ЖЭТФ, 2007, том 131, вып. 2, стр. 312–329

ЭФФЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЕЙ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

В. Н. Цытович*

Институт общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 июня 2006 г.

Взаимодействие полей плазменных потоков и электростатических полей рассматривается как наиболее адекватный метод описания характерных свойств пылевой плазмы. Этот метод позволяет трактовать открытость плазменных пылевых систем, описывать процессы самоорганизации и изменения взаимодействия пылевых частиц, обусловленные наличием плазменных потоков, в частности, описывать притяжение пылевых частиц на больших расстояниях, процессы спаривания одинаково заряженных частиц и образования сложных пылевых комплексов, включая плазменные пылевые кристаллы. Ранее взаимодействие полей плазменных потоков и электростатических полей учитывалось при рассмотрении только отдельных задач, но не считалось общей характерной чертой пылевой плазмы. Подчеркивается, что модель, учитывающая поля плазменных потоков и их взаимодействие с электростатическими полями, является единственной из имеющихся моделей, позволяющей объяснить значения одновременно всех основных параметров, характеризующих процесс конденсации пылевой плазмы в плазменные кристаллы (константа связи Γ, межчастичное расстояние r_{min}, температура плавления T_d), полученных в результате наблюдений. Притяжение пылевых частиц на больших расстояниях приводит к неустойчивости, аналогичной гравитационной, которая ранее ошибочно не учитывалась при описании пылевого звука. Соответствующий критический размер аналогичен джинсовскому. Следствием такого притяжения является структуризация пылевых систем, аналогичная известной гравитационной структуризации и может объяснить наблюдения пылевых структур в большинстве лабораторных экспериментов по пылевой плазме.

PACS: 52.27.Lw, 52.35.Dm, 52.35.Qz, 52.35.Fp

1. ВВЕДЕНИЕ. НЕОБХОДИМОСТЬ УЧЕТА ПОЛЕЙ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

Описание систем можно проводить как детально на кинетическом уровне, так и усредненно на гидродинамическом уровне. В обычной плазме без пылевой компоненты (состоящей из электронов, ионов и нейтральных атомов) при небольших скоростях частиц и в отсутствие внешнего магнитного поля вся динамика поведения системы может быть описана при помощи одного поля — электростатического поля $\mathbf{E}$, учитывающего все поляризационные поля вокруг отдельных частиц. Наличие пыли, как оказывается, не позволяет описывать систему с помощью только одного поля $\mathbf{E}$ и требует изменения общих физических представлений путем введения нового поля плазменных потоков $\mathbf{\Phi}$. До сих пор концепция поля плазменных потоков в общем виде не разрабатывалась, хотя во многих работах рассматривалась их роль как в задачах зарядки и взаимодействия отдельных изолированных пылевых частиц [1–6], так и при описании некоторых нелинейных пылевых структур [7–10]. Задачей настоящей работы является постановка общего вопроса о коллективности поля пылевых потоков в системах, содержащих большое число пылевых частиц, и описание вытекающих отсюда первых простейших следствий.

Существует ряд недавно обнаруженных эффектов, связанных со свойством коллективности плазменных потоков. Их можно проанализировать, ис-

*E-mail: tsytov@lpi.ru

пользуя аналогию с известным описанием коллективных электростатических полей в обычной плазме в отсутствие пылевых частиц. Для этого коротко напомним основные представления принятой в настоящее время концепции коллективных полей в обычной плазме. Следует выделить два хорошо известных и существенных в дальнейшем изложении момента, касающихся физических представлений, утвердившихся в современной физике плазмы.

Первый момент заключается в том, что электростатические поля в обычной плазме могут иметь не только самосогласованные усредненные составляющие $\langle \mathbf{E} \rangle$, но и флуктуационные составляющие $\delta\mathbf{E}$, которые могут описывать также и столкновения частиц, так что

$$\mathbf{E} = \langle \mathbf{E} \rangle + \delta\mathbf{E}.$$

Поэтому кинетика заряженных частиц — электронов и ионов — описывается функцией распределения f^α, $\alpha = \{e, i\}$, имеющей также две составляющие: регулярную $\langle f^\alpha \rangle$ и флуктуационную δf^α, т. е.

$$f^\alpha = \langle f^\alpha \rangle + \delta f^\alpha.$$

Флуктуации играют принципиальную роль и позволяют описать взаимодействия частиц в плазме, существенно отличающиеся от взаимодействия «голых» заряженных частиц [11]. После усреднения уравнения для одночастичной функции распределения частиц

$$\frac{\partial f^\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f^\alpha}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f^\alpha}{\partial \mathbf{p}} = 0 \tag{1}$$

получаем уравнение

$$\frac{\partial \langle f^\alpha \rangle}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \langle f^\alpha \rangle}{\partial \mathbf{r}} + e\langle \mathbf{E} \rangle \cdot \frac{\partial \langle f^\alpha \rangle}{\partial \mathbf{p}} = -e\left\langle \delta\mathbf{E} \cdot \frac{\partial \delta f^\alpha}{\partial \mathbf{p}} \right\rangle. \tag{2}$$

Правая часть уравнения (2) (представляющая собой, как показано в [11], интеграл столкновений Ландау – Балеску) описывает столкновения «одетых» поляризованных частиц. Экранирование частиц, соответствующее дебаевскому, или, как часто говорят, юкавскому потенциалу статического взаимодействия частиц, зависит от средней плотности частиц. Поэтому потенциал парного взаимодействия частиц является коллективным. Это не тривиально, так как по определению плазмы число частиц в дебаевской сфере велико и сферы экранирования частиц взаимно пересекаются, но экранирование каждой из частиц создается в процессе флуктуаций остальных частиц и является юкавским. Спор о том, какое из уравнений — (1) или (2) (т. е. с интегралом столкновений или без него) — является правильным, бессодержателен [11], так как такой спор может возникнуть, только если путать обозначения: уравнение (1) записано для не усредненной, а уравнение (2) — для усредненной по флуктуациям функции распределения.

Второй момент заключается в том, что только уравнение (2) внутренне самосогласованно, так как экранирование любой «внешней» пробной частицы, внесенной в плазму, такое же, что и каждой из взаимодействующих частиц [11]. Источником регулярной части электростатического поля $\langle \mathbf{E} \rangle$ является плотность внешних зарядов, тогда как источником флуктуационного поля $\delta\mathbf{E}$ являются частицы плазмы. Обе компоненты поля определяются соответствующими уравнениями Пуассона для регулярной и флуктуационной компонент поля:

$$\begin{gathered} \operatorname{div}\langle \mathbf{E} \rangle \equiv \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \langle \mathbf{E} \rangle = 4\pi \sum_\alpha \int \langle f^\alpha \rangle d\mathbf{p}, \\ \operatorname{div}\delta\mathbf{E} \equiv \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \delta\mathbf{E} = 4\pi \sum_\alpha \int \delta f^\alpha d\mathbf{p}. \end{gathered} \tag{3}$$

Эти стандартные положения обычной теории плазмы приведены здесь, для того чтобы подчеркнуть те важные изменения, которые вносятся пылевой компонентой. Из изложенного выше ясно, что просто переносить концепцию дебаевского экранирования на случай пылевых частиц, как это делается во многих (даже недавних) исследованиях [12–14], невозможно без построения самосогласованной картины, аналогичной той, которая общепринята для обычной плазмы. Многие последние исследования, в частности, представленные на недавних конференциях [15], основываются на том факте, что пылевые заряды имеют большие значения, поэтому они направлены на рассмотрение систем с сильным взаимодействием юкавских частиц. Оба исходных положения о сильном взаимодействии и юкавском экранировании являются спорными. Очевидно, что при этом игнорируются достижения современной физики плазмы. Задачей настоящего рассмотрения является доказательство того, что обобщение концепций, общепринятых для обычной плазмы, на случай пылевой плазмы и введение в рассмотрение новых полей плазменных потоков позволяют доказать, что флуктуации потоков приводят к коренному изменению взаимодействия между пылевыми частицами. Это взаимодействие существенно отличается от юкавского, так что оказывается возможным даже образование связанных состояний одноименно заряженных пылевых частиц, а также образование их более сложных комплексов вплоть до пылевых кристаллов. Это может происходить даже в условиях, когда взаимодействие пылевых частиц является довольно слабым.

При наличии пылевых частиц в плазме существенную роль играют плазменные потоки. Это является одним из недавно обнаруженных физических эффектов. Давно известно, что непрерывное поглощение плазменных потоков (как электронов, так и ионов) на отдельных пылевых частицах необходимо для поддержания заряда пылевых частиц [16]. Для изолированных пылевых частиц Питаевским [17] было впервые найдено изменение экранирования вследствие поглощения плазменных потоков, приводящее к появлению потенциала пылевых частиц, обратно пропорционального квадрату расстояния от частиц (см. также [1, 18, 19]). Теневое притяжение пары пылевых частиц вследствие взаимного экранирования плазменных потоков было обнаружено в работах [4–6] (в работах [4, 5] учитывался только геометрический эффект тени, а в работах [6, 20] было найдено, что в лабораторных условиях притяжение ионов пылевыми частицами увеличивает сечение поглощения и теневой эффект примерно на два порядка). Эти исследования не затрагивали вопросов о том, как будут вести себя плазменные потоки при наличии многих пылевых частиц и каких эффектов следует при этом ожидать. Говоря о многих пылевых частицах в системе, мы будем иметь в виду такие системы, размеры которых превосходят длину свободного пробега λ_d при поглощении плазменного потока на пылевых частицах. Оценку λ_d легко получить, используя для простоты сечение поглощения плазменного потока на отдельных частицах,

$$\lambda_d \approx \frac{\lambda_{Di}^2}{aP},$$

где a — радиус пылевых частиц, λ_{Di} — ионный дебаевский радиус,

$$\lambda_{Di}^2 = \frac{T_i}{4\pi n_0 e^2}$$

(T_i — температура ионов, которая много меньше температуры электронов T_e, $T_i \ll T_e$, n_0 — плотность ионов вдали от пылевых частиц), а

$$P = \frac{n_d Z_d}{n_0}$$

— модифицированный параметр Хавнеса (n_d — концентрация пыли, Z_d — заряд пылевых частиц в единицах электронного заряда e). Для существующих экспериментов по пылевой плазме длина свободного пробега λ_d на два порядка меньше размеров используемых систем. В таких условиях плазменные потоки не определяются эффектами, описываемыми изолированными пылевыми частицами, и для компенсации потерь плазмы на пылевых частицах необходимо существование источников плазмы. Как правило, таковыми являются источники объемной ионизации, присутствующие в большинстве экспериментов по пылевой плазме. Для описания коллективных потоков, используя аналогию с обычной плазмой, необходимо ввести поле плазменных потоков $\mathbf{\Phi}$ вместе с его регулярной $\langle\mathbf{\Phi}\rangle$ и флуктуационной $\delta\mathbf{\Phi}$ компонентами, так что

$$\mathbf{\Phi} = \langle\mathbf{\Phi}\rangle + \delta\mathbf{\Phi}.$$

В отсутствие объемной ионизации регулярные плазменные потоки на пылевые сгустки вызываются процессами зарядки пылевых частиц, но эти потоки поглощаются на длине свободного пробега, и при размерах систем больше этой длины плазма должна создаваться внутри системы либо с помощью проникающей радиации, либо путем объемных процессов ионизации. В большинстве лабораторных экспериментов такие источники ионизации имеются.

Естественно считать, что электростатическое поле $\mathbf{E}$ и поле плазменных потоков $\mathbf{\Phi}$ не являются независимыми — поляризационные заряды должны влиять на плазменные потоки и наоборот. Поэтому, естественно, интеграл столкновений должен определяться не только средним значением квадрата флуктуаций электростатических флуктуационных полей, но и средним значением квадрата флуктуаций полей плазменных потоков и средним значением произведений флуктуаций электростатических полей и флуктуаций потоков. Это означает, что в общей концепции столкновений и взаимодействий пылевых частиц возможна модификация, связанная с плазменными потоками, и что на определенных расстояниях между ними она может оказаться значительной. Точно так же можно предположить, что экранировка пылевых частиц может существенно изменяться плазменными потоками. Доказательству этого посвящена настоящая работа.

2. ЛИНЕЙНЫЕ ОТКЛИКИ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ НА ПОЛЕ ПРОБНОГО ЗАРЯДА

Кинетическую трактовку экранирования и взаимодействия пылевых частиц мы рассмотрим в последующих разделах, а пока ограничимся обычным гидродинамическим подходом. Начнем с самого простого, а именно, с наглядной демонстрации аналогии возбуждения полей плазменных потоков и электростатических полей. В случае стационарных потоков для этой цели мы будем использовать уравнение непрерывности для ионов с источниками и стоками частиц как некий аналог уравнения Пуассона для электростатических полей, возбуждаемых зарядами разного знака. Использование уравнения непрерывности для описания распределения частиц несколько ограничивает рассмотрение, однако аналогия является здесь наиболее наглядной. Отметим, что статического уравнения непрерывности достаточно для описания статического экранирования пылевых частиц ионами.

Мы ограничимся только ионами, так как в большинстве лабораторных экспериментов параметр $\tau = T_i/T_e \ll 1$ и роль электронов в экранировании достаточно мала. Рассмотрим простейший случай линейного экранирования, когда возмущения, вызываемые внесением пробного заряда в пылевую плазму, достаточно малы, так что все параметры системы возмущаются слабо и можно учитывать только члены первого порядка по возмущениям. Введение пробного внешнего заряда — пылевой частицы заряда $q = -Z_q e$ — приводит к дополнительным регулярным возмущениям электростатических полей $\mathbf{E}_q$ и полей потоков $\mathbf{\Phi}_q$. Поскольку в линейном приближении уравнения для регулярных и флуктуационных возмущений одинаковы, а до внесения пробного заряда электростатические поля и поля потоков предполагаются отсутствующими, мы не будем использовать для этих полей знаки $\langle\,\rangle$ и δ, так что результаты будут применимы как для внешних зарядов, так и для любых пробных пылевых зарядов системы. Покажем, что уже линейное экранирование пробных пылевых частиц отлично от юкавского экранирования и его использование в пылевой плазме не может считаться оправданным.

Поясним, почему линейное приближение применимо для описания эффектов экранирования. Заряды пылевых частиц обычно велики ($Z_d \approx 10^3$–10^5) и можно оценить, на каких расстояниях от частиц экранирование становится нелинейным. Если, как в большинстве лабораторных экспериментов, температуры ионов T_i много меньше температуры электронов T_e, то заряд пылинок обычно соответствует условию плавающего потенциала

$$\frac{Z_d e^2}{a} \approx T_e,$$

или в безразмерных переменных

$$z \equiv \frac{Z_d e^2}{a T_e} \approx 1.$$

В тяжелых инертных газах z заметно больше 1 ($z \approx 3$–4). Величина нелинейности на малых расстояниях от частиц определяется отношением потенциала на поверхности пылинки к температуре. Для электронов оно больше единицы (порядка z), а для ионов — много больше единицы,

$$\frac{z T_e}{T_i} \equiv \frac{z}{\tau} \gg 1,$$

т. е. нелинейности вблизи пылевых частиц всегда велики. Однако потенциал пылевых частиц убывает с расстоянием, и в принципе имеются две возможности: на расстоянии дебаевского радиуса нелинейность может быть либо мала, либо велика. Первый случай мы назовем условно линейным экранированием, а второй — нелинейным.

В первом случае при размере частиц, много меньшем дебаевского радиуса, нелинейности появляются только на небольших расстояниях от поверхности пылевых частиц и мало сказываются на характере экранирования. Поэтому при теоретическом рассмотрении использование определяющих его граничных условий на поверхности частиц и на расстояниях, где нелинейности становятся пренебрежимо малыми, дает практически одинаковые результаты.

Во втором случае область нелинейности распространяется на расстояния, много большие дебаевского радиуса. Линейное экранирование и в этом случае также имеет место, только оно возникает на значительно больших расстояниях. Поэтому при теоретическом рассмотрении экранирования граничные условия на линейные поля и потоки не могут быть использованы на поверхности частиц, а только на расстояниях, много больших дебаевского радиуса и тем более больших размеров частиц, что может качественно изменить картину экранирования. Таким образом, линейное экранирование возникает при выполнении условия

$$\beta = \frac{z a}{\tau \lambda_{Di}} \ll 1,$$

а нелинейное экранирование, наоборот, при

$$\beta \gg 1.$$

Условие возникновения линейного экранирования не выполняется для большинства существующих экспериментов в пылевой плазме, где $\beta \approx 50$–100, за исключением небольшого числа экспериментов, в которых размеры частиц на 2–3 порядка меньше типичных, составляющих порядка 5–10 мкм, или в которых используются специальные условия для поддержания относительно больших температур ионов, на 1–2 порядка превосходящих типичные значения для большинства экспериментов. В астрофизических приложениях почти всегда выполняется условие $\beta \ll 1$, т. е. имеет место линейное экранирование. В условиях, когда $\beta \gg 1$, как будет показано ниже, в областях, близких к поверхности пылевых частиц, нелинейность полностью определяет экранирование, однако при этом взаимодействие потоков с электростатическими полями является слабым. Начиная с некоторого расстояния от пылевых частиц нелинейность ослабевает настолько, что преобладающей становится линейная экранировка, при которой такое взаимодействие является значительным. Поэтому мы будем рассматривать эффекты линейного взаимодействия электростатических полей и полей плазменных потоков для случаев линейного и нелинейного экранирования.

В случае линейного экранирования уравнение для статических плазменных потоков аналогично уравнению Пуассона для электростатических полей. Очевидно, что поле плазменных потоков имеет стоки из-за поглощения на пылевых частицах. Достаточно исследовать ионные потоки. Пробный заряд создает дополнительные плазменные потоки. Уравнения для них можно получить из уравнения непрерывности для ионов, которое удобно записать в безразмерных единицах

$$\mathbf{r} \to \frac{\mathbf{r}}{\lambda_{Di}}, \quad a \to \frac{a}{\lambda_{Di}}, \quad n \to \frac{n_i}{n_0}, \quad \mathbf{\Phi} \to \frac{\mathbf{\Phi}}{n_0\sqrt{2}\,v_{Ti}},$$

где a — радиус частиц, n — концентрация ионов, а $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$ — средняя тепловая скорость ионов. Получаем уравнение

$$\operatorname{div}\langle\mathbf{\Phi}\rangle \equiv \frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} \cdot \langle\mathbf{\Phi}\rangle = a\left(I_{ion} - \alpha_{ch}Pn\right). \qquad (4)$$

Второй член в правой части уравнения (4) получается из сечения поглощения ионов ($\sigma_i = \pi a^2 z/\tau$). Здесь α_{ch} — коэффициент в ионном потоке, поглощаемом пылевой частицей. Для простейшей модели при $\tau \ll 1$ он равен постоянному числу

$$\alpha_{ch} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} = 0.282.$$

Для произвольных значений параметра τ его величина зависит от заряда пылевых частиц z:

$$\alpha_{ch}(z) = \frac{z+\tau}{2z\sqrt{\pi}},$$

причем его численное значение несколько больше, чем 0.282. В правой части уравнения (4) введен также дополнительный член I_{ion} — источник потоков, возникающих из объемных источников ионизации. Множитель a вынесен за скобки для удобства. Источник ионизации необходим в любой системе, размер которой больше длины свободного пробега при поглощении потока на пылевых частицах. В случае радиационных источников ионизация обычно не сильно зависит от концентрации электронов, тогда как в случае других источников (например, связанных с используемыми в экспериментах по пылевой плазме СВЧ-полями) ионизация пропорциональна электронной концентрации. Поэтому мы рассмотрим простейший случай

$$I_{ion} = \alpha_{ion}(n_e + \gamma_{ion}), \qquad (5)$$

где α_{ion} — константа ионизации, пропорциональной электронной концентрации, а γ_{ion} — отношение константы ионизации, не зависящей от электронной концентрации, к α_{ion}. В выражение (5) входит величина

$$n_e \to \frac{n_e}{n_0}$$

— безразмерная концентрация электронов. Уравнение (4) содержит источники и стоки потоков ионов, аналогично тому как уравнение Пуассона содержит плотности зарядов противоположного знака. Запишем последнее в тех же безразмерных единицах

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = n - n_e - P. \qquad (6)$$

Здесь

$$\mathbf{E} \to \frac{e\lambda_{Di}\mathbf{E}}{T_i}$$

— безразмерное электрическое поле. Условия равновесия плотностей зарядов и потоков до внесения пробного заряда (величины с индексом «0») имеют вид

$$\begin{aligned} &n_0 = 1, \quad n_{e,0} = 1 - P_0, \\ &\alpha_{ion}(1 - P_0 + \gamma_{ion}) = \alpha_{ch}(z_0)P_0, \end{aligned} \qquad (7)$$

причем в рассматриваемом случае

$$\alpha_{ion}(1 - P_0 + \gamma_{ion}) = \frac{(z_0+\tau)P_0}{2z_0\sqrt{\pi}},$$

где равновесный пылевой заряд z_0 определяется условием равенства ионных и электронных тепловых потоков на пылевую частицу:

$$\exp(-z_0) = \sqrt{\frac{m_e}{m_i\tau}}\left(\frac{z_0+\tau}{1-P_0}\right).$$

Последнее соотношение позволяет определить невозмущенное состояние с помощью только двух параметров, а именно, P_0 и γ_{ion}.

Линейные уравнения для возмущений полей и потоков пробным зарядом можно получить, считая, для простоты, что изменение параметра P связано только с изменением заряда z пылевых частиц пылевой плазмы:

$$P = P_0 + P_q, \quad z = z_0 + z_q, \quad P_q = P_0 z_q/z_0,$$

$$n = 1 + n_q, \quad n_e = 1 - P_0 + n_{e,q},$$

где z_q — изменение заряда фоновых пылевых частиц, n_q — изменение плотности ионов, $n_{e,q}$ — изменение плотности электронов из-за воздействия внесенного пробного заряда. Тогда для возмущения потока получим уравнение

$$\operatorname{div} \mathbf{\Phi}_q = a\alpha_{ch}(z_0)P_0 \left(\frac{n_{e,q}}{1 - P_0 + \gamma_{ion}} - n_q - \right. \\ \left. - \frac{z_q}{z_0}\left(1 + \frac{z_0}{\alpha_{ch}(z_0)}\frac{\partial \alpha_{ch}(z_0)}{\partial z_0}\right)\right). \quad (8)$$

Окончательно получаем систему уравнений

$$\operatorname{div} \mathbf{\Phi}_q = a\alpha_{ch}(z_0)P_0 \left(\frac{n_{e,q}}{1 - P_0 + \gamma_{ion}} - n_q - \right. \\ \left. - \frac{z_q}{z_0 + \tau}\right), \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_q = n_q - n_{e,q} - P_0 \frac{z_q}{z_0}. \quad (10)$$

Обозначим через Z_q заряд пробной частицы после ее внесения в пылевую плазму. Он соответствует равновесному значению заряда, обусловленному размерами внесенной пылевой частицы a_q, температурой T_e и плазменными потоками, которые может создавать пылевая плазма с параметрами, определяемыми до внесения пробного заряда, т. е. с параметрами P_0 и γ_{ion}. Поле внесенного заряда считаем сферически-симметричным, т. е. полагаем, что

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{r}}{r}\frac{Z_q e^2}{\lambda_{Di}T_i}\frac{d}{dr}\frac{\psi(r)}{r} = \zeta_q \frac{\mathbf{r}}{r}\frac{d}{dr}\frac{\psi(r)}{r},$$
$$\mathbf{\Phi} = \frac{\mathbf{r}}{r}\frac{Z_q e^2}{\lambda_{Di}T_i}\frac{d}{dr}\frac{\chi(r)}{r} = \zeta_q \frac{\mathbf{r}}{r}\frac{d}{dr}\frac{\chi(r)}{r}, \quad (11)$$
$$\zeta_q = \frac{Z_q e^2}{\lambda_{Di}T_i}.$$

В выражениях (11) использованы безразмерные единицы, кроме того, в потенциале электростатического поля выделен кулоновский фактор $1/r$, уравнение для потока записано по аналогии с уравнением для электростатического поля. Заряд внесенной пылевой частицы считается отрицательным и равным $-Z_q e$. Величины ψ и χ определяются уравнениями (11) и соответствуют экранирующим факторам соответствующих потенциалов. Используя соотношения

$$\frac{1}{r^2}\left(\frac{d}{dr}r^2\frac{d}{dr}\left(\frac{f}{r}\right)\right) = \frac{1}{r}\frac{d^2 f}{dr^2}, \quad n_q = \zeta_q \frac{N_q}{r},$$
$$n_{e,q} = \zeta_q \frac{N_{e,q}}{r}, \quad z_q = \zeta_q \frac{\delta Z_q}{r}, \quad (12)$$

систему (9), (10) можно записать в виде

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} = a\alpha_{ch}P_0\left(\frac{N_{e,q}}{1-P_0+\gamma_{ion}} - N_q - \frac{\delta Z_q}{z_0+\tau}\right),$$
$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = N_q - N_{e,q} - P_0\frac{\delta Z_q}{z_0}. \quad (13)$$

Для замыкания системы уравнений необходимо использовать линейные соотношения, связывающие $N_q, N_{e,q}$ и δZ_q с ψ и χ. Для этого запишем в безразмерных переменных известные соотношения для баланса сил, действующих на электроны (электростатической силы и силы давления) и ионы (электростатической силы и суммы силы давления и силы трения, возникающей из-за рассеяния ионов на пылинках):

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\tau n_e}\frac{dn_e}{d\mathbf{r}}, \quad \mathbf{E}_q = -\frac{1}{\tau(1-P_0)}\frac{dn_{e,q}}{d\mathbf{r}}, \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{n}\left(\frac{dn}{d\mathbf{r}} + \alpha_{dr}(z)\beta(z)\mathbf{\Phi}\right),$$
$$\mathbf{E}_q = \frac{dn_q}{d\mathbf{r}} + \alpha_{dr}(z_0)\beta(z_0)\mathbf{\Phi}_q, \quad (15)$$

$$\beta = \frac{za}{\tau}, \quad \tau = \frac{T_i}{T_e}, \quad (16)$$

где $\alpha_{dr}(z)$ — коэффициент передачи импульса от ионного потока пылевым частицам при их рассеянии на ионах, в линейном приближении имеющий вид

$$\alpha_{dr}(z) = \frac{2}{3\sqrt{\pi}}\left(\ln\Lambda + \frac{\tau}{z} + 2\frac{\tau^2}{z^2}\right), \quad (17)$$

$\ln\Lambda$ — кулоновский логарифм. В общем случае α_{dr} зависит от заряда z, но в приближении, линейном по потоку, во второе из уравнений (15) входит значение равновесного заряда z_0. Из соотношений (14), (15) с учетом (11) получаем

$$N_{e,q} = -\tau(1-P_0)\psi,$$
$$N_q = \psi - \alpha_{dr}(z_0)\beta P_0\chi = \psi - g, \quad (18)$$

$$g = \frac{\chi k_0^2}{\alpha_{ch}(z_0)P_0 a} = \alpha_{dr}(z_0)\beta P_0\chi,$$

где

$$k_0^2 = \alpha_{dr}(z_0)\alpha_{ch}(z_0)\beta(z_0)P_0^2 a. \quad (19)$$

3. ПРЕНЕБРЕЖЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЕМ ЗАРЯДОВ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ ФОНА

Если мы пренебрежем изменениями заряда пылевых частиц фона (т. е. положим $\delta Z_q = 0$), то получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = \frac{1}{\lambda_D^2}\psi - g, \quad \frac{d^2 g}{dr^2} = k_0^2\left(g - \frac{1}{\lambda_\Phi^2}\psi\right), \tag{20}$$

где

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = 1 + \tau(1-P_0), \quad \frac{1}{\lambda_\Phi^2} = 1 + \frac{\tau(1-P_0)}{1-P_0+\gamma_{ion}}. \tag{21}$$

Заметим, что правые части обоих уравнений линейной системы (20) зависят как от электростатического потенциала ψ, так и от потенциала потока g. В отсутствие потоков в правой части уравнения для электростатического потенциала остается только первый член. Решением этого уравнения являются нарастающая и убывающая экспоненты. Из физических соображений мы оставляем только убывающую экспоненту, соответствующую юкавскому потенциалу. При этом экранированию ионами соответствует единица в правой части первого из выражений (21), а экранированию электронами — слагаемое $\tau(1-P_0)$, входящее в те же скобки. Система уравнений (20) имеет более высокий порядок по производным по r, чем система в отсутствие плазменных потоков. Поэтому, когда показатели экспонент действительны, экранирование описывается по крайней мере двумя экспонентами. Это качественно отличается от случая юкавского экранирования, так как при различных значениях показателей экспонент часть заряда должна экранироваться на, вообще говоря, значительно больших расстояниях. Уравнения (21) похожи на дисперсионные соотношения с различными корнями. Решения системы (20) тривиальны:

$$\psi = \mathrm{Re}\{\psi_+ \exp(-k_+(r-a)) + \\ + \psi_- \exp(-(k_-(r-a))\}, \tag{22а}$$

$$g = \mathrm{Re}\{g_+ \exp(-k_+(r-a)) + \\ + g_- \exp(-(k_-(r-a))\}, \tag{22б}$$

где

$$k_\pm^2 = \frac{1}{2}\left(k_0^2 + \frac{1}{\lambda_D^2}\right) \pm \\ \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(k_0^2 + \frac{1}{\lambda_D^2}\right)^2 + k_0^2\left(\frac{1}{\lambda_\Phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2}\right)}, \tag{23}$$

$$g_\pm = -\frac{k_0^2}{k_\pm^2 - k_0^2}\,\frac{1}{\lambda_\Phi^2}\psi_\pm, \tag{24}$$

однако для нас важны вытекающие из них физические следствия.

Как отмечалось выше, линейное приближение применимо при $\beta \ll 1$. При этом отношение радиуса частицы к дебаевскому радиусу, т. е. величина a, тоже мало, по определению $P_0 < 1$, и кроме того, имеет место соотношение

$$\alpha_{ch}\alpha_{dr} = \frac{\ln\Lambda}{3\pi}.$$

Поэтому $k_0^2 \ll 1$, и в этом пределе мы имеем

$$k_+ \approx \frac{1}{\lambda_D}, \quad k_-^2 \approx k_0^2\left(1 - \frac{\lambda_D^2}{\lambda_\Phi^2}\right). \tag{25}$$

Следовательно, $k_-^2 > 0$ только при $\lambda_\Phi^2 > \lambda_D^2$. В противоположном случае возникает осциллирующий член, описывающий систему минимумов потенциала притяжения пробной частицей. В этих минимумах плотности поляризационного заряда имеют тот же знак, что и плотности пробного заряда. Этот эффект часто называют переэкранировкой. Переэкранировка возникает на расстояниях r, много больших дебаевского радиуса ($r \approx 1/k_0\sqrt{\tau}$). Впервые этот эффект был обнаружен в работах [21, 22] в пределе $\gamma_{ion} = 0$. Противоположный предел $\gamma_{ion} = \infty$, когда вторая экспонента действительна (и часть заряда экранируется только на расстояниях, много больших дебаевского радиуса), был впервые рассмотрен в работе [23]. Случай постоянной ионизации, когда в экранировании возникают две экспоненты, рассматривался в работе [24], однако при этом коллективность потоков не учитывалась, а учитывалась только экранировка отдельных частиц при поглощении потока вследствие объемной рекомбинации электронов и ионов. В пылевой плазме процессы объемной рекомбинации обычно очень малы и поэтому не учитываются (плазма поглощается либо на пылевых частицах, либо на стенках). Поэтому рассмотренный в работе [24] эффект имеет иную природу, чем тот, который был впервые описан в работе [23]. Относительная доля вкладов двух экспонент в подходе, использованном авторами работ [20–23], определяется значениями $\psi_\pm$ и для линейной экранировки находится из граничных условий на поверхности пробного заряда. Анализ, впервые проведенный в настоящей работе для произвольного значения γ_{ion}, позволяет получить условие возникновения переэкранировки, которое в данном случае имеет вид

$$\gamma_{ion} < P_0. \tag{26}$$

Заметим, что эффекты притяжения обеспечиваются отрицательным знаком дополнительного поляризационного заряда, возникающего из-за наличия плазменных потоков (т. е. $g > 0$, см. первое из уравнений (20)). Как было показано выше, эффекты, обусловленные потоками, сказываются на расстояниях, больших дебаевского радиуса. Поэтому для получения второго из решений (25), которое может описывать притяжение пылевых частиц, достаточно воспользоваться условием квазинейтральности, которое получается из первого из уравнений (20):

$$g = \psi/\lambda_D^2.$$

4. РОЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЗАРЯДА ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ ФОНА

Заряд пылевых частиц фона определяется равенством потока ионов и электронов на них. Поток ионов состоит из теплового потока, пропорционального локальной плотности ионов, $n = 1 + n_q$, и дополнительного регулярного потока Φ_q. Как n_q, так и Φ_q создаются пробным зарядом. Вклад последнего в уравнение зарядки в большинстве моделей пренебрежимо мал по сравнению с изменением теплового потока из-за изменения концентрации ионов (подробнее см. ниже, где эти поправки найдены в случае, когда имеется постоянный поток ионов вдали от пробного заряда; здесь такой постоянный ионный поток считается отсутствующим). Поэтому изменение заряда пылевых частиц фона пробным зарядом описывается уравнением

$$\frac{Z_q}{z_0+\tau} = \frac{1}{z_0+1+\tau}\left(\frac{N_{e,q}}{1-P_0} - N_q\right) = \\ = \frac{1}{z_0+1+\tau}(g - \psi(1+\tau)).$$

Полученное уравнение можно свести к уравнениям (20), если сделать следующие замены:

$$k_0^2 \to k_0^2 \frac{z_0+\tau}{1+z_0+\tau}, \qquad (27)$$

$$g \to g\left(1 + \frac{P_0(z_0+1)}{z_0(z_0+\tau+1)}\right), \qquad (28)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\lambda_D^2} \to 1 + \frac{P_0(z_0+\tau)}{z_0(z_0+\tau+1)} + \\ &+ \tau\left(1 - P_0 + \frac{P_0(z_0+\tau)}{z_0(z_0+\tau+1)}\right), \\ &\frac{1}{\lambda_\Phi^2} \to \left(1 + \frac{P_0(z_0+\tau)}{z_0(z_0+\tau+1)}\right) \times \\ &\times \left(1 + \tau\frac{(z_0+\tau)(1-P_0) - \gamma_{ion}}{(z_0+\tau)(1-P_0+\gamma_{ion})}\right). \end{aligned} \qquad (29)$$

Величина $1/\lambda_\Phi^2$ в данном случае может менять знак, но она входит в окончательное выражение (23) только в виде разности

$$\frac{1}{\lambda_\Phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2} = \\ = \tau\left(P_0 - \gamma_{ion}\frac{z_0(z_0+\tau+1) + P_0(z_0+\tau)}{z_0(z_0+\tau)(1-P_0+\gamma_{ion})}\right). \qquad (30)$$

Эффект переэкранировки и притяжения пылевых частиц (когда выражение (30) положительно) возникает при условии

$$\gamma_{ion} < \frac{P_0 z_0(z_0+\tau)(1-P_0)}{z_0(z_0+\tau)(1-P_0) + z_0 + \tau + P_0 z_0}. \qquad (31)$$

При $P_0 \sim 1$ и $z_0 \sim 1$ учет изменения заряда пылевых частиц фона меняет в критерии притяжения только численные коэффициенты (порядка единицы). Однако при $P_0 \to 1$ порог эффекта притяжения существенно понижается. При $\gamma_{ion} \to \infty$ критерий притяжения имеет вид

$$P_0 > 1 + \frac{z_0 + P_0(z_0+\tau)}{z_0(z_0+\tau)},$$

что несовместимо с условием $P_0 < 1$, и эффект притяжения отсутствует.

5. РОЛЬ ПОСТОЯННОГО ВНЕШНЕГО ПОЛЯ, СОЗДАЮЩЕГО ИОННЫЙ ПОТОК

Часто система пылевых частиц может находиться в поле потока, создаваемого обычно внешним электрическим полем. Будем для простоты считать внешнее поле E_0 однородным на длине свободного пробега при столкновениях ионов с пылевыми частицами. Равновесная дрейфовая скорость ионов определяется балансом ускорения ионов полем E_0 и их торможения из-за трения. В пылевой плазме, в отличие от обычной, помимо обычной силы трения, возникающей при столкновениях ионов с нейтральными атомами, имеется еще дополнительная сила трения, возникающая при столкновениях ионов с пылевыми частицами. В данном разделе мы пренебрежем силой трения на нейтралах, считая, что концентрация последних мала. Дрейфовая скорость ионов u_0 может превосходить их среднюю тепловую скорость, при этом возможно, что $u_0 \gg 1$. В этом случае коэффициенты α_{ch} и α_{dr} становятся функциями абсолютного значения дрейфовой скорости $|u_0|$ и прежние условия равновесия (7) сохраняются, но с заменой $\alpha_{ch}(z_0)$ на $\alpha_{ch}(z_0, u_0)$. Дополнительное условие равновесия позволяет определить дрейфовую скорость по величине внешнего постоянного электрического поля

$$E_0 = \alpha_{dr}(z_0, u_0) P_0 u_0. \qquad (32)$$

При этом уравнение (23) следует переписать с учетом этих изменений. Для того чтобы его явно выписать, нужно учесть, что в уравнение зарядки входит только изменение продольной дрейфовой скорости потока u_q, возникающее из-за внесения пробного заряда:

$$u = u_0 + u_q, \quad \delta u^2 = 2u_0 u_q.$$

Уравнения для электростатического поля сохраняют вид (10), но в уравнениях, описывающих изменение заряда, следует учитывать наличие стационарного потока ионов вдали от заряда. При этом электростатическое поле остается потенциальным. Этого нельзя сказать о поле потока. Уравнение для потоков будет отличным от уравнения (8) из-за зависимости коэффициента α_{ch} от изменения дрейфовой скорости. При этом поток $\mathbf{\Phi}$ имеет две компоненты: продольную,

$$\Phi_{\parallel} = \Phi = nu = u_0 + n_q u_0 + u_q$$

(здесь учтено, что $n = n_0 + n_q$, $n_0 = 1$), и поперечную, $\mathbf{\Phi}_{\perp} = \mathbf{u}_{q,\perp}$. Обозначив компоненты вектора $\mathbf{r} \equiv \{x, \mathbf{r}_{\perp}\}$ (параллельно и перпендикулярно потоку), запишем уравнение, являющееся аналогом уравнения (9) при наличии потока ионов:

$$\operatorname{div} \mathbf{\Phi} = u_0 \frac{\partial n_q}{\partial x} + \frac{\partial u_q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{\perp}} \cdot \mathbf{u}_{q,\perp} = \\ = \alpha_{ch} a P_0 \left(\frac{n_{e,q}}{1 - P_0 + \gamma_{ion}} - n_q - \right. \\ \left. - \frac{z_q}{z_0} \left(1 + \frac{z_0}{\alpha_{ch}} \frac{\partial \alpha_{ch}}{\partial z_0} \right) - 2u_0 u_q \frac{1}{\alpha_{ch}} \frac{\partial \alpha_{ch}}{\partial u_0^2} \right). \qquad (33)$$

Здесь и в дальнейшем $\alpha_{dr} = \alpha_{dr}(z_0, u_0)$, $\alpha_{ch} = \alpha_{ch}(z_0, u_0)$, но для простоты записи мы будем опускать аргументы. При наличии потока система теряет сферическую симметрию и потоки становятся не потенциальными. Мы не будем выделять кулоновский фактор $1/r$, но сохраним нормировку на численный множитель ζ_q, что удобно при использовании граничных условий на поверхности пробного заряда. При этом, хотя электростатическое поле и остается потенциальным, оно зависит от x и $\mathbf{r}_{\perp}$, поэтому вместо соотношений (11) мы имеем

$$\mathbf{E}_q = \zeta_q \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{r}}, \quad \mathbf{u}_{q,\perp} = \frac{\zeta_q}{\alpha_{dr} \beta P_0} \frac{\partial G_{\perp}}{\partial \mathbf{r}_{\perp}}, \\ u_q = \frac{\zeta_q}{\alpha_{dr} \beta P_0} \frac{\partial G}{\partial x}. \qquad (34)$$

Величины Ψ, G и $G_{\perp}$ определяются соответствующими уравнениями (34), причем в данном случае $G \neq G_{\perp}$. Используем соотношения

$$n_q = \zeta_q N, \quad n_{e,q} = \zeta_q N_e, \quad z_q = \zeta_q Z,$$

аналогичные соотношениям (12). Тогда уравнение (33) приобретет вид

$$\alpha_{dr} \beta P_0 u_0 \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{\perp}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{\perp}} \right) G_{\perp} = \\ = k_0^2 \left(\frac{N_e}{1 - P_0 + \gamma_{ion}} - N - \frac{Z}{z_0} \left(1 + \frac{z_0}{\alpha_{ch}} \frac{\partial \alpha_{ch}}{\partial z_0} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\alpha_{dr} \beta P_0} \left(\frac{\partial G}{\partial x} \right) \frac{1}{\alpha_{ch}} \frac{\partial \alpha_{ch}}{\partial u_0} \right). \qquad (35)$$

В уравнениях баланса сил нужно учесть силу инерции ионов, добавив в левые части уравнений (15) член $-2u_0(\partial \mathbf{u}_q / \partial x)$, а также учесть зависимость коэффициента $\alpha_{dr}\beta$ от заряда и дрейфовой скорости. Наиболее простым является уравнение для перпендикулярных компонент, так как сила трения, определяющая дрейф, пропорциональна возмущению, связанному с возникновением перпендикулярной компоненты скорости, учет изменений скорости в коэффициентах α_{dr} не требуется:

$$N - \Psi + G_{\perp} + \frac{2u_0}{\alpha_{dr} \beta P_0} \frac{\partial G_{\perp}}{\partial x} = 0, \qquad (36)$$

$$\frac{2u_0}{\alpha_{dr} \beta P_0} \frac{\partial}{\partial x} \left[N - \Psi + G \left(1 + \frac{1}{\alpha_{dr}} \frac{\partial (u_0 \alpha_{dr})}{\partial u_0} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2u_0}{\alpha_{dr} \beta P_0} \frac{\partial G}{\partial x} \right] = -\frac{Z}{z_0} 2u_0^2 \frac{1}{\alpha_{dr} \beta} z_0 \frac{\partial (\alpha_{dr} \beta)}{\partial z_0}. \qquad (37)$$

Наконец, уравнение зарядки пылевых частиц позволяет найти Z:

$$Z = \frac{\dfrac{N_e}{1 - P_0} - N - \dfrac{1}{\alpha_{dr} \alpha_{ch} \beta P_0} \dfrac{\partial}{\partial u_0} \alpha_{ch} \dfrac{\partial G}{\partial x}}{1 + \dfrac{1}{\alpha_{ch} z_0} \dfrac{\partial}{\partial z_0} \alpha_{ch} z_0}. \qquad (38)$$

Рассмотрим естественный предел, когда дрейфовая скорость намного превосходит тепловую, $u_0 \gg 1$ (противоположный предел был рассмотрен в предыдущем разделе). Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_{dr} &= \alpha_{dr}(z_0, u_0) \approx \frac{1}{2u_0^3}\left(\ln\Lambda + \frac{\tau u_0^2}{z_0} + \frac{\tau^2 u_0^4}{z_0^2}\right), \\ \alpha_{ch} &= \alpha_{ch}(z_0, u_0) \approx \frac{1}{4u_0}\left(1 + \frac{\tau u_0^2}{z_0}\right). \end{aligned} \tag{39}$$

В предельном случае $1 \ll u_0^2 \ll z/\tau$ уравнения (37), (38) упрощаются. Кроме того, учтем, что $u_0^2 \gg \beta P_0$. Тогда получим

$$\begin{aligned} &N - \Psi - \frac{z_0}{1+z_0}G + \frac{4u_0^4}{\beta P_0 \ln\Lambda}\frac{\partial G}{\partial x} = 0, \\ &\frac{Z}{z_0} = \frac{2u_0^2}{(1+z_0)\beta P_0 \ln\Lambda}\frac{\partial G}{\partial x}, \end{aligned} \tag{40}$$

$$\left[\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_\perp}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_\perp}\right)G_\perp\right] = \\ = k_0^2\left[-\frac{\tau(1-P_0)(P_0-\gamma_{ion})}{1-P_0+\gamma_{ion}}\Psi + \right. \\ \left. + \frac{2u_0^2(1-P_0)}{\beta P_0 \ln\Lambda}\frac{\partial G}{\partial x}\right]. \tag{41}$$

Используем соотношение (36) и будем рассматривать только эффекты на больших расстояниях от заряда, когда справедливы условия квазинейтральности

$$N - \Psi + G_\perp + \frac{4u_0^4}{\beta P_0 \ln\Lambda}\frac{\partial G_\perp}{\partial x}, \tag{42}$$

$$N - N_e - \frac{2u_0^2 P_0}{(1+z_0)\beta P_0 \ln\Lambda}\frac{\partial G}{\partial x} = 0. \tag{43}$$

При решении соответствующего дисперсионного уравнения удобно ввести три параметра

$$\begin{aligned} \tilde{k}_0^2 &= k_0^2\frac{1-P_0}{2u_0^2}, \\ \kappa &= \frac{2u_0^2\tau(P_0-\gamma_{ion})}{1+\tau(1-P_0)(1-P_0+\gamma_{ion})}, \\ U_0 &= \frac{4u_0^4}{\beta P_0 \ln\Lambda}. \end{aligned} \tag{44}$$

Если выразить все переменные в виде, пропорциональном $\exp(ikx + i\mathbf{k}_\perp\cdot\mathbf{r}_\perp)$, то дисперсионное уравнение приобретет вид

$$k^2 + k_\perp^2\frac{ikU_0 - \dfrac{z_0}{1+z_0}}{ikU_0+1} - \\ - \tilde{k}_0^2\left(\kappa\left(ikU_0 - \frac{z_0}{1+z_0}\right) - ikU_0\right) = 0. \tag{45}$$

В пределе $kU_0 \gg 1$, учитывая, что $\kappa \ll 1$ при $u_0^2 \ll z_0/\tau$, $z_0 \approx 1$, $P_0 \approx 1$, имеем

$$k_\pm = \frac{i}{2}\left(-U_0\tilde{k}_0^2 \pm \sqrt{U_0^2\tilde{k}_0^4 + 4k_\perp^2}\right). \tag{46а}$$

Здесь все решения являются затухающими по r, причем при $r > 0$ нужно выбрать k_+, а при $r < 0$ нужно выбрать k_-. Это соответствует отсутствию эффекта переэкранировки и притяжения частиц. При $\kappa \ll kU_0 \ll 1$ имеем

$$k_\pm = \frac{i}{2}\left(-U_0\tilde{k}_0^2 \pm \sqrt{U_0^2\tilde{k}_0^4 - \frac{z_0}{1+z_0}4k_\perp^2}\right). \tag{46б}$$

Переэкранировка возможна при достаточно слабом условии

$$k_\perp^2 < \frac{\tilde{k}_0^4 U_0^2(1+z_0)}{4z_0}.$$

Наконец, при $kU_0 \ll \kappa$ имеем

$$k^2 = \frac{z_0}{1+z_0}(k_\perp^2 - \tilde{k}_0^2). \tag{47}$$

Притяжение частиц возможно при слабом условии $k_\perp > \tilde{k}_0$, так как $k_0 \ll 1$.

Таким образом, мы получили, что при наличии внешних ионных потоков, часто встречающихся в экспериментах, коллективное взаимодействие экранирующих электростатических полей и полей плазменных потоков может для широкой области параметров приводить к притяжению и спариванию пылевых частиц. В рассмотренном случае закон Ома в пылевой плазме определяется соотношением (32) и при $\alpha_{dr} \approx 1/2u_0^3$ имеет вид

$$u_0^2 = \frac{P_0\beta}{2E_0}. \tag{48}$$

Этот закон справедлив, если силой трения, действующей на ионы при их столкновениях с нейтральными атомами в слабо ионизированной плазме, можно пренебречь,

$$u_0^4 \ll \beta P_0 \lambda_{in}/2\lambda_{Di},$$

где λ_{in} — длина свободного пробега ионов при столкновениях с нейтралами. В данном разделе мы рассматривали предел $u_0^2 \gg 1$, что соответствует условию

$$\lambda_{in}/\lambda_{Di} \gg 1/\beta P_0, \quad \beta \ll 1, \quad P_0 < 1,$$

которое может быть выполнено в ряде лабораторных экспериментов и особенно в космических условиях. Кроме того, мы рассмотрели предел $\tau u_0^2 \ll z_0$. Противоположный предел соответствует числу Маха $M \equiv \sqrt{2\tau}u_0 \gg 1$ и встречается довольно редко.

6. ВЛИЯНИЕ СИЛЫ ТРЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ИОНЫ ПРИ ИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ С НЕЙТРАЛЬНЫМИ АТОМАМИ

Обычно в лабораторных экспериментах с пылевой плазмой степень ионизации невелика и отношение концентрации ионов $n \to n_i/n_0$ к концентрации нейтральных атомов $n_n \to n_n/n_0$ порядка 10^{-6}–10^{-8}. Поэтому, хотя сечение столкновений с атомами на много порядков меньше сечения столкновений с пылинками, длины свободного пробега ионов при столкновениях с нейтралами λ_{in} много больше ионного дебаевского радиуса, $\lambda_{in}/\lambda_{Di} \gg 1 \gg a$. Следовательно, сила трения F_n, возникающая при столкновениях ионов с нейтралами, может быть сравнимой с силой трения F_d, возникающей при столкновениях ионов с пылевыми частицами. Заметим, что в астрофизических условиях возможны различные соотношения между этими силами трения.

В безразмерном виде

$$F_n \to \frac{F_n \lambda_{Di}}{T_i}$$

— силу трения, возникающую при столкновениях ионов с нейтралами, можно записать как

$$F_n = -\alpha_{in} u_0, \tag{49}$$

где

$$\alpha_{in} \equiv \alpha_0(1+\alpha_n|u_0|) = \frac{\sqrt{2}\lambda_{Di}}{\lambda_{in}}\sqrt{\frac{v_{Tn}}{v_{Ti}}},$$

$$v_{Tn} = \sqrt{\frac{T_n}{m_n}},$$

T_n — температура нейтралов, m_n и v_n — их масса и тепловая скорость. Обычно $T_n \sim T_i$, $v_{Tn} \sim v_{Ti}$, а длина свободного пробега λ_{in} обусловлена как упругими столкновениями с нейтралами, так и столкновениями, связанными с перезарядкой (которые, как правило, превосходят упругие столкновения, но не более чем в 5–8 раз). Зависимость силы трения от дрейфовой скорости (множитель $1+\alpha_n|u|$, коэффициент $\alpha_n \approx 1$) является экспериментально проверенным фактом [25] вплоть до больших значений $|u_0|$, $|u_0| \approx 10$; коэффициент α_n зависит от сорта газа, но всегда порядка единицы. Поэтому выражение (49) можно использовать в двух интересующих нас пределах: $u_0 \ll 1$ (тогда $1+\alpha_n|u_0| \approx 1$) и $u \gg 1$ (тогда $1+\alpha_n|u_0| \approx |u_0|$). Кинетическое рассмотрение силы трения для процессов перезарядки в пределе $u_0 \ll 1$ было проведено в работе [26]. Мы ограничимся здесь простейшим подходом [25].

При $T_i \approx T_n$ сила трения, возникающая при столкновениях ионов с нейтралами, превосходит силу трения F_d, возникающую при их столкновениях с пылевыми частицами, если выполнено условие

$$(1+|u_0|)\frac{\lambda_{Di}}{\lambda_{in}} \gg \alpha_{dr}(u_0)\beta P_0. \tag{50}$$

В этом соотношении как слева, так и справа стоят малые параметры: $\lambda_{Di}/\lambda_{in} \ll 1$ и $\beta P_0 \ll 1$, так что при $u_0 \ll 1$ возможен как случай доминирования силы F_d, так и случай доминирования силы трения F_n. В последнем случае все результаты по переэкранировке могут быть получены путем простой замены

$$\alpha_{dr}\beta P_0 \to \alpha_0 = \frac{\sqrt{2}\lambda_{Di}}{\lambda_{in}}. \tag{51}$$

В противоположном случае изменятся только те результаты, при получении которых использовалась конкретная зависимость α_{dr} от u_0: при $u_0 \gg 1$ функция $\alpha_{dr}(u_0)$ является убывающей, а $\alpha_n = \alpha_0|u_0|$ — возрастающей функцией u_0. Будем, как и ранее, использовать условие квазинейтральности. Изменения потоков определяются здесь только $\alpha_{ch} \approx 1/4|u_0|$ при принятом выше условии $u_0^2 \ll z_0/\tau$. Используя условие квазинейтральности, получаем решения, включающие и те решения, которые существуют как при наличии внешнего ионного потока, так и при отсутствии изменения потоков из-за зарядки пылевых частиц. С учетом замены (51) перепишем уравнения (34) в виде

$$\mathbf{E} = \zeta_q \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{r}}, \quad \mathbf{v}_\perp = \frac{\zeta_q}{\alpha_0}\frac{\partial G_\perp}{\partial \mathbf{r}_\perp}, \quad v_q = \frac{\zeta_q}{\alpha_0}\frac{\partial G}{\partial x}. \tag{52}$$

Уравнения (36)–(38) приобретают вид ($|u_0| = u_0 \gg 1$):

$$\begin{gathered} N - \Psi + u_0\left(G_\perp + 2\frac{\partial}{\partial x}\right)G_\perp = 0, \\ N\left(1 + \frac{P_0}{1+z_0}\right) + \tau\frac{1+(1-P_0)z_0}{1+z_0}\Psi = 0, \end{gathered} \tag{53}$$

$$\begin{gathered} N - \Psi + u_0\left(2G + 2\frac{\partial}{\partial x}\right)G = 0, \\ \frac{Z}{z_0} = \frac{1}{(1+z_0)}\left(-\tau\Psi - N\right), \end{gathered} \tag{54}$$

$$\alpha_0 u_0 \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_\perp}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_\perp}\right)G_\perp = \\ = \alpha_{ch}\alpha_0 a P_0\left[-\frac{\tau[(1-P_0)z_0 - \gamma_{ion}]}{1-P_0+\gamma_{ion}}\Psi - N\right]. \tag{55}$$

Получаем дисперсионное соотношение

$$\frac{k^2}{2\left(\dfrac{ik}{\alpha_0}+1\right)}+\frac{k_\perp^2}{\left(1+\dfrac{2ik}{\alpha_0}\right)}+ \\ +\frac{\alpha_0 u_0^2 ik\tau(1+z_0(1-P_0))}{1+z_0+P_0+\tau(1+z_0(1-P_0))}=\tilde{\tilde{k}}_0^2\Gamma, \quad (56)$$

где

$$\Gamma = \\ =\frac{P_0(1-P_0)z_0(1+z_0)-\gamma_{ion}((1+z_0)^2+P_0+z_0(1-P_0)}{1-P_0+\gamma_{ion}},$$

$$\tilde{\tilde{k}}_0^2=\frac{\tau\alpha_0 P_0 a}{4(1+z_0)(1+z_0+P_0+\tau(1+z_0(1-P_0))}.$$

Рассмотрим наиболее интересный случай $\alpha_0^2 \ll 1/u_0^2\tau$ (когда можно пренебречь последним членом в левой части соотношения (56)) и продольных длин, много больших длины свободного пробега при столкновениях ионов с нейтралами, $k \ll \alpha_0$. Тогда получим

$$\frac{1}{2}k^2+k_\perp^2=\tilde{\tilde{k}}_0^2\Gamma. \quad (57)$$

Правая часть (57) положительна, что указывает на существование потенциальных ям притяжения. Критерием этого является условие $\Gamma > 0$ или

$$\gamma_{ion} > \frac{P_0(1-P_0)z_0(1+z_0)}{(1+z_0)^2+P_0+z_0(1-P_0)}. \quad (58)$$

Это соотношение аналогично условиям (26) и (31), которые были получены выше.

Противоположный случай, когда продольная длина много меньше длины свободного пробега при столкновениях ионов с нейтралами, $k \gg \alpha_0$, не может быть рассмотрен в рамках предположения о квазинейтральности, для которого выводилось соотношение (56). Стоит заметить, что в выражении для условия квазинейтральности при этом существенны изменения заряда пылевых частиц, зависящие от P_0. В случае $k \ll \alpha_0$ параметр P_0 входит только в выражение для равновесной концентрации электронов $n_{e,0}=1-P_0$. Прямой расчет, использующий те же исходные соотношения, при наличии сверхтеплового потока, $u_0 \gg 1$, дает стандартное дисперсионное соотношение:

$$(k^2+k_\perp^2)\left(1-\frac{1}{2u_0^2k^2}\right)+\tau(1-P_0)=0, \quad (59)$$

которое также имеет области притяжения, связанные с кильватерным эффектом [27–29]. Соотношение (57) описывает дополнительные области притяжения частиц, обусловленные взаимодействием полей плазменных потоков с электростатическими поляризационными полями.

7. АМПЛИТУДЫ ЛИНЕЙНОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ СПАРИВАНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Существенное значение имеет то, что наличие плазменных потоков на пылевые частицы сводится к появлению второго экспоненциального члена (или осциллирующего с расстоянием косинусоидального члена, который в определенном смысле тоже «экранирует» потенциал пробной частицы, так как сводит поле экранирования в среднем к нулю). Важен первый минимум потенциала, который описывает притяжение и возможное спаривание пылевых частиц. Для определения глубины потенциальной ямы энергии притяжения необходимо найти амплитуды двух экранирующих факторов. Рассмотрим случай отсутствия внешних ионных потоков, $u_0=0$. Тогда при малых γ_{ion} (см. (31)), $k_0 \ll 1$, имеем

$$\psi \approx \psi_+ \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right)+\psi_- \cos\left(k_0 r\sqrt{1-\frac{\lambda_D^2}{\lambda_\Phi^2}}\right), \quad (60)$$

а при больших γ_{ion} имеем

$$\psi \approx \psi_+ \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right)+ \\ +\psi_- \exp\left(-k_0 r\sqrt{\frac{\lambda_D^2}{\lambda_\Phi^2}-1}\right). \quad (61)$$

Граничные условия при линейной экранировке можно выбрать на поверхности пробного заряда. Считаем, что его размер мал по сравнению с дебаевским радиусом и тем более с характерным радиусом, связанным с эффектом взаимодействия полей плазменных потоков с электростатическими поляризационными полями. Нормировка с параметром ζ_q выбрана так, чтобы в этом случае выполнялось соотношение

$$\psi(a) \approx \psi_+ + \psi_- = 1.$$

Кроме того, отсутствуют дополнительные потоки на поверхность пылинки, кроме тех, что связаны с изменением заряда при $u_0=0$, и

$$g(a)=g_+ + g_- = 0.$$

С другой стороны, из первого уравнения (20) при $k_0^2 \ll 1$ имеем

$$g_- = \psi_-/\lambda_D^2,$$

из второго уравнения (20) при $k_0^2 \approx -1/\lambda_D^2$ имеем

$$g_+ = -k_0^2\lambda_D^2/\lambda_\Phi^2\psi_+.$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} \psi_- &= k_0^2\frac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2}\psi_+ \approx k_0^2\frac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2}, \\ \psi_+ &= \frac{1}{1+k_0^2\dfrac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2}} \approx 1 - k_0^2\frac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2}. \end{aligned} \tag{62}$$

Эти соотношения верны как для (60), так и для (61). Сумма коэффициентов при двух «экранирующих факторах» равна единице. В большинстве лабораторных экспериментов $\tau < 1$, но при $\tau > 1$, согласно (29), возможно выполнение условия $\lambda_\Phi^2 < 0$, если

$$\gamma_{ion} > \frac{(1+\tau)(1-P_0)}{\tau - 1}. \tag{63}$$

При этом решение (61) переходит в решение (60), но с отрицательным значением ψ_-: притяжение возникает в первую очередь из-за этого изменения знака и при достаточно малых расстояниях от пробного заряда, когда экспоненциальный член становится малым, т. е. при

$$r = 2\lambda_D \ln(|\lambda_\Phi|/k_0\lambda_D^2). \tag{64}$$

Такое притяжение возможно в астрофизических условиях и редко встречается в лабораторных.

При $u_0 \gg 1$ ситуация усложняется. Следует отдельно рассматривать случаи экранирования по потоку и поперек потока, однако, в принципе, получается аналогичный результат: амплитуда дополнительных членов в выражении для экранирования порядка $\tilde{k}_0^2$. Этот случай требует дополнительного подробного анализа, и здесь мы ограничимся лишь оценкой. Глубину потенциальной ямы энергии притяжения двух пылевых частиц U_{at} можно оценить как

$$\begin{aligned} U_{at} = -\frac{Z_d^2e^2}{r_{min}}k_0^2\frac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2} \approx \\ \approx Z_d^2e^2k_0^3\pi\frac{\lambda_D^4}{\lambda_\Phi^2}\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_\Phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2}\right)}. \end{aligned} \tag{65}$$

Хотя $k_0^2 \ll 1$, но обычно $Z_d \gg 1$, и потенциал притяжения может быть значительным.

8. АМПЛИТУДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ

Во многих лабораторных экспериментах, в которых наблюдалось образование плазменных кристаллов, параметр $\beta = za/\tau$ достаточно большой ($\beta \approx 30$–100). В этом случае линейное приближение не может быть использовано вплоть до поверхности пылевой частицы. Однако нелинейность убывает с ростом расстояния от частицы, причем скорость убывания определяется типом нелинейности. На поверхности же частицы нелинейность является очень сильной: отношение потенциала на поверхности частицы к температуре ионов равно z_0/τ, что в существующих экспериментах составляет величину порядка 200–400. На определенном расстоянии от пылинки r_{nl} нелинейность становится слабой, поэтому результаты проведенного выше анализа становятся применимы. Результаты, полученные ранее для определенных типов нелинейностей [30], показывают, что эти расстояния примерно равны 5–8 (как и везде выше, в единицах ионного дебаевского радиуса). Существенный момент состоит в том, что форма линейного экранирования сохраняется, только коэффициенты ψ_+ и ψ_- определяются не граничными условиями на поверхности пылинки, а значениями потенциала и поля на расстоянии r_{nl}. Приближенное значение этих коэффициентов может быть найдено методом сшивки нелинейного и линейного экранирующих факторов. Изменение граничных условий может привести к значительному увеличению притяжения как из-за того, что коэффициент ψ_- увеличивается, так и из-за того, что он меняет знак. В последнем случае расстояние, соответствующее положению минимума потенциальной энергии, r_{min}, не намного больше r_{nl}. Оба эти фактора значительно увеличивают потенциал притяжения. В приведенном выше примере линейного экранирования отрицательные значения амплитуды ψ_- возникали только при $\tau > 1$, тогда как для нелинейного экранирования они возможны для реально имеющихся лабораторных значений параметра $\tau \approx 0.01$. Таким образом, найденные линейные решения могут быть использованы в целом ряде нелинейных задач. До настоящего времени такой анализ был проведен для реальных параметров существующих экспериментов только в ряде предельных случаев, например, при $\gamma_{ion} = 0$ и $\gamma_{ion} \to \infty$, при условиях, когда сила трения, действующая на ионы при их столкновениях с нейтралами, намного превосходит силу трения при столкновении с пылевыми частицами (последняя сильно уменьшается при больших

β, как показано в работе [30]) и при отсутствии регулярного ионного дрейфа, вызванного внешним полем. Исследование случая линейного экранирования позволяет предположить, что на малых расстояниях, где существенны нелинейности, эффекты взаимодействия полей плазменных потоков и электростатических поляризационных полей слабы. Только в этом случае потенциал минимума ψ_- определяется линейным решением в области вдали от заряда. Конечно, не исключено, что сами нелинейности могут усиливать взаимодействие полей потоков и электростатических полей при появлении притяжения в нелинейной области. Однако у тех типов нелинейностей, которые исследованы до настоящего времени, таких возможностей не обнаружено.

Проанализируем более общий случай произвольной нелинейности и ее роль в возникновении притяжения пылевых частиц на расстояниях $r > r_{nl}$. Переопределим амплитуды $\psi_\pm$ и вместо соотношений (60), (61) используем для малых γ_{ion} соотношение

$$\psi \approx \psi_+ \exp\left(-\frac{r - r_{nl}}{\lambda_D}\right) + \psi_- \cos\left(\frac{r}{\lambda_c}\right), \qquad (66)$$

а для больших γ_{ion} соотношение

$$\psi \approx \psi_+ \exp\left(-\frac{r - r_{nl}}{\lambda_D}\right) + \psi_- \exp\left(-\frac{r - r_{nl}}{\lambda_c}\right), \quad (67)$$

где

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = k_0^2 \left|\frac{\lambda_D^2}{\lambda_\Phi^2} - 1\right|. \qquad (68)$$

Обычно можно считать, что $r_{nl} \ll \lambda_c$, а при $\beta \gg 1$ также $r_{nl} \ll \beta$. Обычно $r_{nl} \approx 5$—8 и $\beta \approx 30$–70. Пусть нелинейное экранирование описывается неким экранирующим фактором $\psi_{nl}(r)$. Тогда условия равенства потенциалов электростатического поля дают

$$\psi_+ + \psi_- = \psi_{nl}(r_{nl}) = \frac{r_{nl}}{\beta}, \quad \psi_+ \approx -\lambda_D \psi'_{nl}(r_{nl}).$$
$$\psi_- \approx \frac{r_{nl}}{\beta} + \lambda_D \psi'_{nl}(r_{nl}), \qquad (69)$$

где штрих обозначает производную по аргументу. Естественно, при экранировании $\psi'_{nl}(r_{nl}) < 0$, и при больших значениях $\beta \gg 1$ вполне может быть выполнено условие

$$|\psi'_{nl}(r_{nl})| > \frac{r_{nl}}{\beta \lambda_D}, \qquad (70)$$

когда $\psi_- < 0$ и потенциальная яма энергии притяжения возникает при расстояниях, близких к r_{nl}:

$$r_{min} \approx r_{nl} + \lambda_D \ln\left(\frac{1}{\psi_-}\right), \qquad (71)$$

что существенно при интерпретации экспериментов по образованию плазменных кристаллов.

9. КРИТЕРИЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Наблюдаемые процессы кристаллизации пылевых частиц в пылевой плазме и образование так называемого плазменного кристалла часто связывают с сильным взаимодействием пылевых частиц (см. [15]). Для этого, как будет показано ниже, фактически нет физически оправданных аргументов. Вместе с тем сам критерий кристаллизации, используемый при обработке наблюдений, недостаточен для получения позитивного вывода о том, что взаимодействие пылинок в условиях кристаллизации является сильным. Ошибка в выводе о том, что взаимодействие пылевых частиц при конденсации пылевой плазмы в пылевой кристалл должно быть сильным, возникает из-за того, что даже для качественного грубого сравнения с экспериментами не предлагается использовать всей совокупности наблюдаемых параметров переходного процесса. В действительности при решении в пользу или против наличия сильных взаимодействий нужно использовать всю совокупность наблюдений, которые позволяют оценить не один, а три параметра. Первый из них — это параметр связи [31] (характеризующий неидеальность пылевой компоненты)

$$\Gamma = \frac{Z_d^2 e^2}{r_{min} T_d}, \qquad (72)$$

где r_{min} — наблюдаемое расстояние между пылевыми частицами в пылевом кристалле (или в пылевой системе непосредственно до кристаллизации или после плавления), T_d — температура плавления пылевых частиц, хорошо измеряемая непосредственно в процессе плавления. Заряд пылевых частиц также измеряется в экспериментах (или оценивается). При всех неопределенностях в измеряемых или оцениваемых параметрах величина Γ получается очень большой, не совместимой с большинством теоретических или численных моделей, не учитывающих возможность притяжения пылевых частиц: оказывается, что $\Gamma \sim 10^3$–10^5. Из-за того что константа связи столь велика, возникло представление о наличии очень сильного взаимодействия пылевых частиц. При этом не достаточно внимания обращалось на то, что температура плавления T_d невелика,

$T_d \approx 0.2$–10 эВ. Заметим, что на поверхности пылинки энергия взаимодействия порядка $T_e z Z_d$, что в большинстве экспериментов (в которых $T_e \approx 1$–3 эВ, $z \approx 3$, $Z_d \sim 10^3$–10^5) на много порядков превышает наблюдаемую энергию плавления (приблизительно равную 3–30 кэВ). Это означает, что частицы все время находятся где-то далеко друг от друга и не подходят близко друг к другу даже после плавления. В этом случае их взаимодействие не обязательно будет сильным.

Заметим, что в ряде работ константа связи Γ вводится с учетом экспоненциального фактора, описывающего дебаевское экранирование. Как ясно из изложенного выше, для сильной нелинейности дебаевское экранирование использовать нельзя. При определении Γ с учетом дебаевского фактора возникает неопределенность при использовании экспериментальных данных, так как отношение длины экранирования к межчастичному расстоянию остается произвольным параметром, подбираемым из наблюдений. Наиболее удобно использовать определение Γ для «голых», не экранированных частиц. Проведенное выше сравнение было как раз таким. Учет экранировки, как было показано выше, может быть сделан при помощи экранирующего фактора ψ, который при учете коллективности потоков меняет знак и описывает переэкранировку.

Учет даже слабого притяжения коренным образом меняет всю картину перехода в кристаллическое состояние. Действительно, при наличии притяжения потенциал частицы не только экранируется, но и переэкранируется, проходя на определенном расстоянии через нуль. На этом расстоянии взаимодействие не только является слабым, но просто обращается в нуль. Малость потенциального минимума притяжения, полученная выше, также необходима для объяснения наблюдений. Используя критерий Линдемана для кристаллизации (глубина потенциальной ямы энергии притяжения равна температуре пылевых частиц), получим вне зависимости от значения r_{min} [31–35]

$$\Gamma = \frac{1}{|\psi_{min}|}, \tag{73}$$

где ψ_{min} — значение экранирующего фактора на дне потенциальной ямы энергии притяжения, которое для случая линейного экранирования было получено в виде (62). С учетом этого получаем

$$\Gamma = \frac{\lambda_\Phi^4}{k_0^2 \lambda_D^2}. \tag{74}$$

Такая константа связи всегда имеет очень большие значения. Тем самым снимается основное противоречие между теорией и наблюдениями. При нелинейном экранировании также всегда выполняется условие $\psi_{min} \ll 1$, что обеспечивает большие значения Γ.

Предложенная концепция позволяет определить еще два параметра: температуру плавления по глубине потенциальной ямы энергии притяжения и межчастичное расстояние r_{min} и сравнить их значения с результатами наблюдений. Соответствующие соотношения уже выписаны для линейного приближения.

Для нелинейного экранирования, реально имеющегося в существующих экспериментах, эти величины могут быть найдены путем сшивки решений для режимов линейного и нелинейного экранирования [30]. Соответствующие результаты были получены в работах [32, 34] и находятся в удовлетворительном согласии с данными наблюдений. Это не вызывает удивления, потому что расстояние, на котором находится минимум потенциальной ямы энергии, только на численный множитель порядка единицы больше величины r_{nl}, составляющей примерно (10–12)λ_{Di}, на что как раз и указывают результаты наблюдений [36–40]. Нелинейное экранирование требует подробного анализа для конкретных нелинейностей. Однако уже здесь из общего рассмотрения предыдущего раздела можно сделать определенные выводы. Отметим, что полученные аналитические выражения позволяют предсказывать значения Γ, r_{min} и T_d для кристаллов, которые могут возникать в космических условиях и в таких лабораторных экспериментах, в которых экранирование является линейным.

Настоящее рассмотрение предлагает общую схему сравнения всех трех параметров для любых будущих моделей нелинейностей.

10. ЭФФЕКТЫ ПРИТЯЖЕНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПЫЛЕВОМ ЗВУКЕ

Следует обратить внимание на то, что рассматриваемое в настоящей работе притяжение пылевых частиц должно изменять дисперсию пылевого звука, приводя к образованию неустойчивости, аналогичной гравитационной. Речь идет о линейных модах низких частот. При этом нелинейность определяется только амплитудой волны, которая всегда может быть достаточно малой, для того чтобы мы могли применить линейное приближение. При такой постановке задачи нельзя пренебрегать взаимодействиями электростатических полей и полей плазменных потоков. Действительно, если в уравнении для пылевых частиц наряду с электростатическим полем учесть также стандартную силу увлечения потоком ионов, то мы получим, что движения пылевых частиц определяются также потоками ионов. В свою очередь, потоки ионов генерируются нарушением баланса потоков из-за возмущений плотности пылевых частиц и из-за возмущений ионной плотности. Учитывая также в уравнении для ионов силу трения, возникающую при столкновениях ионов с пылевыми частицами, и считая $\tau \ll 1$, получаем самосогласованную систему уравнений, которая приводит к уравнению для частоты пылевого звука ω. По форме оно имеет стандартный вид дисперсионного соотношения для гравитационной неустойчивости. При $z_0 \approx 1$ и $P_0 \approx 1$ это уравнение имеет следующий приближенный вид:

$$\omega^2 = k^2 v_{da}^2 - G_{eff} n_d m_d, \qquad (75)$$

где

$$v_{da}^2 \approx \frac{Z_d P_0 T_i}{m_d}, \quad G_{eff} \approx \frac{Z_d^2 e^2 k_0^2}{m_d^2}.$$

Уравнение (75) получается из уравнения для обычной гравитационной неустойчивости путем замены скорости звука на скорость пылевого звука v_{da}, гравитационной константы G на эффективную гравитационную константу G_{eff}, описывающую притяжение пылевых частиц, плотности вещества на плотность пыли n_d и массы частиц вещества на массу пылинок m_d. Конкретное выражение для G_{eff} позволяет найти эффективное притяжение пылевых частиц, которое, как и должно быть согласно предыдущим результатам, оказывается в k_0^2 раз меньше кулоновского отталкивания и действует только на больших расстояниях. При этом эффективная джинсовская длина совпадает с положением рассмотренного выше минимума потенциальной ямы энергии притяжения. Таким образом, имеется полная самосогласованность как в проявлениях эффектов притяжения для отдельных пылевых частиц, так и в возникновении эффективной гравитационной неустойчивости. Появление такой неустойчивости связано со структуризацией пылевой плазмы, ее разбиением на совокупность структур. Этот эффект аналогичен известным эффектам структуризации в астрофизике, наблюдаемым при развитии гравитационной неустойчивости. В пылевой плазме структуризация проявляется в большинстве экспериментов, хотя наблюдается не динамика такой структуризации, а появление разнообразных стационарных структур по прошествии достаточно большого времени. Уравнение (75) для эффективной гравитационной неустойчивости позволяет оценить время структуризации и показать, что оно много меньше характерных времен, разрешаемых в современных экспериментах [36–40].

11. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, суммируя сказанное выше, можно сделать следующие выводы.

1. То, что в течение 15 лет использовалось некорректное выражение для пылевого звука [41], связано со сделанной авторами работы [41] ошибкой в самой постановке задачи о пылевом звуке: основное состояние они полагали неравновесным, поэтому рассмотрение малых возмущений от него, если периоды рассматриваемых возмущений много больше времени установления равновесия, было бессодержательным, такие условия всегда имеют место для пылевого звука. Однако в работе [41] (а также в последующих работах [42, 43]) в условии равновесия учитывался только баланс плотностей зарядов (квазинейтральность), а балансом плазменных потоков пренебрегалось. Это является ошибочным, так как поглощение потоков происходит с характерной частотой, равной частоте столкновений ионов с пылевыми частицами, которая много больше наибольшей частоты пылевого звука, если

$$aP_0\lambda_{Di} \ll \sqrt{\frac{Z_d m_i}{m_d}}.$$

Это условие выполнено с очень большим запасом из-за большой массы пылевых частиц. При той постановке задачи, которая использовалась в работе [41], вся плазма будет поглощена за время, меньшее периода пылевого звука. Поэтому либо нужно рассматривать ограниченную систему с размером, меньшим длины свободного пробега ионов (но тогда система будет сильно неоднородна, а в [41] неоднородность не учитывалась), либо нужно учитывать сильное затухание пылевого звука. При правильной постановке задачи о пылевом звуке, когда учитывается не только баланс зарядов, но и баланс потоков, существенным оказывается возбуждение волн в поле плазменных потоков, что и приводит к эффективной гравитационной неустойчивости. Ее возникновение представляет собой необходимое явление при наличии притяжения пылевых частиц на больших расстояниях, которое также связано со взаимодействиями, обусловленными плазменными потоками.

2. Эксперименты по пылевому звуку были проведены для длин волн, меньших эффективной джинсовской длины [44–48]. Однако возможно расширение экспериментов до длин волн порядка эффективной джинсовской длины. Это может служить методом детектирования притяжения пылевых частиц.

3. Доказанная возможность интерпретации результатов экспериментов по плазменным кристаллам в рамках представлений о слабом взаимодействии между пылевыми частицами открывает перспективы более углубленного экспериментального исследования нового явления — конденсации пылевой плазмы в плазменные кристаллы. При этом следует иметь в виду, что при интерпретации результатов новых экспериментов следует учитывать значения всех основных параметров, характеризующих это явление: константы связи Γ, межчастичного расстояния r_{min} и температуры плавления T_d. Также весьма вероятно образование плазменных кристаллов в космических условиях в наблюдаемых молекулярно-пылевых облаках. Структуризация молекулярно-пылевых облаков в космических условиях хорошо известна, и ее интерпретация в терминах найденной эффективной неустойчивости, связанной с притяжением пылевых частиц, требует детального исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16796).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Цытович, УФН **161**, 57 (1997).

2. J. Allen, Phys. Scripta **45**, 497 (1992).

3. I. Bernstein and I. Rabinovich, Phys. Fluids **2**, 112 (1959).

4. V. Tsytovich, Comm. Plasma Phys. Control. Fusion **15**, 349 (1994).

5. A. Ignatov, Comm. P. N. Lebedev Inst. A **58**, 1 (1995).

6. V. Tsytovich, Ya. Khodataev, and R. Bingham, Comm. Plasma Phys. Control. Fusion **17**, 249 (1996).

7. G. Morfill and V. Tsytovich, Phys. Plasmas **7**, 235 (2002).

8. В. Н. Цытович, Физика плазмы **26**, 712 (2000).

9. В. Н. Цытович, Физика плазмы **31**, 157 (2005).

10. V. Tsytovich, G. Morfill, U. Konopka, and H. Thomas, New J. Phys. **5**, 1 (2003).

11. V. Tsytovich, *Lectures on Nonlinear Plasma Kinetics*, Springer Verlag, New York, Berlin, Nielderberg (1995).

12. S. Hamaguchi and S. Farouki, J. Chem. Phys. **101**, 9876 (1994).

13. R. Farouki and S. Hamaguchi, Phys. Rev. E **47**, 4330 (1993).

14. О. С. Ваулина, С. А. Храпак, ЖЭТФ **119**, 264 (2001).

15. J. Phys. A: Math. and General, Special Issue: Int. Conf. on Strongly Coupled Coulomb Systems, Moscow, Russia, 20–24 June 2005, ed. by V. E. Fortov, K. I. Golden, and G. E. Norman, (2006), Vol. 39.

16. E. Tomme, B. Annaratone, and J. Allen, Plasma Sources Sci. Technol. **9**, 87 (2000).

17. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **43**, 27 (1966).

18. Y. Al'pert, A. Gurevich, and L. Pitaevsky, *Space Physics with Artificial Sattelites*, Consultant Bureau, New York (1965).

19. В. Н. Цытович, Г. Морфилл, Х. Томас, Физика плазмы **28**, 675 (2002); Г. Морфилл, В. Цытович, Х. Томас, **29**, 3 (2003).

20. Я. К. Ходатаев, Р. Бингхам, В. Тараканов, В. Н. Цытович, Физика плазмы **22**, 1028 (1996).

21. В. Н. Цытович, Г. Морфилл, Физика плазмы **28**, 1 (2002).

22. В. Н. Цытович, Письма в ЖЭТФ **78**, 1283 (2003).

23. C. Castaldo, U. de Angelis, and V. Tsytovich, Phys. Rev. Lett. **96**, 075004 (2006).

24. А. В. Филлипов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, Ф. Н. Старостин, Письма в ЖЭТФ **81**, 180 (2005).

25. Ю. Райзер, *Физика газовых разрядов*, Наука, Москва (1959).

26. A. Ivlev, S. Zhdanov, S. Khrapak, and G. Morfill, Phys. Rev. E **71**, 018405 (2005).

27. S. Vladimirov and M. Nambu, Phys. Rev. E **52**, 2172 (1995).

28. S. Vladimirov and O. Ishihara, Phys. Plasmas **2**, 444 (1996).

29. O. Ishihara and S. Vladimirov, Phys. Plasmas **4**, 69 (1997).

30. V. Tsytovich, U. de Angelis, A. Ivlev, G. Morfill, and S. Khrapak, Phys. Plasmas **12**, 112311 (2005).

31. V. Tsytovich and G. Morfill, Plasma Phys. Contr. Fusion. Special Issue: 31st EPS Conf. on Plasma Physics, London, UK, **48**, 527 (2004).

32. V. Tsytovich, Contrib. Plasma Phys. **45**, 533 (2005); V. Tsytovich and R. Kompannets, Contrib. Plasma Phys. **45**, 544 (2005).

33. V. Tsytovich, R. Kompannets, U. de Angelis, and C. Castaldo, Contrib. Plasma Phys. **46**, 280 (2006).

34. В. Н. Цытович, Письма в ЖЭТФ **81**, 563 (2005).

35. V. Tsytovich, J. Phys. A: Math. and General, Special Issue: Int. Conf. on Strongly Coupled Coulomb Systems, Moscow, Russia 20–24 June 2005, ed. by V. E. Fortov, K. I. Golden, and G. E. Norman, (2006), Vol. 39, p. 4501.

36. H. Thomas, G. Morfill, V. Demmel et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).

37. J. Chu and I. Lin, Physica A **205**, 183 (1994).

38. A. Melzer, T. Trottenberg, and A. Piel, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994).

39. Y. Hayashi and K. Tachibana, Jpn. Appl. Phys. **33**, L804 (1994).

40. V. Fortov, A. Nefedov et al., Phys. Lett. A **219**, 89 (1996).

41. P. Shukla and M. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543 (1990).

42. M. Rosenberg, Planet. Space Sci. **41**, 229 (1993).

43. M. Rosenberg and V. Chow, Planet. Space Sci. **46**, 103 (1998).

44. A. Barkan, N. D'Angelo, and R. Merlino, Phys. Rev. Lett. **73**, 3093 (1994).

45. R. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, and N. D'Angelo, Plasma Phys. Contr. Fusion **39**, A421 (1977).

46. R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, and N. D'Angelo, Phys. Plasmas **5**, 1607 (1998).

47. A. Barkan, R. L. Merlino, and N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).

48. N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **42**, 507 (1994).