

РАДИАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ В ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЯХ

И. Ю. Костюков*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Е. Н. Неруш

*Нижегородский государственный университет
603950, Нижний Новгород, Россия*

А. М. Пухов

*Университет Дюссельдорфа
40225, Дюссельдорф, Германия*

Поступила в редакцию 7 марта 2006 г.

В рамках классической механики исследована динамика релятивистского электрона в сильно нелинейной плазменной волне с учетом действия силы реакции излучения. Рассмотрены два предельных случая. В первом случае, когда энергия ускоряемых электронов не очень большая, электрон успевает во время ускорения совершить много бетатронных колебаний. Во втором случае, когда энергия ускоряемых электронов значительная, период бетатронных колебаний становится больше времени нахождения электрона в ускоряющей фазе. Показано, что сила радиационного трения может серьезно ограничить темп ускорения электронов в плазменном ускорителе.

PACS: 52.38.Kd, 41.60.-m

1. ВВЕДЕНИЕ

Для генерации заряженных частиц с очень высокой энергией в настоящее время разрабатываются новые методы ускорения, обеспечивающие высокий темп набора энергии частицей. Одним из перспективных методов является ускорение заряженных частиц в плазменной волне, возбуждаемой коротким мощным лазерным импульсом или плотным сгустком релятивистских электронов [1–4]. Напряженность продольного электрического поля в плазменной волне может достигать гигантских значений. Такое поле способно ускорять электроны до очень больших энергий.

Недавно был достигнут значительный прогресс в генерации коротких квазимоноэнергетических пучков ультрарелятивистских электронов в лазерной плазме [5]. Одна из моделей [6, 7], описывающих генерацию квазимоноэнергетического пучка ультрарелятивистских электронов, предполагает, что эта ге-

нерация связана с переходом к сильно нелинейному режиму взаимодействия лазерного импульса с плазмой. В этом режиме периодическая плазменная волна позади лазерного импульса трансформируется в плазменную полость, в которой нет электронов. Плазменные электроны так же, как электроны внешнего пучка, могут быть захвачены полостью и ускорены до очень высоких энергий.

Следует отметить, что помимо сильного ускоряющего электрического поля на электроны действуют значительные фокусирующие поперечные силы. Такие силы по величине интенсивности могут быть сравнимы с ускоряющей силой. Действие фокусирующих сил приводит к возбуждению бетатронных колебаний электронов поперек направления ускорения. В результате таких колебаний релятивистские электроны интенсивно излучают электромагнитные волны [8]. Подобно тому, как это происходит в обычных ускорителях, потери на излучение могут серьезно снизить эффективность ускорения электронов в плазменной полости.

Поскольку свойства электромагнитного излуче-

*kost@appl.sci-nnov.ru

ния электрона в основном обусловлены действием фокусирующих сил, при исследовании этих свойств можно пренебречь действием ускоряющей продольной силы, т. е. рассмотреть динамику электрона в бесконечно длинном ионном канале. В этом случае форма траектории электрона в канале близка к синусоидальной [9] и определяется бетатронной частотой

$$\Omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma}}, \quad (1)$$

где $\omega_p = (4\pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, γ — релятивистский гамма-фактор электрона, n_0 — невозмущенная концентрация плазмы, e — заряд электрона, m — масса электрона.

Траектория электрона в ионном канале схожа со спиральной траекторией электрона в постоянном магнитном поле. Вращение электрона в магнитном поле определяется циклотронной частотой $\omega_c = eH/mc$ [10], где H — напряженность магнитного поля, c — скорость света. В результате спектр электромагнитного излучения релятивистского электрона [9, 11], совершающего бетатронные колебания в ионном канале, близок к спектру синхротронного излучения [10] электрона в магнитном поле. В случае релятивистского поперечного импульса электрона спектр становится квазинепрерывным. Спектр синхротронного излучения определяется критической частотой, которая для излучения из ионного канала является функцией бетатронной частоты

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{cr} &= \frac{3}{2} \frac{\gamma^3 \hbar r_0 \Omega^2}{c} \approx \\ &\approx 5 \cdot 10^{-24} \gamma^2 n_0 [\text{см}^{-3}] r_0 [\text{мкм}] \text{кэВ}, \quad (2) \end{aligned}$$

где r_0 — амплитуда бетатронных колебаний электрона в канале. Для частот, много меньших критической, излучаемая энергия возрастает по закону $\omega^{2/3}$, достигая максимума около $0.29\omega_{cr}$, и уменьшается по экспоненциальному закону при $\omega > \omega_{cr}$.

По аналогии с синхротронным излучением электрона в магнитном поле, которое достаточно подробно изучено [12], можно оценить эффекты, связанные с действием силы реакции излучения на электрон,двигающийся в ионном канале. Когда энергия излучаемого фотона становится сравнимой с энергией электрона ($mc^2\gamma < \hbar\omega_{cr}$), динамика электрона становится квантовой. Пользуясь соотношением (2), можно оценить предельную энергию электрона, когда квантовые эффекты становятся существенными:

$$\gamma \approx \frac{4}{3} \frac{mc^4}{\hbar c r_0 \omega_p^2}. \quad (3)$$

Строго говоря, уже при энергиях, меньших предельного значения (3), квантовый характер излучения может привести к уширению орбиты электрона [12]. Однако эти эффекты, существенные при долговременной динамике электрона, характерной для традиционных ускорителей, незначительны при ускорении в плазме из-за малости времени взаимодействия.

В разд. 2 обсуждается пространственно-временное распределение электромагнитных полей в плазменной полости. Выведены уравнения, описывающие динамику релятивистского электрона в плазменной полости с учетом силы реакции излучения. Получена оценка для предельной энергии ускоряемого электрона, которая ограничивается радиационными потерями. В разд. 3 рассмотрена динамика электрона в плазменной полости с учетом силы реакции излучения в случае, когда электрон успевает сделать много бетатронных колебаний, пролетая через полость. Исследуется эволюция энергии электрона в результате радиационных потерь в бесконечно длинном ионном канале. В разд. 4 проанализирована динамика электрона в обратном пределе больших энергий, когда электрон без учета действия радиационной силы не успевает сделать более одного бетатронного колебания, пролетая через полость. В разд. 5 представлены результаты численного моделирования ускорения сгустка релятивистских электронов в плазменной полости с учетом силы реакции излучения с помощью гибридного кода (пакета программ), использующего метод частиц в ячейках. В разд. 6 обсуждаются полученные результаты.

2. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОНА С УЧЕТОМ СИЛЫ РЕАКЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Как следует из результатов численного моделирования, форма плазменной полости, генерируемой позади лазерного импульса, близка к сферической форме. Скорость плазменной полости, v_l , равна групповой скорости лазерного импульса и близка к скорости света. Ионы можно считать неподвижными, поскольку характерное время отклика ионов $\tau_i \approx (4\pi e^2 n_0 / m_i)^{-1/2}$ для типичных параметров взаимодействия много больше R/c , где m_i — масса иона, R — радиус полости, c — скорость света. Таким образом, концентрация электронов в полости равна нулю, а концентрация ионов равна n_0 . В этом случае распределение потенциалов внутри полости имеет вид [7]

$$\varphi = -A_x = \frac{\xi^2 + y^2 + z^2}{8}, \quad (4)$$

где $\xi = x - vlt$, φ — скалярный потенциал, \mathbf{A} — векторный потенциал и калибровка $\varphi = -A_x$. Здесь и далее используются безразмерные величины, где время нормировано на $1/\omega_p$, скорость нормирована на скорость света, длина — на c/ω_p , напряженность электромагнитных полей — на $m\omega_p/|e|$, электронная концентрация n — на n_0 . Предполагается, что лазерный импульс и плазменная полость распространяются вдоль оси x . Пространственно-временное распределение плазменных квазистатических полей внутри полости описывается линейной функцией координат и времени [7]:

$$E_x = \frac{\xi}{2}, \quad E_y = -B_z = \frac{y}{4}, \quad E_z = B_y = \frac{z}{4}. \quad (5)$$

Важно отметить, что схожее распределение электромагнитных полей наблюдается и в сильно нелинейной плазменной волне, возбуждаемой электронным пучком [13–15].

Рассмотрим сначала ускорение электрона в полости без учета силы реакции излучения. Для простоты предположим, что электронная траектория лежит в плоскости $z = 0$, электрон ускоряется в направлении оси x , совершая бетатронные колебания вдоль оси y , при этом $p_x \gg p_y \gg 1$, где p_x , p_y — соответственно продольный и поперечный импульсы электрона. В этом случае нетрудно найти траекторию электрона, ускоряемого в полости [7]

$$\xi \approx -R + \frac{t}{2\gamma_l^2}, \quad y \approx r_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^{1/4} \cos \left(\int_{-R}^t \Omega dt \right). \quad (6)$$

Здесь предполагается, что в момент влета в плазменную полость $\xi = -R$ энергия электрона равна γ_0 , r_0 — начальное отклонение электрона от оси полости,

$$\gamma_l = (1 - v_l^2)^{-1/2}$$

— релятивистский гамма-фактор лазерного импульса. Из-за ускорения электрона бетатронная частота $\Omega = 1/\sqrt{2\gamma}$ является медленно меняющейся функцией времени. Зависимость энергии электрона от ξ определяется соотношением

$$\gamma \approx \gamma_0 + \frac{\gamma_l^2}{2} (R^2 - \xi^2). \quad (7)$$

Максимальное приращение энергии, $\gamma \approx \gamma_0 + \gamma_l^2 R^2/2$, электрон получает в центре полости ($\xi = 0$). Из выражения (6) следует, что амплитуда

бетатронных колебаний электрона уменьшается при приближении к центру полости.

Совершая бетатронные колебания, ультрарелятивистский электрон излучает электромагнитные волны и испытывает отдачу в результате испускания фотона. Релятивистские уравнения движения электрона в электромагнитном поле с учетом силы реакции излучения имеют вид [10]

$$\frac{du^i}{ds} = F^{ik} u_k + \mu g^i, \quad (8)$$

$$g^i = \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^l} u_k u^l - F^{il} F_{kl} u^k + (F_{kl} u^l) (F^{km} u_m) u^i, \quad (9)$$

где F_{ik} — тензор электромагнитного поля, u_k — 4-скорость электрона, $\mu = 2r_e \omega_p/3c$, $r_e = 3 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона. Первое слагаемое в уравнении (8) соответствует силе Лоренца, второе слагаемое описывает действие силы реакции излучения.

При сделанных предположениях основной вклад в потери энергии на излучение дает действие фокусирующих сил (поперечной компоненты силы Лоренца), в то время как ускорение обусловлено действием продольной компоненты силы Лоренца. В этом случае приближенные уравнения, описывающие динамику электрона в полости, имеют вид

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{y}{2} - \frac{\mu}{4} y^2 p \gamma, \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p}{\gamma}, \quad (11)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\xi}{2} - \frac{\mu}{4} y^2 \gamma^2. \quad (12)$$

Первые два уравнения описывают бетатронные колебания электрона. Без учета силы радиационного трения ($\mu = 0$) и для медленно меняющейся бетатронной частоты решение первых двух уравнений имеет вид (6). Первое слагаемое правой части последнего уравнения описывает действие продольной компоненты силы Лоренца, обеспечивающей ускорение электрона, в то время как второе слагаемое описывает радиационные потери.

Очевидно, что ускорение возможно до тех пор, пока ускоряющая сила в полости больше силы радиационного трения. Оценку для предельной энергии электрона, при которой возможно его ускорение, легко получить из уравнения (12):

$$\frac{r_e}{3} \gamma^2 r_0^2 \frac{\omega_p^2}{c^2} < R. \quad (13)$$

Неравенство (13) записано в размерных единицах, чтобы в явном виде учесть влияние плотности плазмы. Из полученного неравенства следует, что квадрат предельной энергии электрона, при которой еще возможно ускорение, пропорционален размеру полости и обратно пропорционален плотности плазмы и квадрату расстояния до оси полости. Чем сильнее сфокусирован пучок, тем до более высоких энергий его можно ускорить в полости.

Далее рассмотрим два предельных случая. В первом случае энергия электрона относительно небольшая, и он успевает совершить много бетатронных колебаний, пролетая полость. Во втором случае, при достаточно большой энергии электрона время пролета электрона через полость меньше периода бетатронных колебаний.

3. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОНА ПРИ БОЛЬШОМ ЧИСЛЕ БЕТАТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

Рассмотрим сначала случай, когда электрон успевает сделать много бетатронных колебаний, пролетая половину полости, где электрическое поле ускоряющее. Это условие ограничивает сверху энергию электрона

$$\gamma < \frac{R^2}{2\pi^2} \gamma_l^4. \tag{14}$$

Для типичных параметров взаимодействия мощного лазерного импульса с плазмой [6] $R \approx 5$, $\gamma_l \approx 10$ условие (14) реализуется для электронов с энергией, меньшей 10 ГэВ.

В случае большого числа бетатронных колебаний удобно воспользоваться методом усреднения [16]. Для этого введем новую переменную

$$b \exp\left(i \int \Omega dt\right) = \frac{y}{2} - i\Omega p. \tag{15}$$

Подставляя выражение (15) в уравнения (10), (12) и усредняя по фазе $\int \Omega dt$, получаем следующие укороченные уравнения:

$$\frac{db}{dt} = -\frac{\mu}{8} \gamma |b|^2 b + \frac{d\Omega}{dt} \frac{1}{2\Omega} b, \tag{16}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left(R - \frac{t}{2\gamma_l^2} \right) - \frac{\mu}{2} |b|^2 \gamma^2. \tag{17}$$

Полагая, что $s = |b|^2 / \Omega$, можно переписать уравнения (16) и (17) в следующем виде:

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{\mu}{4\sqrt{2}} \gamma^{1/2} s^2, \tag{18}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left(R - \frac{t}{2\gamma_l^2} \right) - \frac{\mu}{2\sqrt{2}} s \gamma^{3/2}, \tag{19}$$

где $r = \sqrt{2 \langle y^2 \rangle} = 2\sqrt{s\Omega}$ — амплитуда бетатронных колебаний электрона в полости.

В отсутствие ускоряющей силы уравнения принимают вид

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{\mu}{4\sqrt{2}} \gamma^{1/2} s^2, \tag{20}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\mu}{2\sqrt{2}} s \gamma^{3/2}. \tag{21}$$

Уравнения описывают динамику электрона в бесконечно длинном ионном канале, где продольной компонентой силы Лоренца можно пренебречь. Система уравнений (20), (21) имеет следующий интеграл движения:

$$\frac{2s^2}{\gamma} = \langle y^2 \rangle^2 = \text{const} = \frac{r_0^4}{4}, \tag{22}$$

где константу интегрирования можно найти из начальных условий. Из соотношения (22) следует, что амплитуда бетатронных колебаний остается постоянной в данном приближении. Таким образом, излучаемая энергия «выкачивается» из продольной энергии электрона. Решая уравнения (20) и (21), находим

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \mu r_0^2 t \gamma_0 / 8}. \tag{23}$$

В качестве примера рассмотрим радиационное торможение электрона с начальными параметрами $\gamma_0 = 5 \cdot 10^4$, $r_0 = 0.2$ в ионном канале с плотностью $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Как следует из рис. 1, построенное решение находится в хорошем согласии с результатами численного интегрирования уравнения движения (8).

Рассмотрим теперь динамику электрона в плазменной полости с учетом ускоряющей силы и силы реакции излучения. Предположим, так же как и в предыдущем примере, что амплитуда бетатронных колебаний остается постоянной во времени. Данное предположение справедливо, когда приращение энергии электрона в результате ускорения значительно меньше его начальной энергии ($\Delta\gamma/\gamma \approx \gamma_l^2 R^2 / 4\gamma \ll 1$). Интегрируя уравнение (19) с условием $\langle y^2 \rangle = r_0^2 / 2 = \text{const}$, находим

$$\gamma = \frac{4\alpha}{\mu r_0^2 \gamma_l^2} \frac{\text{Ai}'(\alpha\xi) + \delta \text{Bi}'(\alpha\xi)}{\text{Ai}(\alpha\xi) + \delta \text{Bi}(\alpha\xi)}, \tag{24}$$

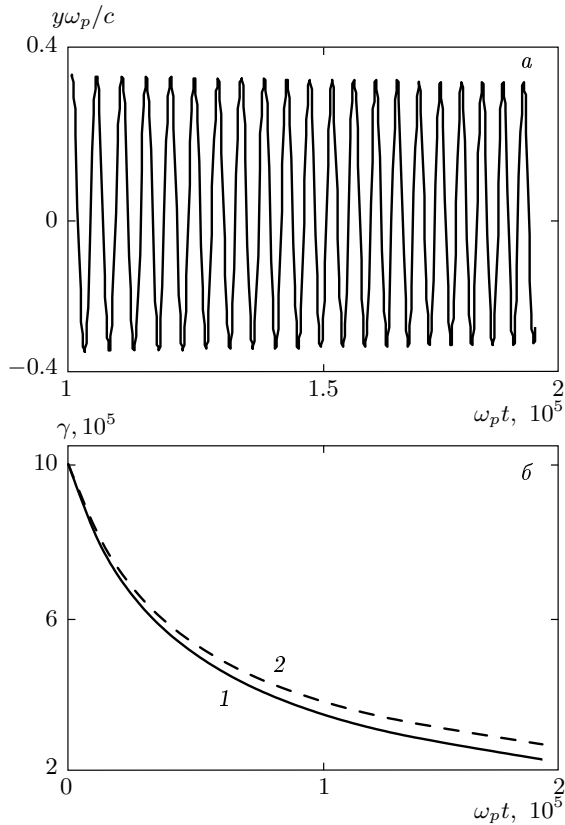


Рис. 1. Зависимости поперечной координаты электрона y (а) и его энергии γ (б) от времени при движении в ионном канале для параметров $\gamma_0 = 5 \cdot 10^4$, $r_0 = 0.2$, $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Линия 1 (сплошная) соответствует приближенному решению (23), линия 2 (штриховая) — численному решению уравнения движения (8)

где $\xi = -R + t/2\gamma_l^2$, $\text{Ai}(x)$ и $\text{Bi}(x)$ — функции Эйри [17], $\text{Ai}'(x)$ и $\text{Bi}'(x)$ — производные функций Эйри,

$$\alpha = -\gamma_l^{4/3} r_0^{2/3} \mu^{1/3} 2^{-2/3},$$

δ — константа интегрирования, которая находится из начального условия $\gamma(\xi = -R) = \gamma_0$. Следует отметить, что множитель α не зависит от энергии электрона. Более того, для типичных параметров взаимодействия лазерного излучения с плазмой $\alpha\xi \ll 1$, и можно воспользоваться асимптотикой функции Эйри для малых значений аргумента. Раскладывая в ряд по малому параметру $\alpha\xi$ отдельно числитель и знаменатель в уравнении (24), получаем выражение для энергии электрона:

$$\gamma \approx \frac{\gamma_0 (32 + \mu R t^2 r_0^2) + 4\gamma_l^{-2} t (4\gamma_l^2 R - t)}{32 + \mu t r_0^2 (4\gamma_0 + tR)}. \quad (25)$$

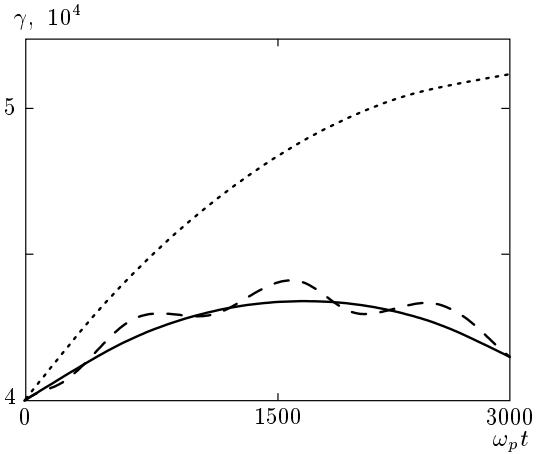


Рис. 2. Зависимости энергии электрона от времени при движении в плазменной полости для параметров $\gamma_0 = 4 \cdot 10^4$, $\gamma_l = 10$, $R = 15c/\omega_p$, $r_0 = R/4$, $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Сплошная линия соответствует приближенному решению (25), штриховая — численному решению уравнения движения (8), пунктирная — численному решению уравнения движения (8) без учета действия радиационного трения ($\mu = 0$)

Рассмотрим динамику электрона в плазменной полости со следующими параметрами: $\gamma_0 = 4 \cdot 10^4$, $\gamma_l = 10$, $R = 15$, $r_0 = R/4$, $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$. На рис. 2 представлены зависимости энергии электрона от времени, полученные в результате интегрирования уравнений движения (8) с учетом силы реакции излучения и без ее учета. В момент времени $t = 3000$ электрон достигал центра полости, где ускоряющая сила обращается в нуль. Как видно из рис. 2, без учета радиационных потерь энергия электрона достигает максимума в центре полости. Учет радиационных потерь приводит к значительному сокращению максимальной энергии электрона. Из рис. 2 следует, что приближенное решение (25) находится в хорошем согласии с результатами численного интегрирования уравнения движения.

4. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОНА В ОТСУТСТВИЕ БЕТАТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

В обратном пределе больших энергий электрона ($\gamma > R^2\gamma_l^4/\pi^2$) без действия радиационной силы электрон не успевает сделать более одного бетатронного колебания, пролетая через ускоряющую половину полости. Предположим, что ускоряющая сила в полости больше или сравнима с силой реакции из-

лучения в продольном направлении, $\gamma^2 < 2R/\mu r_0^2$. Поскольку при больших энергиях электрона приращение энергии, полученное при ускорении, относительно невелико, в уравнениях для поперечной координаты (10) и (11) можно рассматривать энергию электрона как константу. Таким образом, для поперечной координаты электрона получаем выражение

$$y(t) \approx r_0 \cos(\Omega t). \quad (26)$$

Подставляя это выражение в уравнение (12), находим уравнение для энергии электрона:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left(R - \frac{t}{2\gamma^2} \right) - \frac{\mu}{4} \gamma^2 r_0^2 \cos^2(\Omega t). \quad (27)$$

Для случая, когда $\Omega t \ll 1$, решение этого уравнения найдено в предыдущем разделе и представлено выражениями (24) и (25), в которых необходимо сделать замену $r_0^2 \rightarrow 2r_0^2$.

С ростом начальной энергии электрона ускоряющая сила может стать пренебрежимо малой по сравнению с силой радиационного трения ($\gamma^2 \gg 2R\mu^{-1}r_0^{-2}$). В этом случае потери энергии на излучение могут быть значительными. С уменьшением энергии электрона в результате генерации электромагнитного излучения частота бетатронных колебаний увеличивается, и необходимо учитывать зависимость поперечной координаты от времени. Пренебрегая ускоряющей силой, можно привести уравнения (11), (12) к следующему виду:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{y}{2\gamma} = 0, \quad (28)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\mu}{4} y^2 \gamma^2. \quad (29)$$

Следует отметить, что в отсутствие ускоряющей силы слагаемые в уравнении (28), описывающие действие нелинейной силы трения, взаимно уничтожаются.

В нулевом приближении предположим, что поперечная координата не зависит от времени. Тогда эволюция во времени энергии электрона в полости определяется выражением (23). В следующем приближении учтем зависимость энергии электрона от времени в уравнении (28). В результате получаем следующее уравнение для поперечной координаты:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left(\frac{1}{2\gamma_0} + \frac{\mu r_0^2}{8} t \right) y = 0. \quad (30)$$

Его решение можно выразить через функции Эйри:

$$y = \pi r_0 [\text{Ai}(\tau) \text{Bi}'(\varepsilon) - \text{Bi}(\tau) \text{Ai}'(\varepsilon)], \quad (31)$$

$$\tau = \varepsilon (1 + \beta t), \quad (32)$$

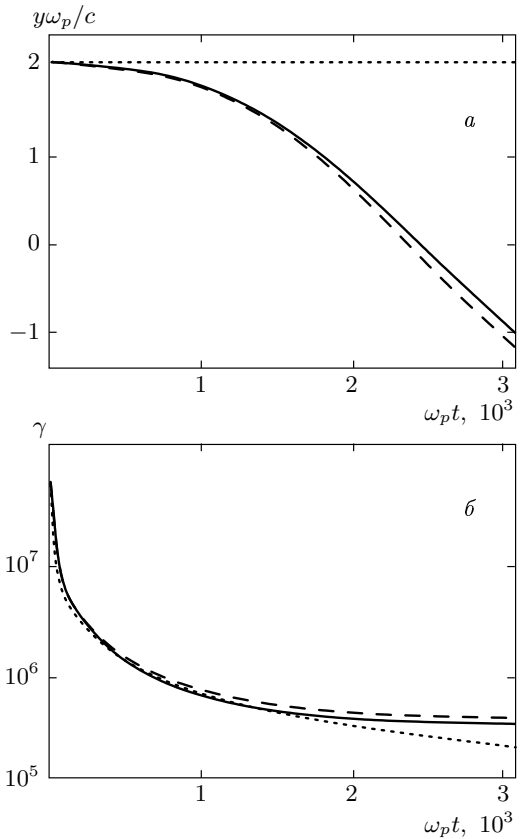


Рис. 3. Зависимости поперечной координаты электрона (а) и его энергии (б) от времени при движении в плазменной полости для параметров $\gamma_0 = 5 \cdot 10^4$, $r_0 = 0.2$, $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Сплошные линии соответствуют приближенному решению (31) и (33), штриховые — численному решению уравнения движения (8), пунктирные — приближенному решению (23) и $y = \text{const}$

где

$$\varepsilon = -2\mu^{-2/3} \gamma_0^{-1} r_0^{-4/3}, \quad \beta = \mu \gamma_0 r_0^2 / 4.$$

Подставляя полученное решение в уравнение (29), получаем уравнение для энергии электрона. Решение этого уравнения также можно выразить через функции Эйри:

$$\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_0} = \frac{\pi^2}{\gamma_0 \varepsilon} \left\{ \tau [\text{Ai}(\tau) \text{Bi}'(\varepsilon) - \text{Bi}(\tau) \text{Ai}'(\varepsilon)]^2 + [\text{Ai}'(\tau) \text{Bi}(\varepsilon) - \text{Bi}'(\tau) \text{Ai}(\varepsilon)]^2 - \frac{\varepsilon}{\pi^2} \right\}. \quad (33)$$

В пределе $\beta t \ll 1$ полученное решение переходит в выражение (23).

В качестве примера рассмотрим движение электрона с начальной энергией $\gamma_0 = 4 \cdot 10^4$ и начальным

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Действие радиационного трения на внешний пучок релятивистских электронов, ускоряемых в плазменной полости, численно моделировалось с помощью двумерного релятивистского гибридного кода методом «частиц в ячейках» для цилиндрической геометрии [18]. Квазистатическое приближение (предполагается, что плазменный отклик медленно меняется в течение характерного времени эволюции лазерного импульса) используется, чтобы ускорить вычисление. Код учитывает действие силы радиационного трения на динамику электрона.

В численных расчетах предполагалось, что лазерный импульс циркулярно поляризован, имеет гауссово распределение

$$a = a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_l^2} - \frac{\xi^2}{L_l^2}\right)$$

и длину волны $\lambda = 0.82$ мкм. Параметры лазерного импульса $r_l = 5$, $L_l = 2$, $a_0 = 10$. Импульс распространяется в плазме с концентрацией $n_0 = 10^{19}$ см⁻³. Параметры пучка следующие: релятивистский гамма-фактор электронов $\gamma = 10^5$, радиус пучка $r_b = 2$, электронная концентрация в пучке $n_b = 10^{17}$ см⁻³.

На рис. 4а показано распределение электронной концентрации плазмы и пучка. Электроны пучка ускоряются в плазменной полости с учетом действия силы реакции излучения. Поперечные силы в полости фокусируют пучок. Как следует из рис. 4а, электроны пучка достигают центра полости примерно за половину бетатронного периода, что совпадает с оценкой времени, за которое электрон достигает центра полости.

Функция распределения электронов пучка в момент, когда передний фронт пучка достиг центра полости, показана на рис. 4б (линия 1). В начале взаимодействия все электроны пучка имели одинаковую энергию (линия 2 на рис. 4б). Как следует из рис. 4б, сила реакции излучения замедляет электроны пучка с большой амплитудой бетатронных колебаний, в то время как электроны с маленькой амплитудой ускоряются продольным электрическим полем. Согласно численным расчетам, электроны с малой амплитудой бетатронных колебаний увеличивают свою энергию примерно на 1 ГэВ, что близко к оценке, следующей из выражения (7). Сила радиационного трения для электронов с максимальной амплитудой колебаний ($r_0 \approx 2$) превышает ускоряющую силу, в результате чего такие электроны замедляются, те-

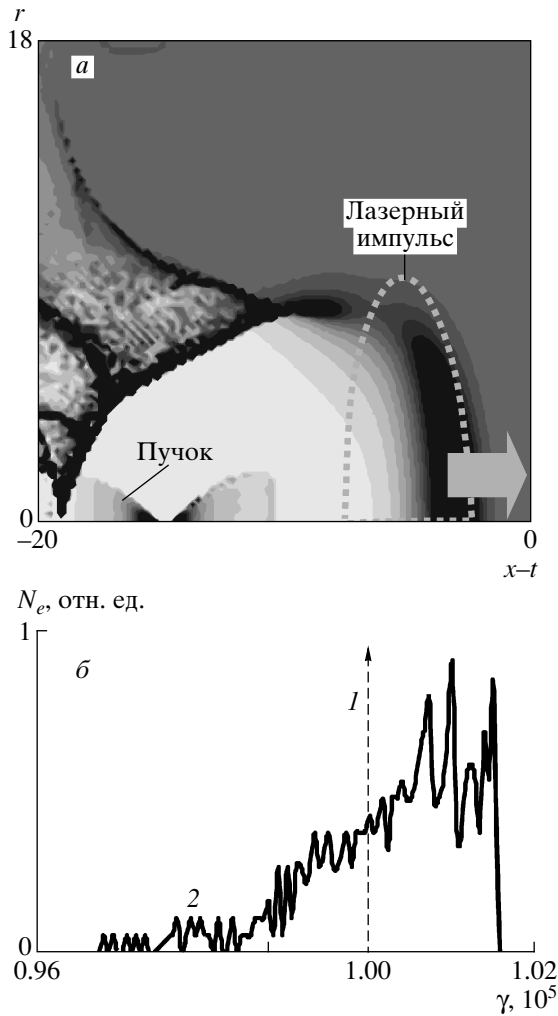


Рис. 4. а) Концентрация электронов плазмы и электронного пучка. Более темный цвет отвечает большей электронной концентрации. Положение лазерного импульса показано пунктирной линией. Координаты представлены в единицах c/ω_p . б) Функция распределения электронов пучка по энергии: в начальный момент времени (штриховая линия 1), в момент, когда передний фронт пучка достиг центра полости (сплошная линия 2)

отклонением от оси $r_0 = 0.1$. Плотность окружающей плазмы $n_0 = 10^{19}$ см⁻³. На рис. 3 представлены динамика поперечной координаты электрона и его энергии при движении в полости с учетом силы реакции. Как следует из рис. 3, полученные выражения (31) и (33) находятся в хорошем согласии с результатами численного интегрирования уравнений движения.

ряя около 2 ГэВ своей энергии (см. рис. 4б). Близкая по значению оценка (2.5 ГэВ) для энергии, теряемой электроном в результате излучения, получается из выражения (25), где учитывается, что $t \approx \pi\sqrt{2}\gamma$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На рис. 5 показаны различные режимы динамики электрона в плазменной полости с учетом силы реакции излучения в плоскости параметров γ_0 (начальная энергия электрона) — r_0 (начальное отклонение).

Как следует из рис. 5 и неравенства (13), сила радиационного трения может существенно ограничить ускорение электрона в плазме. Уменьшения радиационного трения можно добиться, уменьшая радиус пучка и плотность плазмы. Для плотности плазмы $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ускорение электронов невозможно при энергиях, больших 50 ГэВ, при радиусе ускоряемого сгустка $r_0 > 10$ мкм, типичного для современных ускорителей [19]. Однако проектируемые ускорители (SLAC, TESLA) предполагают фокусировку пучка до десятков и сотен нанометров [20, 21]. В этом случае ускорение электронов возможно до десятков ТэВ.

Поскольку энергия излучаемого фотона квадра-

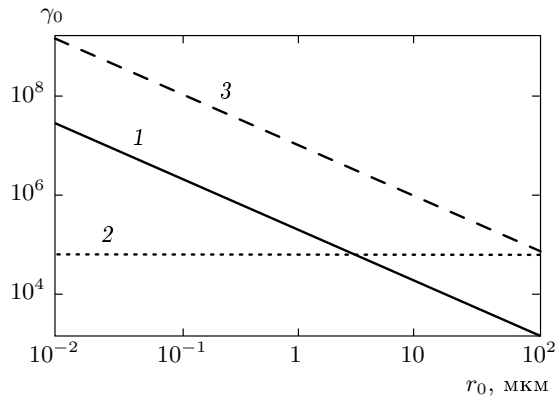


Рис. 5. Различные режимы динамики электрона в плазменной полости с учетом силы реакции излучения в плоскости параметров γ_0 (начальная энергия электрона) — r_0 (начальное отклонение). Прямая 1 соответствует границе, где ускоряющая сила равна силе радиационного трения. Прямая 2 соответствует границе, на которой время пролета через полость равно периоду бетатронных колебаний. Прямая 3 соответствует границе, отделяющей квантовую область излучения от классической. Параметры взаимодействия: $\gamma_l = 10$, $R = 8c/\omega_p$, $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$

точно возрастает с ростом энергии электрона, для ультррелятивистских электронов эти энергии могут сравняться. В этом случае процесс излучения и сама динамика электрона носят квантовый характер. Как следует из рис. 4, для $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $r_0 > 10$ мкм квантовые эффекты становятся существенными для электронов с энергией, большей 500 ГэВ. Таким образом, при достаточно высоких энергиях электронов необходимо использовать квантовую теорию.

В последнее время были получены впечатляющие результаты по ускорению электронов в плазме релятивистскими электронными сгустками [22]. Наиболее эффективное ускорение происходит в ионно-фокусирующем режиме, когда плотность сгустка больше плотности окружающей плазмы [23]. В этом случае плазменные электроны практически полностью вытесняются из области вокруг сгустка его большим отрицательным зарядом. Распределение электромагнитных полей в такой области совпадает с распределением полей внутри плазменной полости, генерируемой коротким лазерным импульсом [15]. Таким образом, полученные результаты справедливы и для описания динамики электронов, ускоряемых релятивистским электронным пучком в плазме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-16684).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267 (1979).
2. Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, ЖЭТФ **93**, 509 (1987).
3. Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов и др., Письма в ЖЭТФ **55**, 550 (1992).
4. E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, IEEE Trans. Plasma Sci. **24**, 252 (1996).
5. T. Katsouleas, Nature **431**, 515 (2004).
6. A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn, Appl. Phys. B **74**, 355 (2002).
7. I. Kostyukov, A. Pukhov, and S. Kiselev, Phys. Plasmas **11**, 5256 (2004).
8. S. Kiselev, A. Pukhov, and I. Kostyukov, Phys. Rev. Lett. **93**, 135004 (2004).

9. E. Esarey, B. A. Shadwick, P. Catravas, and W. P. Leemans, *Phys. Rev. E* **65**, 056505 (2002).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988), с. 273.
11. I. Kostyukov, A. Pukhov, and S. Kiselev, *Phys. Plasmas* **10**, 4818 (2003).
12. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский электрон*, Наука, Москва (1974), с. 287.
13. J. B. Rosenzweig, N. Barov, M. C. Thompson, and R. B. Yoder, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **7**, 061302 (2004).
14. K. V. Lotov, *Phys. Rev. E* **69**, 046405 (2004).
15. W. Lu, C. Huang, M. Zhou, W. B. Mori, and T. Katsouleas, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 165002 (2006).
16. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Наука, Москва (1974), с. 217.
17. *Handbook of Mathematical Functions*, ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Dover, New York (1972).
18. I. Yu. Kostyukov, *Prob. Atom. Sci. Technol. Nucl. Phys. Invest.* **47**, 154 (2006).
19. C. E. Clayton, B. E. Blue, E. S. Dodd et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 154801 (2002).
20. U.S. Linear Collider Technology Options Study, 18 March 2004, <http://www.slac.stanford.edu/xorg/accelops/>.
21. R. Brinkmann, G. Materlik, J. Rossbach, and A. Wagner, *Conceptual Design Report of a 500 GeV e^+e^- Linear Collider with Integrated X-ray Laser Facility*, Vol. II, DESY Report 1997-048, ECFA 1997-182, Hamburg (1997) <http://www-library.desy.de/preparch/desy/1997/desy97-048.html>.
22. M. J. Hogan, C. D. Barnes, C. E. Clayton et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 054802 (2005).
23. J. B. Rosenzweig, B. Briezman, T. Katsouleas, and J. J. Su, *Phys. Rev. A* **44**, R6189 (1991).