

ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКИ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ОТ ХАРАКТЕРА ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

*Э. В. Завитаев, А. А. Юшканов**

*Московский государственный университет леса
141005, Мытищи, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 15 мая 2006 г.

Решена задача об электрической проводимости цилиндрической проволоки из металла в продольном магнитном поле с учетом зеркально-диффузного граничного условия для электронов. На основе полученного аналитического решения теоретически объяснены экспериментальные данные по магнитосопротивлению тонкой цилиндрической проволоки. Предложен эффективный метод определения коэффициента зеркальности поверхности металлов.

PACS: 78.67.-n

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрические свойства проводников, линейный размер R которых сравним с длиной свободного пробега Λ электронов, существенно отличаются от свойств «массивных» проводников [1, 2].

В фундаментальной работе [2] рассчитана электрическая проводимость тонкой цилиндрической проволоки (отношение ее радиуса к длине много меньше единицы). Вопросы, касающиеся проводимости тонкой цилиндрической проволоки, помещенной в магнитное поле, обсуждались в работах [3–7]. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов в металле.

В работе [4] для чисто диффузного граничного условия рассмотрена задача о влиянии продольного магнитного поля на электрическую проводимость металлической цилиндрической проволоки. Автору этой работы не удалось получить аналитическое выражение для расчета проводимости. Численными методами им были получены результаты только для отдельных значений параметров задачи. При этом автору работы [4] также не удалось согласовать по-

лученные результаты с экспериментальными данными.

Квантовомеханические эффекты при взаимодействии электронов с переменным электромагнитным полем рассматривались в работе [8].

Заметим, что задачи о проводимости тонких металлических проволок становятся особенно актуальными в связи с бурным развитием микроэлектроники, где такие проволоки широко применяются.

В настоящей работе кинетическим методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов в однородной цилиндрической проволоке, помещенной в продольное магнитное поле, на переменное электрическое поле, ориентированное вдоль оси симметрии проволоки. По найденной функции распределения удастся рассчитать зависимость интегральной проводимости от величины внешнего магнитного поля, отношения радиуса проволоки к длине свободного пробега электронов и частоты, а также от коэффициента зеркальности.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТ

Рассматривается прямая цилиндрическая проволока из немагнитного металла радиуса R и длины L (считаем, что $L \gg R$), помещенная в магнитное по-

*E-mail: yushkanov@mtu-net.ru

ле с индукцией \mathbf{B} , к концам которой приложено переменное напряжение частоты ω . При этом направления электрического и магнитного полей совпадают с осью симметрии проволоки. Скин-эффект не учитывается (предполагается, что $R < \delta$ — глубины скин-слоя).

Однородное периодическое по времени электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (1)$$

действует на электроны проводимости (они рассматриваются как вырожденный ферми-газ) внутри проволоки и вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской функции распределения f_0 ,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}),$$

$\varepsilon = m\mathbf{v}^2/2$, где \mathbf{r} — радиус-вектор (начало системы координат выбирается на оси проволоки), \mathbf{v} — скорость электрона, m — эффективная масса электрона в металле.

В результате возникает высокочастотный ток

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f \frac{2d^3(mv)}{h^3} = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v, \quad (2)$$

где e — заряд электрона, h — постоянная Планка и используется стандартная нормировка функции распределения f , при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$. Для равновесной функции распределения $f_0(\varepsilon)$ далее используется ступенчатая аппроксимация [9]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon, \end{cases}$$

где $\varepsilon_F = mv_F^2/2$ — энергия Ферми, v_F — скорость Ферми. Предполагается, что ферми-поверхность имеет сферическую форму.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения электронов от равновесной функции f_0 , возникающего под действием высокочастотного поля (1). В линейном приближении по электрическому полю функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [9–11]

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{e}{m} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (3)$$

где предполагается стационарная зависимость от времени ($f_1 \propto \exp(-i\omega t)$), а интеграл столкновений

взят в приближении времени релаксации τ электронов:

$$\left(\frac{df_1}{dt}\right)_s = -\frac{f_1}{\tau}.$$

Для однозначного определения функции f_1 необходимо задать для нее граничное условие на цилиндрической поверхности проволоки. В качестве такого принимаем условие зеркально-диффузного отражения электронов от этой поверхности [2]:

$$f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z) = q f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, \mathbf{v}_z) \quad (4)$$

при

$$|\mathbf{r}_\perp| = R, \quad \mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp < 0,$$

где \mathbf{r}_\perp и \mathbf{v}_\perp — соответственно компоненты радиус-вектора \mathbf{r} электрона и его скорости \mathbf{v} в плоскости, перпендикулярной оси симметрии проволоки, \mathbf{v}_z — составляющая скорости электрона вдоль оси симметрии проволоки (\mathbf{v}'_\perp — вектор скорости, который при зеркальном отражении частицы от внутренней поверхности переходит в вектор \mathbf{v}_\perp); q — коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения), $0 \leq q \leq 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности металлической проволоки, а при $q = 1$ — условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ имеем различные варианты смешанного (зеркально-диффузного) отражения электронов.

Будем решать кинетическое уравнение (3) методом характеристик [12] с учетом граничного условия (4).

Граничное условие (4) позволяет проследить за изменением функции f_1 вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t' = t_n$ функция $f_1(t')$ испытывает скачок:

$$f_1(t_n + 0) = q f_1(t_n - 0) \quad (5)$$

(знак «+» или «-» обозначает предел функции f_1 в точке отражения t_n справа или слева по времени пролета).

Разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения:

$$t_n = nT + \text{const}, \quad n \in \mathbb{Z},$$

где T — время пролета электрона со скоростью \mathbf{v}_\perp от точки $\mathbf{r}_{n-1,\perp}$ до точки $\mathbf{r}_{n,\perp}$.

Решением уравнения (3) является функция

$$f_1 = C e^{-\nu t'} - \frac{A}{\nu},$$

где

$$\nu = \frac{1}{\tau} - i\omega, \quad A = ev_z E_z \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Решим это уравнение на интервале (t_{n-1}, t_n) . В момент начала отсчета времени ($t' = 0$) имеем

$$f_1(t_{n-1} + 0) = C - \frac{A}{\nu}, \quad (6)$$

откуда определяем значение постоянной C :

$$C = \frac{A}{\nu} + f_1(t_{n-1} + 0).$$

Теперь получим связь между начальными значениями функции f_1 на двух соседних звеньях траектории. Поскольку $t_n - 0 = t_{n-1} + T$, находим

$$\begin{aligned} f_1(t_n - 0) &= \left[\frac{A}{\nu} + f_1(t_{n-1} + 0) \right] e^{-\nu T} - \frac{A}{\nu} = \\ &= -\frac{A}{\nu} (1 - e^{-\nu T}) + f_1(t_{n-1} + 0) e^{-\nu T}. \end{aligned}$$

Применяя условие (5), получаем

$$f_1(t_n + 0) = q \left[-\frac{A}{\nu} (1 - e^{-\nu T}) + f_1(t_{n-1} + 0) e^{-\nu T} \right].$$

С помощью этого рекуррентного соотношения выражаем $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т. д. и приходим к выражению для $f_1(t_n + 0)$ через сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q \exp(-\nu T)$. Суммируя ее, имеем

$$f_1(t_n + 0) = -\frac{qA(1 - e^{-\nu T})}{\nu(1 - qe^{-\nu T})}.$$

Чтобы найти конкретный вид решения уравнения (3), воспользуемся начальным условием (6). При $t' = 0$ получаем

$$-\frac{qA(1 - e^{-\nu T})}{\nu(1 - qe^{-\nu T})} = C - \frac{A}{\nu},$$

откуда

$$C = \frac{A}{\nu} \left[1 - \frac{q(1 - e^{-\nu T})}{1 - qe^{-\nu T}} \right] = \frac{A}{\nu} \left[\frac{1 - q}{1 - qe^{-\nu T}} \right].$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} f_1(t') &= \frac{A}{\nu} \left(\frac{1 - q}{1 - qe^{-\nu T}} \right) e^{-\nu t'} - \frac{A}{\nu} = \\ &= -\frac{A}{\nu} \left[\frac{(q - 1)e^{-\nu t'}}{1 - qe^{-\nu T}} + 1 \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Параметр t' в выражении (7) имеет смысл времени движения электрона со скоростью \mathbf{v} вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r} . Параметр T — период движения электрона, т. е. промежуток времени между двумя последовательными столкновениями электрона с поверхностью проволоки.

Определение параметров t' и T является центральным моментом данной задачи, так как наличие продольного магнитного поля приводит к тому, что часть электронов при отражении от границы проволоки двигается до следующего соударения с границей по винтовой линии, а траектория остальных электронов с границей проволоки не пересекается ($t' \rightarrow \infty$)!

Рассмотрим проекцию траектории электрона на плоскость, перпендикулярную оси проволоки. Эта проекция имеет вид дуги окружности. Понятно, что в случае пересечения с границей

$$t' = r_B \varphi / v_{\perp}, \quad (8)$$

где $r_B = mv_{\perp} / eB$ — радиус дуги, а φ — соответствующий данной дуге центральный угол.

При вычислении интеграла (2) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат (r_{\perp}, γ, z ; полярная ось — ось z ; вектор \mathbf{E}_0 параллелен оси z), так и в пространстве скоростей (v_{\perp}, α, v_z ; полярная ось — ось v_z). Ось симметрии проволоки совпадает с осью z . Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z, \quad E_z = E_0 e^{-i\omega t}.$$

Соответственно, и ток (2) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми, параллельными оси z):

$$j_z = \frac{3ne^2}{4\pi v_F^3 \nu} E_z \int v_z^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \left[\frac{(q - 1)e^{-\nu t'}}{1 - qe^{-\nu T}} + 1 \right] d^3 v.$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов проводимости в металлах определяется как

$$n = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^2 \int f_0 d^3 v = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{4}{3} \pi v_F^3.$$

Воспользовавшись свойствами δ -функции, получаем

$$\begin{aligned} \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) &= \frac{2}{m} \delta(v_z^2 + v_{\perp}^2 - v_F^2) = \\ &= \frac{2}{m} \delta[v_z^2 - (v_F^2 - v_{\perp}^2)] = \\ &= \frac{2}{m} \delta \left[\left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right) \left(v_z + \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{m \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2}} \times \\ &\times \left[\delta \left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right) + \delta \left(v_z + \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z заменяется интегрированием по положительному диапазону и результат удваивается, следовательно

$$j_z = \frac{3ne^2 E_z}{4\pi v_F^3 \nu} \frac{2}{m} \int \frac{v_z^2 \delta \left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right)}{\sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2}} \times \left[\frac{(q-1)e^{-\nu t'}}{1 - qe^{-\nu T}} + 1 \right] d^3 v.$$

Подставляя пределы интегрирования, приходим к выражению

$$j_z = \frac{3ne^2 E_z}{2\pi m v_F^3 \nu} \int_0^{v_F} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{v_z^2 \delta \left(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \right)}{\sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2}} \times \left[\frac{(q-1)e^{-\nu t'}}{1 - qe^{-\nu T}} + 1 \right] v_{\perp} dv_{\perp} d\alpha dv_z.$$

Проинтегрировав по переменной v_z , получаем

$$j_z = \frac{3ne^2 E_z}{2\pi m v_F^3 \nu} \int_0^{v_F} \int_0^{2\pi} v_{\perp} \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \times \left[\frac{(q-1)e^{-\nu t'}}{1 - qe^{-\nu T}} + 1 \right] dv_{\perp} d\alpha. \quad (9)$$

Для дальнейших вычислений и анализа результатов введем новые переменные:

$$\xi = \frac{r_{\perp}}{R}, \quad \rho = \frac{v_{\perp}}{v_F}, \quad \mu = \frac{eR}{mv_F} B,$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\nu R}{v_F} = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) \frac{R}{v_F} = \\ &= \frac{R}{\tau v_F} - i \frac{R\omega}{v_F} = \frac{R}{\Lambda} - i \frac{R\omega}{v_F} = \lambda - i\Omega. \end{aligned}$$

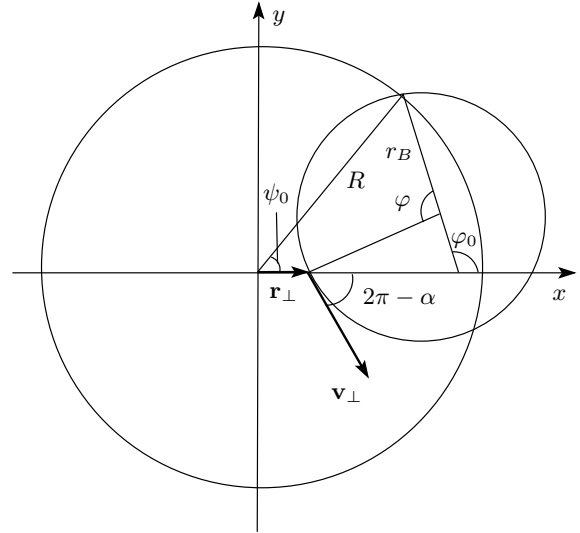


Рис. 1. Комплексная плоскость для определения угла φ

Тогда формулу (9) можно представить как

$$j_z = \frac{3ne^2 R E_z}{2\pi m v_F \Delta} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho \sqrt{1 - \rho^2} \times \left[\frac{(q-1) \exp(-\varphi \Delta / \mu)}{1 - q \exp(-\varphi^* \Delta / \mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha. \quad (10)$$

Для интегрирования выражения (10) углы φ (центральный угол дуги окружности, по которой двигается электрон в случае пересечения его траектории с границей проволоки) и φ^* (через этот угол выражается период T движения электрона) необходимо связать с углом α в пространстве скоростей (это угол между векторами \mathbf{r}_{\perp} и \mathbf{v}_{\perp}).

Для определения угла φ рассмотрим комплексную плоскость $z = x + iy$. Удобство использования комплексной плоскости состоит в том, что уравнение окружности, соответствующей движению электрона, с центром в точке (x_0, y_0) и радиусом r_B записывается достаточно просто:

$$z = z_0 + r_B \exp[i(\varphi_0 + \varphi)],$$

где угол φ_0 задает наклон радиуса r_B дуги к оси x в момент отражения электрона от границы проволоки.

Определим в точке \mathbf{r} угол φ для электрона, движущегося со скоростью \mathbf{v} . Ось x проведем из середины проволоки в точку \mathbf{r}_{\perp} (рис. 1), т. е. эта точка будет иметь координаты $(x, 0)$. В момент отражения

электрона от границы проволоки выполняется соотношение

$$Re^{i\psi_0} = z_0 + r_B \exp(i\varphi_0),$$

где угол ψ_0 задает наклон проекции \mathbf{r}_\perp радиус-вектора электрона к оси x в момент отражения (при этом $|\mathbf{r}_\perp| = R$). Поэтому получаем следующую связь между величинами, задающими положение электрона в комплексной плоскости:

$$r_\perp + \delta \exp(i\varphi_0) = R \exp(i\psi_0) + r_B \exp[i(\varphi_0 + \varphi)]. \quad (11)$$

При указанном выше расположении координатных осей угол $\varphi = \alpha - \varphi_0 - \pi/2$ (все углы отсчитываются против часовой стрелки). Эту связь между углами φ , φ_0 и α легко получить, продифференцировав уравнение окружности $z = z_0 + r_B \exp[i(\varphi_0 + \varphi)]$ по параметру t' с учетом соотношения (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t'} &= iv_\perp \exp[i(\varphi + \varphi_0)] = \\ &= v_\perp \exp\left[i\left(\varphi + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)\right] = v_\perp \exp(i\alpha). \end{aligned}$$

Используя выражение (11), получаем

$$r_\perp + r_B \cos \varphi_0 = R \cos \psi_0 + r_B \cos(\varphi_0 + \varphi),$$

$$r_B \sin \varphi_0 = R \sin \psi_0 + r_B \sin(\varphi_0 + \varphi)$$

или

$$r_\perp + r_B \sin(\alpha - \varphi) = R \cos \psi_0 + r_B \sin \alpha,$$

$$-r_B \cos(\alpha - \varphi) = R \sin \psi_0 - r_B \cos \alpha.$$

Исключив из последней системы величину ψ_0 , приходим к следующему уравнению для определения угла φ :

$$\begin{aligned} (r_B - r_\perp \sin \alpha) \cos \varphi + r_\perp \cos \alpha \sin \varphi = \\ = \frac{r_\perp^2 + 2r_B^2 - 2r_B r_\perp \sin \alpha - R^2}{2r_B}, \end{aligned}$$

или в безразмерных переменных

$$\begin{aligned} (\rho - \xi \mu \sin \alpha) \cos \varphi + \xi \mu \cos \alpha \sin \varphi = \\ = \frac{\xi^2 \mu^2 + 2\rho^2 - 2\rho \xi \mu \sin \alpha - \mu^2}{2\rho}. \quad (12) \end{aligned}$$

Применяя для решения уравнения (12) стандартный метод, получаем

$$\varphi = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho \xi \mu \cos \alpha - \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right],$$

где

$$\begin{aligned} D = 4\rho^2 (\rho^2 - 2\rho \xi \mu \sin \alpha + \xi^2 \mu^2) - \\ - [\xi^2 \mu^2 + 2\rho^2 - 2\rho \xi \mu \sin \alpha - \mu^2]^2. \end{aligned}$$

Траектория электронов пересекается с границей проволоки, когда $D > 0$ (уравнение (12) имеет действительные корни). При этом время движения электронов по траектории (параметр t') — конечная положительная величина.

Когда $D < 0$ (уравнение (12) не имеет действительных корней), траектория электронов не пересекается с границей проволоки ($t' \rightarrow \infty$). В этом случае при проведении вычислений нужно учесть, что в выражении (10) пропадает член, содержащий экспоненту.

Период движения электрона, т.е. промежуток времени между двумя последовательными столкновениями электрона с поверхностью проволоки, равен

$$T = \frac{r_B \varphi^*}{v_\perp} = \frac{\Delta}{\mu} \varphi^*, \quad \varphi^* = 2\pi(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Здесь $\varphi_1 \equiv \varphi$ и φ_2 — корни уравнения (12), которые определяют точки пересечения траектории электрона с границей проволоки, причем

$$\varphi_1 = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho \xi \mu \cos \alpha - \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right],$$

$$\varphi_2 = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho \xi \mu \cos \alpha + \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right].$$

Проинтегрировав выражение (10), определяем полный ток I через поперечное сечение цилиндрической проволоки:

$$\begin{aligned} I = \frac{3ne^2 R^3 E_z}{mv_F \Delta} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho \sqrt{1 - \rho^2} \times \\ \times \left[\frac{(q - 1) \exp(-\Delta\varphi/\mu)}{1 - q \exp(-\Delta\varphi^*/\mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha. \end{aligned}$$

Затем, формально воспользовавшись законом Ома в виде $I = GU$, где U — напряжение на концах проволоки, получаем формулу для расчета интегральной проводимости G проволоки (электрическое поле внутри проволоки однородное, поэтому $U = E_z L$):

$$\begin{aligned} G = \frac{3ne^2 R^3}{mv_F L \Delta} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho \sqrt{1 - \rho^2} \times \\ \times \left[\frac{(q - 1) \exp(-\Delta\varphi/\mu)}{1 - q \exp(-\Delta\varphi^*/\mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha. \quad (13) \end{aligned}$$

В отсутствие внешнего магнитного поля ($\mu = 0$) в случае стационарного электрического поля (когда $\Omega = 0$, $\Delta = \lambda = R/\Lambda$) и диффузного отражения электронов от поверхности проволоки ($q = 0$) выражение (13) совпадает с результатом работы [2]:

$$G = \frac{6ne^2R^3}{mv_FL\Delta} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^1 \int_0^\pi \rho \sqrt{1-\rho^2} \times \\ \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\Delta}{\rho} \left(\xi \cos \alpha + \sqrt{1-\xi^2 \sin^2 \alpha} \right) \right] \right\} d\rho d\alpha.$$

Интегральную проводимость (13) (заметим, что она является комплексной величиной) представим в виде

$$G = G_0 P(\lambda, \Omega, \mu, q), \quad (14)$$

где

$$G_0 = \frac{3ne^2R^3}{mv_FL},$$

$$P(\lambda, \Omega, \mu, q) = \frac{1}{\Delta} \int_0^1 \xi d\xi \int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho \sqrt{1-\rho^2} \times \\ \times \left[\frac{(q-1) \exp(-\varphi\Delta/\mu)}{1-q \exp(-\varphi^*\Delta/\mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha. \quad (15)$$

Результаты численного расчета модуля $M(\lambda, \Omega, \mu, q)$ и аргумента $A(\lambda, \Omega, \mu, q)$ (фазы) безразмерной интегральной проводимости $P(\lambda, \Omega, \mu, q)$ вытянутой цилиндрической проволоки приведены ниже на рис. 3.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2 представлено сравнение экспериментально измеренного в работе [4] размерного интегрального магнитосопротивления S тонкой цилиндрической проволоки в случае стационарного электрического поля ($\Omega = 0$) и интегрального магнитосопротивления, рассчитанного для того же случая с использованием формулы (13) при различных значениях безразмерной индукции μ внешнего магнитного поля. При проведении эксперимента использовалась натриевая проволока диаметром 30 мкм и длиной 4.5 см. Измерение магнитосопротивления проволоки проводилось при разных температурах (от 4.2 до 15.5 К). Это эквивалентно тому, что в проволоке изменялась длина свободного пробега электронов, так как при изменении температуры изменяется частота объемных столкновений электронов в металле.

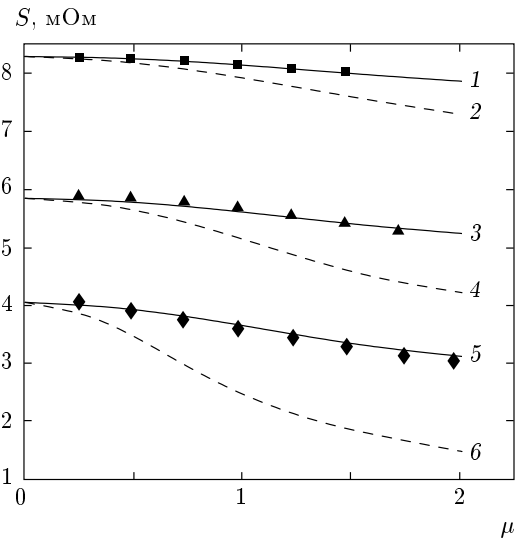


Рис. 2. Зависимость теоретического (кривые) и экспериментального (символы) размерного интегрального магнитосопротивления S тонкой цилиндрической проволоки в случае стационарного электрического поля ($\Omega = 0$) от безразмерной индукции внешнего магнитного поля μ : 1 — $\lambda = 1.06$, $q = 0.3$; 2 — $\lambda = 0.88$, $q = 0$; 3 — $\lambda = 0.65$, $q = 0.3$; 4 — $\lambda = 0.45$, $q = 0$; 5 — $\lambda = 0.35$, $q = 0.3$; 6 — $\lambda = 0.14$, $q = 0$

Кривые 1, 3, 5 на рис. 2 построены для случая, когда отражение электронов от границы проволоки носит зеркально-диффузный характер. Чтобы подчеркнуть принципиальную важность учета зеркальности при отражении, на рисунке также приведены кривые 2, 4, 6, которые построены для случая чисто диффузного отражения электронов. Экспериментальные данные не содержат частоту объемных столкновений электронов в проволоке. Однако, сравнивая теоретический результат с данными эксперимента, мы можем определить эту величину при заданной величине коэффициента зеркальности q металла. Соответственно на рис. 2 приведены два типа кривых (сплошные для $q = 0.3$ и штриховые для $q = 0$). Из сказанного выше следует, что при малых значениях безразмерной индукции μ внешнего магнитного поля теоретические результаты 1, 3, 5 и 2, 4, 6 должны совпадать.

Сравнение хода экспериментальных и теоретических кривых показывает, что расчет интегральной проводимости $G(\lambda, \Omega, \mu, q)$ вытянутой цилиндрической проволоки, помещенной в продольное магнитное поле, проведенный с использованием кинетического метода, согласуется с экспериментальными данными с точностью не хуже 5%, если учитывать

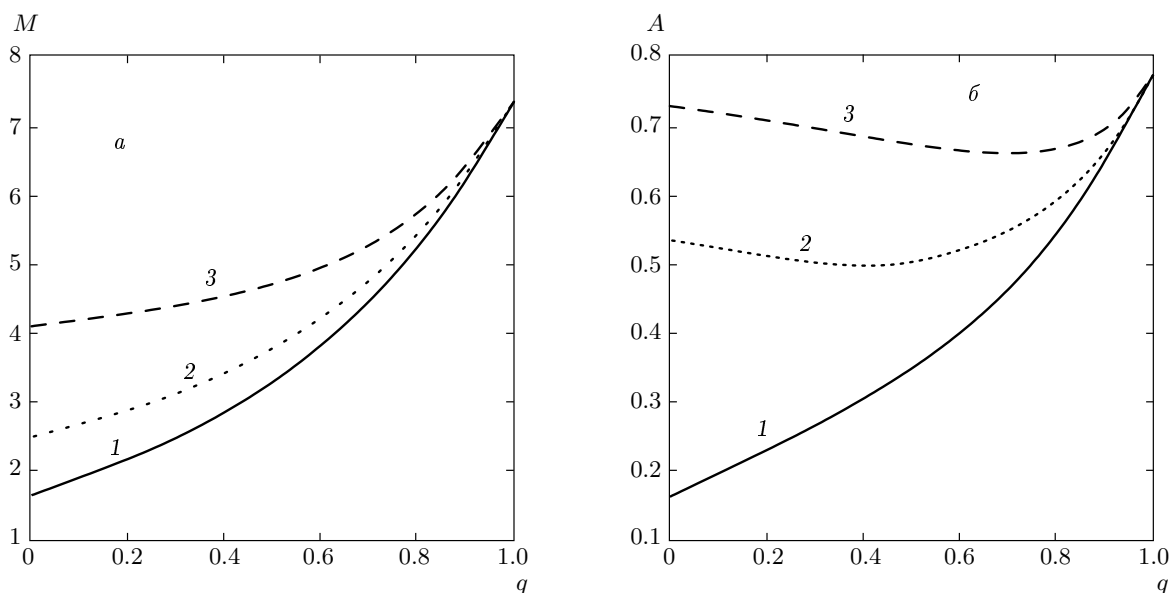


Рис. 3. Зависимости *a)* модуля M и *б)* аргумента A (фазы) безразмерной интегральной проводимости проволоки от коэффициента отражения q электронов: 1 — $\lambda = \Omega = \mu = 0.1$; 2 — $\lambda = \Omega = 0.1$, $\mu = 1$; 3 — $\lambda = \Omega = 0.1$, $\mu = 2$

влияние зеркальности поверхности металла на отражение электронов. В результате исследований удалось определить значение коэффициента зеркальности q . Для натриевой проволоки, описанной в работе [4], его значение равно 0.3.

Из представленных результатов следует, что измерение продольного магнитосопротивления является эффективным методом определения коэффициента зеркальности металлов. Отметим, что параметр q — важная кинетическая характеристика металла, измерение которой наталкивается на серьезные экспериментальные трудности [11].

Из изложенного выше непосредственно вытекает, что особенно актуальным является применение этого метода для определения коэффициента зеркальности поверхности металлических образцов, у которых линейный размер сравним с длиной свободного пробега электронов.

В пределе чисто зеркального отражения электронов на границе металлической проволоки ($q = 1$) для расчета безразмерной интегральной проводимости $P(\lambda, \Omega)$ получаем выражение

$$P(\lambda, \Omega) = \frac{\pi}{3} \frac{1}{\Delta(\lambda, \Omega)} = \frac{\pi}{6} \frac{\lambda + i\Omega}{\lambda^2 + \Omega}, \quad (16)$$

которое (с учетом соотношения (14)) соответствует классическому результату для цилиндрической проволоки. Это связано с тем, что при $q = 1$ граница проволоки не оказывает влияния на функцию рас-

пределения электронов $f(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$. Поэтому высокочастотный ток внутри зеркально отражающей металлической проволоки удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между радиусом R проволоки и длиной свободного пробега Λ электронов, а также при любой безразмерной индукции μ внешнего магнитного поля. Таким образом, при зеркальном отражении отсутствуют нелокальные (поверхностные) эффекты и интегральная проводимость проволоки не зависит от наличия продольного магнитного поля.

Независимо от характера отражения электронов на границе (при любых q) и наличия продольного магнитного поля (при любых μ) с ростом радиуса проволоки, т. е. при $\lambda \gg 1$ (в этом случае в формуле (15) можно пренебречь членом с экспонентами ввиду их быстрого затухания), также имеет место макроскопическая асимптотика (16).

Влияние коэффициента отражения q электронов на модуль M и аргумент A (фазу) безразмерной интегральной проводимости P отражает рис. 3. Рассмотрим случаи небольшой безразмерной частоты Ω ($\Omega = 0.1$) электрического поля и небольшой безразмерной обратной длины λ ($\lambda = 0.1$) свободного пробега электронов (параметры Ω и λ одинаковы для всех кривых на рис. 3) для трех значений безразмерной индукции μ внешнего магнитного поля. Из рис. 3 видно, что модуль и аргумент (фаза) безразмерной интегральной проводимости P про-

локи плавно изменяются с ростом коэффициента отражения q электронов, причем изменение этих величин наиболее заметно для проволоки, находящейся во внешнем магнитном поле с максимальным значением безразмерной индукции μ внешнего магнитного поля. Наиболее значительно указанные величины (при выбранных для численного расчета безразмерной интегральной проводимости параметрах Ω , λ и μ) различаются в случае чисто диффузного отражения электронов от внутренней поверхности проволоки ($q = 0$). В области больших значений коэффициента отражения электронов q ($q \approx 1$) эти зависимости сливаются, потому что при расчете электрической проводимости мы получаем результат, совпадающий с классическим результатом (16) для проводимости цилиндрической проволоки из металла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Петров, *Физика малых частиц*, Наука, Москва (1984).
2. R. B. Dingle, Proc. Roy. Soc. A **201**, 545 (1950).
3. D. K. C. MacDonald, Nature **163**, 637 (1949).
4. R. G. Chambers, Proc. Roy. Soc. A **202**, 378 (1950).
5. D. K. C. MacDonald, Proc. Phys. Soc. A **63**, 290 (1950).
6. R. G. Chambers, Proc. Phys. Soc. A **65**, 458 (1952).
7. G. K. White and S. B. Woods, Phil. Mag. **1**, 846 (1956).
8. Э. А. Маныкин, П. П. Полуэктов, Ю. Г. Рубежный, ЖЭТФ **70**, 2117 (1976).
9. У. Харрисон, *Теория твердого тела*, Мир, Москва (1972).
10. Дж. Займан, *Электроны и фононы*, Изд-во иностр. лит., Москва (1962).
11. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971).
12. Р. Курант, *Уравнения с частными производными*, Мир, Москва (1962).