

КВАНТОВОЕ СОСТОЯНИЕ ПАРЫ ИЗОТОПОВ ПРИ ИХ СОВМЕСТНЫХ СПОНТАННЫХ ФОТОИСПУСКАНИЯХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Л. В. Ильичев**

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 7 июля 2006 г.

Найдено стационарное состояние пары изотопов, возникающее в результате некогерентного процесса возбуждения-девозбуждения и спонтанного распада. При определенном значении напряженности внешнего магнитного поля, обеспечивающей резонанс зеемановских подуровней в изотопной паре, совместный спонтанный распад приводит к возникновению межатомных корреляций. Возникающее состояние относится к PPT-типу (positive partial transpose). Следствием корреляций является перераспределение вероятности направлений вылета спонтанного фотона на частоте попавших в резонанс переходов.

PACS: 03.65.Ud, 42.60.Rn

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое и экспериментальное развитие квантовых способов обработки информации обусловило важность феномена специфически квантовых корреляций (зацепленности) между элементами единой системы. Еще ранее была осознана роль такого рода межатомных корреляций в квантовой оптике, в частности, в эффекте Дике [1].

Естествен интерес к изучению способов создания зацепленных состояний. В случае замкнутой системы зацепленность между ее фрагментами есть всегда следствие их взаимодействия. Сложнее ситуация с подсистемами открытой системы. Зацепленность может появиться как результат их обмена энергией и информацией с окружением. Именно такова ситуация при совместном спонтанном фотоиспускании пары атомов в единый вакуум [2–4]. К настоящему времени обстоятельно исследована модель атомов с невырожденными уровнями, а также возникновение зацепленности по энергетическим квантовым числам. Более реалистичное рассмотрение требует учета внутренних угловых моментов атомов. Модель такого рода фигурировала в работе [5], где рассматривались «остаточные» (после завершения

спонтанного распада) межатомные корреляции по проекциям угловых моментов основных состояний атомов. Необходимым условием возникновения корреляций являлась селекция по историям спонтанного распада (в работе [5] рассматривалась селекция по спиральностям испущенных квантов, чего, как было показано, недостаточно для формирования зацепленности). Предметом работы [6] были межатомные корреляции по направлениям углового момента основных состояний в ансамбле атомов, демонстрирующих эффект когерентного пленения населенностей. Источником корреляций (хоть он и не фигурировал явно) являлся совместный спонтанный распад. Было показано, что возникающие многоатомные состояния относятся к классу PPT-состояний (positive partial transpose).

В настоящей работе также рассматриваются индуцированные совместным спонтанным распадом корреляции в паре неидентичных изотопов с вырожденными по направлениям углового момента уровнями. Новым дополнительным фактором является магнитное поле. Как будет показано, оно оказывается эффективным средством воздействия на характер возникающих корреляций. В рассматриваемой модели межатомные корреляции в изотопной паре появляются при определенных ненулевых значениях напряженности магнитного поля. Мотивом для

*E-mail: leonid@iae.nsk.su

разработки данной модели послужили экспериментальные результаты, изложенные в докладе [7].

Структура работы следующая: во втором разделе выводится квантовое кинетическое уравнение, описывающее эволюцию внутреннего состояния изотопной пары. В разд. 3 изучаются свойства стационарного решения полученного уравнения — характер возникших корреляций и их наиболее яркое (как представляется) проявление в анизотропии распределения вероятностей направлений вылета спонтанных квантов. В заключительном разделе обсуждается зависимость корреляций и их проявлений от напряженности магнитного поля.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Мы будем рассматривать пару атомов А и В с фиксированными пространственными положениями \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B (фактически достаточно считать фиксированным их относительное положение $\mathbf{r} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B$). Таким образом, атомы считаются достаточно медленными, так что их относительное положение не успевает измениться за время установления внутреннего состояния. Атомы различаются частотами ω_A и ω_B радиационных дипольных переходов из основного состояния. Таким образом, это может быть пара изотопов некоторого элемента. Угловые моменты в основных состояниях полагаем равными нулю ($J_g = 0$), а в возбужденных — единице ($J_e = 1$). Во внешнем постоянном и однородном магнитном поле подуровни возбужденных состояний атомов испытывают сдвиг. На рисунке изображена ситуация, когда этот сдвиг обеспечивает резонанс крайних подуровней атомов А и В с магнитными квантовыми числами соответственно -1 и 1 . Далее будут рассмотрены следствия этого резонанса.

Положим, что атомы подвержены процессу некогерентного возбуждения и девозбуждения, например, это может быть грубой моделью эффектов столкновений с электронами в области газового разряда. Кроме того, имеет место спонтанный распад атомов. Квантовое кинетическое уравнение для двухатомной матрицы плотности $\hat{\rho}$,

$$\partial_t \hat{\rho} = \mathcal{L}_{Din}[\hat{\rho}] + \mathcal{L}_{Dec}[\hat{\rho}] + \mathcal{L}_{Coll}[\hat{\rho}], \quad (1)$$

имеет в правой части слагаемые — лиувиллианы, отвечающие, соответственно, за внутреннюю динамику атомов, за спонтанный распад и за столкновительные процессы возбуждения и девозбуждения. Имеем

$$\mathcal{L}_{Din}[\hat{\rho}] = -i[\hat{H}, \hat{\rho}],$$

где

$$\hat{H} = \sum_q \omega_A(q) |e_q\rangle \langle e_q| \otimes \hat{1} + \sum_q \omega_B(q) \hat{1} \otimes |e_q\rangle \langle e_q| \quad (2)$$

— гамильтониан атомов в магнитном поле. Он, так же как и матрица плотности $\hat{\rho}$, действует во внутреннем гильбертовом пространстве атомной пары, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$. В формуле (2) $|e_q\rangle$ — возбужденное состояние атома, $q = 0, \pm 1$ — магнитное квантовое число. Магнитное поле обеспечивает резонанс: $\omega_A(-1) = \omega_B(1)$. Здесь и далее будем полагать частоты (и время) приведенными к безразмерному виду делением (умножением) на скорость спонтанного распада γ .

Рассмотрим лиувиллиан спонтанного распада, записанный в форме Линдблада ($\{, \}_+$ обозначает антикоммутатор):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Dec}[\hat{\rho}] = & \sum_{q=0,1} \sum_{\lambda=\pm 1} \int d^2 \mathbf{n} \left(\hat{L}_A(q; \lambda, \mathbf{n}) \hat{\rho} \hat{L}_A^\dagger(q; \lambda, \mathbf{n}) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_A^\dagger(q; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_A(q; \lambda, \mathbf{n}), \hat{\rho} \}_+ \right) + \\ & + \sum_{q=0,-1} \sum_{\lambda=\pm 1} \int d^2 \mathbf{n} \left(\hat{L}_B(q; \lambda, \mathbf{n}) \hat{\rho} \hat{L}_B^\dagger(q; \lambda, \mathbf{n}) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_B^\dagger(q; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_B(q; \lambda, \mathbf{n}), \hat{\rho} \}_+ \right) + \\ & + \sum_{\lambda=\pm 1} \int d^2 \mathbf{n} \left(\hat{L}_{AB}(\lambda, \mathbf{n}) \hat{\rho} \hat{L}_{AB}^\dagger(\lambda, \mathbf{n}) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_{AB}^\dagger(\lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_{AB}(\lambda, \mathbf{n}), \hat{\rho} \}_+ \right). \quad (3) \end{aligned}$$

Поясним используемые символы. Типы событий, отвечающие спонтанным фотоиспусканиям, определяются частотой, направлением вылета \mathbf{n} и спиральностью $\lambda = \pm 1$ излученного кванта. Каждому такому событию отвечает определенный оператор Линдблада из правой части (3). Индивидуальный спонтанный распад атомов А и В с переходом из возбужденного состояния $|e_q\rangle$ в основное $|g\rangle$ с испусканием фотона в направлении \mathbf{n} со спиральностью λ описывают соответственно операторы

$$\begin{aligned} \hat{L}_A(q; \lambda, \mathbf{n}) &= \hat{L}_A(q) (\boldsymbol{\varepsilon}_q \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^\lambda(\mathbf{n})), \\ \hat{L}_B(q; \lambda, \mathbf{n}) &= \hat{L}_B(q) (\boldsymbol{\varepsilon}_q \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^\lambda(\mathbf{n})), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\hat{L}_A(q) = |g\rangle \langle e_q| \otimes \hat{1}, \quad \hat{L}_B(q) = \hat{1} \otimes |g\rangle \langle e_q|.$$

Операторы (4) с точностью до размерного множителя есть произведения «понижающих» частей операторов дипольных моментов атомов на вектор напряженности поля спонтанного кванта. Этот вектор представлен в формулах (4) циклическим ортом $\epsilon^\lambda(\mathbf{n})$ в системе координат с азимутальной осью вдоль направления фотоиспускания:

$$\epsilon^\lambda(\mathbf{n}) = \sum_{\sigma=0,\pm 1} D_{\sigma\lambda}^{(1)*}(\varphi, \theta, 0) \epsilon^\sigma. \quad (5)$$

Именно этот орт задает круговую поляризацию фотона, распространяющегося в направлении \mathbf{n} . Здесь $D_{\sigma\lambda}^{(1)}$ — матрица Вигнера, φ и θ — азимутальный и полярный углы вектора \mathbf{n} :

$$\epsilon_0 = \epsilon_z, \quad \epsilon_{\pm 1} = \mp \frac{\epsilon_x \pm i\epsilon_y}{\sqrt{2}}, \quad \epsilon^q = (\epsilon_q)^*.$$

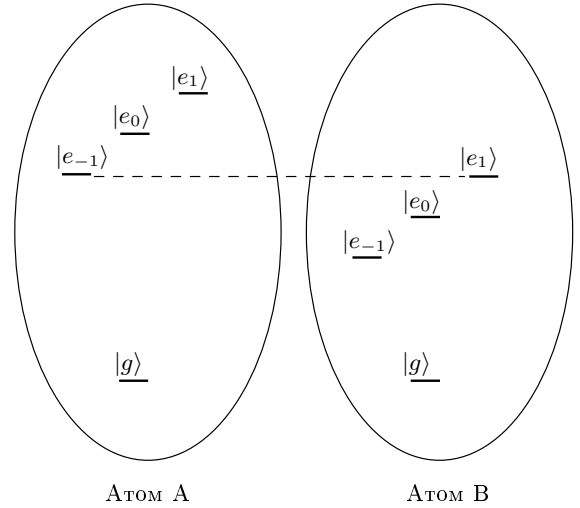
В выражении (3) предполагается выполненным секулярное приближение (см., например, [8]), когда обратное время жизни τ^{-1} испущенного спонтанного кванта до его необратимого взаимодействия с окружением (регистрации) много больше скорости спонтанного распада (это позволяет считать состояние поля вакуумом), но значительно меньше зеемановского расщепления $\Delta\omega$ внутри каждого атома (тот же масштаб имеет и разница $\omega_A - \omega_B$). В безразмерной записи имеем

$$1 \ll \tau^{-1} \ll \Delta\omega. \quad (6)$$

Подробнее этот вопрос обсуждается в последнем разделе. Именно в этом приближении обосновано соответствие отдельных операторов Линдблада событиям распада атомов с конкретного магнитного подуровня, как это имеет место в двух первых двойных суммах выражения (3). В то же время условие резонанса, изображенного на рисунке, обусловило появление событий спонтанного распада с характерной частотой испущенного кванта $\omega_A(-1) = \omega_B(1)$, когда невозможно однозначно идентифицировать атом, ответственный за данное фотоиспускание (третья сумма в (3)). Этим событиям отвечает оператор Линдблада

$$\hat{L}_{AB}(\lambda, \mathbf{n}) = \hat{L}_A(-1; \lambda, \mathbf{n}) \exp(-ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_A) + \hat{L}_B(1; \lambda, \mathbf{n}) \exp(-ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_B). \quad (7)$$

Здесь k — модуль характерного волнового вектора спонтанных квантов. Экспоненты описывают относительные временные задержки интерферирующего спонтанного излучения от разных атомов при распространении его в направлении \mathbf{n} . Секулярное



Резонанс между атомами изотопной пары при зеемановском сдвиге уровней

приближение (правое неравенство в (6)) не является необходимым для возникновения корреляций, но делает наиболее простым математическое описание процесса, когда явно видна принципиальная важность близости частот $\omega_A(-1)$ и $\omega_B(1)$

Лиувиллиан, ответственный за описание столкновительных процессов возбуждения и девозбуждения имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Coll}[\hat{\rho}] = & \\ = w'_- \sum_{q=0,\pm 1} & \left(\hat{L}_A(q) \hat{\rho} \hat{L}_A^\dagger(q) + \hat{L}_B(q) \hat{\rho} \hat{L}_B^\dagger(q) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_A^\dagger(q) \hat{L}_A(q) + \hat{L}_B^\dagger(q) \hat{L}_B(q), \hat{\rho} \}_+ \right) + \\ + w_+ \sum_{q=0,\pm 1} & \left(\hat{L}_A^\dagger(q) \hat{\rho} \hat{L}_A(q) + \hat{L}_B^\dagger(q) \hat{\rho} \hat{L}_B(q) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_A(q) \hat{L}_A^\dagger(q) + \hat{L}_B(q) \hat{L}_B^\dagger(q), \hat{\rho} \}_+ \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Здесь w'_- и w_+ — отнесенные к γ скорости столкновительного девозбуждения и возбуждения. Для последующего рассмотрения удобно отразить зависимость лиувиллиана \mathcal{L}_{Coll} от этих констант: $\mathcal{L}_{Coll} = \mathcal{L}_{Coll}(w'_-, w_+)$.

Суммирование по всем направлениям и поляризациям испускаемых квантов в (3) дает соотношение:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Coll}(w'_-, w_+)[\hat{\rho}] + \mathcal{L}_{Dec}[\hat{\rho}] = \\ = \mathcal{L}_{Coll}(w'_- + 8\pi/3, w_+)[\hat{\rho}] + \\ + \xi \hat{L}_A(-1) \hat{\rho} \hat{L}_B^\dagger(1) + \xi^* \hat{L}_B(1) \hat{\rho} \hat{L}_A^\dagger(-1) - \\ - \frac{1}{2} \{ \xi \hat{L}_B^\dagger(1) \hat{L}_A(-1) + \xi^* \hat{L}_A^\dagger(-1) \hat{L}_B(1), \hat{\rho} \}_+. \quad (9) \end{aligned}$$

Далее будем использовать параметр $w_- \equiv w'_- + 8\pi/3$, включающий девозбуждение за счет спонтанного распада. Комплексная частота ξ ответственна за возникновение корреляций между атомами:

$$\begin{aligned} \xi \equiv \xi(\mathbf{r}) = -\pi \exp(-2i\alpha) \times \\ \times \int_0^\pi d\theta \sin^3 \theta \exp(-ikr \cos \theta \cos \beta) \times \\ \times J_2(kr \sin \theta \sin \beta). \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь α и β — азимутальный и полярный углы вектора \mathbf{r} . Модуль параметра ξ достигает максимальной величины

$$|\xi|_{max} \approx 1.929 \quad (11)$$

при $kr \approx 3.342$ и при $\beta = \pi/2$, т.е. при ортогональной ориентации вектора \mathbf{r} относительно магнитного поля.

3. СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ

Стационарную двухатомную матрицу плотности $\hat{\rho}_{st}$, удовлетворяющую уравнению

$$\mathcal{L}_{Din}[\hat{\rho}_{st}] + \mathcal{L}_{Dec}[\hat{\rho}_{st}] + \mathcal{L}_{Coll}[\hat{\rho}_{st}] = 0,$$

следует искать в виде

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{st} = \sum_{q_1, q_2} \rho_{ee}(q_1, q_2) \hat{P}_e(q_1) \otimes \hat{P}_e(q_2) + \\ + \sum_{q_1} \rho_{eg}(q_1) \hat{P}_e(q_1) \otimes \hat{P}_g + \sum_{q_2} \rho_{ge}(q_2) \hat{P}_g \otimes \hat{P}_e(q_2) + \\ + \rho_{gg} \hat{P}_g \otimes \hat{P}_g + \mu |g\rangle \langle e_{-1}| \otimes |e_1\rangle \langle g| + \\ + \mu^* |e_{-1}\rangle \langle g| \otimes |g\rangle \langle e_1|. \quad (12) \end{aligned}$$

Здесь $\hat{P}_e(q)$ и \hat{P}_g — проекторы соответственно на состояния $|e_q\rangle$ и $|g\rangle$. Из условия стационарности и из соотношения $\text{Tr} \hat{\rho}_{st} = 1$ получаем следующие выражения для коэффициентов из (12):

$$\rho_{ee}(q_1, q_2) = \frac{w_+}{2w_-} \left(\rho_{eg}(q_1) + \rho_{ge}(q_2) \right), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \rho_{eg}(-1) = \rho_{ge}(1) = -\frac{4w_+}{3w_+ + 2w_-} + \\ + \frac{3w_+(12w_+^2 + 9w_+w_- + 2w_-^2)}{(3w_+ + w_-)^2(3w_+ + 2w_-)} F, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{eg}(1) = \rho_{eg}(0) = \rho_{ge}(0) = \rho_{ge}(-1) = \\ = \frac{2w_+}{3w_+ + 2w_-} - \frac{9w_+^2(2w_+ + w_-)}{(3w_+ + w_-)^2(3w_+ + 2w_-)} F, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\mu = \frac{(w_+ - w_-)\xi}{w_-(3w_+ + w_-)} \rho_{ge}(1), \quad (16)$$

$$\rho_{gg} = 1 - \frac{3w_+(3w_+ + 2w_-)}{(3w_+ + w_-)^2} F. \quad (17)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F = \{ 3w_-(3w_+ + w_-)^3(3w_+ + 2w_-) + \\ + 4(w_+ - w_-)(3w_+ + w_-)^2|\xi|^2 \} \times \\ \times \{ 3w_-(3w_+ + w_-)^3(3w_+ + 2w_-) + \\ + 3(w_+ - w_-)(12w_+^2 + 9w_+w_- + 2w_-^2)|\xi|^2 \}^{-1}. \quad (18) \end{aligned}$$

Естествен вопрос о характере межатомных корреляций в состоянии $\hat{\rho}_{st}$. Для проверки свойства РРТ [9] (его нарушение свидетельствует о наличии запутанности) осуществим транспонирование $\hat{\rho}_{st}$ по переменным атома В в базисе $\{|g\rangle, |e_q\rangle\}$. Это преобразование затронет два последних слагаемых в правой части выражения (12):

$$\begin{aligned} \mu |g\rangle \langle e_{-1}| \otimes |e_1\rangle \langle g| + \mu^* |e_{-1}\rangle \langle g| \otimes |g\rangle \langle e_1| \xrightarrow{T_B} \mu |g\rangle \times \\ \times \langle e_{-1}| \otimes |g\rangle \langle e_1| + \mu^* |e_{-1}\rangle \langle g| \otimes |e_1\rangle \langle g|. \quad (19) \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что большая часть собственных состояний и соответствующих собственных чисел (естественно, неотрицательных) у операторов $\hat{\rho}_{st}$ и $\hat{\rho}_{st}^{T_B}$ общая. Различие касается только подпространств

$$\mathcal{H}_1 = \text{span}\{|e_{-1}\rangle \otimes |g\rangle, |g\rangle \otimes |e_1\rangle\}$$

и

$$\mathcal{H}_2 = \text{span}\{|e_{-1}\rangle \otimes |e_1\rangle, |g\rangle \otimes |g\rangle\}.$$

Элементы указанного базиса подпространства \mathcal{H}_1 являются собственными состояниями оператора $\hat{\rho}_{st}^{T_B}$ с единым собственным значением $\rho_{eg}(-1) = \rho_{ge}(1)$, которое, как легко убедиться, оказывается положительным при всех возможных значениях параметров w_\pm и ξ . Элементы выписанного базиса подпространства \mathcal{H}_2 были собственными состояниями опе-

ратора $\hat{\rho}_{st}$. Их линейные комбинации образуют собственные состояния оператора $\hat{\rho}_{st}^{TB}$. Анализ показывает, что из двух соответствующих собственных значений одно окажется отрицательным, если нарушается неравенство

$$\left(\frac{w_+ - w_-}{3w_+ + w_-}\right)^2 \frac{|\xi|^2}{w_-^2} \leq \frac{w_+}{w_-} \frac{\rho_{gg}}{\rho_{ge}(1)}. \quad (20)$$

При $w_+ \gg w_-$ левая часть (20) стремится к $|\xi|^2/9w_-^2$, а правая — к 1. При $w_+ \ll w_-$ левая часть стремится к $|\xi|^2/w_-^2$, а правая — к $1 - |\xi|^2/w_-^2$. Заметим, что из формулы (11) и условия $w_- > 8\pi/3$ следует, что $(|\xi|^2/w_-^2)_{max} \approx 0.053$. Это число оказывается слишком малым, чтобы нарушить неравенство (20) при указанных асимптотиках. Для промежуточных значений отношения w_+/w_- запас выполнения этого неравенства оказывается еще большим. Таким образом, $\hat{\rho}_{st}$ относится к классу РРТ-состояний.

Рассмотрим теперь вопрос об анизотропии вероятностей вылета спонтанных квантов, испускаемых парой атомов. Естественно ожидать, что межатомные корреляции скажутся в наибольшей степени в спонтанном испускании с уровней, «вырожденных» магнитным полем. Вероятность испускания в единицу телесного угла в направлении \mathbf{n} и со спиральностью λ дается (с точностью до коэффициента) соотношением

$$p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}) \propto \langle \hat{L}_{AB}^\dagger(\lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_{AB}(\lambda, \mathbf{n}) \rangle_{st}. \quad (21)$$

Здесь $\langle \dots \rangle_{st} \equiv \text{Tr}(\hat{\rho}_{st} \dots)$. В левой части отражен *a priori* ожидаемый факт зависимости от \mathbf{r} — ориентации атомной пары. Раскрывая правую часть (21), имеем

$$p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}) = p_0(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}) + \Delta p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}), \quad (22)$$

где

$$p_0(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}) \propto \langle \hat{L}_A^\dagger(-1; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_A(-1; \lambda, \mathbf{n}) \rangle_{st} + \langle \hat{L}_B^\dagger(1; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_B(1; \lambda, \mathbf{n}) \rangle_{st}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r}) \propto & \langle \hat{L}_A^\dagger(-1; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_B(1; \lambda, \mathbf{n}) \rangle_{st} \exp(-ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) + \\ & + \langle \hat{L}_B^\dagger(1; \lambda, \mathbf{n}) \hat{L}_A(-1; \lambda, \mathbf{n}) \rangle_{st} \exp(ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (24)$$

Величина $p_0(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r})$ отлична от нуля даже при $\xi = 0$, т. е. в отсутствие межатомных корреляций. Первая поправка на наличие корреляций квадратична по ξ . В то же время в выражение для $\Delta p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r})$ дают

вклад, как нетрудно заметить, только последние два слагаемых из выражения (12) для $\hat{\rho}_{st}$. Поэтому при $\xi = 0$ величина $\Delta p(\lambda, \mathbf{n}; \mathbf{r})$ обращается в нуль и является линейной по $|\xi|$.

Сравним вероятности испускания фотона вдоль магнитного поля ($\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$) и в поперечном направлении ($\mathbf{n} = \mathbf{e}_x$). Они оказываются не зависящими от спиральности фотона. Как следует из формул (4),

$$\Delta p^\parallel(\mathbf{r}) \equiv \Delta p(\lambda, \mathbf{e}_z; \mathbf{r}) \propto |(\boldsymbol{\varepsilon}_{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^\lambda)(\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^\lambda)|.$$

Правая часть этого выражения есть нуль для обеих спиральностей. Как было отмечено ранее, большего значения параметр $|\xi|$ достигает при нахождении \mathbf{r} в плоскости, ортогональной магнитному полю. Усредним плотность вероятностей по азимутальному углу α положения \mathbf{r} в данной плоскости. Усреднение затронет только $\Delta p^\perp(\mathbf{r}) \equiv \Delta p(\lambda, \mathbf{e}_x; \mathbf{r})$. Результат вычисления при малых значениях отношения w_+/w_- оказывается следующим:

$$\frac{p_0^\perp(\mathbf{r}) + \langle \Delta p^\perp(\mathbf{r}) \rangle_{\alpha \in [0, 2\pi]}}{p_0^\parallel(\mathbf{r})} \Big|_{\beta=\pi/2, kr=3.342} \approx 0.445. \quad (25)$$

Мы видим, что следствием межатомных корреляций явилось выделенное в правой части (25) уменьшение относительной вероятности испускания спонтанных фотонов на частоте $\omega_A(-1) = \omega_B(1)$ в поперечном направлении по сравнению со стандартным значением 1/2, имеющим место, как это нетрудно проверить, при $\xi = 0$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Корреляции между атомами А и В в процессе их спонтанных переходов возникают при совпадении частот $\omega_A(-1)$ и $\omega_B(1)$, что имеет место при определенном значении магнитного поля. Закономерен вопрос о поведении корреляций вблизи точного резонанса уровней. Фактически необходимо выявить зависимость параметра ξ от напряженности магнитного поля. С этой целью подробнее рассмотрим процедуру перехода к секулярному приближению в ливиллиане \mathcal{L}_{Dec} . При традиционном построении модели спонтанного распада (см., например, [8]), обобщенном в нашем случае на пару атомов, соответствующие члены в квантовом кинетическом уравнении аппроксимируются отношением конечных разностей:

$$\left(\frac{\partial \hat{\rho}_t}{\partial t}\right)_{Dec} \approx \frac{\hat{\rho}_{t+\Delta t} - \hat{\rho}_t}{\Delta t}. \quad (26)$$

Здесь в числителе правой части стоит изменение матрицы плотности за время Δt из-за взаимодействия атомов с вакуумными радиационными модами. Величина Δt должна быть, естественно, мала по сравнению с вычисляемой на последующих этапах обратной скоростью спонтанного распада, т. е. в используемых нами безразмерных единицах $\Delta t \ll 1$.

Заметим, что по своему смыслу Δt тождественна времени τ , фигурирующему выше как характерное время существования спонтанного фотона до его поглощения. Соответственно, τ^{-1} задает точность, с которой в окружении фиксируется информация о частоте испущенного фотона. Конечность τ ограничивает возможность отождествления момента спонтанного перехода в атомах с моментом регистрации фотона. Поэтому эволюция системы оказывается «размытой» на временном интервале длиной $\tau = \Delta t$, что делает более естественным появление конечных разностей в правой части (26). Далее будем использовать обозначение τ вместо Δt .

При $\tau \ll 1$ ограничиваются первыми исчезающими (квадратичными) поправками по взаимодействию с вакуумными модами, что дает в гейзенберговском представлении [8]:

$$\left(\frac{\partial \hat{\rho}_t}{\partial t}\right)_{Dec} \propto \tau^{-1} \int_0^\infty dt'' \int_t^{t+\tau} dt' \times \\ \times \sum_\lambda \int d^2\mathbf{n} g(t'') \left(\hat{K}_{\nu'}(\lambda, \mathbf{n}) \hat{\rho}_t \hat{K}_{\nu'-\nu''}^\dagger(\lambda, \mathbf{n}) - \right. \\ \left. - \hat{K}_{\nu'-\nu''}^\dagger(\lambda, \mathbf{n}) \hat{K}_{\nu'}(\lambda, \mathbf{n}) \hat{\rho}_t \right) + \text{H.c.} \quad (27)$$

Здесь

$$\hat{K}_t(\lambda, \mathbf{n}) = \sum_q L_A(q; \lambda, \mathbf{n}) \exp(-i\omega_A(q)t - ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_A) + \\ + \sum_q L_B(q; \lambda, \mathbf{n}) \exp(-i\omega_B(q)t - ik\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_B) \quad (28)$$

— оператор Линдблада, соответствующий испусканию фотона спиральности λ в направлении \mathbf{n} ; $g(t)$ — корреляционная функция системы вакуумных радиационных мод. Как нетрудно заметить, в результате интегрирования в (28) по t' появляются характерные коэффициенты при слагаемых, составляющих правую часть этого выражения. В частности, комбинация

$$\hat{L}_A(q_1) \hat{\rho} \hat{L}_B^\dagger(q_2) - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_B^\dagger(q_2) \hat{L}_A(q_1) \hat{\rho} \}_+$$

приобретет множитель

$$f_{AB}(q_1, q_2) = \frac{\sin[(\omega_A(q_1) - \omega_B(q_2))\tau/2]}{(\omega_A(q_1) - \omega_B(q_2))\tau/2}. \quad (29)$$

Комбинации слагаемых, относящихся к спонтанным переходам в атомах, рассматриваемых по отдельности, приобретают множители $f_{AA}(q_1, q_2)$ и $f_{BB}(q_1, q_2)$ аналогичного вида. Используемое в работе секулярное приближение соответствует достаточно большим зеемановским сдвигам уровней, при которых

$$f_{AA}(q_1, q_2) = f_{BB}(q_1, q_2) \approx \delta_{q_1, q_2}$$

(правое неравенство в (6)). Видно, что в выражение для параметра ξ входит коэффициент $f_{AB}(-1, 1)$, который равен единице при точном резонансе $\omega_A(-1) = \omega_B(1)$ и нулю вдали от него.

Как представляется, следует искать проявления указанного в предыдущем разделе углового перераспределения вероятностей спонтанных испусканий на частоте резонанса уровней, так как данный эффект содержит линейный по $|\xi|$ член. При этом надо ориентироваться на обнаружение характерной зависимости от напряженности магнитного поля, задаваемой коэффициентом $f_{AB}(-1, 1)$. Заметим, что данный коэффициент зависит от величины τ , характеризующей окружение атомной пары. Пока не ясно, имеет ли представленная модель отношение к физике возникновения резонансов в интенсивности спонтанного излучения замагниченной смеси изотопов неона в низкотемпературной плазме электрического разряда, о чем сообщалось в работе [7]. Однако достойно внимания сходство при определенной экспериментальной ситуации формы резонанса как функции напряженности магнитного поля с зависимостью, даваемой коэффициентом $f_{AB}(-1, 1)$.

Наконец, заметим, что при условии адекватности модели физике обнаруженных резонансов можно ожидать существование аналогичного явления при вдвое большем значении напряженности поля, когда имеет место двойной резонанс $\omega_A(-1) = \omega_B(0)$ и $\omega_A(0) = \omega_B(1)$, что есть прямое следствие равенства g -факторов для разных изотопов.

Автор признателен Э. Г. Сапрыкину и В. А. Сорокину за плодотворное обсуждение предмета работы. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 04-02-16771, 06-02-16415), Президиума СО РАН, программы Отделения физических наук РАН «Оптическая спектроскопия и стандарты частоты» и федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» (гос. контракт № 02.438.11.7034).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
2. А. М. Башаров, ЖЭТФ **121**, 1249 (2002).
3. А. М. Башаров, Э. А. Манькин, Опт. и спектр. **96**, 91 (2004).
4. А. М. Башаров, А. А. Башкеев, Э. А. Манькин, ЖЭТФ **127**, 536 (2005).
5. Л. В. Ильичев, ЖЭТФ **126**, 1290 (2004).
6. Л. В. Ильичев, ЖЭТФ **129**, 651 (2006).
7. E. G. Sarykin and V. A. Sorokin, in *IVth Int. Symposium «Modern Problems of Laser Physics»*, Novosibirsk (2004), p. 240.
8. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and Atoms: Introduction to Quantum Electrodynamics*, Wiley (1997).
9. A. Peres, Phys. Rev. Lett. **77**, 1413 (1996).