

ЭФФЕКТЫ ФАЗОВОЙ ПАМЯТИ В СПЕКТРОСКОПИИ ПРОБНОГО ПОЛЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ МАЛЫХ ЧАСТОТАХ СТОЛКНОВЕНИЙ

А. И. Пархоменко*, А. М. Шалагин**

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 18 октября 2005 г.

Теоретически исследован спектр поглощения (усиления) слабого зондирующего поля двухуровневыми атомами, находящимися в сильном резонансном лазерном поле и испытывающими столкновения с атомами буферного газа. Анализ проведен для случая малых частот столкновений по сравнению с доплеровской шириной линии поглощения (низкое давление газа) и с учетом произвольного изменения фазы наведенного излучением дипольного момента при упругих столкновениях частиц газа. Обнаружено, что эффекты фазовой памяти приводят к очень сильной качественной и количественной трансформации спектра пробного поля даже при редких столкновениях, когда известный механизм Дике проявления эффектов фазовой памяти (устранение доплеровского уширения из-за ограничения пространственного перемещения частиц столкновениями) не работает. Сильное влияние эффектов фазовой памяти на спектральные резонансы при низких давлениях газа обусловлено тем, что сохраняющие фазу столкновения изменяют зависимость от скорости парциального показателя преломления $n(\mathbf{v})$ (показателя преломления для частиц, движущихся со скоростью \mathbf{v}).

PACS: 42.50.Gy, 42.50.Hz, 42.62.Fi

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что в газах упругие столкновения частиц иногда вместо уширения приводят к сужению спектральных линий (эффект сужения Дике) [1–3]. Такая ситуация возможна в том случае, когда уровни, затронутые излучением, возмущаются столкновениями одинаковым образом. При этом не происходит столкновительного сдвига частоты перехода, так что при столкновениях сохраняется фаза наведенного излучением дипольного момента. Физическая сущность эффекта сужения состоит в том, что столкновения с фазовой памятью, не вызывая ударного уширения линии, ограничивают пространственное перемещение частиц и тем самым устраняют неоднородное доплеровское уширение. Сужение максимально при достаточно больших давлениях газа, когда частота ν_{tr} упругих столкновений превышает доплеровскую ширину линии $k\nu_T$

($\nu_{tr} \gg k\nu_T$, при этом длина свободного пробега частиц $\ell = \nu_T/\nu_{tr} \ll \lambda/2\pi$, здесь k — величина волнового вектора излучения, ν_T — наиболее вероятная скорость резонансных частиц, λ — длина волны излучения) [1, 2]. При низких давлениях, когда частота столкновений мала по сравнению с доплеровской шириной ($\nu_{tr} \ll k\nu_T$), ширина линии близка к доплеровской.

Для спектров пробного поля¹⁾ двухуровневых частиц условие проявления эффектов фазовой памяти по механизму Дике (устранение доплеровского уширения из-за ограничения пространственного перемещения частиц столкновениями, сохраня-

¹⁾ Метод пробного поля является одним из основных и эффективных методов современной нелинейной спектроскопии. В его основе лежит «зондирование» слабым (пробным) полем структуры состояний частиц, возмущенных другим сильным полем [1, 2, 4]. Метод пробного поля широко используется в эксперименте для исследования столкновительных процессов в газе и плазме, определения спектроскопических характеристик атомов и молекул, изучения взаимодействия частиц с мощным лазерным излучением.

*E-mail: par@iae.nsk.su

**E-mail: shalagin@iae.nsk.su

ющими фазу осциллятора) аналогично: частота столкновений должна превышать доплеровскую ширину линии [5]. В спектрах пробного поля трехуровневых частиц возможно проявление нелинейно-спектроскопического аналога эффекта Дике при частотах столкновений, превышающих модуль разности доплеровских ширин смежных переходов, затронутых излучениями ($\nu_{tr} \gg |k - k_\mu|v_T$, где k и k_μ — величины волновых векторов сильного и пробного излучений) [2, 6]. Однако и в этом случае при достаточно низких давлениях газа (при $\nu_{tr} \ll |k - k_\mu|v_T$) эффект Дике отсутствует.

По существующим представлениям сложилось мнение, что эффекты фазовой памяти при низких давлениях газа не могут играть сколько-нибудь значительной роли в нелинейной спектроскопии. Действительно, механизм Дике проявления эффектов фазовой памяти (ограничение пространственного перемещения частиц столкновениями) при низких давлениях не работает, так как в этом случае длина свободного пробега частиц много больше длины волны излучения. Оказывается, однако, что кроме механизма Дике существует еще один нетривиальный механизм влияния эффектов фазовой памяти на контур спектральных резонансов. Этот механизм проявляется в спектрах пробного поля и обусловлен тем, что сохраняющие фазу столкновения изменяют зависимость недиагонального элемента матрицы плотности (когерентности) $\rho_{mn}(\mathbf{v})$ от скорости \mathbf{v} резонансных частиц. Влияние эффектов фазовой памяти на спектр пробного поля через изменение зависимости $\rho_{mn}(\mathbf{v})$ наиболее ярко и сильно проявляется при низких давлениях газа ($\nu_{tr} \ll kv_T$), когда эффект сужения Дике отсутствует.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию неизвестного ранее механизма влияния эффектов фазовой памяти на контур спектральных резонансов через изменение зависимости $\rho_{mn}(\mathbf{v})$. В работе теоретически исследован спектр поглощения (усиления) пробного поля двухуровневыми атомами, находящимися в сильном резонансном лазерном поле и испытывающими столкновения с атомами буферного газа. Рассмотрен случай селективного по скоростям взаимодействия атомов с излучением, соответствующий малым частотам столкновений по сравнению с доплеровской шириной линии поглощения ($\nu_{tr} \ll kv_T$). Учет эффектов фазовой памяти при малых частотах столкновений, казалось бы, должен приводить лишь к небольшим поправкам для спектра пробного поля. Тем не менее оказывается, что именно в случае $\nu_{tr} \ll kv_T$ учет эффектов фазовой памяти совершенно необходим, так как он при-

водит к неожиданно резкой качественной и количественной трансформации спектра пробного поля.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим газ двухуровневых поглощающих частиц, находящихся в смеси с буферным газом. Столкновениями между поглощающими частицами пренебрежем, полагая концентрацию N_b буферного газа много большей концентрации N поглощающего газа. Пусть на двухуровневые частицы воздействует внешнее электромагнитное поле \mathcal{E} , представленное сильной и слабой бегущими волнами, резонансными переходу $m - n$ между основным n и возбужденным m уровнями:

$$\mathcal{E} = \text{Re} \left\{ \mathbf{E} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + \mathbf{E}_\mu \exp(i\mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{r} - i\omega_\mu t) \right\}. \quad (1)$$

Величины с индексом μ характеризуют слабое (пробное) поле; ω , ω_μ и \mathbf{k} , \mathbf{k}_μ — частоты и волновые векторы соответствующих волн. В резонансном приближении взаимодействие излучения с двухуровневыми частицами описывается следующими кинетическими уравнениями для матрицы плотности [1]:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d}{dt} + \Gamma_m \right] \rho_m(\mathbf{v}) &= \\ &= S[\rho_m(\mathbf{v})] - 2 \text{Re} \left\{ i[G^* + G_\mu^* e^{-i\varphi}] \rho_{mn}(\mathbf{v}) \right\}, \\ \frac{d}{dt} \rho_n(\mathbf{v}) &= \Gamma_m \rho_m(\mathbf{v}) + S[\rho_n(\mathbf{v})] + \\ &+ 2 \text{Re} \left\{ i[G^* + G_\mu^* e^{-i\varphi}] \rho_{mn}(\mathbf{v}) \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d}{dt} + \frac{\Gamma_m}{2} - i(\Omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \right] \rho_{mn}(\mathbf{v}) &= \\ &= S[\rho_{mn}(\mathbf{v})] + i[G + G_\mu e^{i\varphi}] [\rho_n(\mathbf{v}) - \rho_m(\mathbf{v})], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \varphi &= \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \varepsilon t, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}, \\ \varepsilon &= \omega_\mu - \omega, \quad \Omega_0 = \omega - \omega_{mn}, \\ G &= \frac{d_{mn}E}{2\hbar}, \quad G_\mu = \frac{d_{mn}E_\mu}{2\hbar}, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \end{aligned} \quad (3)$$

$\rho_i(\mathbf{v})$ — распределение частиц по скоростям на уровне i ($i = m, n$); $S[\rho_i(\mathbf{v})]$ и $S[\rho_{mn}(\mathbf{v})]$ — интегралы столкновений; Γ_m — скорость спонтанного распада возбужденного уровня m ; d_{mn} — матричный

элемент дипольного момента перехода $m - n$; ω_{mn} — частота перехода $m - n$.

Для интегралов столкновений в уравнениях (2) будем использовать модель сильных столкновений [1]:

$$\begin{aligned} S[\rho_i(\mathbf{v})] &= -\nu_i \rho_i(\mathbf{v}) + \nu_i \rho_i W(\mathbf{v}), \\ \rho_i &\equiv \int \rho_i(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad i = m, n, \\ S[\rho_{mn}(\mathbf{v})] &= -\nu \rho_{mn}(\mathbf{v}) + \tilde{\nu} \rho_{mn} W(\mathbf{v}), \\ \rho_{mn} &\equiv \int \rho_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $W(\mathbf{v})$ — максвелловское распределение по скоростям; ν_m и ν_n — частоты столкновений поглощающих частиц в возбужденном m и основном n состояниях с буферными частицами; ν и $\tilde{\nu}$ — «недиагональные» частоты «ухода» и «прихода», являющиеся в общем случае комплексными величинами. Величины ν_i ($i = m, n$) связаны соотношением $D_i = v_T^2 / 2\nu_i$ с коэффициентом диффузии D_i частиц в состоянии i , где v_T — наиболее вероятная скорость поглощающих частиц [7]. Частота сильных столкновений ν_i выступает в качестве так называемой транспортной частоты столкновений. Случаю отсутствия фазовой памяти при столкновениях соответствует

$$\tilde{\nu} = 0. \quad (5)$$

В случае полной фазовой памяти при столкновениях частоты ухода ν и прихода $\tilde{\nu}$ вещественны и равны между собой [1]:

$$\tilde{\nu} = \nu = \nu_m = \nu_n \equiv \nu_{tr}, \quad (6)$$

где ν_{tr} — транспортная частота столкновений.

Далее ради упрощения задачи ограничимся рассмотрением случая слабого различия транспортных частот столкновений:

$$\frac{|\nu_m - \nu_n|}{\nu_n} \ll 1. \quad (7)$$

При этом условии частоты столкновений ν_m, ν_n можно заменить на среднюю транспортную частоту

$$\bar{\nu} = \frac{\nu_m + \nu_n}{2}. \quad (8)$$

Отметим, что в рамках условия (7) можно рассматривать столкновения любых типов: как сохраняющих фазу наведенного излучением дипольного момента, так и вызывающих сильный сбой фазы. Действительно, оценки в модели взаимодействия твердых сфер показывают, что эффекты фазовой памяти могут проявляться при условии достаточно слабого различия транспортных частот столкновений, не

превышающего нескольких процентов [5]. Условие же (7) выполняется и при различии частот столкновений на 10–15%, когда столкновения вызывают заведомо сильный сбой фазы атомного осциллятора.

Решение уравнений (2) ищем в виде

$$\begin{aligned} \rho_i(\mathbf{v}) &= R_i(\mathbf{v}) + 2 \operatorname{Re} [r_i(\mathbf{v}) e^{i\varphi}], \quad i = m, n, \\ \rho_{mn}(\mathbf{v}) &= R_{mn}(\mathbf{v}) + r(\mathbf{v}) e^{i\varphi} + \tilde{r}(\mathbf{v}) e^{-i\varphi}. \end{aligned} \quad (9)$$

Матричные элементы $R_i(\mathbf{v}), R_{mn}(\mathbf{v})$ отвечают решению задачи с одним только сильным полем G . Малые добавки $r_i(\mathbf{v}), r(\mathbf{v}), \tilde{r}(\mathbf{v})$ обусловлены наличием пробного поля G_μ .

В стационарных и пространственно-однородных условиях система уравнений (2) при подстановке в нее соотношений (9) и с учетом условия (7) в первом приближении по G_μ разбивается, соответственно, на две следующие подсистемы:

$$(\Gamma_m + \bar{\nu}) R_m(\mathbf{v}) = \bar{\nu} R_m W(\mathbf{v}) - 2 \operatorname{Re} [i G^* R_{mn}(\mathbf{v})],$$

$$\begin{aligned} R_m(\mathbf{v}) + R_n(\mathbf{v}) &= (R_m + R_n) W(\mathbf{v}), \\ [\Gamma - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})] R_{mn}(\mathbf{v}) &= \\ &= \tilde{\nu} R_{mn} W(\mathbf{v}) + i G [R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})] \end{aligned} \quad (10)$$

и

$$\begin{aligned} [\Gamma_m + \bar{\nu} - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})] r_m(\mathbf{v}) &= \\ &= \bar{\nu} r_m W(\mathbf{v}) + i [G \tilde{r}^*(\mathbf{v}) + G_\mu R_{mn}^*(\mathbf{v}) - G^* r(\mathbf{v})], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{v})] r(\mathbf{v}) &= \\ &= \tilde{\nu} r W(\mathbf{v}) - 2i G r_m(\mathbf{v}) + i G_\mu [R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \{\Gamma - i[\varepsilon - \Omega - (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{v}]\} \tilde{r}^*(\mathbf{v}) &= \\ &= \tilde{\nu}^* \tilde{r}^* W(\mathbf{v}) + 2i G^* r_m(\mathbf{v}). \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\Gamma_m}{2} + \nu', \quad \Omega = \Omega_0 - \nu'', \\ \Omega_\mu &= \omega_\mu - \omega_{mn} - \nu''. \end{aligned} \quad (12)$$

Верхние индексы «'» и «''» здесь и ниже в тексте означают действительную и мнимую части комплексного числа. Величины $R_{mn}, R_i, r, \tilde{r}^*, r_i$

в системах уравнений (10), (11) являются интегралами по скоростям от величин соответственно $R_{mn}(\mathbf{v}), R_i(\mathbf{v}), r(\mathbf{v}), \hat{r}^*(\mathbf{v}), r_i(\mathbf{v})$ ($R_{mn} \equiv \int R_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ и т. д.). При получении системы уравнений (11) использовано соотношение $r_m(\mathbf{v}) + r_n(\mathbf{v}) = 0$, справедливое в условиях (7).

Вероятность поглощения пробного поля на частоте ω_μ (число актов поглощения излучения в единицу времени в расчете на один поглощающий атом) согласно общим правилам определяется выражением

$$P_\mu = -\frac{2}{N} \operatorname{Re}[iG_\mu^* r]. \quad (13)$$

Таким образом, в соответствии с поставленной задачей нам нужно найти величину r из системы уравнений (10), (11).

3. АНАЛИЗ СПЕКТРА ПРОБНОГО ПОЛЯ

Решение системы уравнений (10), (11) при произвольной взаимной ориентации волновых векторов сильного и пробного излучений приводит к слишком сложному и громоздкому выражению для вероятности поглощения пробного поля (в данной работе мы его не приводим). Численный анализ показывает, что в случае большого доплеровского уширения линии поглощения, когда доплеровская ширина kv_T велика по сравнению с однородной полушириной Γ ,

$$kv_T \gg \Gamma, \quad (14)$$

эффекты фазовой памяти проявляются только в случае однонаправленных волн, который мы и будем рассматривать в данной работе. Ввиду обычно выполняемого соотношения $\Gamma_m \ll kv_T$, в рамках которого мы и будем далее находиться, условие (14) отвечает достаточно низким давлениям буферного газа, таким что

$$\nu_{tr} \ll kv_T, \quad (15)$$

где ν_{tr} — транспортная частота столкновений резонансных частиц с буферными, связанная соотношением $\nu_{tr} = v_T^2/2D$ с коэффициентом диффузии D поглощающих частиц. Точная формула для спектра пробного поля в случае однонаправленных волн дана в Приложении.

По формулам, приведенным в Приложении, несложно численно рассчитать спектр пробного поля при различных наборах параметров (интенсивность сильного излучения, его частота, частота столкновений, степень сохранения фазовой памяти). На рис. 1 показан общий вид спектра пробного

поля при доплеровском уширении (14) и отстройке частоты сильного поля $\Omega = 0.5kv_T$ в двух разных случаях: в отсутствие (рис. 1а,в) и при полном сохранении (рис. 1б,г) фазовой памяти в столкновениях. В спектре пробного поля нас будет интересовать поведение двух боковых компонент, расположенных вблизи $\Omega_\mu \approx \Omega \pm 2|G|$. В отсутствие фазовой памяти, как видно на рис. 1а,в, интенсивно проявляется только одна, широкая, боковая компонента, ее максимум расположен левее точки $\Omega_\mu = \Omega - 2|G|$, ширина примерно равна kv_T . Другая, узкая и малоинтенсивная, боковая компонента расположена точно в окрестности $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$ и имеет ширину около $7\Gamma \ll kv_T$ (на вставках на рис. 1а,в это узкий провал в спектре пробного поля точно при $\Omega_\mu/kv_T = 2.5$). По отношению к фазовой памяти поведение указанных боковых резонансов совершенно неожиданно: с ростом степени сохранения фазовой памяти амплитуды резонансов резко возрастают, несмотря на малость частоты столкновений. По существующим представлениям при столь малых частотах столкновений ($\nu_{tr}/kv_T = 10^{-2}-10^{-4}$ при параметрах рис. 1) эффекты фазовой памяти, казалось бы, вообще не должны проявляться. Однако оказывается, что чем меньше однородная ширина линии по отношению к доплеровской (чем меньше параметр Γ/kv_T), тем сильнее влияние эффектов фазовой памяти (как видно из рис. 1б,г, резонансы при $\nu_{tr} = 10^{-4}kv_T$ оказываются более интенсивными, чем при $\nu_{tr} = 10^{-2}kv_T$). В качестве единицы измерения на всех рисунках взята величина

$$P_0 = \frac{2\sqrt{\pi}|G_\mu|^2}{k_\mu v_T}, \quad (16)$$

которая есть вероятность поглощения пробного излучения в центре доплеровски уширенной линии в отсутствие сильного поля.

Отметим также, что в некотором интервале частот вероятность поглощения отрицательна ($P_\mu < 0$, рис. 1), т. е. пробное поле не поглощается, а усиливается безынервной средой. Безынервное усиление излучения предсказано давно — в 1961 г. [8], и с тех пор стало предметом интенсивных исследований (см., например, работы [9–12] и цитированную там литературу). Как видно на рис. 1, эффекты фазовой памяти на три–четыре порядка увеличивают эффект усиления без инверсии (повышают амплитуду узкого «отрицательного» резонанса вблизи $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$). Например, при параметрах рис. 1г амплитуда «отрицательного» резонанса почти в пять раз превышает величину P_0 — вероят-

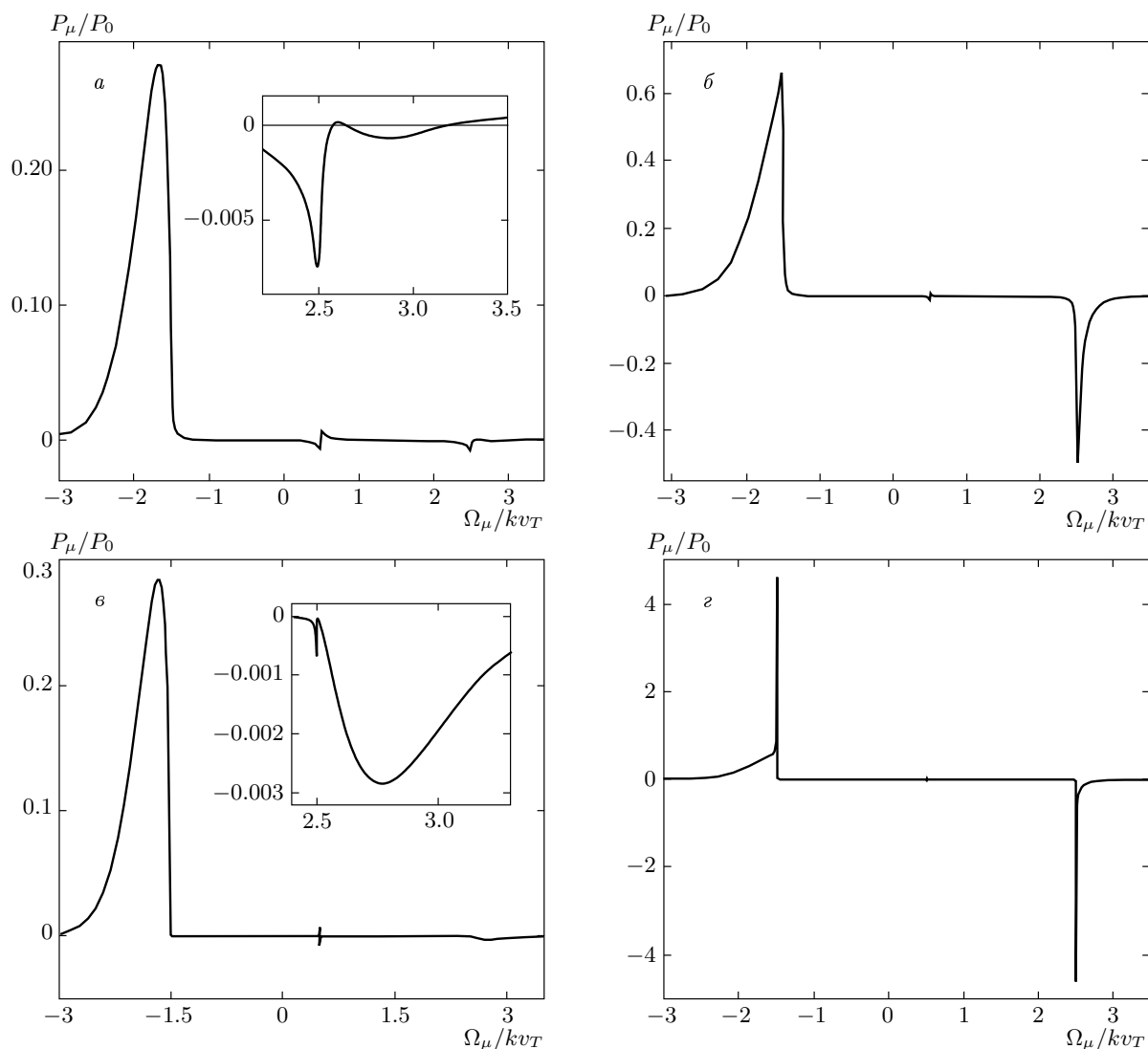


Рис. 1. Зависимость вероятности поглощения пробного поля P_μ от отстройки частоты Ω_μ (расчет по точной формуле (П.1); $\Omega/kv_T = 0.5$, $|G|/kv_T = 1$): *a* – $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-2}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-2}$, столкновения не сохраняют фазовую память ($\tilde{\nu} = 0$), на вставке показана часть спектра в более крупном масштабе; *б* – $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-2}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-2}$, столкновения полностью сохраняют фазовую память ($\tilde{\nu} = \nu$); *в* – $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-4}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-4}$, столкновения не сохраняют фазовую память, на вставке показана часть спектра в более крупном масштабе; *г* – $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-4}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-4}$, столкновения полностью сохраняют фазовую память

ность поглощения пробного излучения в центре линии в отсутствие сильного поля.

Для анализа отмеченных особенностей в спектре пробного поля и понимания физической картины воспользуемся процедурой, которая основана на так называемом методе точек поворота [13, 14]. Этот метод позволяет определить положение резонансов в спектре пробного поля и получить для них приближенное аналитическое выражение. Суть метода состоит в следующем.

Для вычисления спектра пробного поля P_μ (см. формулу (П.1) в Приложении) нам необходимо знать поведение интегралов I_i, J, K_i в (П.3) в зависимости от отстройки частоты Ω_μ пробного поля. Для этого в подынтегральных выражениях в (П.3) разложим функцию $D(\mathbf{v})$ на множители:

$$D(\mathbf{v}) = (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon) \{ \Gamma_1 - i[\Omega_\mu - \Omega_{\mu 1}(\mathbf{v})] \} \times \{ \Gamma_2 - i[\Omega_\mu - \Omega_{\mu 2}(\mathbf{v})] \}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{1,2} &= \Gamma \mp \text{Im} \sqrt{(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + 4|G|^2 \delta}, \\ \Omega_{\mu 1, \mu 2}(\mathbf{v}) &= \Omega \pm \Omega_R(\mathbf{v}), \\ \Omega_R(\mathbf{v}) &= \text{Re} \sqrt{(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + 4|G|^2 \delta}, \\ \delta &= \frac{\Gamma - i\varepsilon}{\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon}. \end{aligned} \quad (18)$$

Из соотношений (17) и (П.3) видно, что максимумы подынтегральных выражений в (П.3) достигаются при условии

$$\Omega_\mu = \Omega_{\mu 1, \mu 2}(\mathbf{v}). \quad (19)$$

Поскольку это условие зависит от скорости частиц, в общем случае при изменении \mathbf{v} оно быстро нарушается, так что существенный вклад в интегралы (П.3) дает лишь небольшая область скоростей вблизи значения \mathbf{v} , определяемого условием (19) (другими словами, с пробным полем резонансно взаимодействует незначительная доля частиц). Однако в том случае, когда условие (19) выполняется одновременно с условием экстремума функции $\Omega_{\mu 1, \mu 2}(\mathbf{v})$,

$$\frac{d\Omega_{\mu 1, \mu 2}(\mathbf{v})}{d(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} = 0, \quad (20)$$

существенная область интегрирования резко возрастает, так как теперь условие резонанса (19) выполняется с точностью до квадратичных по отклонению $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_p)$ членов (здесь \mathbf{v}_p — так называемая точка поворота [13, 14], определяемая из условия экстремума (20)). При этом количество частиц, взаимодействующих с полем, резко возрастает. Поэтому в зависимости интегралов (П.3) от Ω_μ , а значит, и в спектре пробного поля $P_\mu(\Omega_\mu)$ должны наблюдаться резкие пики при $\Omega_\mu = \Omega_{\mu 1, \mu 2}(\mathbf{v}_p)$. В точках поворота, согласно (20), имеем

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_p = \Omega. \quad (21)$$

Подставив (21) в (19), получим положение резонансов в спектре:

$$\Omega_\mu = \Omega \pm 2|G| \text{Re} \sqrt{\delta}. \quad (22)$$

Далее будем рассматривать ситуацию, когда интенсивность излучения не слишком мала, так что

$$|G| \gg \Gamma. \quad (23)$$

Поскольку при этом $|\varepsilon| \approx 2|G|$, в выражениях (22) и (18) с хорошей точностью можно полагать $\delta = 1$ и $\Gamma_{1,2} = \Gamma$.

Интегралы (П.3) в приближении (23) легко вычисляются. Например, для интеграла J с учетом (17) получаем

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{\sqrt{\pi} v_T (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-(v_x/v_T)^2] dv_x}{[\Gamma - i(\varepsilon - \Omega_R(v_x))][\Gamma - i(\varepsilon + \Omega_R(v_x))]}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $v_x = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}/k$ — проекция скорости на волновой вектор. Если $|\Omega| \lesssim kv_T$ и выполнено условие (14), то максвеллову экспоненту в (24) можно вынести за знак интеграла со значением $v_x = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_p/k = \Omega/k$, отвечающим максимуму подынтегрального выражения. В оставшемся выражении величину $\Omega_R(v_x)$ можно разложить в ряд по малому параметру $\Omega - kv_x$ (вблизи точек поворота (21) величина $\Omega - kv_x \equiv \Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ мала), ограничиваясь квадратичным членом:

$$\Omega_R(v_x) \approx 2|G| + \frac{(\Omega - kv_x)^2}{4|G|}. \quad (25)$$

Получающееся в итоге выражение легко интегрируется с помощью теоремы о вычетах.

Аналогичным образом вычисляются и другие интегралы в (П.3). Проведя соответствующие вычисления, можно показать, что в случае доплеровского уширения линии поглощения (см. условие (14)) и при

$$\alpha'|Y''||G| \gg \Gamma, \quad |\Omega| \lesssim kv_T \quad (26)$$

приведенная в Приложении формула (П.1) для вероятности поглощения пробного поля представляется в виде

$$\begin{aligned} P_\mu &\approx 2|G_\mu|^2 \times \\ &\times \text{Re} \int \frac{iQ(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{[\Gamma - i(\varepsilon - \Omega_R(\mathbf{v}))][\Gamma - i(\varepsilon + \Omega_R(\mathbf{v}))]}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\Omega_R(\mathbf{v})$ дается формулой (18) при $\delta = 1$, величины α' , Y'' и $Q(\mathbf{v})$ определены в (П.7)–(П.9). Для величин $\alpha' \equiv \tilde{\nu}'/\Gamma$ и Y'' всегда выполнены соотношения $\alpha' < 1$, $|Y''| < 1$, и ввиду этого условие (26) для интенсивности излучения сильнее условия (23). Формула (27) применима в случае хотя бы частичного сохранения фазовой памяти при столкновениях (при этом $\alpha' \neq 0$).

Величина $Q(\mathbf{v})$ в выражении (27) связана соотношением (П.8) с недиагональным матричным элементом $R_{mn}(\mathbf{v})$, отвечающим решению задачи с одним

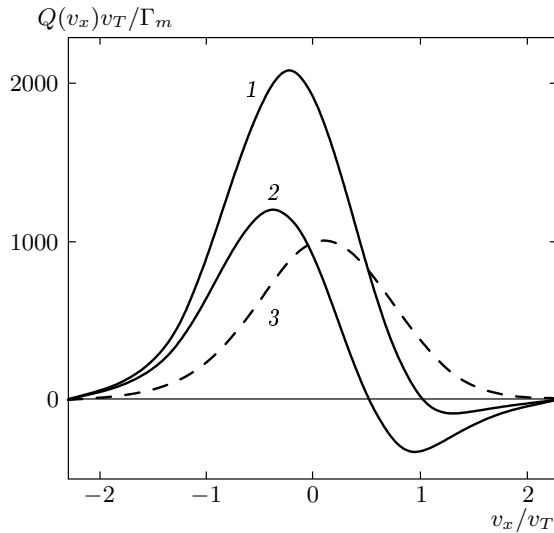


Рис. 2. Чувствительность зависимости $Q(v_x)$ ($v_x = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}/k$ — проекция скорости на волновой вектор) к степени сохранения фазовой памяти при столкновениях ($\Omega/kv_T = 0.5$, $|G|/kv_T = 1$, $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-4}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-4}$): 1 — случай столкновений, полностью сохраняющих фазовую память ($\tilde{\nu} = \nu$); 2 — случай столкновений, не сохраняющих фазовую память ($\tilde{\nu} = 0$); 3 — добавка из-за эффектов фазовой памяти к величине $Q(v_x)$, рассчитанной при $\tilde{\nu} = 0$ (кривая 1 является суммой кривых 2 и 3)

только сильным полем. В формуле (27) она является единственной величиной, зависящей от эффектов фазовой памяти. Поэтому механизм влияния эффектов фазовой памяти на контур спектральных резонансов при низких давлениях газа (при $\nu_{tr} \ll kv_T$) обусловлен изменением зависимости $Q(\mathbf{v})$.

На рис. 2 показана зависимость $Q(v_x)$ в случаях полного сохранения (кривая 1) или отсутствия (кривая 2) фазовой памяти при столкновениях. В случае отсутствия фазовой памяти в формуле (П.9) для $Q(\mathbf{v})$ параметр $\beta_2 = 0$, поэтому величина $Q(\mathbf{v}) \propto Y''(\mathbf{v}) \propto \Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ и в точке поворота обращается в нуль (рис. 2, кривая 2), что означает близость к нулю интеграла в (27). В случае хотя бы частичного сохранения фазовой памяти параметр $\beta_2 \neq 0$ и величина $Q(\mathbf{v})$ уже не обращается в нуль в точке поворота (кривая 1 на рис. 2) из-за члена $\beta_2 Y'(\mathbf{v})$ в формуле (П.9), причем максимальное его значение достигается именно в точке поворота. Чем лучше сохраняется фазовая память, тем больше параметр β_2 и, следовательно, тем больше амплитуда резонанса, определяемая интегралом (27).

Выясним теперь, с какими физическими параметрами связана величина $Q(\mathbf{v})$. Из выражения для поляризации среды, создаваемой частицами, движущимися со скоростью \mathbf{v} ,

$$\mathcal{P}(\mathbf{v}) \equiv \mathbf{d}_{mn}^* R_{mn}(\mathbf{v}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + c.c. = \frac{2\hbar N}{|\mathbf{E}|^2} \text{Re} \left\{ [iP(\mathbf{v}) - Q(\mathbf{v})] \mathbf{E} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) \right\}, \quad (28)$$

видно, что величина $Q(\mathbf{v})$ определяется синфазной с сильным полем составляющей поляризации $\mathcal{P}(\mathbf{v})$. Интегральная величина $Q \equiv \int Q(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ связана с показателем преломления среды n соотношением

$$n = 1 - \frac{4\pi\hbar N Q}{|\mathbf{E}|^2}. \quad (29)$$

По аналогии с (29) определим парциальный показатель преломления $n(\mathbf{v})$ для ансамбля частиц, движущихся со скоростью \mathbf{v} :

$$n(\mathbf{v}) = 1 - \frac{4\pi\hbar N Q(\mathbf{v})}{|\mathbf{E}|^2}, \quad n \equiv \int n(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (30)$$

Таким образом, в соответствии с (27), (30) заключаем, что влияние эффектов фазовой памяти на спектр пробного поля при низких давлениях газа (при $\nu_{tr} \ll kv_T$) обусловлено изменением зависимости от скорости частиц показателя преломления $n(\mathbf{v})$.

Формула (27) описывает наиболее информативную часть спектра — узкие резонансные пики в окрестности $\Omega_\mu = \Omega \pm 2|G|$. В условиях (14), (26) интеграл в (27) вычисляется аналитически и формула для вероятности поглощения пробного поля в окрестности $\varepsilon = \pm 2|G|$ принимает вид

$$P_\mu = -\frac{\sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{kv_T} \sqrt{\frac{\Gamma_m + \bar{\nu}}{\Gamma}} \frac{\alpha' Y'' \sqrt{|G|}}{R} \times \exp \left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T} \right)^2 \right] \text{Re} \frac{\text{sign} \varepsilon}{\sqrt{|\varepsilon| - 2|G| + i\Gamma}}, \quad (31)$$

$$R = 1 + \frac{\bar{\nu}}{\Gamma_m} (Y' - \alpha' |Y|^2) - \alpha' Y',$$

$$\text{sign} \varepsilon = \begin{cases} 1, & \varepsilon > 0, \\ -1, & \varepsilon < 0. \end{cases}$$

Согласно (31), экстремальные значения P_μ достигаются при

$$|\varepsilon| = 2|G| + \Gamma/\sqrt{3}, \quad (32)$$

причем амплитуды «отрицательного» и «положительного» резонансов одинаковы: $|P_\mu^{min}| = P_\mu^{max}$. Описываемые формулой (31) спектральные резонансы имеют характерную асимметричную форму, их ширина на полувысоте равна 7Γ .

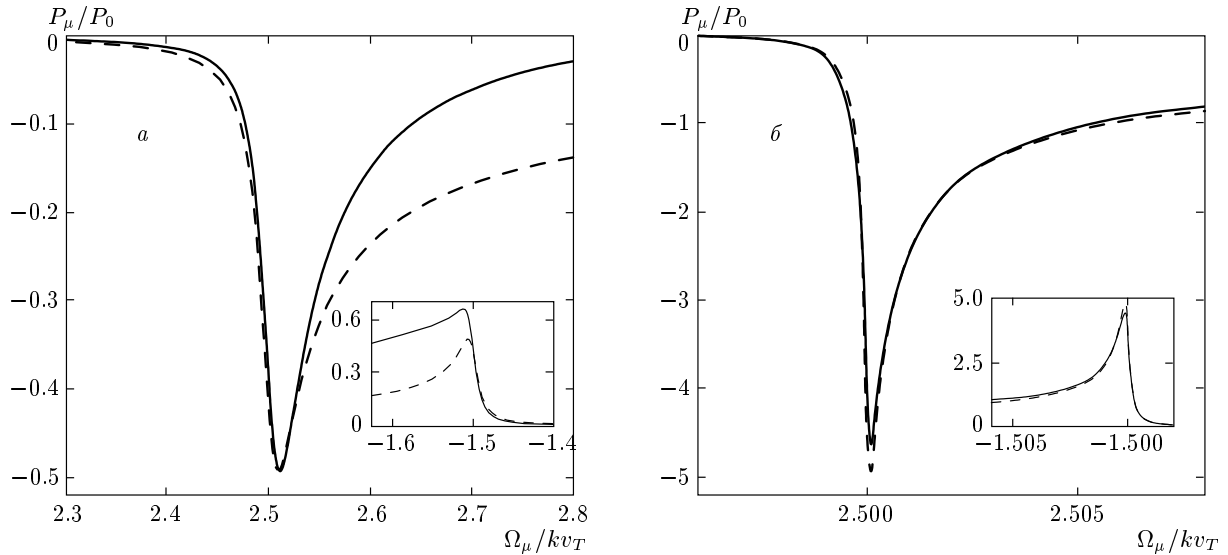


Рис. 3. Сравнение расчетов зависимости $P_\mu(\Omega_\mu)$ в окрестности $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$ по точной (П.1) (сплошные кривые) и приближенной (31) (штриховые кривые) формулам в случае полного сохранения фазовой памяти при столкновениях; на вставках показаны резонансы в окрестности $\Omega_\mu = \Omega - 2|G|$; *a* — значения параметров те же, что и на рис. 1б; *б* — значения параметров те же, что и на рис. 1г

На рис. 3 показано сравнение расчетов спектральных резонансов по точной (П.1) и приближенной (31) формулам в случае полного сохранения фазовой памяти (сплошными линиями на рис. 3 в более крупном масштабе показаны резонансы спектров на рис. 1б,г). При параметрах рис. 3б формула (31) хорошо описывает спектральные резонансы, так как условие (26) ее применимости выполняется с большим запасом (при этих параметрах $\alpha'|Y''||G| \approx 870\Gamma \gg \Gamma$). При параметрах рис. 3а условие (26) выполняется хуже ($\alpha'|Y''||G| \approx 8.7\Gamma$), но формула (31) все еще хорошо описывает «отрицательный» резонанс в окрестности $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$; «положительный» резонанс в окрестности $\Omega_\mu = \Omega - 2|G|$ описывается уже плохо.

Приведем выражение для минимального значения P_μ (31) (учитывая, что $P_\mu^{min} = -P_\mu^{max}$, для определенности будем говорить о минимальном значении), достигаемого при разности частот излучений $\varepsilon \equiv \omega_\mu - \omega$, удовлетворяющей условию (32):

$$P_\mu^{min} = -\frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{2kv_T} \sqrt{\frac{\Gamma_m + \bar{\nu}}{\Gamma}} \times \sqrt{\frac{|G|}{2\Gamma} \frac{\alpha'|Y''|}{R}} \exp\left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T}\right)^2\right]. \quad (33)$$

Это выражение можно еще упростить, используя в формуле (П.7) для Y приближенные выражения

для интеграла вероятности от комплексного аргумента $w(z)$ в предельных случаях $\Gamma\sqrt{1+\varkappa} \ll kv_T$ и $\Gamma\sqrt{1+\varkappa} \gg kv_T$ [15]. В итоге заключаем, что если выполнено условие

$$\frac{kv_T}{2} \sqrt{\frac{\Gamma_m + \bar{\nu}}{\Gamma}} \gg |G| \gg \frac{kv_T}{2} \sqrt{\frac{\Gamma_m + \bar{\nu}}{2|\Omega|\alpha'}}, \quad (34)$$

то минимальное значение вероятности поглощения дается выражением

$$P_\mu^{min} = -\frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{kv_T} \sqrt{\frac{2|G|}{\Gamma} \frac{|G|}{kv_T} \frac{\bar{\nu}'}{\Gamma}} \times \frac{|\Omega|}{Rkv_T} \exp\left[-2\left(\frac{\Omega}{kv_T}\right)^2\right], \quad (35)$$

$$R = 1 + \frac{2\sqrt{\pi}|G|}{kv_T} \sqrt{\frac{\Gamma}{\Gamma_m + \bar{\nu}}} \frac{\bar{\nu}}{\Gamma_m} \times \exp\left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T}\right)^2\right].$$

Если же выполнены условия

$$|G| \gg \frac{kv_T}{2} \sqrt{\frac{\Gamma_m + \bar{\nu}}{\Gamma}}, \quad |\Omega| \gg \frac{\Gamma}{\alpha'}, \quad (36)$$

то

$$P_{\mu}^{min} = -\frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_{\mu}|^2}{2kv_T} \frac{|\Omega|}{\sqrt{2|G|\Gamma}} \times \\ \times \frac{\Gamma_m}{\Gamma_m + 2(\nu - \tilde{\nu})'} \frac{\tilde{\nu}'}{\Gamma} \exp \left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T} \right)^2 \right]. \quad (37)$$

Условия (34) и (36) должны выполняться, разумеется, вместе с условиями (26) $|\Omega| \lesssim kv_T$ и (14) $kv_T \gg \Gamma$.

Согласно выражениям (35), (37), амплитуды резонансов достигают своего максимума при отстройке частоты сильного поля

$$|\Omega| \approx (0.5-0.7)kv_T.$$

Амплитуды резонансов пропорциональны величине $\alpha'/\sqrt{\Gamma}$, и, следовательно, эффекты фазовой памяти проявляются тем сильнее, чем меньше величина $\Gamma \equiv \Gamma_m/2 + \nu'$ (это хорошо видно из сравнения рис. 1б и рис. 1г). Амплитуды резонансов растут с уменьшением давления буферного газа до тех пор, пока выполнено условие $\nu' \gtrsim \Gamma_m/2$, и достигают своего максимума при частоте столкновений

$$\nu' \sim \Gamma_m/2.$$

С дальнейшим уменьшением давления газа, когда величина ν' становится меньше $\Gamma_m/2$, проявление эффектов фазовой памяти ослабляется из-за уменьшения параметра $\alpha' \approx \tilde{\nu}'/\Gamma$. Из выражений (35), (37) следует также, что с ростом интенсивности излучения амплитуды резонансов растут вначале пропорционально $|G|^{3/2}$ и достигают своего максимума при

$$|G| \sim kv_T.$$

Затем, с дальнейшим ростом интенсивности излучения, их амплитуды уменьшаются пропорционально $1/\sqrt{|G|}$ (рис. 4).

Амплитуды резонансов сильно чувствительны к эффектам фазовой памяти при столкновениях. Особенно чувствителен к фазовой памяти «отрицательный» резонанс вблизи отстройки частоты пробного поля $\Omega_{\mu} = (|\Omega| + 2|G|) \text{sign } \Omega$ (рис. 5). Степень сохранения фазовой памяти при столкновениях удобно характеризовать параметром $\tilde{\nu}'/\nu'$ ($0 \leq \tilde{\nu}'/\nu' \leq 1$). Как видно на рис. 5, даже слабая фазовая память, такая что $\tilde{\nu}'/\nu' \sim 10^{-3}-10^{-2}$, уже вызывает заметное изменение амплитуды резонанса. Это обстоятельство можно использовать для экспериментального измерения степени сохранения фазовой памяти по относительной амплитуде резонанса $|P_{\mu}^{min}|/P_0$. Простую аналитическую связь между параметром $\tilde{\nu}'/\nu'$ и относительной амплитудой резонанса легко полу-

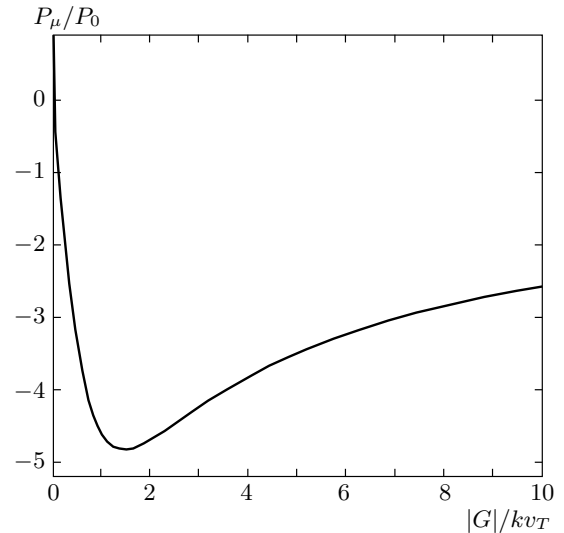


Рис. 4. Зависимость вероятности поглощения пробного поля P_{μ} от интенсивности излучения при $\Omega_{\mu} = \Omega + 2|G| + \Gamma/\sqrt{3}$ (в точке минимума P_{μ}) в случае столкновений, полностью сохраняющих фазовую память; $\Omega/kv_T = 0.5$, $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-4}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-4}$

чить из соотношений (35) или (37). Так, из (37) получаем

$$\frac{\tilde{\nu}'}{\nu'} = \frac{\Gamma}{\nu'} \left\{ 1 + \frac{3^{3/4} \Gamma_m}{8 \Gamma} \frac{|\Omega|}{\sqrt{2|G|\Gamma}} \times \right. \\ \left. \times \exp \left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T} \right)^2 \right] \frac{P_0}{|P_{\mu}^{min}|} \right\}^{-1}. \quad (38)$$

Все величины в правой части этого выражения задаются или измеряются в эксперименте.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе теоретически исследовано влияние эффектов фазовой памяти на спектр поглощения (усиления) слабого зондирующего поля двухуровневыми атомами, находящимися в сильном резонансном лазерном поле и испытывающими столкновения с атомами буферного газа. Анализ проведен для случая низких давлений буферного газа, когда частота столкновений резонансных частиц с буферными мала по сравнению с доплеровской шириной линии поглощения ($\nu_{tr} \ll kv_T$).

Неожиданным оказался тот факт, что даже при столь малых частотах столкновений эффекты фазовой памяти приводят к резкой качественной и ко-

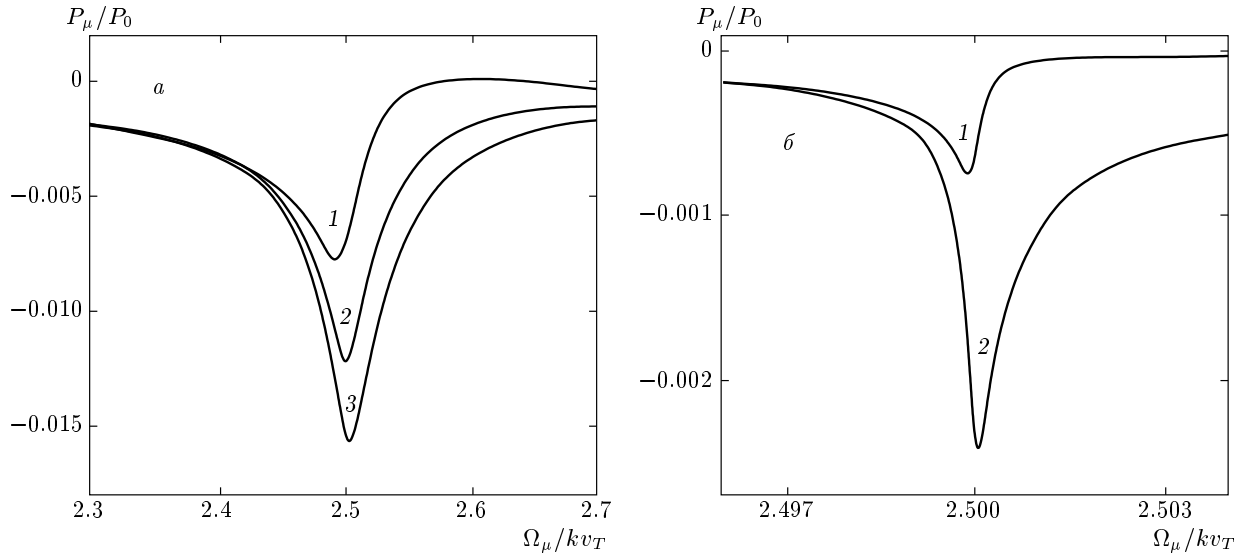


Рис. 5. Чувствительность зависимости $P_\mu(\Omega_\mu)$ в окрестности $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$ к степени сохранения фазовой памяти при столкновениях ($\Omega/kv_T = 0.5$, $|G|/kv_T = 1$): *a* — $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-2}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-2}$, 1 — $\tilde{\nu}' = 0$, 2 — $\tilde{\nu}'/\nu' = 0.03$, 3 — $\tilde{\nu}'/\nu' = 0.05$; *б* — $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-4}$, $\Gamma_m/kv_T = 10^{-4}$, 1 — $\tilde{\nu}' = 0$, 2 — $\tilde{\nu}'/\nu' = 10^{-3}$

личественной трансформации спектра пробного поля. Влияние эффектов фазовой памяти оказывается тем сильнее, чем меньше однородная ширина линии по сравнению с доплеровской (чем меньше параметр Γ/kv_T). При частотах столкновений $\nu_{tr}/kv_T \sim 10^{-4} - 10^{-2}$ даже слабая фазовая память, такая что $\tilde{\nu}'/\nu' \sim 10^{-3} - 10^{-2}$, уже вызывает заметное изменение амплитуды резонанса. Этот результат выходит за рамки привычных представлений, согласно которым эффекты фазовой памяти при низких давлениях газа не могут играть сколько-нибудь значительной роли в нелинейной спектроскопии из-за того, что известный механизм Дике их проявления (ограничение пространственного перемещения частиц столкновениями) при низких давлениях не работает.

К эффектам фазовой памяти наиболее чувствителен обнаруженный в данной работе узкий (с полушириной $3.5\Gamma \ll kv_T$) «отрицательный» резонанс вблизи отстройки частоты пробного поля $\Omega_\mu = (|\Omega| + 2|G|) \text{sign}\Omega$. В отсутствие фазовой памяти этот резонанс практически незаметен, так как его относительная амплитуда мала: $|P_\mu^{min}|/P_0 \sim 10^{-3}$ (P_0 — вероятность поглощения пробного излучения в центре линии в отсутствие сильного поля). С ростом фазовой памяти амплитуда резонанса резко (на три–четыре порядка) возрастает и может достигать значений $|P_\mu^{min}|/P_0 \sim 5$. Это обстоятельство представляет интерес для задач, связанных с получением

безынервного усиления излучения.

Сильное влияние фазовой памяти на спектральные резонансы при низких давлениях газа обусловлено тем, что она изменяет зависимость от скорости парциального показателя преломления $n(\mathbf{v})$. Амплитуды резонансов вблизи $\Omega_\mu = \Omega \pm 2|G|$ оказываются связанными со значением показателя преломления $n(\mathbf{v}_p)$ в так называемой точке поворота \mathbf{v}_p , определяемой условием резонанса $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_p = \Omega$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16771), программы ОФН РАН «Оптическая спектроскопия и стандарты частоты», программы «Университеты России» и государственной программы поддержки ведущих научных школ РФ (контракт РИ-112/001/009).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Точная формула для спектра пробного поля в случае однонаправленных волн

В случае однонаправленных волн в уравнениях (11) с высокой точностью можно полагать $\mathbf{k}_\mu = \mathbf{k}$ ввиду того, что отличие модулей волновых векторов \mathbf{k}_μ и \mathbf{k} мало по сравнению с k :

$$|k_\mu - k| = k|\varepsilon|/\omega \ll k.$$

С учетом этого из системы уравнений (11) находим, что вероятность поглощения (усиления) пробного

поля P_μ (13) на частоте ω_μ в случае однонаправленных волн дается формулой

$$P_\mu = 2|G_\mu|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{b_1 c_1 + b_2 c_2}{b_2 a_2 - b_1 a_1} \right\}, \quad (\text{П.1})$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a_1 &= 2|G|^2 \left[\frac{\bar{\nu} I_1}{\Gamma_m - i\varepsilon} + \tilde{\nu} J \right], \\ a_2 &= 1 - 2|G|^2 \tilde{\nu} J + \left[\frac{2|G|^2 \bar{\nu}}{\Gamma_m - i\varepsilon} - \tilde{\nu} (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon) \right] I_2, \\ b_1 &= 2|G|^2 \left[\frac{\bar{\nu} I_2}{\Gamma_m - i\varepsilon} + \tilde{\nu}^* J \right], \\ b_2 &= 1 - 2|G|^2 \tilde{\nu}^* J + \\ &+ \left[\frac{2|G|^2 \bar{\nu}}{\Gamma_m - i\varepsilon} - \tilde{\nu}^* (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon) \right] I_1, \\ c_1 &= 2|G|^2 K_1 + \frac{2\bar{\nu} I_1}{\Gamma_m - i\varepsilon} \frac{iGR_{mn}^*}{N}, \\ c_2 &= (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon) I_3 + 2|G|^2 K_2 - \frac{2\bar{\nu} I_2}{\Gamma_m - i\varepsilon} \frac{iGR_{mn}^*}{N}. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Величины I_i, J, K_i в (П.2) определены следующими интегральными выражениями:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{\lambda_1(\mathbf{v}) W(\mathbf{v})}{D(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ I_2 &= \int \frac{\lambda_2(\mathbf{v}) W(\mathbf{v})}{D(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ I_3 &= \int \frac{[R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})] \lambda_2(\mathbf{v})}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ J &= \int \frac{W(\mathbf{v})}{D(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

$$\begin{aligned} K_1 &= \\ &= \int \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v}) + |G|^{-2} \lambda_1(\mathbf{v}) [iGR_{mn}^*(\mathbf{v})]}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \end{aligned}$$

$$K_2 = \int \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v}) - |G|^{-2} \lambda_2(\mathbf{v}) [iGR_{mn}^*(\mathbf{v})]}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v},$$

где

$$\begin{aligned} D(\mathbf{v}) &= (\Gamma_m + \bar{\nu} - i\varepsilon) \lambda_1(\mathbf{v}) \lambda_2(\mathbf{v}) + 4|G|^2 (\Gamma - i\varepsilon), \\ \lambda_1(\mathbf{v}) &= \Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k}\mathbf{v}), \\ \lambda_2(\mathbf{v}) &= \Gamma - i(\varepsilon - \Omega + \mathbf{k}\mathbf{v}). \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Входящие в (П.2), (П.3) разность населенностей $R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})$ для частиц с определенными скоростями и матричные элементы $R_{mn}(\mathbf{v})$, $R_{mn} \equiv \int R_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ находим из системы уравнений (10),

описывающих взаимодействие двухуровневых частиц с одним только сильным полем. Выражение для разности населенностей удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})}{N} &= \\ &= \left[1 - \frac{\bar{\nu}}{\Gamma_m} \tau_1 P \right] W(\mathbf{v}) - \tau_1 P(\mathbf{v}), \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где $P(\mathbf{v})$ — вероятность поглощения сильного излучения в единицу времени частицей с фиксированной скоростью \mathbf{v} , $P \equiv \int P(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ — интегральная вероятность поглощения излучения частицей. Формулы для вероятностей поглощения имеют следующий вид [16]:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{v}) &= [\beta_1 Y'(\mathbf{v}) - \beta_2 Y''(\mathbf{v})] W(\mathbf{v}), \\ P &= \frac{\varkappa}{1 + \varkappa} \frac{Y' - \alpha' |Y|^2}{\tau_1 R}, \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\varkappa}{(1 + \varkappa) \tau_1 R} \left[1 - \alpha' Y' + \frac{\alpha'' Y''}{\sqrt{1 + \varkappa}} \right], \\ \beta_2 &= \frac{\varkappa}{(1 + \varkappa) \tau_1 R} \left[\alpha' Y'' + \frac{\alpha'' Y'}{\sqrt{1 + \varkappa}} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= 1 + \frac{\varkappa}{1 + \varkappa} \frac{\bar{\nu}}{\Gamma_m} (Y' - \alpha' |Y|^2) + \\ &+ \frac{|\alpha|^2 |Y|^2 - (2 + \varkappa) \alpha' Y'}{1 + \varkappa} + \frac{2\alpha'' Y''}{\sqrt{1 + \varkappa}}, \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

$$\begin{aligned} Y(\mathbf{v}) &= \frac{\Gamma \sqrt{1 + \varkappa}}{\Gamma \sqrt{1 + \varkappa} - i(\Omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}, \\ \varkappa &= \frac{4|G|^2}{\Gamma(\Gamma_m + \bar{\nu})}, \quad \tau_1 = \frac{2}{\Gamma_m + \bar{\nu}}, \quad \alpha = \frac{\tilde{\nu}}{\Gamma}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &\equiv \int Y(\mathbf{v}) W(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma \sqrt{1 + \varkappa}}{k v_T} [w'(z) + i w''(z)], \\ z &= \frac{\Omega + i \Gamma \sqrt{1 + \varkappa}}{k v_T}, \end{aligned}$$

$w(z)$ — интеграл вероятности от комплексного аргумента, протабулированный в [15]. Верхние индексы «'» и «''» означают действительную и мнимую части комплексного числа. Величина \varkappa есть параметр насыщения и характеризует степень выравнивания населенностей для частиц с резонансными скоростями. Недиagonальные матричные элементы $R_{mn}(\mathbf{v})$, R_{mn} , входящие в (П.2), (П.3), вычисляются по формулам

$$\frac{2iGR_{mn}^*(\mathbf{v})}{N} = P(\mathbf{v}) - iQ(\mathbf{v}), \quad (\text{П.8})$$

$$\frac{2iGR_{mn}^*}{N} = P - iQ,$$

где

$$Q(\mathbf{v}) = \sqrt{1+\varkappa} [\beta_2 Y'(\mathbf{v}) + \beta_1 Y''(\mathbf{v})] W(\mathbf{v}),$$

$$Q = \frac{\varkappa}{1+\varkappa} \frac{\sqrt{1+\varkappa} Y'' + \alpha'' |Y|^2}{\tau_1 R}. \quad (\text{П.9})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
2. А. К. Попов, *Введение в нелинейную спектроскопию*, Наука, Новосибирск (1983).
3. В. Демтрёдер, *Лазерная спектроскопия: Основные принципы и техника эксперимента*, Наука, Москва (1985).
4. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
5. А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин, *ЖЭТФ* **127**, 320 (2005).
6. А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин, *ЖЭТФ* **128**, 1134 (2005).
7. С. Чепмен, Т. Каулинг, *Математическая теория неоднородных газов*, Изд-во иностр. лит., Москва (1960).
8. С. Г. Раутиан, И. И. Сوبельман, *ЖЭТФ* **41**, 456 (1961).
9. О. Kocharovskaya, *Phys. Rep.* **219**, 175 (1992).
10. А. К. Попов, *Известия РАН, сер. физ.* **60**, 99 (1996).
11. J. Mompart and R. Corbalan, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **2**, R7 (2000).
12. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2003).
13. О. Г. Быкова, В. В. Лебедева, Н. Г. Быкова, А. В. Петухов, *Опт. и спектр.* **53**, 171 (1982).
14. Ю. И. Белоусов, Е. В. Подивилов, М. Г. Степанов, Д. А. Шапиро, *ЖЭТФ* **118**, 328 (2000).
15. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица, И. Стиган, Наука, Москва (1979).
16. F. Kh. Gel'mukhanov and A. I. Parkhomenko, *Phys. Scripta* **44**, 477 (1991).