$ из (41). Подставив его вместе с (31) в решение уравнение (40), получим амплитуду сигнала ЧВС ВР:

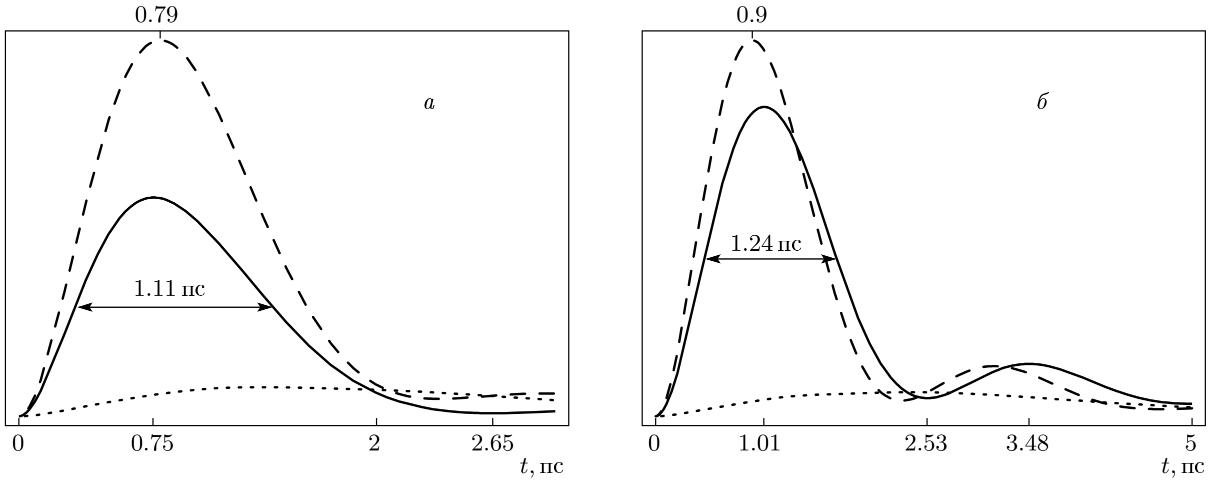
$$\begin{aligned} P^{(3)crl}(t,T) = \frac{2i\omega_c^3}{\sqrt{15}} \exp[-(i\Delta+\gamma_x)t] \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \exp(-\gamma_{xx}t') \Bigg\{ -|\mathcal{E}_b|\Phi_b^2 \exp(i|\mathcal{E}_b|t') \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \exp[i(\Delta_2 - |\mathcal{E}_b|) + \gamma_{xx} - \gamma_x]t'' E_2(t'') + \\ + \frac{1}{(2\pi)^2} \int\limits_0^{\infty} d^2p \mathcal{E}_p |\Phi_\mathbf{p}|^2 \exp(-i\mathcal{E}_p t') \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \exp[i(\Delta_2 + \mathcal{E}_p) + \gamma_{xx} - \gamma_x]t'' E_2(t'') \Bigg\} \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{t''} dt''' \exp[(i\Delta_2 + \gamma_x)t''']E_2(t''') \times \\ \times \int\limits_{-\infty}^{t'} dz \exp[(-i\Delta_1 + \gamma_x)z]E_1(z)^*. \qquad (43) \end{aligned}$$

Полученное общее выражение служит исходным пунктом для дальнейшего изучения когерентного ЧВС при перпендикулярно-линейной поляризации импульсов. Оно показывает, что наряду с временем фазовой релаксации сигнал ЧВС в этой конфигурации зависит от биэкситонных параметров системы, а именно, от скорости биэкситонной дефазировки и энергии связи связанного состояния. По этой причине будем называть его биэкситонным сигналом в отличие от экситонного при социркулярной поляризации. Амплитуда биэкситонного сигнала является суперпозицией двух амплитуд, $P_b^{(3)crl}(t,T)$ и $P_{sc}^{(3)crl}(t,T)$, представляющих вклад соответственно связанного состояния и состояний рассеяния двух экситонов в биэкситоне. Для их вычисления необходимо иметь конкретный вид биэкситонных волновых функций. Известно, что в импульсном пространстве волновые функции состояния рассеяния имеют вид $\Phi_\mathbf{p} = (2\pi)^2\delta(\mathbf{p}) + \chi_\mathbf{p}$ [35]. При приблизительном решении уравнения (18) с эффективным потенциалом Морзе находим для случая достаточного спектрального разрешения связанного состояния $\chi_\mathbf{p} \propto \sin(\pi/4 - b_0 p)/p^{3/2}$. Волновая функция связанного состояния при малых импульсах является постоянной: $\Phi_b = a_0|\mathcal{E}_b|a_x^2$. Здесь a_0 и b_0 — постоянные, определяемые вариационными параметрами. Для значения $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ, выбранного нами для дальнейшего численного анализа, $a_0 \approx 12.24$, а $b_0 \approx 4.42$. Условие достаточного спектрального разрешения связанного состояния в этом случае означает, что в рассматриваемых образцах $T_2 \geq 2$ пс. При таких временах фазовой релаксации импульсы с длительностью порядка сотни фемтосекунд, использованные в экспериментальных исследованиях, с достаточной степенью точностью можно рассматривать как δ-импульсы. Тогда амплитуды сигналов ЧВС, генерируемых соответственно связанным состоянием и состояниями рассеяния, выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} P^{(3)crl}_{b,\tau=0}(t,T) \propto \frac{|\mathcal{E}_b|\Phi_b^2}{\sqrt{15}} E_t E_p^2 \exp[-(i\Delta+\gamma_x)t] \times \\ \times \frac{\exp[(i|\mathcal{E}_b| - \gamma_{xx})t] - 1}{|\mathcal{E}_b| + i\gamma_{xx}} \times \\ \times \begin{cases} \exp[(i\Delta_1 - \gamma_x)T] & \text{при } T \geq 0, \\ \exp\{[i(2\Delta_2 - |\mathcal{E}_b|) + \gamma_{xx}]T\} & \text{при } T < 0, \end{cases} \qquad (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P^{(3)crl}_{sc,\tau=0}(t,T\geq 0) \propto \frac{1}{\sqrt{15}} E_t E_p^2 \times \\ \times \exp[(i\Delta_1 - \gamma_x)T] \exp[-(i\Delta+\gamma_x)t] \times \\ \times \frac{1}{2\mu_x} \int\limits_0^{\infty} d\varepsilon \frac{\exp[-(i\varepsilon + \gamma_{xx})]t] - 1}{(\varepsilon - i\gamma_{xx})^2} \times \\ \times \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - b_0\sqrt{\varepsilon - i\gamma_{xx}}\right), \qquad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P^{(3)crl}_{sc,\tau=0}(t,T<0) \propto \frac{1}{\sqrt{15}} E_t E_p^2 \exp[(2i\Delta_2 + \gamma_{xx})T] \times \\ \times \exp[-(i\Delta+\gamma_x)t] \times \\ \times \frac{1}{2\mu_x} \int\limits_0^{\infty} d\varepsilon \exp(i\varepsilon T) \frac{\exp[-(i\varepsilon + \gamma_{xx})]t] - 1}{(\varepsilon - i\gamma_{xx})^2} \times \\ \times \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - b_0\sqrt{\varepsilon - i\gamma_{xx}}\right). \qquad (46) \end{aligned}$$



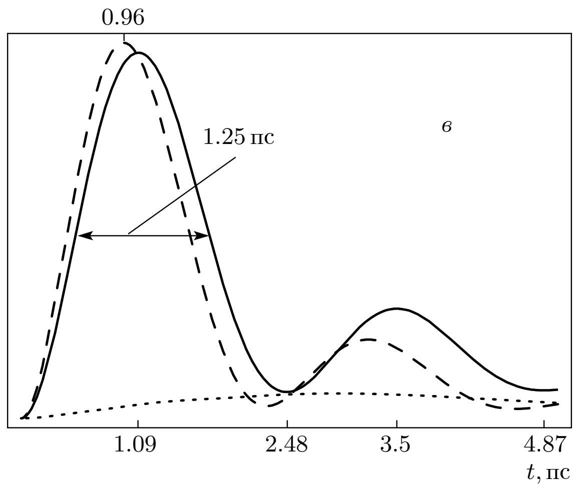


Рис. 5. Перпендикулярно-линейная поляризация. Форма сигнала ЧВС ВР и двух его компонент в образце с $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ ($2\pi/|\mathcal{E}_b| \approx 2.3$ пс) и $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1$ при различных значениях времени фазовой релаксации: *а* — $T_2 = 2$ пс, *б* — $T_2 = 3$ пс, *в* — $T_2 = 4$ пс. Сплошные линии изображают суммарный биэкситонный сигнал, а длинные и короткие штрихи — соответственно сигналы, генерируемые связанным состоянием и состояниями рассеяния биэкситона

Как следует из (44), сигнал $S_b^{crl}(t,T) \propto \propto |P_{b,\tau=0}^{(3)crl}(t,T)|^2$ является периодической функцией времени в форме осцилляций с убывающей амплитудой. Это квантовые биения, или нутации, свойственные системе с близко расположенными по энергии состояниями, одновременно возбуждающимися под действием излучения. В данном случае биения связаны с периодической взаимной конверсией экситонного и связанного биэкситонного состояний, генерируемых импульсом накачки. При хорошем спектральном разрешении связанного биэкситонного состояния ($|\mathcal{E}_b|/(\gamma_x + \gamma_{xx}) \gg 1$) период осцилляций можно рассматривать как постоянную величину, равную $2\pi/|\mathcal{E}_b|$. В общем же случае он меньше $2\pi/|\mathcal{E}_b|$ и уменьшается со временем. На рис. 5 видно, что при разных значениях T_2 структура этого сигнала $S_b^{crl}(t,T)$ (длинные штрихи) зависит от соотношения между T_2 и $2\pi/|\mathcal{E}_b|$: при T_2 меньше или порядка $2\pi/|\mathcal{E}_b|$ сигнал фактически состоит из одной осцилляции. При T_2 больше $2\pi/|\mathcal{E}_b|$ он состоит из нескольких осцилляций с убывающей глубиной. Абсолютная протяженность первой, главной осцилляции сигнала немного меньше $2\pi/|\mathcal{E}_b|$, а ее полуширина меньше $\pi/|\mathcal{E}_b|$. Что касается сигнала $S_{sc}^{crl}(t,T) \propto |P_{sc,\tau=0}^{(3)crl}(t,T)|^2$, численный расчет на основе (45), (46) показывает, что вклад в него вносят только состояния с энергией корреляции $\mathcal{E}_p$, расположенные относительно близко к уровню связанного состояния. Для рассматриваемого значения $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ только состояния с $\mathcal{E}_p < 5$ мэВ дают вклад. Короткие штрихи на рис. 5 показывают, что в отличие от $S_b^{crl}(t,T)$ сигнал $S_{sc}^{crl}(t,T)$ бесструктурен и по форме напоминает экситонный сигнал. Его роль в ЧВС зависит от отношений γ_{xx}/γ_x и $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$, определяющих относительную скорость биэкситонной дефазировки по отношению к экситонной и спектральное разрешение связанного состояния. При $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1$ средняя

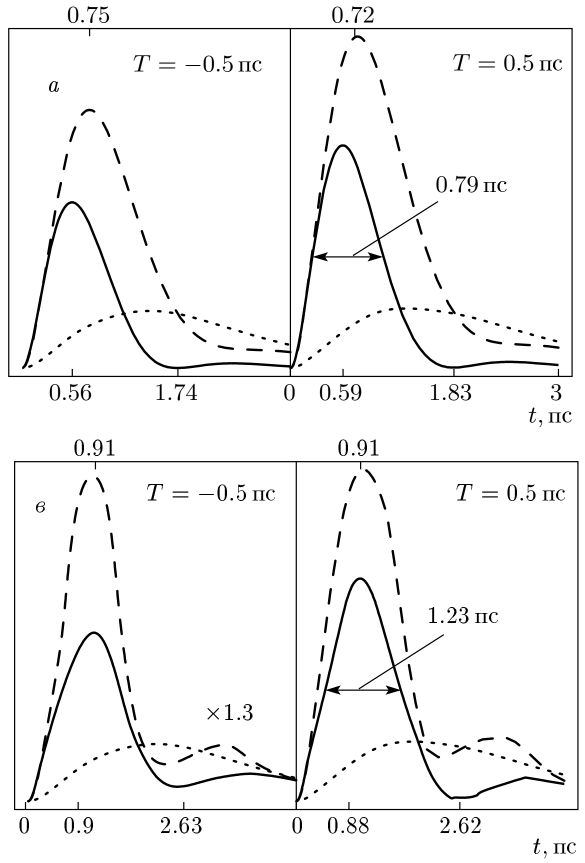


Рис. 6. Перпендикулярно-линейная поляризация. Форма сигнала ЧВС ВР и двух его компонент при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 2$. Обозначение линий как на рис. 5

интенсивность $S_{sc}^{crl}(t,T)$ на один–полтора порядка меньше интенсивности S_b^{crl} в его максимуме. Следовательно, в этом случае суммарный сигнал $S^{crl}(t,T) \propto |P_{b,\tau=0}^{(3)crl}(t,T) + P_{sc,\tau=0}^{(3)crl}(t,T)|^2$ можно рассматривать как сигнал $S_b^{crl}(t,T)$, видоизмененный из-за влияния непрерывного спектра. Это влияние приводит к уменьшению интенсивности в первой, главной осцилляции сигнала, а также к увеличению его протяженности благодаря уширению первой и усилению второй осцилляций. Влияние непрерывного спектра уменьшается с увеличением его спектрального отделения от связанного состояния. Как видно на рис. 5*в*, при $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x \gg 1$ отличие сигнала $S_{TR}^{crl}(t,T)$ от его составляющей $S_b^{crl}(t,T)$ заключается только в некотором смещении во времени и увеличении интенсивности в его конечной части. По форме и интенсивности главной осцилляции $S_{TR}^{crl}(t,T)$ почти не отличается от $S_b^{crl}(t,T)$.

С увеличением относительной скорости биэкситонной дефазировки интенсивность $S_{sc}^{crl}(t,T)$ мало изменяется, а интенсивность $S_b^{crl}(t,T)$ убывает. В итоге относительный вклад состояний рассеяния в ЧВС увеличивается. На рис. 6 видно, что при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 2$ суммарный сигнал сильно отличается от $S_b^{crl}(t,T)$, особенно по форме. Сильное влияние состояний рассеяния делает сигнал ЧВС скоротечным, его характерные черты в виде квантовых биений исчезают. Временная полуширина сигнала в этом случае составляет всего какую-то долю времени фазовой релаксации.

Как явствует из (44)–(46), зависимость биэкситонного сигнала от времени задержки T при $T > 0$ определяется экситонной скоростью дефазировки, а при $T < 0$ — биэкситонной. Это связано с разной природой сигнала при разных знаках T. Действительно, при $T > 0$ биэкситонный сигнал представляет собой меру количества когерентности, которое экситон от зондирующего импульса несет в себе в момент прихода накачки. При $T < 0$ биэкситонный сигнал отражает истинную биэкситонную когерентность — ту, которая содержится в биэкситоне, созданном накачкой, в момент прихода зондирующего импульса. В результате разница в интенсивности биэкситонного сигнала при равных по величине, но противоположных по знаку T, зависит от γ_{xx}/γ_x. Как показывает рис. 6, при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 2$ она зави-

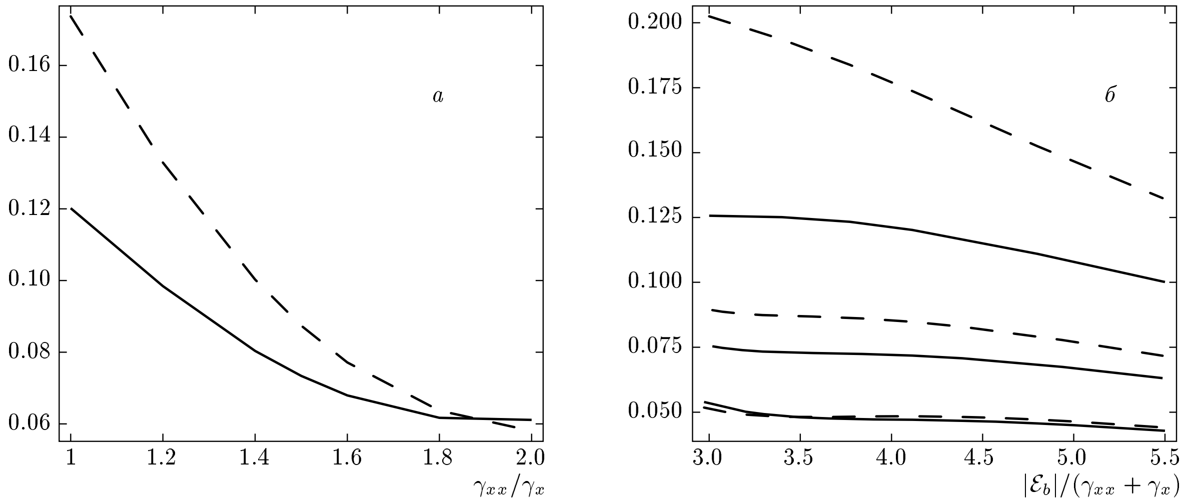


Рис. 7. Относительная интенсивность сигналов ЧВС ВР при перпендикулярно-линейной и социркулярной поляризациях в образце с Ry $= 10$ мэВ и $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ как функция γ_{xx}/γ_x при $T_2 = 3$ пс (*а*) и $|\mathcal{E}_b|/(\gamma_{xx}+\gamma_x)$ при разных значениях γ_{xx}/γ_x (*б*). Сверху вниз: $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1$, 1.5 и 2. Сплошные линии представляют случай $T \geq 0$, а штриховые — $T = -0.5$ пс

сит также от $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$. Это объясняется тем, что в этом случае вклад состояний рассеяния, зависящий от $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$, играет большую роль.

Естественно, параметры образца γ_{xx}/γ_x и $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$, определяющие поведение биэкситонного сигнала, определяют также относительную интенсивность $S^{crl}(t,T)$ при его максимуме по отношению к максимальному значению экситонного сигнала $S^{cc}(t,T)$. Рисунок 7 показывает эту относительную интенсивность как функцию γ_{xx}/γ_x при заданном $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$ и как функцию $|\mathcal{E}_b|/(\gamma_x+\gamma_{xx})$ при определенных γ_{xx}/γ_x. Относительная интенсивность увеличивается, как следовало ожидать, с уменьшением скорости дефазировки биэкситона. Из (39), (44)–(46) видно, что при $T \geq 0$ она не зависит от величины времени задержки. Ее величина, как показывают сплошные линии, колеблется в пределах от сотых до десятой доли единицы. При $T < 0$ относительная интенсивность зависит от T приблизительно как $\exp[(\gamma_{xx}-2\gamma_x)T]$. Следовательно, для $\gamma_{xx}/\gamma_x < 2$ ее значения при любом $T < 0$ больше, чем при $T \geq 0$. Для $\gamma_{xx}/\gamma_x = 2$ некоторая зависимость относительной интенсивности от T при $T < 0$ все еще существует, потому что кроме экспоненциального множителя, интеграл в правой части (46) также зависит от T. Видно, что эта зависимость крайне слаба.

4.4. Параллельно-линейная поляризация импульсов: комбинированные экситонные и биэкситонные нелинейности

Пусть $\lambda_1 = \lambda_2 = X$. Из формулы (25) получаем уравнение для $A^{(3)col}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1}$ в виде

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[E_x - i\gamma_x]\right\} A^{(3)col}_{2\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1} = = -i\frac{9U^{ex}}{16V}\left(A^{(1)}_{\mathbf{k}_2}\right)^2 A^{(1)+}_{\mathbf{k}_1} + + \frac{2i}{\mathcal{N}\sqrt{5V}} A^{(1)+}_{\mathbf{k}_1}\left[|\mathcal{E}_b|\Phi_b B^{(2)}_{b,2\mathbf{k}_2} - - \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_0^\infty d^2p\,\mathcal{E}_\mathbf{p}\Phi^*_\mathbf{p} B^{(2)}_{\mathbf{p},2\mathbf{k}_2}\right]. \quad (47)$$

Таким образом, в ЧВС при параллельно-линейной конфигурации проявляются как экситонные, так и биэкситонные нелинейности. Сравнение (47) с (40) и (34) показывает, что амплитуда сигнала при параллельно-линейной поляризации представляет собой сумму амплитуд экситонного и биэкситонного сигналов:

$$P^{(3)col}(t,T) = P^{(3)cc}(t,T) + P^{(3)crl}(t,T). \quad (48)$$

Мы видели на рис. 7, что при относительно быстрой дефазировке биэкситона максимальная интенсивность биэкситонного сигнала при $T \geq 0$ самое боль-

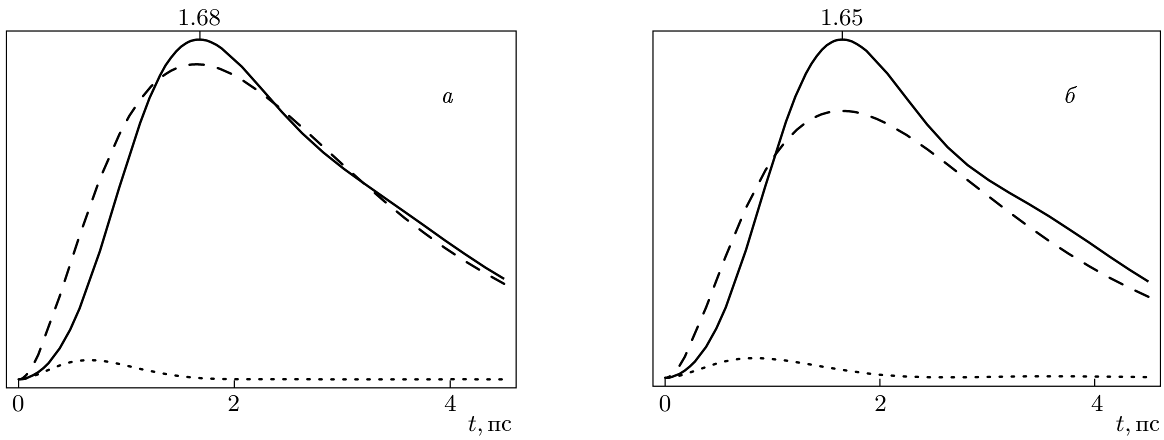


Рис. 8. Сигнал ЧВС ВР при параллельно-линейной поляризации (сплошные линии) и его экситонная (длинные штрихи) и биэкситонная (короткие штрихи) компоненты в образце с Ry $= 10$ мэВ, $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ, $T_2 = 3$ пс при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 2$ (*а*) и $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1.5$ (*б*); $T \geq 0$

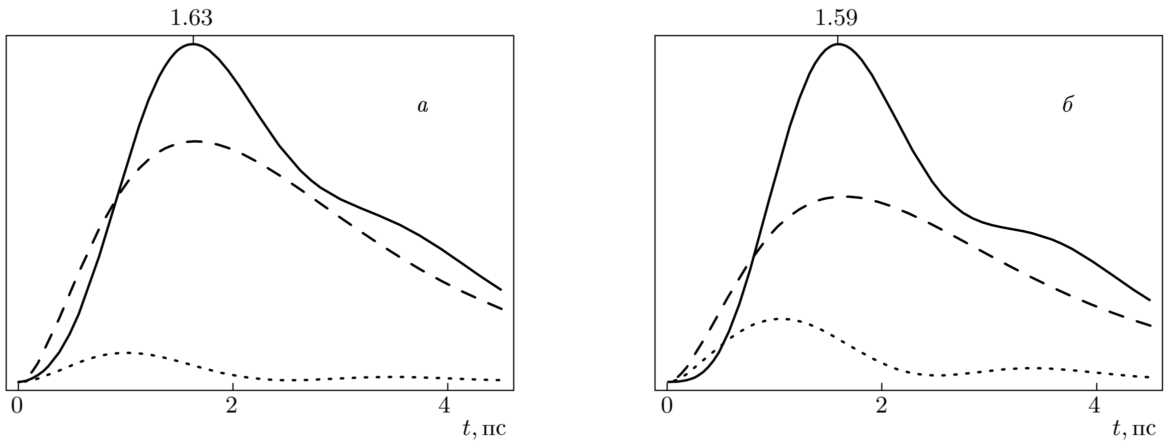


Рис. 9. То же самое, что на рис. 8, при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1$ и $T = 0$ (*а*) и $T = -1.5$ пс (*б*)

шее на порядок меньше средней интенсивности экситонного. Поэтому сигнал при параллельно-линейной поляризации в этом случае определяется главным образом экситонным сигналом. Это хорошо видно на рис. 8, на котором представлен сигнал ЧВС от ультракоротких импульсов $S^{col}(t,T) \propto |P^{(3)col}_{\tau=0}(t,T)|^2$ вместе с двумя его компонентами для двух значений $\gamma_{xx}/\gamma_x > 1$. Биэкситонный сигнал со своей характерной структурой может оставить какой-то след в форме сигнала $S^{col}(t,T)$ только при $\gamma_{xx}/\gamma_x \approx 1$ и лучше при $T < 0$, когда относительная интенсивность биэкситонной компоненты по отношению к интенсивности экситонной больше (рис. 9*б*). Особенно биэкситонные черты в виде модуляций хорошо видны при относительно больших T_2, при этом по мере увеличения значения отрицательного времени задержки они становятся более четкими (рис. 10*б, в*). Следует отметить, что это происходит за счет уменьшения интенсивности экситонного сигнала, поэтому интенсивность $S^{col}(t,T)$ при этом убывает.

5. ВЫВОДЫ

В поле квазирезонансного лазерного излучения в прямозонном полупроводнике с дипольно-разрешенными переходами создается система электрон-дырочных пар, многочастичные корреляции в которой определяют нелинейно-оптический отклик полупроводника. В данной работе предложено

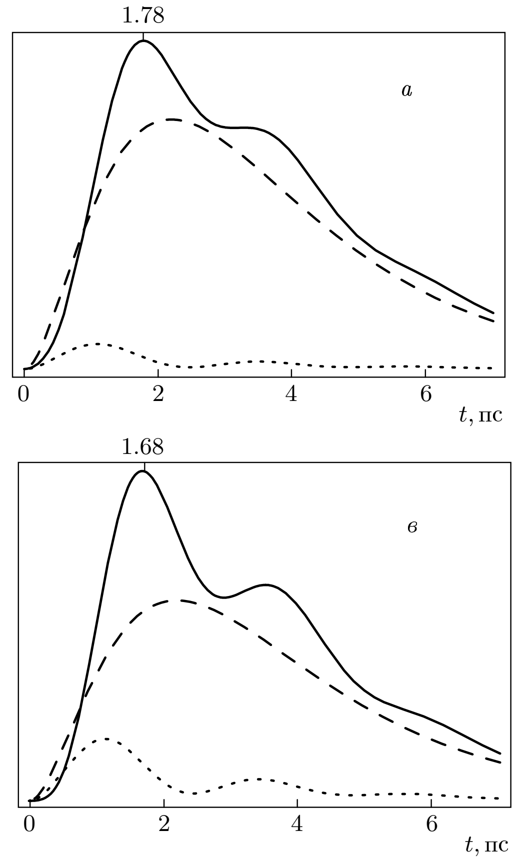


Рис. 10. Сигнал ЧВС ВР при параллельно-линейной поляризации (сплошные линии) и его экситонная (длинные штрихи) и биэкситонная (короткие штрихи) компоненты в образце с $\mathrm{Ry} = 10$ мэВ, $|\mathcal{E}_b| = 1.8$ мэВ, $T_2 = 4$ пс и $\gamma_{xx}/\gamma = 1$ при возбуждении с $T = 0$ (*а*), $T = -1$ пс (*б*) и $T = -2$ пс (*в*)

описывать эти корреляции в рамках экситон-бозонного формализма. Состояние полупроводника в нелинейном режиме представляется в виде разложения по полной системе экситонных состояний как его квазибозонных квазисобственных состояний в линейном режиме. Разложение осуществляется через преобразование бозонизации электрон-дырочного гамильтониана, которое впервые осуществлено со строгим учетом зависимости состояний квазичастиц от ориентаций их угловых моментов. Разработка экситонного гамильтониана в слабонелинейном режиме проиллюстрирована на примере системы экситонов ТД в широко исследуемых квантовых ямах GaAs. Показано, что кулоновские двухэкситонные корреляции включают в себя две компоненты: эффективное отталкивание между экситонами с отличным от нуля значением суммарного спина и эффективное притяжение между экситонами с нулевым суммарным спином. При пренебрежении спинами экситонов или использовании ПХФ пропадает последняя, спин-меняющая компонента, ответственная за существование биэкситона и биэкситонные нелинейности.

Выведены гейзенберговские уравнения движения, описывающие динамику экситон-биэкситонной системы в когерентном режиме. Из уравнения для экситонных операторов, в частности, следует, что биэкситонные нелинейности обусловливаются связью с экситоном всех биэкситонных состояний, как связанных, так и состояний рассеяния. Таким образом, проведенный в работе явный теоретико-групповой расчет подтверждает утверждение авторов работы [41] о несостоятельности феноменологической биэкситонной теории. В ней экситон и биэкситон рассматриваются как независимые бозоны, а биэкситонные нелинейности считаются обусловленными связью основного связанного биэкситонного состояния с полем излучения.

Возможности предложенного общего подхода продемонстрированы при описании поляризационной зависимости когерентного ЧВС в квантовых ямах GaAs. Благодаря тому что двухэкситонные корреляции описываются с должным учетом и спина, и волнового вектора экситонов и фотонов, механизм ЧВС в каждой поляризационной конфигурации очевиден из уравнения движения для индуцированного когерентного экситонного поля. Поскольку при социркулярной поляризации импульсов отсутствует биэкситон, этим механизмом является межэкситонное отталкивание. При перпендикулярно-линейной поляризации им является экситон-биэкситонная связь, так как правило отбора по волновым векторам ЧВС исключает компоненту межэкситонного отталкивания. Только при параллельно-линейной поляризации обе компоненты кулоновских корреляций совместно генерируют ЧВС. Таким образом, поляризационная зависимость когерентного ЧВС происходит оттого, что две компоненты двухэкситонных корреляций могут проявляться в отдельности или вместе в различных поляризационных конфигурациях.

Получены общие выражения для амплитуды сигналов ЧВС ВР в трех упомянутых поляризационных конфигурациях. Они служат основой для детального изучения когерентного ЧВС в разных образцах при различных экспериментальных условиях. Проведен анализ характеристик сигнала ЧВС в каждой поляризационной конфигурации с помощью аналитических функций, полученных в пределе ультракоротких импульсов. Выяснено, что форма сигнала ЧВС ВР в социркулярной конфигурации определяется исключительно временем фазовой релаксации экситонной системы: полуширина сигнала равна T_2, а временное отделение пика сигнала от его начала равно $t_0 \approx 0.55T_2$. Дополнительным численным расчетом с учетом конечной длительности импульсов τ выявлено, что при $T \geq 0$ положение пика сигнала сдвигается в сторону T_2 при увеличении отношения τ/T_2. В перпендикулярно-линейной конфигурации сигнал ЧВС ВР зависит от T_2 только через параметры γ_{xx}/γ_x и $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$, определяющие относительную скорость биэкситонной дефазировки и спектральное разрешение связанного состояния. Биэкситонный сигнал является суперпозицией двух сигналов, представляющих соответственно вклады связанного состояния и состояний рассеяния двух экситонов в биэкситоне. При равных скоростях биэкситонной и экситонной дефазировки и хорошем спектральном разрешении связанного состояния вклад состояний рассеяния сравнительно мал. В таком случае биэкситонный сигнал представляет собой осцилляции с убывающей амплитудой, период которых определяется главным образом величиной энергии связи связанного состояния. В частности, протяженность главной осцилляции сигнала приблизительно равна $2\pi/|\mathcal{E}_b|$, а временное разделение между началом сигнала и положением его максимума — $\pi/|\mathcal{E}_b|$. Относительная интенсивность биэкситонного сигнала по сравнению с экситонным также зависит от γ_{xx}/γ_x и $|\mathcal{E}_b|/\gamma_x$, а при $T < 0$ еще от T. Ее наибольшее значение, которое достигается при $\gamma_{xx}/\gamma_x = 1$, при $T \geq 0$ составляет приблизительно 0.1. Поскольку сигнал ЧВС при параллельно-линейной поляризации является суперпозицией экситонного и биэкситонного сигналов, при $T \geq 0$ и $\gamma_{xx}/\gamma_x > 1$ он определяется в основном экситонным сигналом. Что касается биэкситонных характерных черт в форме осцилляций, на фоне экситонного сигнала они могут проявляться только в образцах с $T_2 > 2\pi/|\mathcal{E}_b|$ и медленной биэкситонной дефазировкой, и лучше при возбуждении с отрицательным временем задержки.

Для прозрачности изложения при разработке экситонного гамильтониана в разд. 3 и применении выведенных там гейзенберговских уравнений движения к изучению когерентного ЧВС в разд. 4 мы ограничились экситонами ТД основного состояния. Это оказалось достаточным для получения качественной картины поляризационной зависимости ЧВС. На практике, однако, спектральная ширина субпикосекундных импульсов не мала, и неизбежным следствием этого является появление экситонов ЛД. Их включение в рассмотрение необходимо для количественного объяснения экспериментальных наблюдений. С помощью общих формул, полученных в разд. 2, и элементарных положений теории групп, это не представляет проблемы в принципе.

Автор выражает благодарность В. С. Лебедеву за ряд замечаний и рекомендаций, а также В. А. Зубову и А. Д. Кудрявцевой за постоянный интерес к работе и поддержку. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16482) и в рамках программы «Фундаментальная спектроскопия» ФЦНТП Минпромнауки.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Wegener, D. S. Chemla, S. Schmitt-Rink, and W. Schäfer, Phys. Rev. A **42**, 5675 (1990).
2. M. Lindberg and S. W. Koch, Phys. Rev. B **38**, 3342 (1988).
3. J. Shah, *Ultrafast Spectroscopy of Semiconductors and Semiconductor Nanostructures*, Springer, Heidelberg (1999).
4. R. Eccleston, J. Kuhn, Bennhard, and P. Thomas, Sol. St. Comm. **86**, 93 (1993).
5. H. Wang, K. B. Ferrio, D. G. Steel et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 1261 (1993).

6. Y. Z. Hu, R. Binder, S. W. Koch et al., Phys. Rev. B **49**, 14382 (1994).

7. T. Saiki, M. Kuwata-Gonokami, T. Matsusue, and H. Sakaki, Phys. Rev. B **49**, 7817 (1994).

8. D. J. Lovering, R. T. Phillips, G. J. Denton, and G. W. Smith, Phys. Rev. Lett. **68**, 1880 (1992).

9. E. J. Mayer, G. O. Smith, V. Heuckeroth et al., Phys. Rev. B **50**, 14730 (1994).

10. H. P. Wagner, A. Schätz, W. Langbein et al., Phys. Rev. B **60**, 4454 (1999).

11. J. Ishi, H. Kunugita, K. Ema et al., Phys. Rev. B **63**, 073303 (2001).

12. Y. Z. Hu, R. Binder, and S. W. Koch, Phys. Rev. B **47**, 15679 (1993).

13. V. M. Axt and A. Stahl, Z. Phys. B **93**, 175 (1994).

14. M. Linberg, Y. Z. Hu, R. Binder, and S. W. Koch, Phys. Rev. B **50**, 18060 (1994).

15. W. Schäfer, D. S. Kim, J. Shah et al., Phys. Rev. B **53**, 16429 (1996).

16. Th. Östreich, K. Schönhammer, and L. J. Sham, Phys. Rev. B **58**, 12920 (1998).

17. Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов, ЖЭТФ **54**, 978 (1968).

18. E. Hanamura, J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 1545 (1974).

19. T. Usui, Progr. Theor. Phys. **23**, 787 (1960).

20. M. I. Sheboul and W. Ekardt, Phys. Stat. Sol. B **73**, 165 (1976).

21. H. Stolz, R. Zimmermann and G. Ropke, Phys. Stat. Sol. B **105**, 585 (1981).

22. T. Hiroshima, Phys. Rev. B **40**, 3862 (1989).

23. G. Rochat, C. Ciuti, V. Savona et al., Phys. Rev. B **61**, 13856 (2000).

24. A. R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, Princeton University Press, Princeton (1957).

25. H. Haug and S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*, World Scientific, Singapore (1993).

26. Л. В. Келдыш, О. В. Константинов, В. И. Перель, ФТП **3**, 1042 (1969).

27. Б. П. Захарченя, Д. Н. Мирлин, В. И. Перель, И. С. Решина, УФН **136**, 459 (1982).

28. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).

29. M. Shinada and S. Sugano, J. Phys. Soc. Jpn. **21**, 66 (1966).

30. М. Хамермеш, *Теория групп*, УРСС, Москва (2002), с. 442.

31. J. R. Kuklinski and S. Mukamel, Phys. Rev. B **42**, 2959 (1990).

32. D. S. Kim, J. Shah, T. S. Damen et al., Phys. Rev. B **50**, 15086 (1994).

33. Hoang Ngoc Cam, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 1049 (2005).

34. Hoang Ngoc Cam, Phys. Rev. B **55**, 10487 (1997).

35. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1974), разд. 45, гл. XVII.

36. Л. В. Келдыш, в *Проблемы теоретической физики*, Наука, Москва (1972), с. 433.

37. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **63**, 1447 (1972).

38. С. А. Москаленко, М. Ф. Миглей, М. И. Шмиглюк и др., ЖЭТФ **64**, 1768 (1973).

39. D. Hulin and M. Joffre, Phys. Rev. Lett. **65**, 3425 (1990).

40. П. И. Хаджи, С. А. Москаленко, С. Н. Белкин, Письма в ЖЭТФ **29**, 223 (1979).

41. А. Л. Иванов, Л. В. Келдыш, В. В. Панащенко, ЖЭТФ **99**, 641 (1991).

42. A. I. Bobrysheva, V. T. Zyukov, and S. A. Moskalenko, Phys. Stat. Sol. B **105**, K45 (1981).

43. G. F. Koster, J. O. Dimmock, R. G. Wheeler, and H. Statz, *Properties of the Thirty–two Point Groups*, MIT, Cambridge (1963).

44. A. Bonnot, R. Planel, and C. Benoit a La Guillaume, Phys. Rev. B **9**, 690 (1974).

45. T. Yajima and Y. Taira, J. Phys. Soc. Jpn. **47**, 1620 (1979).