

# КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА И ЗАРЯД ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЕ

*О. С. Ваулина\*, А. Ю. Репин, О. Ф. Петров, К. Г. Адамович*

*Институт теплофизики экстремальных состояний Российской академии наук  
127412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 ноября 2005 г.

Приведены аналитические соотношения для оценки величины стохастической энергии, приобретаемой уединенной пылевой частицей в слабоионизованной газоразрядной плазме за счет электростатических колебаний ионов. Проведен анализ процессов зарядки макрочастицы и получена эмпирическая аппроксимация для ионного тока на ее поверхность. Выполнено численное моделирование задачи для условий, близких к условиям лабораторных экспериментов в пылевой плазме. Оказалось, что кинетическая температура пылевой частицы, индуцированная электростатическими колебаниями ионов газоразрядной плазмы, может заметно превышать температуру окружающего газа.

PACS: 52.27.Gr, 52.27.Lw, 82.70.Dd

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные макроскопические (пылевые) частицы вещества микронных размеров (макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе (в космосе, в верхних слоях атмосферы) и образуется в ряде технологических процессов (в процессе сгорания топлива, при травлении и напылении, в производстве наночастиц и т. д.). Пылевая плазма является хорошей моделью для изучения различных физических процессов в системах взаимодействующих частиц, которые представляют широкий интерес как в области физики неидеальной плазмы, так и в других областях естественных наук, таких как химия, физика атмосферы, астрономия и т. д. Большинство экспериментальных исследований по изучению свойств пылевой плазмы проводится в слабоионизованной плазме газовых разрядов (при давлениях  $P$  газа, обычно инертного, от 0.03 до 3 Торр), где диссипация, обусловленная столкновением с атомами или молекулами газа, играет значительную роль, а температура электронов  $T_e$  (порядка 1–7 эВ) много больше температуры ионов  $T_i$ , близкой к комнатной [1–4]. Размеры частиц, исполь-

зуемых для лабораторных экспериментов на Земле, обычно составляют приблизительно от 1 мкм до 30–40 мкм [1–4]. Транспортные свойства пылевой плазмы с более крупными пылевыми частицами (порядка 100–200 мкм) исследуются в условиях микрогравитации [5, 6].

Пылевые частицы в газоразрядной плазме заряжаются потоками электронов и ионов и могут приобретать значительный отрицательный заряд порядка  $10^2$ – $10^4 e$  [7–11]. Такие заряженные частицы эффективно взаимодействуют как между собой, так и с внешними электрическими полями. Кинетическая температура пылевых частиц, характеризующая энергию их хаотического «теплового» движения, может значительно превышать как температуру их поверхности (определяемую нейтралами окружающего газа), так и температуру электронной компоненты [12–16]. Причиной могут являться пространственно-временные флуктуации параметров пылевой плазмы (например, зарядов макрочастиц [13–15]), а также развитие различных плазменно-пылевых неустойчивостей в электрических полях газоразрядных камер [16, 17].

В первой части настоящей работы рассматривается влияние электростатических колебаний квазиравновесной плазмы на кинетическую температуру

\*E-mail: vaul@ihed.ras.ru

уединенной пылевой частицы. Здесь мы ограничились случаем электростатических колебаний плотности холодных ионов, которые могут реализоваться в условиях, когда температура электронов  $T_e$  много больше температуры ионов  $T_i$ , близких к условиям, существующим в большинстве лабораторных экспериментов с пылевой плазмой в газовых разрядах различного типа. Электростатические колебания являются следствием пространственного разделения зарядов плазмы за счет теплового движения ее частиц и приводят к временным флуктуациям электрического поля  $E(t)$  со среднеквадратичной величиной

$$\langle E^2(t) \rangle \propto T_p,$$

где  $T_p$  — температура возмущенной компоненты плазмы. Механизм влияния электростатических колебаний плазмы на кинетическую энергию пылевых частиц заключается в том, что флуктуации поля, индуцированного стохастическим движением ионной (или электронной) компоненты, в свою очередь приводят к флуктуациям электрических сил (порядка  $eZE(t)$ ), действующих на макрочастицу (здесь  $eZ$  — заряд макрочастицы). Данное обстоятельство вызывает ее хаотическое движение (дополнительно к броуновскому движению за счет столкновений с нейтралами газа) с кинетической энергией

$$T_d \propto \langle Z^2 E^2(t) \rangle,$$

не равной нулю даже в том случае, если пренебречь стохастическими флуктуациями ее заряда  $Z(t) = \text{const}$  за счет дискретности токов плазмы, заряжающих макрочастицу.

Во второй части работы проведен анализ зарядки макрочастиц в условиях, близких к условиям, существующим в слабоионизованной плазме газовых разрядов. Заряд макрочастицы  $Z$  является важным параметром, определяющим физические свойства пылевой плазмы, и оказывает значительное влияние на величину энергии  $T_d$ , приобретаемой пылевой частицей за счет различных механизмов. Для оценки величины заряда  $Z$  макрочастиц в пылевой плазме наиболее часто используют приближение ограниченных орбит (orbit motion limited, OML) [18, 19], которое имеет место только для случая слабостолкновительной плазмы  $l_{ni(ne)}/R \gg 1$  (при этом  $\lambda/R \gg 1$ , а  $l_{ni(ne)}/\lambda \gg 1$ ). Здесь  $l_{ni(ne)}$  — длина свободного пробега ионов (электронов) при их столкновениях с нейтралами окружающего газа,  $R$  — радиус пылевой частицы, а  $\lambda$  — радиус Дебая. Для типичных условий экспериментов с пылевой плазмой в газовых разрядах данные неравенства часто выполняются только для электронной компоненты плазмы,

а для расчетов ионного тока на пылевую частицу в пределе значительных столкновений ( $l_{ni}/R \ll 1$ ,  $\lambda/l_{ni} > 1$ ) обычно используют дрейфовое приближение [19, 20]. Однако в условиях лабораторных экспериментов величина числа Кнудсена для ионов  $\text{Kn}_i = l_{ni}/R$  может находиться в диапазоне приблизительно от 1 до  $10^4$ , а отношение  $\lambda/R$  достигать величин, сравнимых с 1. Поэтому как в переходном режиме (при переходе от бесстолкновительного к дрейфовому приближению), так и для случаев  $\lambda/R \sim 1$  и  $\lambda/l_{ni} \sim 0.1-1$  для определения величины  $Z$  необходимо моделирование процессов зарядки макрочастицы различными численными методами [20, 21]. Результаты численных (а также экспериментальных) исследований показывают, что столкновения ионов плазмы с нейтралами окружающего газа могут значительно изменить заряд  $Z$  макрочастицы относительно его величины, прогнозируемой на основе OML или дрейфового приближения [10, 11, 20, 21]. Здесь мы предлагаем аналитическую аппроксимацию для ионного тока на пылевую частицу, позволяющую проводить оценку величины ее заряда в широком диапазоне условий без дополнительного численного моделирования процессов зарядки при изменении параметров плазмы или размера макрочастицы.

## 2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ И ИХ СВЯЗЬ С КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ МАКРОЧАСТИЦЫ

Рассмотрим колебания плазмы в отсутствие магнитного поля за счет ее тепловых флуктуаций для двух предельных случаев: 1) для легмиоровских колебаний электронов на фоне стационарных (практически неподвижных) ионов,  $n_i(t) \approx \text{const}$ , и 2) для электростатических колебаний плотности холодных однозарядных ионов на однородном электронном фоне, «размазанном» тепловым движением,  $n_e(t) \approx \text{const}$ . (Здесь  $n_{e(i)}$  — концентрация электронов (ионов).) Последний случай возможен при условии, когда температура электронов  $T_e$  много больше температуры ионов  $T_i$ . При этом приближение  $n_e(t) \approx \text{const}$  ( $\partial n_e/\partial t = 0$ ) учитывает тот факт, что в процессе «медленных» электростатических колебаний ионов электронный поток, вызванный электрическим полем  $\mathbf{E}$ , возникающим в результате разделения зарядов за счет тепловых флуктуаций ионов, уравнивается диффузионным потоком электронов (вследствие их более высокой подвижности) [22–24]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = D_e \operatorname{div} \left[ \nabla n_e + \frac{en_e \mathbf{E}}{T_e} \right] \equiv 0,$$

где  $D_e$  — коэффициент диффузии электронов. В ином случае ( $\partial n_e / \partial t \neq 0$  при наличии электростатических колебаний ионов) само существование плазмы с  $T_e \neq T_i$  было бы проблематичным (см. ниже).

Отметим, что обе ветви рассматриваемых электростатических колебаний реализуются независимо друг от друга. Электростатические колебания являются следствием пространственного разделения зарядов плазмы за счет теплового движения ее частиц и имеют фиксированную частоту, не зависящую от волнового числа, т. е. не являются распространяющимися волнами. При этом их групповая скорость равна нулю, а фазовая не имеет определенного значения. Подробное описание колебаний бесстолкновительной плазмы как в гидродинамическом приближении, так и методами физической кинетики с учетом специфического затухания, связанного с диссипацией без столкновений (затухание Ландау), представлено в работах [23, 24]. Уравнения для продольных волн без магнитного поля в гидродинамическом приближении для слабоионизованной плазмы (при наличии столкновений) рассмотрены в Приложении. Имея в виду, что рассматриваемые здесь электростатические колебания являются линейными, при дальнейшем рассмотрении мы не учитывали какие-либо квадратичные члены, не делая различия между частными и полными производными по времени [23, 24].

Поле, возникающее в результате разделения зарядов вследствие теплового движения частиц плазмы, определяется уравнением Пуассона:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e(n_i - n_e), \quad (1)$$

где плотность объемного заряда  $q = e(n_i - n_e)$  согласно условию электронейтральности определяется плотностью возмущенной компоненты. Для анализируемых случаев условие сохранения электрического заряда определяется уравнением непрерывности для рассматриваемой возмущенной компоненты

$$\frac{\partial n_{e(i)}}{\partial t} = -\operatorname{div} (n_{e(i)} \mathbf{V}_{e(i)}). \quad (2)$$

Анализ движения рассматриваемых частиц (ионов или электронов) будем проводить, учитывая их столкновения с нейтрами и другие диссипативные процессы, приводящие к затуханию колебаний посредством сил трения  $-\nu_e m_e \mathbf{V}_e$  и  $-\nu_i m_i \mathbf{V}_i$  (здесь  $\nu_{e(i)}$ ,  $m_{e(i)}$ ,  $\mathbf{V}_{e(i)}$  — коэффициенты трения, масса и

скорость электронов(ионов)), а также случайные силы ( $\tilde{\mathbf{F}}_e$ ,  $\tilde{\mathbf{F}}_i$ ), описывающие случайные толчки окружающих молекул газа или другие стохастические процессы, приводящие к установлению равновесной температуры  $T_{e(i)}$ :

$$\frac{dm_e \mathbf{V}_e}{dt} = -\nu_e m_e \mathbf{V}_e - e\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{F}}_e, \quad (3a)$$

$$\frac{dm_i \mathbf{V}_i}{dt} = -\nu_i m_i \mathbf{V}_i + e\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{F}}_i. \quad (3б)$$

В условиях локального термодинамического равновесия пылевой системы среднее значение случайной силы

$$\langle \tilde{\mathbf{F}}_{e(i)} \rangle = 0,$$

а автокорреляционная функция [22, 25]

$$\langle \tilde{\mathbf{F}}_{e(i)}(0) \tilde{\mathbf{F}}_{e(i)}(t) \rangle = 6T_{e(i)} m_{e(i)} \nu_{e(i)} \delta(t)$$

описывает дельта-коррелированный гауссов процесс. Здесь  $\delta(t)$  — дельта-функция, а  $\langle \rangle$  обозначают усреднение по времени. Уравнения (3a), (3б) представляют собой уравнение Ланжевена с некоторой силой

$$\mathbf{F}_{i(e)} = (\pm e \mathbf{E}),$$

не коррелирующей со случайными силами (среднее по времени  $\langle \tilde{\mathbf{F}}_{e(i)}(t) \mathbf{F}_{i(e)}(t) \rangle = 0$ ).

В слабоионизованной плазме, где столкновения между частицами плазменной компоненты и процессами бесстолкновительной диссипации энергии можно пренебречь, введенные коэффициенты трения характеризуют эффективную частоту столкновений плазменных частиц с нейтрами окружающего газа ( $\nu_e \approx \nu_{en}$ ,  $\nu_i \approx \nu_{in}$ ). (Для инертных газов это имеет место, когда их коэффициент ионизации много меньше 1% [26].) Такие столкновения могут приводить к существенному затуханию некоторых типов плазменных волн. Отметим, что большинство видов колебаний, которые получаются при использовании гидродинамического приближения для уравнений движения плазменной компоненты, не могут осуществляться в слабоионизованной плазме без дополнительных источников энергии, компенсирующих диссипативные потери кинетической энергии частиц [23, 24, 27].

Совместное решение уравнений (1), (2), (3a) (или, соответственно, (3б)) дает для флуктуаций электрического поля  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t)$  поляризации следующее уравнение:

$$\frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} = -\nu_{pn} \frac{d\mathbf{E}}{dt} - \omega_p^2 \mathbf{E} + 4\pi e n_p \tilde{\mathbf{F}}_p / m_p, \quad (4)$$

где

$$\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p / m_p$$

и в случае легмюровских колебаний плазмы флуктуации поля будут полностью определяться параметрами электронной компоненты ( $\nu_{pn} = \nu_{en}$ ,  $m_p = m_e$ ,  $n_p = n_e$ ,  $\tilde{F}_p = \tilde{F}_e$ ). Для случая колебаний плотности ионов на однородном фоне электронов они определяются характеристиками ионов ( $\nu_{pn} = \nu_{in}$ ,  $m_p = m_i$ ,  $n_p = n_i$ ,  $\tilde{F}_p = \tilde{F}_i$ ). Нетрудно показать, что распределение  $\mathbf{E}(t)$  будет подчиняться нормальному закону с дисперсией  $\langle E^2 \rangle = \langle \mathbf{E}^2(t) \rangle$ . Величину среднеквадратичного отклонения  $\langle \mathbf{E}^2 \rangle$  можно получить путем умножения уравнения (4) на  $\mathbf{E}$ . Учитывая, что в стационарном состоянии

$$\frac{d^2 \langle \mathbf{E}^2 \rangle}{dt^2} = \frac{d \langle \mathbf{E}^2 \rangle}{dt} = 0, \quad \left\langle \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)^2 \right\rangle = (n_p \mathbf{V}_p)^2,$$

$$\langle V_p^2 \rangle = \frac{3T_p}{m_p},$$

где  $\mathbf{V}_p = \mathbf{V}_{e(i)}$ , а  $T_p = T_{p(e(i))}$ , после несложных преобразований найдем

$$e^2 \langle E^2 \rangle = 3\omega_p^2 m_p T_p. \quad (5)$$

Уравнение движения пылевой частицы (макро-частицы) массой  $M$  и зарядом  $eZ$  во флуктуирующем поле  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t)$  плазмы имеет вид

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nu_{fr} \mathbf{V} - \left( \frac{eZ}{M} \right) \mathbf{E}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{V}$  — скорость пылевой частицы,  $\nu_{fr}$  — коэффициент трения, а силами Ланжевена, действующими на частицу со стороны нейтралов окружающего газа, для простоты пренебрегается. В предположении, что макрочастица не оказывает влияния на тепловые флуктуации плазмы ( $\langle \tilde{F}_p V \rangle = 0$ ), ее кинетическую температуру  $T_d = M \langle V^2 \rangle / 3$  можно найти путем совместного решения уравнений (4)–(6):

$$T_d = \frac{Z^2 m_p \omega_p^2 T_p (\nu_{pn} + \nu_{fr})}{[(\nu_{pn} + \nu_{fr})\nu_{fr} + \omega_p^2] M \nu_{fr}}. \quad (7)$$

При  $\nu_{pn} \gg \nu_{fr}$  и  $\omega_p \gg \nu_{fr}$  данное соотношение может быть записано в более простом виде:

$$T_d \approx \frac{Z^2 T_p m_p \nu_{pn}}{M \nu_{fr}}, \quad (8)$$

где

$$T_p m_p \nu_{pn} = T_{e(i)} m_{e(i)} \nu_{e(i)n}$$

в зависимости от типа рассматриваемых электростатических колебаний. Аналогичное соотношение следует из формулы

$$T_d \approx \frac{Z^2 e^2 \tau_c \langle \delta E^2 \rangle}{M \nu_{fr}},$$

предложенной в работе [28] для оценки температуры пылевой частицы, приобретаемой благодаря одномерным флуктуациям электрического поля,  $\delta E = \delta E(t)$ , где  $\tau_c$  — характерное время корреляции этих флуктуаций. Принимая во внимание, что в слабоионизованной плазме время  $\tau_c$  определяется временем релаксации объемного заряда [26]

$$\tau_c \approx \nu_{fr} / \omega_p^2,$$

и учитывая, что

$$e^2 \langle \delta E^2 \rangle = \omega_p^2 m_p T_p$$

(см. (5)), получим соотношение (8).

Если повторить рассуждения не для пылевой частицы, а для отдельного иона (электрона) в поле, вызванном коллективным движением самих ионов (электронов), необходимо учесть силу Ланжевена в уравнении (6) и то, что в этом случае  $\langle \tilde{F}_p V \rangle \neq 0$ . Тогда для температуры частиц плазмы, используя выражения (4) и (6), получим соотношение

$$T_p = \frac{e^2 \langle E^2 \rangle}{3\omega_p^2},$$

которое, в силу уравнения (5), дает  $T_p \equiv T_p$ . Если же предположить, что для поля, вызванного тепловым разделением зарядов ионной компоненты, выполнено соотношение

$$\langle E^2 \rangle = 4\pi n_e T_e,$$

температура отдельного иона должна достигать  $T_e$ .

Отметим, что в ходе численного моделирования задачи очень просто выяснить, какая из плазменных компонент (электронная или ионная) оказывает определяющее влияние на величину энергии, приобретаемой макрочастицей. Для этого достаточно рассмотреть частицу, подвешенную в ловушке (например за счет электрического поля с градиентом  $\alpha$ ), полагая при этом, что электрическое поле ловушки не действует на частицы окружающей плазмы. Это позволяет найти собственную частоту колебаний плазмы  $\omega_p$  по резонансной кривой. Так, одномерное уравнение движения пылевой частицы, подвешенной в линейном электрическом поле с градиентом  $\alpha$ , имеет вид

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\nu_{fr} \frac{dx}{dt} - \frac{eZ\alpha}{M} x + \frac{eZ}{M} E_x. \quad (9)$$

Тогда совместное решение уравнений (4), (5) и (9) дает для кинетической энергии макрочастицы соотношение

$$T_d(\gamma) = T_p m_p Z^2 \times \frac{\nu_{pn} + \nu_{fr}}{(\gamma - 1)(\gamma - 1 + (\nu_{pn} + \nu_{fr})\nu_{pn}/\omega_p^2) + (\nu_{pn} + \nu_{fr})^2/\omega_p^2} \times \frac{1}{M\nu_{fr}}, \quad (10)$$

где

$$\gamma = \frac{eZ\alpha/M}{\omega_p^2}$$

(при  $\gamma \ll 1$  выражение (10) переходит в соотношение (7)). Выражение (10) показывает, что существует возможность резонансного разогрева макрочастицы при условиях  $\gamma \rightarrow 1$  и  $(\nu_{pn} + \nu_{fr})^2 < \omega_p^2$  и может быть использовано для определения характерной частоты флуктуаций электрического поля  $\omega_p$  в процессе численного моделирования. Необходимо подчеркнуть, что предлагаемый метод не может быть использован для определения характерной частоты  $\omega_p$  в реальных экспериментах с пылевой плазмой, поскольку в этом случае величина  $\omega_p \sim 1$  МГц, что на несколько порядков выше характерных частот пылевых частиц, удерживаемых в электрических полях газовых разрядов ( $\sqrt{eZ\alpha/M} \sim 10\text{--}100$  Гц).

Численные расчеты проводились методом молекулярной динамики (ММД) для условий, близких к условиям лабораторных экспериментов в пылевой плазме газовых разрядов (где  $T_i/T_e \ll 1$ ). Крупная частица массой  $M$ , радиусом  $R$  и фиксированным зарядом  $Q = -eZ$  удерживалась в центре кубической ячейки длиной  $L$  за счет линейного электрического поля с градиентом  $\alpha = 4\pi en$ , где  $n$  — средняя концентрация плазмы,

$$n = \frac{N_e}{L^3} = \frac{N_i}{L^3}$$

( $N_e = N_i$  — число электронов и ионов в счетной ячейке). При этом поле ловушки не действовало на электроны и ионы. Уравнение движения макрочастицы (9) решалось для трех степеней свободы, а поле  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$  определялось по суммарному действию электронов и ионов плазмы. Для ионов и электронов решалось уравнение движения Ланжевена с учетом силы, действующей на частицы плазмы со стороны заряженной макрочастицы, а также сил взаимодействия между частицами плазмы (между ионами, между электронами и между ионами и электронами). Частицы плазмы, вылетевшие за грань

счетной ячейки или поглотившиеся частицей, возвращались в объем случайным образом со случайными скоростями, соответствующими их температуре. В процессе моделирования соблюдались следующие условия:

$$R \ll \lambda_{Di}, \quad R \ll n^{-1/3}.$$

Здесь

$$\lambda_{Di} = \sqrt{\frac{T_i}{4\pi e^2 n_i}}$$

— ионный радиус Дебая ( $\lambda \approx \lambda_{Di}$ ).

В качестве нейтрального газа был рассмотрен аргон с давлением  $P = 0.3, 1, 3$  и  $10$  Торр. Эффективная частота столкновений ионов (электронов)  $\nu_{in}$  ( $\nu_{en}$ ) с нейтралами окружающего газа менялась пропорционально давлению и при  $1$  Торр принималась равной

$$\nu_{in} = 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \quad (\nu_{en} = 5.3 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}).$$

Расчеты проводились для

$$|Z| = 10, 100 \text{ и } 1000; \quad R = 0.1, 0.3 \text{ и } 1.3 \text{ мкм},$$

$$T_i/T_e = 0.01\text{--}0.1 \quad \nu_{fr} = \nu_{in}/100,$$

$$M = (100\text{--}10000)m_i.$$

Длина счетной ячейки  $L$  изменялась приблизительно от  $2\lambda_{Di}$  до  $15\lambda_{Di}$  путем варьирования числа плазменных частиц  $N = 1500\text{--}15000$ , их концентрации  $n \sim 10^9\text{--}10^{12} \text{ см}^{-3}$  и температуры  $T_i = 0.0026\text{--}0.026$  эВ. Шаг интегрирования выбирался равным

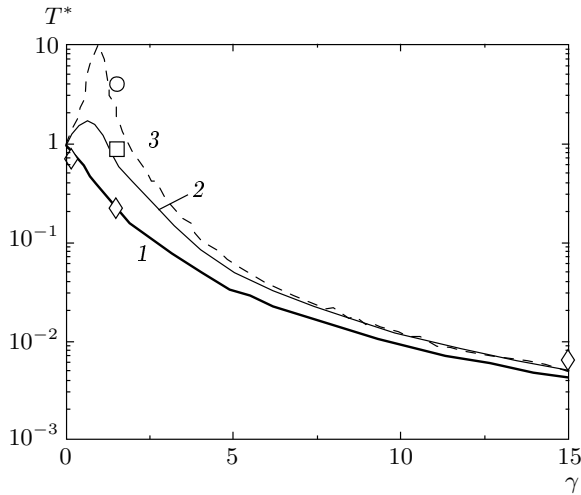
$$\Delta t = \{50 \max(\nu_{en}, \omega_{pe})\}^{-1},$$

где

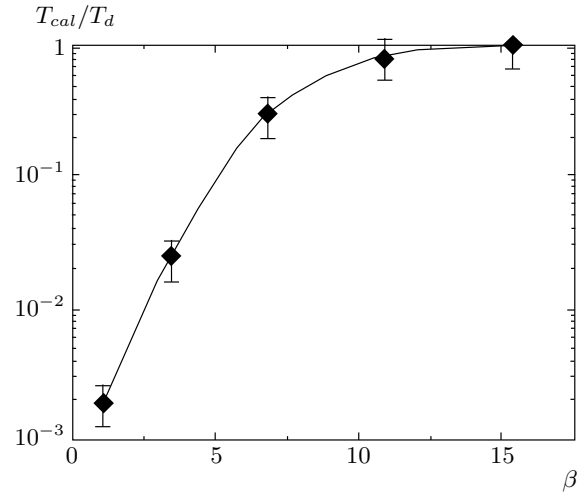
$$\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi e^2 n}{m_e}.$$

Расчет проводился до достижения стационарного значения кинетической температуры  $T_{cal}$  макрочастицы (в большинстве случаев время расчета составляло порядка  $5\text{--}10/\nu_{fr}$ ).

Следует дать несколько комментариев относительно условий моделирования задачи. Численное решение задачи в самосогласованной постановке (с учетом процессов зарядки макрочастицы) не представляло дополнительных трудностей. Заряд макрочастицы выбирался фиксированным,  $Z(t) = \text{const}$ , для того чтобы избежать влияния флуктуаций ее заряда на величину приобретаемой кинетической энергии  $T_{cal}$ . Поскольку макрочастица находилась во внешнем электрическом поле ловушки, ее смещение



**Рис. 1.** Зависимость относительной температуры макрочастицы  $T^* = T_d(\gamma)/T_d(0)$  от параметра  $\gamma = 1.5(eZ\alpha/M)/\omega_{pi}^2$  для различных  $\nu_{in}^2/\omega_{pi}^2 = 1.92$  (1,  $\diamond$ ), 0.48 (2,  $\square$ ), 0.077 (3,  $\circ$ ). Линиями обозначены значения  $T^*$ , полученные из соотношений (10) и (7), точками — результаты расчетов ММД



**Рис. 2.** Зависимость отношения  $T_{cal}/T_d$  от величины  $\beta = L/\lambda_{Di}$

$\Delta r$  относительно центра ячейки вызывало бы появление дополнительной случайной силы

$$F_{st} \propto Z(r)\alpha\Delta r,$$

которая, в свою очередь, привела бы к росту ее кинетической температуры [15, 28]. Размещение макрочастицы в электрической ловушке преследовало две цели: во-первых, определение собственной частоты окружающей частицу плазмы, а во-вторых, удержание частицы в центре ячейки во время счета, поскольку без ловушки макрочастица, приобретая тепловую кинетическую энергию, достаточно быстро покидает счетную область.

Определение собственной частоты  $\omega_p$  плазмы в ходе численного моделирования проводилось при варьировании параметров  $Z\alpha/M$  и  $\nu_{in}$  (см. рис. 1). В результате анализа резонансной кривой было получено, что

$$\omega_p^2 \approx \frac{8\pi e^2 n}{3m_i} = \frac{2\omega_{pi}^2}{3}.$$

В условиях  $\gamma \ll 1$  температура, приобретаемая макрочастицей, зависела от отношения  $L/\lambda_{Di}$ . При этом значение температуры  $T_{cal}$ , определяемое в ходе численного моделирования, не зависело от радиуса  $R$  макрочастицы и изменялось пропорционально значению  $T_d$  (8). С ростом отношения длины ячейки  $L$  к ионному радиусу Дебая  $\lambda_{Di}$  (параметра  $\beta = L/\lambda_{Di}$ ) определяемое значение  $T_{cal}$  стреми-

лось к величине  $T_d$  с параметрами ионной плазменной компоненты, т. е.

$$T_{cal} \rightarrow T_d = \frac{T_i m_i Z^2 \nu_{in}}{M \nu_{fr}}.$$

Зависимость отношения  $T_{cal}/T_d$  от параметра  $\beta$  показана на рис. 2. Эволюция разогрева макрочастицы в счетной ячейке приведена на рис. 3 для различных параметров задачи при  $L/\lambda_{Di} \approx 15$ .

Отметим, что при численном моделировании задачи мы не обнаружили влияния легмюровских колебаний электронов на кинетическую температуру пылевой частицы, несмотря на то, что в силу соотношения (8), энергия, приобретаемая макрочастицей за счет таких колебаний,

$$T_d^{(e)} = T_e \frac{m_e Z^2 \nu_{en}}{M \nu_{fr}},$$

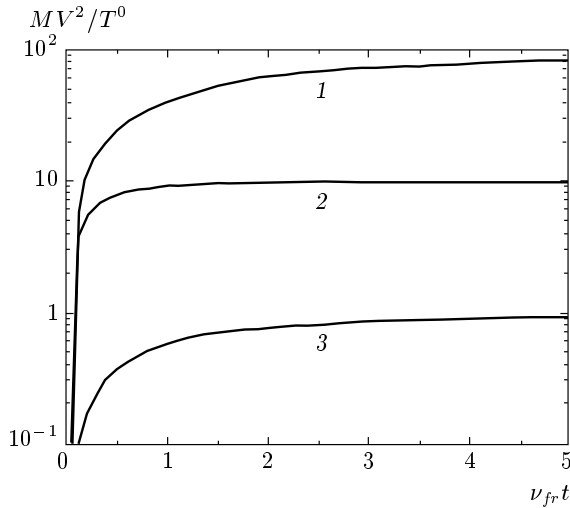
должна быть сравнимой с величиной

$$T_d^{(i)} = T_d \approx T_i \frac{m_i Z^2 \nu_{in}}{M \nu_{fr}}$$

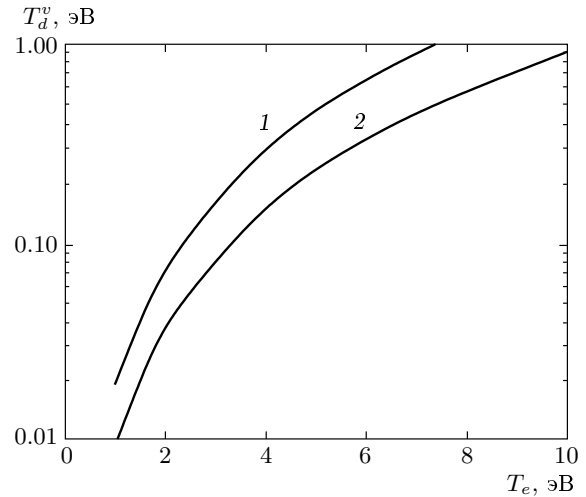
уже при  $T_e/T_i > 100$ , поскольку имеет место соотношение

$$\frac{T_d^{(e)}}{T_d^{(i)}} = \frac{T_e m_e \nu_{en}}{T_i m_i \nu_{in}}.$$

Данное обстоятельство может быть связано с тем, что для получения адекватного физического результата длина счетной ячейки  $L$  должна быть много больше электронного радиуса Дебая



**Рис. 3.** Зависимость отношения  $MV^2$  к величине  $T^0 = 300T_i$  от времени (в обратных временах торможения  $\nu_{fr}t$ ) для  $M = 10^4 m_i, Z = 10^3$  (1);  $M = 10^3 m_i, Z = 10^2$  (2);  $M = 10^2 m_i, Z = 10$  (3). Здесь  $V^2 = \langle V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \rangle$  — скорость макрочастицы, усредненная за время счета  $t$



**Рис. 4.** Зависимость температуры  $T_d^v$ , приобретаемой пылевой частицей в режиме слабых столкновений, от температуры электронов плазмы  $T_e$  для разрядов в аргоне (1) и неоне (2)

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi e^2 n_e}}$$

К сожалению, в настоящее время это условие трудно выполнимо, поскольку требует учета в численных расчетах очень большого числа плазменных частиц.

Таким образом, численное моделирование задачи показало, что пылевая частица в плазме способна приобретать дополнительную стохастическую кинетическую энергию  $T_d$  за счет флуктуаций электрического поля, вызванных тепловым движением ионов. Для случая слабых столкновений ( $Kn_i > 1, Kn_n = l_n/R > 1$ , где  $l_n$  — длина свободного пробега нейтралов при их столкновениях друг с другом) и при  $R \ll \lambda \ll l_{ni}$  заряд  $Z$  макрочастицы можно найти в ОМЛ-приближении [18], а коэффициент трения  $\nu_{fr}$  записать в свободномолекулярном приближении [23]. Тогда для инертных газов (таких как неон или аргон), наиболее часто используемых в экспериментах с пылевой плазмой, для оценки величины  $T_d$  можно получить для аргона

$$T_d = T_d^v \approx 0.5(T_e[\text{эВ}])^2 T_i$$

и для неона

$$T_d = T_d^v \approx 0.25(T_e[\text{эВ}])^2 T_i.$$

Так, для разряда в аргоне при температуре электронов 4–5 эВ и при комнатной температуре ионов

(порядка 0.026 эВ) кинетическая энергия макрочастицы за счет флуктуаций окружающей ее плазмы будет достигать приблизительно 0.22–0.34 эВ, эта величина примерно на порядок выше комнатной температуры. Зависимости температуры  $T_d = T_d^v$ , приобретаемой пылевой частицей в слабостолкновительном режиме, от температуры электронов плазмы для разрядов в аргоне и неоне приведены на рис. 4.

В заключение данного раздела еще раз отметим, что для типичных условий экспериментов с пылевой плазмой газовых разрядов столкновения ионной компоненты с нейтрами окружающего газа (даже в пренебрежении процессами перезарядки) могут значительно (более чем на порядок) изменить заряд  $Z$  макрочастицы относительно величины, прогнозируемой на основе ОМЛ-приближения [20]. Поскольку  $T_d \propto Z^2$ , это может привести к существенному изменению величины кинетической энергии, приобретаемой пылевой частицей. Чтобы оценить меру влияния электростатических колебаний ионной компоненты на кинетическую температуру пылевых частиц в условиях лабораторных экспериментов необходимо комплексное решение задачи, включающее в себя определение заряда макрочастицы и его зависимости от параметров плазмы, таких как  $Kn_i, \lambda/R, T_i/T_e$ .

### 3. ЗАРЯД ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЕ

В отсутствие эмиссионных процессов заряд макрочастицы определяется условием баланса ионного и электронного токов на ее поверхность,

$$I_e = I_i.$$

Для большинства экспериментов в пылевой плазме газовых разрядов ( $l_{ne}/R \lesssim 1$ ,  $T_e \gg T_i$ ) электронный ток на поверхность уединенной сферической пылевой частицы может быть записан в виде [26, 29–32]

$$I_e = C_{ne} \pi R^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} n_e^0 \exp\left(-\frac{e^2 Z}{RT_e}\right) \equiv C_{ne} I_e^{OML}, \quad (11)$$

где  $C_{ne} = 1$  для ОМЛ-приближения ( $I_e = I_e^{OML}$ ,  $R \ll \lambda \ll l_{ne}$ ). (Здесь и далее  $n_{e(i)}^0$  — концентрация электронов (ионов) в невозмущенной плазме, причем  $n_e^0 \approx n_i^0$ .)

В общем случае величина  $C_{ne}$  зависит от  $\text{Kn}_e = l_{ne}/R$ ,  $R/\lambda$  и отношения  $e^2 Z/RT_e$ . Решение задачи об определении электронного тока для условий высокого давления ( $\text{Kn}_e \ll 1$ ), в рамках диффузионно-дрейфового приближения, а также для случаев  $R/\lambda \gtrsim 1$  и  $\text{Kn}_e \sim 1$  можно найти в работах, посвященных теории зондов [29–32]. Когда дрейфовый поток электронов полностью компенсируется их диффузионным потоком, мы имеем  $C_{ne} \approx 1$  [26, 29]. Более детальное рассмотрение, учитывающее отличие от нуля электронного потока,

$$-D_e \nabla n_e - e n_e D_e \mathbf{E}/T_e \neq 0,$$

показывает, что электронный ток  $I_e$  в этом случае будет уменьшаться по сравнению с электронным током в ОМЛ-приближении,  $I_e^{OML}$  [29, 30]. В зависимости от остальных параметров задачи ( $\text{Kn}_e$ ,  $R/\lambda$ ,  $e^2 Z/RT_e$ ) величина  $C_{ne}$  (11) может изменяться приблизительно от 1 до 0.1. При этом для тех условий экспериментов, когда  $\text{Kn}_e \sim 1$ , а величина радиуса макрочастицы  $R \ll \lambda$  (соответственно,  $l_{ne} \ll \lambda$ ), коэффициент  $C_{ne}$  слабо отличается от единицы,  $C_{ne} \approx 1$  [29].

Если выполняется условие

$$\frac{e^2 Z}{RT_i} \gg 1,$$

то как в случае ОМЛ-приближения, так и в столкно-

вительном режиме ионный ток может быть записан в общей аналитической форме [18–20, 22, 29–32]:

$$I_i \approx C_{ni} \pi R^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} n_i^0 \frac{e^2 Z}{RT_i} \equiv C_{ni} I_i^{OML}, \quad (12)$$

где  $C_{ni} = 1$  для ОМЛ-приближения ( $I_i = I_i^{OML}$ ) и  $C_{ni} \approx \text{Kn}_i = l_{ni}/R$  для столкновительного режима в случае  $\text{Kn}_i \ll 1$ . Здесь

$$l_{ni} = \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i v_{in}^2}}.$$

Отметим, что в неравновесной плазме газовых разрядов ( $T_e \gg T_i$ ) при малых  $\text{Kn}_i$  ионный ток на пылевую частицу определяется в основном дрейфовой составляющей ионного потока [22, 26, 29–31]. Более подробный анализ условий зарядки сферических зондов с радиусом  $R \ll \lambda$  в слабоионизованной газоразрядной плазме показывает, что

$$C_{ni} \approx \text{Kn}_i$$

при условии

$$l_{ni}/\lambda_D \ll T_i/T_e$$

(см. [31, 32]).

Данные численных расчетов [20] зарядки уединенной пылевой частицы для разряда в неоне при различных параметрах плазмы показаны на рис. 5а,б в виде отношения величины равновесного потенциала пылевой частицы  $\phi = eZ/R$  к величине  $\phi_{OML}$ , найденной из уравнения баланса токов

$$I_e^{OML} = I_i^{OML}$$

в ОМЛ-приближении. Моделирование в этой работе проводилось путем решения уравнений движения ионов в самосогласованном суммарном поле всех компонент плазмы и пылевой частицы. Предполагалось, что скорости электронов имеют максвелловское распределение. Температура ионов соответствовала комнатной (порядка 0.026 эВ), а температура электронов  $T_e$  задавалась равной 2.5 и 5 эВ.

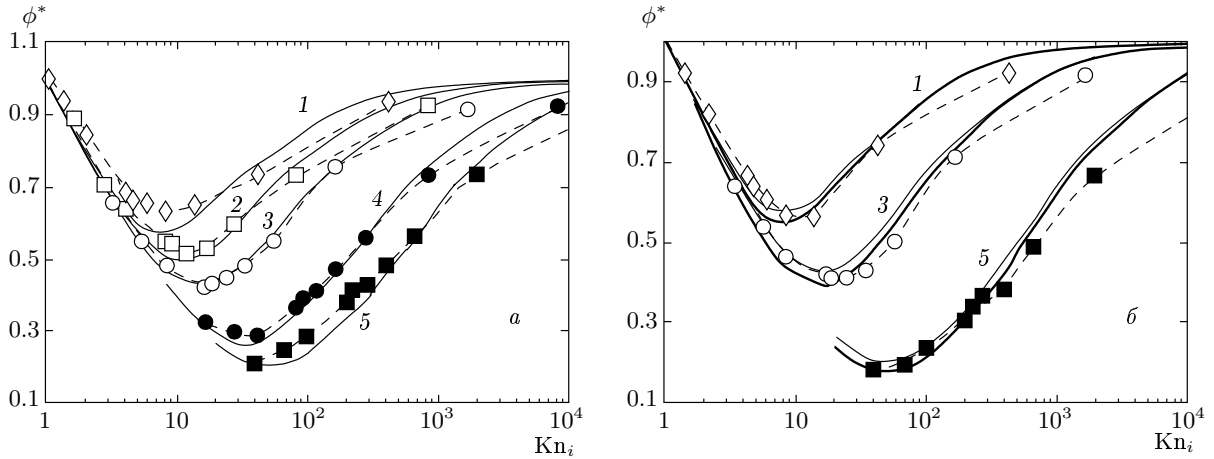
Анализ численных результатов показывает, что в условиях анализируемого газового разряда ( $l_{ne}/R > 1$ ,  $T_e \gg T_i$ ) величина  $\phi/\phi_{OML}$  слабо зависит от температуры электронов  $T_e$  и их числа Кнудсена

$$\text{Kn}_e = l_{ne}/R,$$

а определяется, скорее, двумя безразмерными параметрами: числом Кнудсена для ионов

$$\text{Kn}_i = l_{ni}/R$$





**Рис. 5.** Зависимости  $\phi^* = \phi/\phi_{OML}$  от параметра  $Kn_i = l_{ni}/R$  для  $T_e = 2.5$  эВ,  $e\phi_{OML}/T_e \approx 2.19$  (а),  $T_e = 5$  эВ,  $e\phi_{OML}/T_e \approx 1.95$  (б) при различных  $R/\lambda = 0.24$  (1,  $\diamond$ ),  $0.12$  (2,  $\circ$ ),  $0.06$  (3,  $\square$ ),  $0.012$  (4,  $\bullet$ ),  $0.005$  (5,  $\blacksquare$ ). Точки — данные расчетов для неона [11], сплошные линии — аппроксимация для различных  $T_e = 2.5$  эВ (тонкая линия) и  $5$  эВ (жирная линия)

и отношением  $\lambda/R$  [20].

Таким образом, учитывая баланс ионного и электронного токов на поверхность макрочастицы

$$I_e = I_i,$$

т. е.

$$C_{ne}I_e^{OML} = C_{ni}I_i^{OML},$$

можно выбрать подходящую аппроксимирующую функцию для отношения коэффициентов

$$\frac{C_{ni}}{C_{ne}} = C_n \equiv C_n(Kn_i, \lambda/l_{ni}),$$

которая позволит оценивать заряд макрочастиц без временных затрат на численное моделирование задачи при изменении параметров плазмы. При этом, поскольку в анализируемых условиях электронная компонента не оказывает заметного влияния на отношение  $\phi/\phi_{OML}$ , регистрируемое в численном эксперименте, можно предположить, что в данных условиях  $C_{ne} \approx \text{const}$ . (При этом, как будет показано ниже,  $C_{ne} \approx 1$ , что согласуется с результатами упомянутых выше теоретических и численных исследований.)

Поиск аппроксимирующей функции  $C_n = C_n(Kn_i, \lambda/l_{ni})$  основан на том, что в столкновительном режиме ионный ток  $I_i$  на поверхность пылевой частицы пропорционален подвижности ионов  $\mu_i$ , которая, в свою очередь, пропорциональна  $D_i$  — коэффициенту диффузии ионов:

$$\mu_i = \frac{eD_i}{T_i} \propto D_i \approx l_{ni}V_{Ti}/3,$$

где

$$V_{Ti} = \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}}$$

— их тепловая скорость. Это справедливо в том случае, если для кинетической энергии иона, приобретаемой на расстояниях порядка длины его свободного пробега в электрическом поле пылевой частицы выполняется соотношение

$$\varepsilon \approx \frac{T_e l_{ni}}{\lambda} \ll T_i, \quad l_{ni}/\lambda \ll T_i/T_e$$

(см. [28, 32, 33]). В случае малых отклонений системы от состояния статистического равновесия коэффициент диффузии  $D_i$  может быть получен путем анализа теплового переноса частиц через единичную площадку при  $t \rightarrow \infty$ :

$$D_i = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t), \tag{13}$$

где

$$D(t) = \frac{(\Delta l)^2}{6t},$$

а  $\Delta l = \Delta l(t)$  — тепловое смещение частицы за время  $t$ . Временная эволюция процессов массопереноса  $D(t)$ , в свою очередь, определяется как

$$D(t) = D_i \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\nu_{in}t)}{\nu_{in}t} \right]$$

(см. [22]). Следует отметить, что при определении коэффициента диффузии  $D_i$  (13) предел  $t \rightarrow \infty$  понимается в том смысле, что время  $t$  велико по сравнению с остальными микроскопическими временами

системы, но мало по сравнению с временами диффузии частицы на расстояния порядка характерных размеров системы. Таким образом, размеры системы должны быть много больше длины свободного пробега частиц при их столкновениях с нейтралами газа ( $\text{Kn}_i \ll 1$ ,  $\lambda/l_{ni} \gg 1$ ). Когда последнее условие не выполняется, величина

$$D = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t)$$

оказывается меньше броуновского коэффициента диффузии  $D_i$ . При этом

$$D(t) \rightarrow D = D_i \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\nu_{ni} t_c)}{\nu_{ni} t_c} \right]$$

на временах  $t \geq t_c$ , где  $t_c$  — некоторое характерное время установления стационарного режима [22]. Время  $t_c$  получается простой эмпирической подгонкой численных данных [20]:

$$t_c = \frac{c_1 R(1 + c_2 \lambda_{Di}/l_{ni})}{V_{Ti}}$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — постоянные коэффициенты. Учитывая результаты работы [20] и результаты расчетов равновесного заряда пылевой частицы из уравнения баланса, а также используя формулы (11) и (12), получаем для коэффициента  $C_n$  следующее соотношение:

$$C_n = \left( 1 - \frac{1 - \exp(-Q_n)}{Q_n} \right) \text{Kn}_i, \quad (14)$$

где

$$Q_n = \frac{2(1 + 4\pi\lambda_{Di}/l_{ni})}{\text{Kn}_i}.$$

При этом при  $\text{Kn}_i \sim 1$ ,  $R \gg \lambda$  величина  $C_n \approx C_{ni} \approx \text{Kn}_i$ , а  $C_{ne} \approx 1$ . Сравнение численных результатов работы [20] с расчетами поверхностного потенциала макрочастицы из условия баланса токов  $I_e = I_i$ , где  $I_i$  соответствует уравнению (12) с коэффициентом  $C_{ni} = C_n$  (14), а  $I_e$  — уравнению (11) с коэффициентом  $C_{ne} = 1$ , приведено на рис. 5а,б. Как видно из рисунка, отклонения полученных результатов от данных численного моделирования не превышают 25% (в большинстве случаев ошибка предлагаемой аппроксимации находилась в пределах 5–10%).

Для проверки соотношения, предлагаемого для аппроксимации ионного тока на пылевую частицу, было выполнено численное моделирование задачи для условий, отличающихся от условий, рассмотренных в работе [20]. Расчеты проводились методом молекулярной динамики. В качестве нейтрального газа был рассмотрен аргон с давлением  $P = 0.5, 1, 3$  и 10 Торр. Эффективная частота столкновений

ионов (электронов)  $\nu_{in}$  ( $\nu_{en}$ ) с нейтралами окружающего газа менялась пропорционально давлению и при 1 Торр принималась равной  $\nu_{in} = 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$  ( $\nu_{en} = 5.3 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ ). Температура ионов принималась равной  $T_i = 0.026 \text{ эВ}$ , а температура электронов равнялась  $T_e = 0.5$  и 1 эВ. Пылевая частица с радиусом  $R = 0.3, 1$  и 3 мкм находилась в центре кубической ячейки фиксированной длины  $L$ . Средняя концентрация плазмы поддерживалась постоянной (порядка  $7.5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ ), количество электронов и ионов в счетной ячейке составляло  $N_e \approx N_i = 75000$ . Суммарное количество поглотившихся на пылевой частице ионов и электронов принималось за ее заряд на каждый момент времени счета. Расчет проводился до достижения стационарного (отрицательного) заряда макрочастицы ( $\langle Z \rangle = \text{const}$ ). Погрешность величин полученных зарядов составляла менее 5%.

Для ионов и электронов решались уравнения движения Ланжевена с учетом силы, действующей на них со стороны заряженной пылевой частицы. Шаг интегрирования выбирался равным

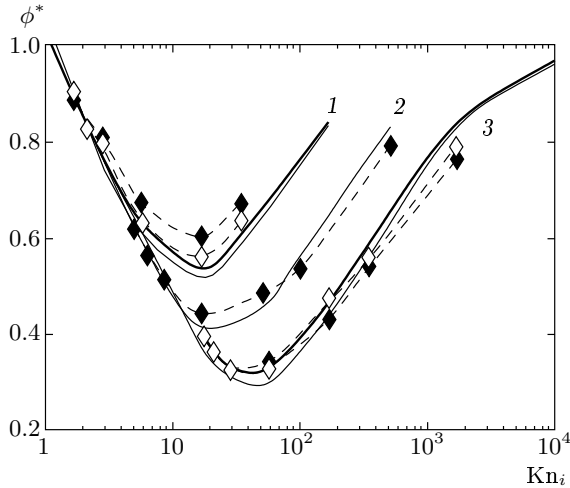
$$\Delta t = \frac{1}{200\omega_{pe}},$$

где

$$\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi e^2 n}{m_e}.$$

Частицы плазмы (ионы, электроны), вылетевшие за грань счетной ячейки, возвращались в объем, сохраняя значение средней скорости. Частицы плазмы, поглотившиеся пылевой частицей, возвращались в счетную ячейку случайным образом со случайными скоростями, соответствующими их температуре.

Учитывая, что задача имеет сферическую симметрию (потенциал взаимодействия с пылевой частицей обрезался на половине длины ячейки), распределение концентраций ионной и электронной компонент также является сферически-симметричным. Поэтому заряды плазменной компоненты в сфере с радиусом  $r < R_c = L/2$  (где  $r$  — расстояние от пылевой частицы до электрона или иона) суммировались, и полагалось, что весь заряд сосредоточен в центре. Затем поле этого заряда прибавлялось к полю пылевой частицы при расчете силы, действующей на электроны и ионы. Вне сферы (при  $r \geq R_c$ ) поле полагалось равным нулю. Таким образом, после достижения стационарного состояния ( $\langle Z \rangle = \text{const}$ ) сферическая ячейка радиусом  $R_c$  оказывалась электронейтральной, т.е. среднее по времени значение полной суммы зарядов в ней равнялось нулю. От-



**Рис. 6.** Зависимости  $\phi^* = \phi/\phi_{OML}$  от параметра  $Kn_i = l_{ni}/R$  для аргона для:  $T_e = 1$  эВ,  $e\phi_{OML}/T_e \approx 2.75$  ( $\blacklozenge$ );  $T_e = 0.5$  эВ,  $e\phi_{OML}/T_e \approx 3$  ( $\blacklozenge$ ) при различных  $R/\lambda = 0.07$  (1), 0.023 (2), 0.007 (3). Точки — расчеты ММД, сплошные линии — аппроксимация для различных  $T_e = 1$  эВ (тонкая линия) и 0.5 эВ (жирная линия)

метим, что слабое нарушение электронейтральности окружающей сферическую ячейку плазмы,

$$|n_e - n_i| \ll \frac{Z}{4R_c^3},$$

не оказывало ощутимого влияния на величину стационарного заряда, приобретаемого пылевой частицей.

На рис. 6 представлены результаты численного моделирования относительного потенциала

$$\phi^* = \frac{\phi}{\phi_{OML}},$$

рассчитанного из уравнения баланса с использованием предлагаемой аппроксимации для ионного тока ( $I_i = C_{ni}I_i^{OML}$ ,  $C_{ni} = C_n$ , см. формулы (12) и (14)) при условиях, когда на поверхность пылевой частицы электронный ток  $I_e \approx I_e^{OML}$ . Легко видеть, что рассогласование представленных результатов не превышает 30% для всех параметров, используемых при моделировании задачи. Тенденцию зависимости аппроксимации для ионного тока от отношения  $T_e/T_i$  выявить не удалось, поскольку для данных численного моделирования [20] с увеличением температуры электронов  $T_e$  несколько повышалась точность предлагаемой аппроксимации, а для численных данных, представленных в настоящей работе, с ростом  $T_e$  росла погрешность (см. рис. 4, 5).

Отметим также, что анализ численных результатов (рис. 4, 5) показывает, что OML-приближение хорошо описывает заряд  $Z$  частицы при условии  $l_{in}/\lambda > 100$ , а для случая  $l_{in}/\lambda < 0.3$  для расчета величины  $Z$  ионный ток может быть задан в дрейфовом приближении. Последнее согласуется с выводами работ [20, 33].

В заключение приведем оценки величины стохастической энергии, приобретаемой уединенной пылевой частицей за счет электростатических колебаний ионов в слабоионизованной плазме с учетом зависимости величины заряда макрочастицы от параметров  $Kn_i$  и  $\lambda/R$ . Для учета зависимости коэффициента трения пылевой частицы от числа Кнудсена  $Kn = l_n/R$  будем использовать соотношение [33]

$$\nu_{fr} \approx 6\pi R\eta_0 \frac{1 - l_n(1 - \exp(-R/l_n))/R}{M}, \quad (15)$$

где  $\eta_0$  — вязкость газа. При комнатной температуре для аргона  $l_n$  [мкм]  $\approx 73/P$  [Торр],  $\eta_0 \approx 2.15 \cdot 10^{-4}$  г/см · с, а для неона  $l_n$  [мкм]  $\approx 111/P$  [Торр],  $\eta_0 \approx 3.4 \cdot 10^{-4}$  г/см · с [26].

Зависимость отношения величины  $T_d$  (8) к величине температуры  $T_d^v$ , приобретаемой в случае слабых столкновений (см. разд. 2 и рис. 4), от параметра  $Kn_i$  для неона и аргона при различных  $R/\lambda_{Di}$  приведена на рис. 7а,б. Поскольку величина  $T_d^v$  при различных температурах электронов  $T_e \sim 1-10$  эВ в рассматриваемых газовых разрядах может изменяться от 0.01 до 1 эВ (см. рис. 4), а отношение  $T_d/T_d^v$  может изменяться приблизительно от 0.1 до 2 (см. рис. 7а,б), для диапазона чисел Кнудсена  $Kn_i$  от 1 до  $10^4$  (типичного для лабораторных экспериментов в пылевой плазме газовых разрядов) энергия, приобретаемая пылевой частицей за счет электростатических колебаний ионов, может быть как много больше, так и много меньше температуры окружающего ее газа. Так, для разряда в аргоне при температуре электронов  $T_e = 4$  эВ и комнатной температуре ионов  $T_i \approx 0.026$  эВ (при этом  $T_d^v \approx 0.22$  эВ) для случая  $R/\lambda_{Di} = 0.007$  имеем:  $T_d \approx 0.5$  эВ при  $Kn_i = 1$ ,  $T_d \approx 0.22$  эВ при  $Kn_i = 10^4$ ,  $T_d \approx 0.02$  эВ при  $Kn_i = 100$ . С уменьшением температуры электронов до  $T_e = 1$  эВ значения приобретаемых кинетических температур  $T_d$  будут в 16 раз меньше для всех чисел Кнудсена (см. разд. 2). При фиксированном значении  $Kn_i$  приобретаемая энергия монотонно растет с ростом размера макрочастицы (т. е. с ростом  $R/\lambda_{Di}$ ).

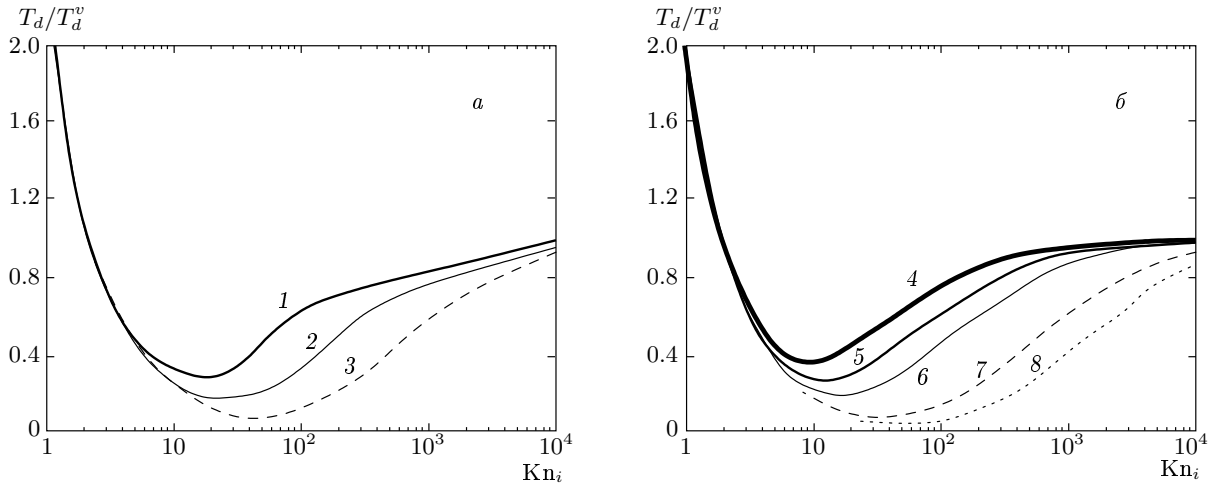


Рис. 7. Зависимости отношения  $T_d/T_d^v$  от параметра  $Kn_i = l_{ni}/R$  для аргона (а) и неона (б) при различных  $R/\lambda = 0.07$  (1),  $0.023$  (2),  $0.007$  (3),  $0.24$  (4),  $0.12$  (5),  $0.06$  (6),  $0.012$  (7),  $0.005$  (8)

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приведены аналитические соотношения для оценки стохастической энергии, приобретаемой уединенной макрочастицей в слабоионизованной плазме за счет ее тепловых флуктуаций, приводящих к возникновению электростатических колебаний ионов. Полученные соотношения позволяют оценить величину минимальной кинетической температуры пылевой частицы в квазиравновесной плазме для условий, когда не происходит развития различных плазменно-пылевых неустойчивостей или распространения плазменных волн.

Проведен анализ процессов зарядки макрочастицы в слабоионизованной газоразрядной плазме и получена эмпирическая аппроксимация для ионного тока на ее поверхность. Предлагаемая аппроксимация существенно упрощает определение заряда макрочастицы, поскольку позволяет избежать длительных вычислений при изменении параметров задачи.

Численные исследования показали, что для условий лабораторных экспериментов в пылевой плазме газовых разрядов ( $T_i/T_e \ll 1$ ) определяющее влияние на величину энергии, приобретаемой макрочастицей, оказывает ионная компонента. При этом кинетическая температура пылевой частицы, индуцированная рассмотренным механизмом, может заметно превышать температуру окружающего газа. Представленные результаты могут быть также полезны для анализа протяженных плазменно-пылевых систем (состоящих из множества

макрочастиц) при условии, если среднее расстояние между пылевыми частицами много больше ионного радиуса Дебая.

Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16362), фонда CRDF (грант № RU-P2-2593-MO-04), Программы Президиума РАН и Фонда содействия отечественной науке.

#### 5. ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнения движения ионов и электронов в линейном гидродинамическом приближении (в отсутствие магнитного поля) для слабоионизованной плазмы (при наличии столкновений) можно представить в виде:

$$\frac{dm_e \mathbf{V}_e}{dt} = -\nu_e m_e \mathbf{V}_e - e\mathbf{E} - \nabla p_e, \quad (A.1)$$

$$\frac{dm_i \mathbf{V}_i}{dt} = -\nu_i m_i \mathbf{V}_i + e\mathbf{E} - \nabla p_i, \quad (A.2)$$

где

$$\nabla p_{e(i)} = u_{e(i)}^2 m_{e(i)} \nabla n_{e(i)}$$

— тепловое электронное (ионное) давление, а  $u_{e(i)}$  — электронная (ионная) скорость звука [23, 24]. В случае продольных волн,

$$\mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{e(i)}) = k^2 \mathbf{V}_{e(i)},$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, совместное решение данных уравнений с уравнением Пуассона (1) и уравнениями непрерывности (2) для возмущенных электронной и ионной компонент дает для скоростей электронов и ионов следующие уравнения:

$$(\omega_{pe}^2 - \omega^2 + k^2 u_e^2 - i\nu_e \omega) \mathbf{V}_e - \omega_{pe}^2 \mathbf{V}_i = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$(\omega_{pi}^2 - \omega^2 + k^2 u_i^2 - i\nu_i \omega) \mathbf{V}_i - \omega_{pi}^2 \mathbf{V}_e = 0. \quad (\text{A.4})$$

Отсюда легко получить дисперсионное уравнение для продольных волн в плазме без магнитного поля:

$$\begin{aligned} \omega^4 + i\omega^3(\nu_e + \nu_i) - \omega^2 [\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k^2(u_e^2 + u_i^2) + \nu_e \nu_i] - \\ - i\omega [\nu_e(\omega_{pi}^2 + k^2 u_i^2) + \nu_i(\omega_{pe}^2 + k^2 u_e^2)] + \\ + k^2 u_i^2 \omega_{pe}^2 + k^2 u_e^2 \omega_{pi}^2 + k^4 u_i^2 u_e^2 = 0. \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Возможность распространения волн в плазме определяется величиной декремента затухания, который может быть получен путем решения дисперсионного уравнения. (Еще раз напомним, что в большинстве случаев волновые движения не могут осуществляться в слабоионизованной плазме без дополнительных источников энергии, компенсирующих диссипативные потери кинетической энергии частиц [23–25].) Для электростатических колебаний (когда частота  $\omega$  не зависит от  $k$ ) из соотношения (A.5) легко получить две ветви: высокочастотную ветвь легмюровских колебаний (при  $k \rightarrow 0$ ,  $\nu_e \gg \nu_i$  и  $\omega_{pe}^3 \gg \nu_i \omega_{pe}^2 \gg \nu_e \omega_{pi}^2$ )

$$\omega^2 + i\omega^2 \nu_e - \omega_{pe}^2 = 0 \quad (\text{A.6})$$

и ветвь, соответствующую колебаниям холодных ионов (при  $T_e \gg T_i$ )

$$\omega^2 + i\omega^2 \nu_i - \omega_{pi}^2 = 0. \quad (\text{A.7})$$

Данные дисперсионные соотношения являются аналогами уравнения (4) для электростатических колебаний соответствующей компоненты плазмы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. Chu and L.I., Phys. Rev. Lett. **72**, 4009 (1994).
2. H. Thomas, G. Morfill, V. Demmel et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).
3. А. М. Липаев, В. И. Молотков, А. П. Нефедов и др., ЖЭТФ **112**, 2030 (1997).
4. А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. И. Молотков и др., Письма в ЖЭТФ **72**, 313 (2000).
5. O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, V. E. Fortov et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 035001 (2001).
6. А. П. Нефедов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., ЖЭТФ **122**, 778 (2002).
7. T. Trottenberg, A. Melzer, and A. Piel, Plasma Sources Sci. Technol. **4**, 450 (1995).
8. J. B. Pieper and J. Goree, Phys. Rev. Lett. **77**, 3137 (1996).
9. U. Konopka, G. E. Morfill, and L. Ratke, Phys. Rev. Lett. **84**, 891 (2000).
10. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. I. Molotkov et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 205002 (2001).
11. S. Rotynskaia, S. Khrapak, A. Zobnin et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 085001 (2004).
12. В. И. Молотков, А. П. Нефедов, В. М. Торчинский и др., ЖЭТФ **116**, 902 (1999).
13. V. V. Zhakhovskii, V. I. Molotkov, A. P. Nefedov et al., Pis'ma v Zh. Eksp. Teor. Fiz. **66**, 419 (1997).
14. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, Б. Джеймс и др., ЖЭТФ **123**, 1179 (2003).
15. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, Б. Джеймс и др., ЖЭТФ **123**, 1179 (2003).
16. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, O. F. Petrov et al., Phys. Rev. E **60**, 5959 (1999).
17. S. V. Vladimirov, S. A. Maierov, and N. F. Cramer, Phys. Rev. E **63**, 045401 (2001).
18. J. Goree, Plasma Sources Sci. Technol. **3**, 400 (1994).
19. M. Rosenberg, D. M. Mendis, and D. P. Sheenan, IEEE Trans. on Plasma Sci. **24**, 1422 (1996).
20. А. В. Зобнин, А. П. Нефедов, В. А. Синельников, ЖЭТФ **118**, 554 (2000).
21. P. Braunt, J. Phys. D: Appl. Phys. **36**, 2859 (2003).
22. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
23. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
24. Д. А. Франк-Каменецкий, *Лекции по физике плазмы*, Атомиздат, Москва (1964).
25. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).

26. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
27. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, Москва (1988).
28. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Rev. E* **61**, 3033 (2000).
29. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, Москва (1969).
30. J. D. Swift and M. J. R. Schwar, *Electrical Probes for Plasma*, Pliffe Books Ltd, London (1970).
31. J. S. Chang and J. G. Laflamboise, *Phys. Fluids* **19**, 25 (1976).
32. V. A. Goduak and N. Stenberg, *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **18**, 159 (1990).
33. А. П. Нефедов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., *Физ. плазмы* **29**, 1 (2003).