

ЭФФЕКТЫ СОИЗМЕРИМОСТИ В ТУННЕЛЬНОМ ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ ПЕРЕХОДЕ В ПОЛЕ МАССИВА МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

А. В. Самохвалов *

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 21 сентября 2006 г.

Теоретически изучены эффекты соизмеримости в гибридной системе, состоящей из джозефсоновского перехода, помещенного в неоднородное поле массива магнитных частиц. Выполнены расчеты периодического распределения разности фаз в переходе, вызванного формированием в сверхпроводящих электродах регулярной решетки вихрей Абрикосова, индуцированных магнитным полем частиц. Показано, что из-за периодической модуляции джозефсоновской разности фаз, создаваемой вихрями, зависимость критического тока I_c перехода от внешнего магнитного поля H сильно отличается от обычного вида дифракции Фраунгофера: на кривой $I_c(H)$ возникают дополнительные резонансные пики, положение и высота которых зависят от параметров и магнитного состояния частиц в массиве. Указанные особенности зависимости $I_c(H)$ наблюдаются при соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем. Получены условия, определяющие положение пиков соизмеримости, которые хорошо согласуются с результатами экспериментов.

PACS: 74.50.+r

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства джозефсоновских переходов, как известно, существенно меняются при наличии в области перехода структурных неоднородностей [1, 2]. Так, периодическое изменение толщины барьера в длинном джозефсоновском переходе вызывает пространственную модуляцию величины критической плотности j_c туннельного сверхпроводящего тока и сопровождается появлением как дополнительных пиков на зависимости критического тока I_c от внешнего магнитного поля H , так и дополнительных ступенек на вольт-амперной характеристике (ВАХ) контакта [3–5]. Указанные особенности наблюдаются при кратных значениях поля H , когда возникает соизмеримость пространственных периодов цепочки вихрей Джозефсона и решетки искусственных неоднородностей.

Аналогичные эффекты соизмеримости возможны и в том случае, если в переходе сформировано неоднородное распределение джозефсоновской

разности фаз φ . При наличии периодической фазовой модуляции зависимость $I_c(H)$ отличается от традиционной дифракционной картины Фраунгофера заметным подавлением центрального дифракционного пика при $H = 0$ и появлением доминирующих боковых максимумов тока I_c , положение которых определяется периодом изменения разности фаз [6]. Подобные особенности дифракционной картины $I_c(H)$ наблюдаются в переходах на стыке пленок YBCO/YBCO и YBCO/Nb, где вследствие d -симметрии параметра порядка и микроструктуры перехода формируется последовательность из чередующихся 0- и π -контактов [7–9]. Особый интерес к джозефсоновским контактам с такой мелкомасштабной фазовой 0– π -модуляцией вызван возможностью спонтанного формирования в них вихревых структур с магнитным потоком, равным доле кванта потока Φ_0 на границе между 0- и π -участками перехода [10–13], что открывает новые возможности для создания приборов на основе эффекта Джозефсона [14].

*E-mail: samokh@ipm.sci-nnov.ru

Другой способ создания фазовой неоднородности в области перехода основан на фундаментальном соотношении Джозефсона между калибровочно-инвариантной разностью фаз φ и захваченным в области контакта магнитным потоком [15]:

$$\nabla\varphi = \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{B} \times \mathbf{e}_z]. \quad (1)$$

Здесь $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока, Λ — магнитная толщина перехода, а \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль нормали к поверхности перехода, совпадающей с осью z . Согласно соотношению (1), неоднородное магнитное поле $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ в области перехода вызывает пространственную модуляцию джозефсоновской разности фаз $\varphi(\mathbf{r})$. До настоящего времени в качестве естественных источников сильнонеоднородного магнитного поля рассматривались одиночные или случайно расположенные вихри Абрикосова, захваченные в электродах контакта [16–19]. Было показано, что индуцируемые вихрями Абрикосова фазовые дефекты вызывают сильное подавление критического тока I_c и заметные искажения кривой $I_c(H)$ и ВАХ перехода. Отметим также сравнительно недавно реализованный способ формирования произвольной фазовой неоднородности при помощи инъекции тока в переход на масштабе, меньшем характерной джозефсоновской длины λ_J [20, 21].

В последнее время был предложен и успешно реализован иной способ формирования в джозефсоновском переходе контролируемой системы фазовых неоднородностей. В основе данного метода лежит взаимодействие контакта с неоднородным магнитным полем ферромагнитных частиц, расположенных вблизи барьера. В экспериментах с торцевыми контактами на основе пленок ниобия [22, 23] наблюдалась существенная зависимость критического тока I_c от магнитного состояния частиц кобальта. Это означает возможность эффективного управления транспортными свойствами джозефсоновского контакта с помощью магнитного поля частиц. Обнаруженные в экспериментах особенности дифракционной картины в виде регулярных пиков на зависимости $I_c(H)$ служат доказательством существования эффектов соизмеримости между периодическим распределением разности фаз, создаваемым проникающим в переход полем рассеяния магнитных частиц, и пространственной волной джозефсоновского тока, формируемой внешним однородным полем [24]. Подобные эффекты соизмеримости хорошо известны в гибридных системах ферромагнетик–сверхпроводник (FS), состоящих из массива магнитных частиц или слоя ферромагнетика с доме-

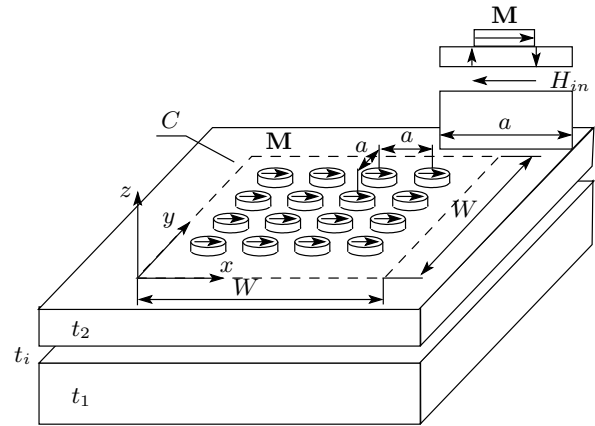


Рис. 1. Схематическое изображение джозефсоновского контакта с массивом ферромагнитных частиц. Область перехода ($W \times W$) составляет только часть сверхпроводящих электродов и показана штрихами. На вставке изображен фрагмент перехода (элементарная ячейка) с магнитной частицей на верхнем электроде контакта. Пара вихрь–антивихрь показана вертикальными стрелками у противоположных полюсов однородно намагниченной частицы

нами на сверхпроводящей пленке, покрытой тонким изолирующим слоем, когда взаимодействие между F- и S-подсистемами осуществляется только через медленно спадающие поля рассеяния (см., например, обзор о гибридных FS-системах [25]).

Свое дальнейшее развитие идея формирования в джозефсоновском контакте фазовой неоднородности магнитным полем ферромагнитных частиц получила в работах [23, 26, 27], в которых были экспериментально изучены транспортные свойства короткого планарного джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией, на верхнем сверхпроводящем электроде которого располагался массив однородно намагниченных субмикронных частиц кобальта (рис. 1). Обнаруженные в такой гибридной FS-системе эффекты соизмеримости — появление дополнительных максимумов на зависимости $I_c(H)$ — однозначно свидетельствуют о формировании в переходе периодического распределения джозефсоновской разности фаз.

В данной работе аналитически и численно изучены свойства гибридной FS-системы, состоящей из планарного джозефсоновского перехода, взаимодействующего с массивом однородно намагниченных частиц. В разд. 2 предложена модель, объясняющая возникновение неоднородного распределения разности фаз в переходе образованием в сверхпроводя-

щих электродах контакта вихрей Абрикосова, индуцированных магнитным полем частиц. В разд. 3 рассмотрены основные качественные особенности влияния периодической модуляции разности фаз, создаваемой регулярной решеткой пар вихрей, на критический ток короткого джозефсоновского контакта. Изучено влияние мелкомасштабной фазовой модуляции на соотношение между плотностью джозефсоновского тока и разностью фаз на переходе. В разд. 4 приведены результаты численных расчетов зависимости критического тока I_c контакта от приложенного внешнего магнитного поля H . Обсуждаются проявления эффектов соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока массивом магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем.

2. МОДЕЛЬ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА В ПОЛЕ МАССИВА МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим гибридную FS-систему, состоящую из планарного джозефсоновского перехода, на верхнем электроде которого расположена квадратная решетка ($a \times a$) вытянутых частиц, однородно намагниченных в плоскости контакта вдоль длинной (легкой) оси, как показано на рис. 1. Electroды контакта, представляющие собой пленки сверхпроводника второго рода толщиной $t_1 \gg \lambda$, $t_2 \lesssim \lambda$ (параметр Гинзбурга–Ландау $\lambda/\xi \gg 1$), отделены от магнитных частиц тонким изолирующим слоем. Поперечные размеры контакта $W \ll \lambda_J$ малы по сравнению с джозефсоновской глубиной проникновения $\lambda_J = \sqrt{c\Phi_0/8\pi^2 \Lambda j_c}$. Здесь j_c — плотность критического тока перехода, $\Lambda = t_i + \lambda + \lambda \operatorname{cth}(t_2/\lambda)$ — магнитная толщина перехода [28], λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля, ξ — длина когерентности, t_i — толщина барьера между сверхпроводящими слоями. Поскольку эффект близости между сверхпроводником и ферромагнетиком отсутствует, взаимодействие между джозефсоновским контактом и магнитными частицами возможно только через медленно спадающие поля рассеяния частиц [25, 29]. Создаваемое частицами неоднородное магнитное поле с амплитудой порядка момента насыщения M_0 ферромагнитного материала и масштабом изменения, определяемым периодом a магнитной структуры, частично проникает в сверхпроводник, индуцируя в нем экранирующие мейснеровские токи, а при определенных условиях формируя вихри

Абрикосова. Будем полагать, что область перехода занимает лишь центральную часть электродов, ограниченную контуром C , что позволяет пренебречь слабым влиянием полей рассеяния магнитных частиц, проникающих в переход извне, через его края. В этом случае необходимым условием возникновения нетривиальной джозефсоновской разности фаз в контакте является образование в сверхпроводящих электродах вихрей Абрикосова [17]. В соответствии с представлениями работ [30, 31] каждая магнитная частица создает в верхнем электроде пару вихрей противоположного направления, так что вихрь располагается у отрицательного, а антивихрь — у положительного полюсов наномagnита (см. вставку к рис. 1). Размер пары (т. е. расстояние между вихрем и антивихрем) определяется размером частицы $2d$ вдоль легкой оси намагничивания. Поскольку размер пары $2d$ существенно превышает длину когерентности ξ ($2d \gg \xi$), определяющим является электродинамический механизм влияния вихрей Абрикосова на критический ток контакта [17]: магнитный поток, создаваемый парой вихрь–антивихрь в области перехода, приводит к координатной зависимости джозефсоновской разности фаз $\varphi(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ — вектор в плоскости контакта. Для простейшей синусоидальной зависимости плотности сверхтока через контакт, $j = j_c \sin \varphi$, распределение $\varphi(\mathbf{r})$ описывается следующим уравнением [2, 32]:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\lambda_J^2} \sin \varphi, \quad (2)$$

где $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2$ — двумерный оператор Лапласа. Уравнение (2) необходимо дополнить граничным условием на контуре C , ограничивающем область перехода:

$$\partial_{\mathbf{u}} \varphi \Big|_C = \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{H} \times \mathbf{e}_z]_{\mathbf{u}}. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{H} = H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y$ — внешнее однородное магнитное поле, приложенное в плоскости контакта под углом α к направлению намагниченности $\mathbf{M} = M \mathbf{e}_x$, а \mathbf{u} — единичный вектор по нормали к контуру C в плоскости xy . Поскольку в присутствии вихрей Абрикосова верхний электрод джозефсоновского контакта становится многосвязной областью, необходимо также учесть топологические особенности распределения разности фаз, которые определяются положением и полярностью вихрей [33]:

$$\operatorname{rot}_z(\nabla \varphi) = 2\pi \sum_{\mathbf{K}} [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}^+) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}^-)]. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^{\pm} \equiv (x_{\mathbf{K}}^{\pm}, y_{\mathbf{K}}^{\pm}) = \mathbf{K} \mp d\mathbf{e}_x$ — координаты вихрей (+) and антивихрей (-), создаваемых квадратной решеткой ($a \times a$) магнитных частиц, имеющих размер $2d$ в направлении намагниченности \mathbf{M} , а $\mathbf{K} = a(k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y)$ — вектор решетки, определяемый парой целых чисел (k_x, k_y) . Для постоянной величины j_c критический ток I_c через переход определяется хорошо известным выражением [15]

$$I_c(\mathbf{H}) = j_c \left| \int_{S_C} d\mathbf{r} \exp[i\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{H})] \right|, \quad (5)$$

в котором интеграл вычисляется по области контакта S_C , ограниченной контуром C .

3. НЕОГРАНИЧЕННЫЙ ПЕРЕХОД (КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ)

Основные качественные особенности поведения джозефсоновского перехода, помещенного в поле массива магнитных частиц, можно понять, считая для простоты переход и массив неограниченными в поперечном направлении, т. е. пренебрегая эффектами на краях контакта.

3.1. Распределение разности фаз в переходе

В отсутствие внешнего магнитного поля рассчитаем распределение джозефсоновской разности фаз $\varphi^M(\mathbf{r})$, создаваемой бесконечной квадратной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного направления, которые сформированы в верхнем электроде контакта массивом магнитных частиц, как показано на рис. 1. Полагая, что критический ток j_c мал, будем искать распределение разности фаз, считая переход абсолютно непрозрачным ($j_c = 0$). В этом случае исходное уравнение (2) существенно упрощается и распределение $\varphi^M(\mathbf{r})$ описывается двумерным уравнением Лапласа

$$\Delta\varphi^M(x, y) = 0. \quad (6)$$

Следуя работе [33], удобно вести две новые функции, $\partial_x\varphi^M$ и $\partial_y\varphi^M$, переписав исходное уравнение (6) и граничное условие (4) в следующем виде:

$$\partial_x(\partial_x\varphi^M) + \partial_y(\partial_y\varphi^M) = 0, \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \partial_x(\partial_y\varphi^M) - \partial_y(\partial_x\varphi^M) = 2\pi \sum_{k_x, k_y} [\delta(x - ak_x + d) - \\ - \delta(x - ak_x - d)] \delta(y - ak_y). \end{aligned} \quad (7b)$$

Представляя φ^M , $\partial_x\varphi^M$ и $\partial_y\varphi^M$ в виде двумерных рядов Фурье по пространственным гармоникам $q_a = 2\pi/a$,

$$\begin{aligned} \{\varphi^M, \partial_x\varphi^M, \partial_y\varphi^M\} = \\ = \sum_{\mathbf{q}} \left\{ \phi_{\mathbf{q}}^M, (\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}, (\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} \right\} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\phi_{\mathbf{q}}^M$, $(\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}$, $(\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}}$ — соответствующие коэффициенты разложения,

$$\begin{aligned} \left\{ \phi_{\mathbf{q}}^M, (\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}, (\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} \right\} = \\ = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \left\{ \varphi^M, \partial_x\varphi^M, \partial_y\varphi^M \right\} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (9)$$

а $\mathbf{q} \equiv (q_x, q_y) = q_a(m_x\mathbf{e}_x + m_y\mathbf{e}_y)$ — вектор обратной решетки, определяемый парой целых чисел (m_x, m_y) , получим из граничного условия (7б) соотношение, устанавливающее следующую связь между фурье-спектрами $(\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}$ и $(\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}}$:

$$q_x (\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} - q_y (\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}} = (q_a^2/\pi) \sin(q_x d). \quad (10)$$

Поскольку функция φ^M является многозначной и обладает особенностями, на плоскости xy существуют линии, на которых эта функция испытывает скачок, равный 2π [33]. Выбирая в качестве таких линий отрезки, соединяющие в каждой ячейке (k_x, k_y) точки $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^+$ и $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^-$, задающие положение соответственно вихря и антивихря, получим

$$(\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}} = i q_x \phi_{\mathbf{q}}^M, \quad (11a)$$

$$(\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} = i q_y \phi_{\mathbf{q}}^M + (q_a^2/\pi q_x) \sin(q_x d). \quad (11b)$$

Подставляя (11) в уравнение Лапласа (7а), найдем искомое выражение для фурье-спектра $\phi_{\mathbf{q}}^M$:

$$\phi_{\mathbf{q}}^M = \frac{i q_y q_a^2 \sin(q_x d)}{\pi q_x q^2}. \quad (12)$$

Используя коэффициенты $\phi_{\mathbf{q}}^M$ (12) и выполняя суммирование в разложении (8), получим искомое распределение джозефсоновской разности фаз $\varphi^M(x, y)$, создаваемое регулярной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного направления, которые сформированы в верхнем электроде контакта массивом магнитных частиц:

$$\varphi^M(x, y) = -q_a\phi_d y + \tilde{\varphi}^M(x, y), \quad (13)$$

где $\phi_d = 2d/a$. Слагаемое $\tilde{\varphi}^M$, быстро осциллирующее с периодом решетки a магнитных частиц, может

быть представлено в виде рядов Фурье по пространственным гармоникам $q_a = 2\pi/a$ с нулевым средним значением $\langle \tilde{\varphi}^M \rangle = 0$:

$$\tilde{\varphi}^M(x, y) = \varphi_1^M(y) + \varphi_2^M(x, y), \quad (14a)$$

$$\varphi_1^M(y) = -\frac{4d}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sin(l q_a y)}{l}, \quad (14б)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2^M(x, y) = \\ = -\frac{4}{\pi} \sum_{j,l=1}^{\infty} \frac{l \sin(j q_a d)}{j(j^2 + l^2)} \cos(j q_a x) \sin(l q_a y). \end{aligned} \quad (14в)$$

Легко убедиться, что не зависящие от координаты x слагаемые в выражениях (13), (14) могут быть представлены в виде

$$\varphi_1^M(y) - q_a \phi_d y = -(2n - 1)d/a,$$

$$a(n - 1) < y < a n, \quad n = 0, \pm 1, \dots,$$

т. е. имеют вид лестницы с высотой ступеньки ϕ_d . Эти слагаемые описывают отличный от нуля средний градиент разности фаз в направлении, перпендикулярном плоскости пары:

$$\langle \partial_y \varphi^M \rangle = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} dr \partial_y \varphi^M = -q_a \phi_d.$$

В соответствии с соотношением Джозефсона (1) подобный градиент соответствует среднему по ячейке магнитному полю

$$\mathbf{H}_{in} = H_{in} \mathbf{e}_x = -H_a \phi_d \mathbf{e}_x, \quad (15)$$

которое локализовано в области перехода и направлено вдоль вектора намагниченности \mathbf{M} . Здесь $H_a = \Phi_0/S_a$ — характерное поле, обеспечивающее один квант магнитного потока Φ_0 через сечение $S_a = \Lambda a$.

Таким образом, выражения (13), (14) описывают распределение джозефсоновской разности фаз, которая создается бесконечной квадратной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного знака, захваченных в верхнем электроде контакта. Кроме ожидаемой модуляции с периодом a , распределение $\varphi^M(\mathbf{r})$ имеет отличный от нуля средний градиент фазы в направлении, перпендикулярном плоскости пары (т. е. перпендикулярном намагниченности \mathbf{M} частицы) даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Этот градиент объясняется наличием

встроенного магнитного поля \mathbf{H}_{in} , создаваемого парой вихрь–антивихрь в области перехода и ориентированного вдоль направления намагниченности \mathbf{M} (см. вставку к рис. 1).

Если параллельно плоскости перехода дополнительно приложено внешнее однородное магнитное поле \mathbf{H} , направленное под углом α к вектору \mathbf{M} , то распределение разности фаз в контакте удобно представить в следующем виде:

$$\varphi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \tilde{\varphi}^M(\mathbf{r}) - \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{B} \times \mathbf{r}]_z + \varphi_0, \quad (16)$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_{in}$ — эффективное магнитное поле в плоскости контакта, а φ_0 — константа интегрирования, зависящая от величины протекающего через контакт тока [2]. Из вида распределения $\varphi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H})$ (16) можно качественно понять основные особенности зависимости критического тока перехода в поле массива магнитных частиц от внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Мелкомасштабные осцилляции разности фаз $\tilde{\varphi}^M(\mathbf{r})$ вызывают соответствующие знакопеременные колебания джозефсоновского тока $j_c \sin(\tilde{\varphi}^M)$. Максимальный вклад от осциллирующего слагаемого $\tilde{\varphi}^M$ в выражении (16) в полный ток

$$I = j_c \int_{S_c} d\mathbf{r} \sin[\varphi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H})]$$

соответствует таким значениям магнитного потока, создаваемого эффективным полем \mathbf{B} через сечение S_a , при которых периоды колебаний функций $\tilde{\varphi}^M(x, y)$ и $\sin(b_x y - b_y x)$ оказываются соизмеримыми:

$$b_x = q_a n_y, \quad b_y = q_a n_x, \quad n_x, n_y = 0, \pm 1 \dots,$$

где $\mathbf{b} \equiv (b_x, b_y) = 2\pi\Lambda\mathbf{B}/\Phi_0$. Из последнего условия легко получить, что заметное увеличение критического тока I_c контакта происходит при выполнении следующих условий:

$$\frac{H_x}{H_a} = n_y + \phi_d, \quad \frac{H_y}{H_a} = n_x. \quad (17)$$

В дальнейшем будем полагать для определенности, что внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль вектора намагниченности \mathbf{M} , т. е. $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_x$ ($n_x = 0$, $n_y \equiv n$). Тогда из условий (17) легко получить, что доминирующий максимум критического тока (n -пик соизмеримости I_{cn}) возникает, когда магнитный поток $\Phi_a = H S_a$ внешнего поля \mathbf{H} через сечение S_a удовлетворяет следующему условию:

$$\Phi_a \equiv \Phi_n, \quad \Phi_n = \Phi_0(n + \phi_d). \quad (18)$$

Таким образом, относительное расположение двух соседних главных максимумов на кривой $I_c(H)$ соответствует такому изменению внешнего поля H , при котором магнитный поток Φ_a увеличивается или уменьшается на квант потока Φ_0 . Подобные эффекты соизмеримости хорошо известны для джозефсоновских контактов с периодической решеткой искусственных неоднородностей барьера [3–5]. Существование в переходе встроенного магнитного поля \mathbf{H}_{in} приводит к смещению дифракционных пиков и нарушает симметрию кривой $I_c(H)$ относительно инверсии внешнего магнитного поля: $I_c(-H) \neq I_c(H)$. Как следствие, традиционный для дифракционной картины Фраунгофера центральный пик при $H = 0$ исчезает, а положение и относительная высота доминирующих боковых максимумов I_{cn} зависят от параметра ϕ_d , т. е. от относительного размера $2d$ пары вихрь–антивихрь. Отметим, что указанные качественные особенности дифракционной кривой $I_c(H)$ хорошо согласуются с результатами экспериментального исследования влияния массива магнитных частиц на полевую зависимость критического тока планарного джозефсоновского контакта [23, 26, 27].

3.2. Соотношения между током и фазой в джозефсоновском контакте с фазовой модуляцией

Описание джозефсоновского перехода, в котором сформировано периодическое распределение разности фаз, заметно упрощается, если внешнее магнитное поле \mathbf{H} соответствует n -пику соизмеримости:

$$|H - H_n| \ll H_a, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \quad (19)$$

где $H_n = H_a(n + \phi_d)$ — поле, для которого выполнено условие (18). Легко проверить, что для $H = H_n$ и $\varphi_0 = 0$ распределение разности фаз (16) в переходе можно записать в виде

$$\varphi_n^M(x, y) \equiv \varphi^M(x, y, H_n) = \tilde{\varphi}^M(x, y) + n q_a y_0, \quad (20)$$

а $\cos \varphi_n^M$ и $\sin \varphi_n^M$ являются периодическими функциями с периодом a и, соответственно, могут быть представлены в виде разложения в ряд Фурье по пространственным гармоникам $\mathbf{q} = q_a (m_x \mathbf{e}_x + m_y \mathbf{e}_y)$:

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi_n^M(\mathbf{r}) \\ \sin \varphi_n^M(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \sum_{\mathbf{q}} \begin{pmatrix} C_n(\mathbf{q}) \\ S_n(\mathbf{q}) \end{pmatrix} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \quad (21)$$

где $C_n(\mathbf{q}), S_n(\mathbf{q})$ — соответствующие коэффициенты разложения:

$$\begin{pmatrix} C_n(\mathbf{q}) \\ S_n(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \begin{pmatrix} \cos \varphi_n^M(\mathbf{r}) \\ \sin \varphi_n^M(\mathbf{r}) \end{pmatrix} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}. \quad (22)$$

Учитывая конечную прозрачность перехода ($j_c \neq 0$) и предполагая выполненным условие (19), представим джозефсоновскую разность фаз $\varphi(\mathbf{r})$ в уравнении (2) в виде

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_n^M(\mathbf{r}) + \zeta(\mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r}), \quad (23)$$

полагая, что слагаемое $\zeta(\mathbf{r})$ описывает мелкомасштабные осцилляции с периодом a , а слагаемое $\gamma(\mathbf{r})$ учитывает возможность медленного изменения разности фаз на масштабах, которые существенно превышают период структуры a :

$$a |\nabla \gamma / \gamma| \sim a/W \ll 1.$$

При условии, что $a \ll \lambda_J$, осциллирующий член мал, $\zeta(\mathbf{r}) \sim \varepsilon = (a/\lambda_J)^2 \ll 1$, и уравнение (2) может быть записано в виде

$$\lambda_J^2 (\Delta \gamma + \Delta \zeta) = \sin \varphi_n^M (\cos \gamma - \zeta \sin \gamma) + \cos \varphi_n^M (\sin \gamma + \zeta \cos \gamma). \quad (24)$$

Разделяя в уравнении (24) «быстрые» и «медленные» переменные и полагая, что быстроосциллирующие члены должны компенсироваться независимо от медленных слагаемых [34, 35], можно записать решение $\zeta(\mathbf{r})$ в виде двумерного ряда Фурье по пространственным гармоникам q_a :

$$\zeta(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\lambda_J^2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \frac{C_n(\mathbf{q}) \sin \gamma + S_n(\mathbf{q}) \cos \gamma}{q^2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}. \quad (25)$$

Подставляя решение (25) в уравнение (24) и выполняя усреднение по быстрым переменным, получим следующее уравнение, описывающее распределение плавной функции $\gamma(\mathbf{r})$:

$$\Delta \gamma = \frac{1}{\lambda_J^2} [\sigma_n \sin \gamma + \varepsilon \kappa_n \sin(2\gamma)], \quad (26)$$

в котором сохранено только линейное по малому параметру ε слагаемое. Коэффициенты σ_n и κ_n зависят от номера n пика соизмеримости, в окрестности которого ищется распределение разности фаз $\varphi(\mathbf{r})$ (23), и определяются выражениями

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \cos \varphi_n^M(\mathbf{r}), \\ \kappa_n &= \frac{1}{8\pi^2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \frac{|S_n(\mathbf{q})|^2 - |C_n(\mathbf{q})|^2}{(q/q_a)^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

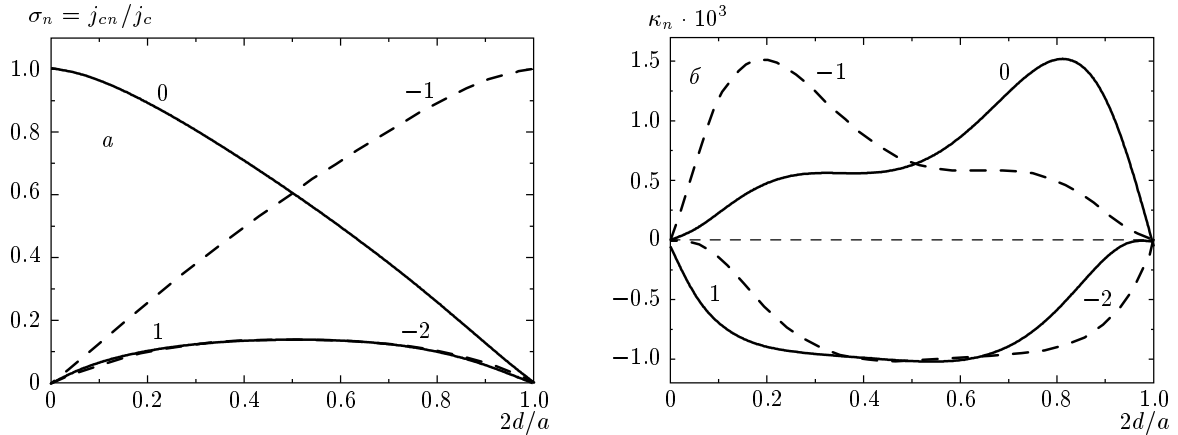


Рис. 2. а) Зависимость эффективной критической плотности тока j_{cn} от размера $2d$ пары вихрь–антивихрь для нескольких значений внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H_n \mathbf{e}_x$, соответствующих различным пикам соизмеримости. б) Зависимость коэффициента κ_n в соотношении (28) между током и фазой от размера $2d$ пары вихрь–антивихрь. Цифрами рядом с кривыми показаны номера n соответствующих пиков соизмеримости

Уравнение (26) устанавливает следующее соотношение между средней плотностью сверхтока j_s через контакт и медленной фазой γ :

$$j_s(\gamma) = j_c [\sigma_n \sin \gamma + \varepsilon \kappa_n \sin(2\gamma)]. \quad (28)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (28) описывает обычную синусоидальную зависимость джозефсоновского тока от разности фаз γ . Вторая гармоника фазы γ в соотношении (28) между током и фазой возникает в результате мелкомасштабной модуляции джозефсоновского тока через переход [36, 37], которая вызвана массивом пар вихрей Абрикосова в верхнем электроде контакта.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициентов σ_n и κ_n от размера пары $2d$ для нескольких значений внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H_n \mathbf{e}_x$, соответствующих различным пикам соизмеримости. Поскольку второе слагаемое в выражении (28) всегда пренебрежимо мало ($\varepsilon \kappa_n \ll \sigma_n$) и при всех допустимых значениях размера $2d$ пары может быть опущено, соотношение (28) между средней плотностью сверхтока j_s и медленной разностью фаз γ может быть записано в обычном виде:

$$j_s(\gamma) \approx j_{cn} \sin \gamma,$$

где $j_{cn} = j_c \sigma_n$. Таким образом, свойства джозефсоновского перехода с модуляцией фазы во внешнем магнитном поле, соответствующем n -пику соизмеримости ($H \approx H_n$), эквивалентны свойствам однородного перехода с эффективным значением критиче-

ской плотности тока j_{cn} и эффективной джозефсоновской длиной

$$\lambda_{Jn} = \lambda_J \sqrt{j_c / j_{cn}} = \lambda_J \sqrt{1 / \sigma_n}.$$

Подобное поведение характерно и для длинных одномерных переходов при соизмеримости пространственных периодов цепочки вихрей Джозефсона и решетки искусственных амплитудных неоднородностей барьера [38, 39].

Введение эффективных параметров j_{cn} и λ_{Jn} позволяет легко установить вид зависимости критического тока от магнитного поля в окрестности n -пика соизмеримости: кривая $I_c(H)$ при выполнении условия (19) повторяет центральный пик обычной фраунгоферовой зависимости для эквивалентного однородного перехода с критической плотностью тока j_{cn} . Поскольку $W \ll \lambda_J \leq \lambda_{Jn}$, ширина n -пика соизмеримости просто равна удвоенному периоду $2H_W$ дифракционной картины Фраунгофера и определяется, как обычно, размером W и магнитной толщиной Λ перехода: $H_W = \Phi_0 / W \Lambda$. Амплитуда n -пика соизмеримости, $I_{cn} = j_{cn} W^2$, определяется эффективным значением критической плотности тока j_{cn} :

$$I_{cn} / I_W = j_{cn} / j_c = \sigma_n,$$

где $I_W = j_c W^2$ — максимальный критический ток контакта при отсутствии фазовой модуляции.

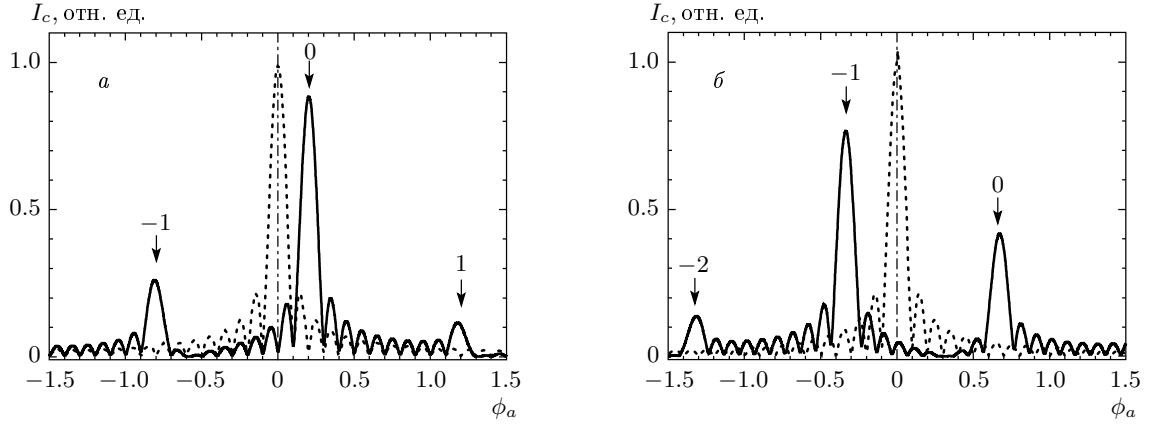


Рис. 3. Зависимость критического тока I_c контакта от потока внешнего магнитного поля H через элементарную ячейку, $\phi_a = \Phi_a(H)/\Phi_0$ в случае, когда в верхнем электроде контакта сформирована квадратная решетка $a \times a$ пар вихрь-антивихрь, для двух значений размера $2d$ пары ($W = 10a$, $N_x = N_y = 10$): $a - 2d = a/5$; $b - 2d = 2a/3$. Для сравнения пунктиром показана зависимость $I_c(H)$ контакта при отсутствии в электродах контакта вихрей Абрикосова. Стрелками показано положение максимумов I_{c_n} , удовлетворяющих условию (18). Цифрами показан номер n соответствующего пика соизмеримости

4. КРИТИЧЕСКИЙ ТОК ПЕРЕХОДА

Выполним численные расчеты зависимости критического тока от внешнего магнитного поля, $I_c(\mathbf{H})$, для планарного контакта с поперечными размерами $W \times W$ в поле массива магнитных частиц. Полагая по-прежнему, что прозрачность туннельного контакта мала, и считая переход коротким ($W < \lambda_J$), ограничимся случаем $j_c = 0$, заменяя исходное уравнение (2) для распределения джозефсоновской разности фаз $\varphi(\mathbf{r})$ уравнением Лапласа

$$\Delta\varphi = 0.$$

Граничные условия на краях перехода,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial_x \varphi}{\Phi_0} \right|_{x=0,W} &= \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} H_y, \\ \left. \frac{\partial_y \varphi}{\Phi_0} \right|_{y=0,W} &= -\frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} H_x, \end{aligned} \quad (29)$$

соответствуют внешнему магнитному полю $\mathbf{H} = H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y$, приложенному в плоскости контакта. Искомое решение, описывающее распределение джозефсоновской разности фаз $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{H})$, создаваемое квадратной решеткой $N_x \times N_y$ однородно намагниченных вдоль оси x частиц ($\mathbf{M} = M \mathbf{e}_x$), удобно представить в виде

$$\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \varphi_v(x, y) + \psi(x, y) + \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} (H_y x - H_x y). \quad (30)$$

Здесь слагаемое $\varphi_v(x, y)$ задает распределение фазы, формируемое конечным массивом пар точечных вихрей, положение которых удовлетворяет условию (4):

$$\varphi_v(x, y) = \sum_{k_x=1}^{N_x} \sum_{k_y=1}^{N_y} \left[\arctg\left(\frac{y - ak_y}{x - ak_x + d}\right) - \arctg\left(\frac{y - ak_y}{x - ak_x - d}\right) \right], \quad (31)$$

а $\psi(x, y)$ — решение следующей граничной задачи для уравнения Лапласа

$$\begin{aligned} \Delta\psi(x, y) &= 0, \quad (\partial_x \psi = -\partial_x \varphi_v) \Big|_{x=0,W}, \\ (\partial_y \psi = -\partial_y \varphi_v) \Big|_{y=0,W}. \end{aligned} \quad (32)$$

Используя стандартное решение граничной задачи (32) (см., например, [40]), можно найти распределение разности фаз, создаваемое конечным массивом пар точечных вихрей, сформированных в верхнем электроде планарного джозефсоновского перехода массивом магнитных частиц. Полученное таким образом распределение (30) джозефсоновской разности фаз $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{H})$ использовалось для вычисления зависимости (5) критического тока контакта от внешнего магнитного поля \mathbf{H} , приложенного в плоскости перехода.

На рис. 3 приведены результаты расчетов дифракционной картины $I_c(\phi_a)$, где $\phi_a = \Phi_a/\Phi_0$, для

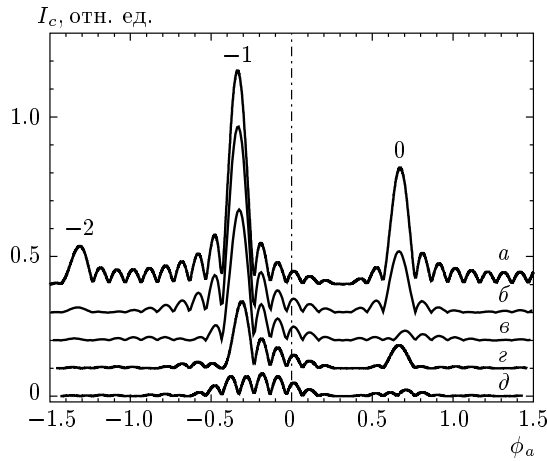


Рис. 4. Зависимость критического тока I_c контакта от потока внешнего магнитного поля H через элементарную ячейку, $\phi_a = \Phi_a(H)/\Phi_0$, для нескольких значений угла α между направлением внешнего магнитного поля \mathbf{H} и намагниченностью частиц \mathbf{M} ($W = 10a$, $2d = 2a/3$, $\alpha_0 = 8.6^\circ$, $\alpha_{-1} = 17.5^\circ$, $\alpha_{-2} = 4.3^\circ$): $a - \alpha = 0^\circ$; $b - \alpha = 5^\circ$; $c - \alpha = 9^\circ$; $d - \alpha = 13^\circ$; $d - \alpha = 17^\circ$. Для наглядности кривые $I_c(H)$, соответствующие разным углам α , смещены относительно друг друга по вертикали. Цифрами показан номер n соответствующего пика соизмеримости

случая, когда $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}$ ($\alpha = 0$), и нескольких значений отношения $2d/a$ размера пары вихрь–антивихрь к периоду решетки частиц. При изменении магнитного потока ϕ_a критический ток I_c контакта осциллирует с периодом $\Delta\phi_a$, определяемым поперечным размером контакта W :

$$\Delta\phi_a = HW/H_a = a/W.$$

Наряду с этим на дифракционной картине присутствуют доминирующие (главные) дифракционные максимумы (пики) I_{cn} , $n = 0, \pm 1, \dots$, ширина которых приблизительно равна $2\Delta\phi_a$. Относительное расположение соседних главных максимумов I_{cn} соответствует изменению магнитного потока Φ_a на квант потока $\pm\Phi_0$. Легко видеть, что положение главных максимумов на зависимости $I_c(\phi_a)$ с хорошей точностью удовлетворяет условию

$$\phi_a \equiv \phi_n, \quad \phi_n = n + \phi_d,$$

полученному ранее (18) и соответствующему соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним

магнитным полем. Отметим, что высота пиков соизмеримости I_{cn} , найденная из дифракционной картины, хорошо согласуется с результатами качественного анализа, выполненного в п. 3.2 (см. рис. 2а).

На рис. 4 приведены результаты расчетов дифракционной картины $I_c(\phi_a)$ для нескольких значений угла α между направлением внешнего магнитного поля \mathbf{H} и намагниченностью частиц \mathbf{M} . Нетрудно видеть, что вид дифракционной картины $I_c(H)$ заметно зависит от величины угла α : с увеличением α уменьшается высота пиков соизмеримости I_{cn} (кривые a – c), а при достаточно больших углах α резонансная структура пиков практически исчезает (кривая d). Чтобы объяснить подобную зависимость, заметим, что для джозефсоновского контакта с сечением $W \times W$ резонансные пики формируют на плоскости (H_x, H_y) квадратную решетку дифракционных максимумов с периодом H_a и шириной пика $\Delta H_x \sim \Delta H_y \sim 2H_W$, положение которых определяется резонансными условиями (17). Дифракционный максимум, задаваемый в (17) парой целых чисел (n_x, n_y) , присутствует на кривой $I_c(H)$, если магнитное поле \mathbf{H} направлено под углом

$$\alpha \approx \arctg \frac{n_x}{n_y + \phi_d}.$$

Для рассматриваемого здесь случая сравнительно малых углов $\alpha \ll \pi/2$, когда внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено преимущественно вдоль \mathbf{M} , дифракционные максимумы с $n_x \neq 0$ можно не учитывать. Принимая во внимание, что n -пик соизмеримости, I_{cn} , соответствующий значениям $n_x = 0$, $n_y = n$ в условиях (17), смещен на $H_a\phi_n$ вдоль оси H_x относительно центра $(H_x = H_y = 0)$ плоскости (H_x, H_y) и имеет ширину около $2H_W$, легко оценить максимальный угол α_n , при котором данный резонанс еще «наблюдаем» на дифракционной кривой $I_c(H)$:

$$\alpha < \alpha_n, \quad \sin \alpha_n \approx \frac{HW}{H_a|\phi_n|} = \frac{\Delta\phi_a}{|\phi_n|}.$$

Здесь для простоты считается, что размер пары $2d$ не слишком мал, так что $|\phi_n| > \Delta\phi_a$ для всех допустимых n . При $\alpha \gtrsim \alpha_n$ соответствующий резонансный пик I_{cn} на кривой $I_c(H)$ пропадает. Таким образом, даже небольшие отклонения направления внешнего магнитного поля \mathbf{H} от направления намагниченности \mathbf{M} частиц приводят к заметному изменению относительной высоты соседних пиков соизмеримости I_{cn} и даже к их исчезновению, что может качественно исказить вид дифракционной кривой $I_c(H)$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически изучены стационарные свойства гибридной системы, состоящей из короткого планарного джозефсоновского перехода, помещенного в неоднородное поле массива магнитных частиц. Предложена модель, объясняющая сильное влияние частиц на критический ток контакта образованием в сверхпроводящем электроде регулярной решетки пар вихрей Абрикосова противоположного направления, индуцированных магнитным полем частиц. Создаваемый парой вихрь–антивихрь магнитный поток, локализованный в области перехода, вызывает модуляцию разности фаз в переходе на масштабах, существенно меньших джозефсоновской длины и определяемых периодом магнитной структуры. Найдены соответствующие распределения джозефсоновской разности фаз и выполнены расчеты зависимости критического тока I_c такой гибридной системы от внешнего магнитного поля H , приложенного в плоскости контакта. Полученные результаты свидетельствуют о том, что кривая $I_c(H)$ сильно отличается от обычной фраунгоферовой зависимости: на дифракционной кривой присутствуют дополнительные резонансные пики, положение и высота которых зависят от параметров решетки вихрей, т. е., по сути, от геометрических размеров и магнитного состояния частиц в массиве. Показано, что указанные особенности зависимости $I_c(H)$ наблюдаются при соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем. Получены простые соотношения, определяющие положение пиков соизмеримости, которые хорошо согласуются с результатами экспериментального исследования подобной гибридной FS-системы, выполненными в работах [23, 26, 27].

Автор признателен А. С. Мельникову, А. А. Фраерману и И. А. Шерешевскому за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 05-02-19810-МФ, 06-02-16448) и программы РАН «Квантовая макрофизика».

ЛИТЕРАТУРА

1. D. W. McLaughlin and A. C. Scott, Phys. Rev. A **18**, 1652 (1978).
2. А. Бароне, Дж. Патерно, *Эффект Джозефсона: физика и применение*, Мир, Москва (1984), с. 88.
3. А. А. Голубов, И. Л. Серпученко, А. В. Устинов, ЖЭТФ **94**, 297 (1988).
4. В. А. Маломед, А. В. Устинов, ФНТ **15**, 1128 (1989).
5. M. A. Itzler and M. Tinkham, Phys. Rev. B **51**, 435 (1995).
6. R. G. Mints and V. G. Kogan, Phys. Rev. B **55**, R8682 (1997).
7. H. Hilgenkamp, J. Mannhart, and B. Mayer, Phys. Rev. B **53**, 14586 (1996).
8. H. Hilgenkamp and J. Mannhart, Rev. Mod. Phys. **74**, 485 (2002).
9. H. J. H. Smilde, Ariando, D. H. A. Blank et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 057004 (2002).
10. L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin, Sol. St. Comm. **25**, 1053 (1978).
11. E. Goldibin, D. Koelle, and R. Kleiner, Phys. Rev. B **66**, 100508(R) (2002).
12. R. G. Mints, I. Papiashvili, J. R. Kirtley et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 067004 (2002).
13. H. Hilgenkamp, Ariando, H. J. H. Smilde et al., Nature **422**, 50 (2003).
14. C. C. Tsuei and J. R. Kirtley, Physica C **367**, 1 (2002).
15. B. D. Josephson, Adv. Phys. **14**, 419 (1965).
16. N. Uchida, K. Enpuku, Y. Matsugaki et al., J. Appl. Phys. **54**, 5287 (1983).
17. А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **92**, 1512 (1987); А. А. Golubov and M. Yu. Kupriyanov, J. Low Temp. Phys. **70**, 83 (1988).
18. М. В. Фистуль, Письма в ЖЭТФ **49**, 95 (1989); **52**, 192 (1990); M. V. Fistul and G. F. Giuliani, Phys. Rev. B **58**, 9348 (1998).
19. S. L. Miller, K. R. Biaga, J. R. Clem, and D. K. Finnemore, Phys. Rev. B **31**, 2684 (1985); O. B. Hyun, J. R. Clem, and D. K. Finnemore, Phys. Rev. B **40**, 175 (1989).
20. A. V. Ustinov, Appl. Phys. Lett. **80**, 3153 (2002).
21. E. Goldibin, A. Sterck, T. Gaber et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 057005 (2004).
22. A. Y. Aladyshkin, A. A. Fraerman, S. A. Gusev et al., J. Magn. Magn. Mat. **258–259**, 406 (2003).
23. С. Н. Вдовичев, Б. А. Грибков, С. А. Гусев и др., Письма в ЖЭТФ **80**, 758 (2004).

24. А. В. Самохвалов, Письма в ЖЭТФ **78**, 822 (2003).
25. I. F. Lyuksyutov and V. L. Pokrovsky, Adv. Phys. **54**, 67 (2005).
26. S. N. Vdovichev, B. A. Gribkov, S. A. Gusev et al., J. Magn. Magn. Mat. **300**, 202 (2006).
27. A. A. Fraerman, S. A. Gusev, Yu. N. Nozdrin et al., Phys. Rev. B **73**, 100503(R) (2006).
28. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985), с. 159.
29. I. F. Lyuksyutov and V. Pokrovsky, Phys. Rev. Lett. **81**, 2344 (1998).
30. M. J. Van Bael, J. Bekaert, K. Temst et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 155 (2001).
31. M. V. Milosevic and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **69**, 104522 (2004).
32. A. Barone, F. Esposito, K. K. Likharev et al., J. Appl. Phys. **53**, 5802 (1982).
33. L. N. Bulaevskii, M. Ledvij, and V. G. Kogan, Phys. Rev. B **46**, 366 (1992).
34. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. 1 Механика*, Наука, Москва (1988), с. 123.
35. Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев, *Введение в нелинейную физику*, Наука, Москва (1988), с. 49.
36. R. G. Mints, Phys. Rev. B **57**, R3221 (1998).
37. A. I. Buzdin and A. E. Koshelev, Phys. Rev. B **67**, 220504(R) (2003).
38. L. Balents and S. H. Simon, Phys. Rev. B **51**, 6515 (1995).
39. M. A. Itzler and M. Tinkham, Phys. Rev. B **51**, 9411 (1995).
40. А. Д. Полянин, *Справочник по линейным уравнениям математической физики*, Физматлит, Москва (2001), с. 414.