

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ С ВИХРЕМ В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕИДЕАЛЬНОЙ СРЕДЕ

А. В. Конюхов^а, А. П. Лихачев^а, В. Е. Фортвов^а, А. М. Опарин^{б*}, С. И. Анисимов^с

^а Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ Российской академии наук
127412, Москва, Россия

^б Институт автоматизации проектирования Российской академии наук
123056, Москва, Россия

^с Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черногловка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 17 октября 2006 г.

Рассматриваются результаты численного решения плоской двумерной задачи о взаимодействии поперечного вихря с полной комбинированной волной сжатия, которая может возникать в термодинамически неидеальной среде. Показано, что при наличии в ее составе нейтрально устойчивой ударной волны взаимодействие последней с вихрем приводит к образованию медленно затухающих акустических возмущений, являющихся отстающими по Ландау, т. е. источником звука является ударная волна. В условиях изначально турбулизованной среды это явление может приводить к увеличению уровня акустических шумов после прохождения ударной волны.

PACS: 47.20.Hw, 47.40.Nm

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о взаимодействии ударной волны (УВ) с вихрем давно вызывает интерес специалистов в области аэродинамики и аэроакустики (см., например, обзор [1]). С одной стороны, это явление, приводя к искривлению фронта УВ, возникновению в поле течения за ударной волной локальных зон сжатия и разрежения и, соответственно, генерации акустического шума, играет важную роль в приложениях. С другой стороны, эта задача часто рассматривается как упрощенная модель более общей проблемы взаимодействия ударной волны с когерентными структурами в турбулентном потоке [2]. В качестве среды, в которой происходит взаимодействие УВ с вихрем, обычно рассматривается нормальный газ, в котором УВ является абсолютно устойчивой, а возмущения ее фронта быстро (на линейной стадии — экспоненциально) затухают со временем. При распространении УВ в термодинамически неидеальной среде задача становится сложнее, поскольку в ней УВ мо-

жет терять абсолютную устойчивость. Особенно интересным случаем является взаимодействие вихря с нейтрально устойчивой УВ.

Основные результаты линейного анализа устойчивости УВ принадлежат Дьякову [3] и Конторовичу [4]. УВ характеризуют следующие безразмерные параметры: число Маха M течения после УВ в системе координат, связанной с разрывом, степень сжатия вещества в УВ $\theta_1 = V_1/V_2$ и параметр устойчивости

$$L = j^2 \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_H,$$

где

$$j^2 = \frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}$$

— поток вещества через фронт УВ, $V = 1/\rho$ — удельный объем, p — давление, частная производная берется вдоль ударной адиабаты, индексы «1» и «2» относятся к параметрам до и после УВ. В зависимости от параметра устойчивости L возможны следующие случаи:

- 1) малые гофрировочные возмущения фронта

*E-mail: a.oparin@icad.org.ru

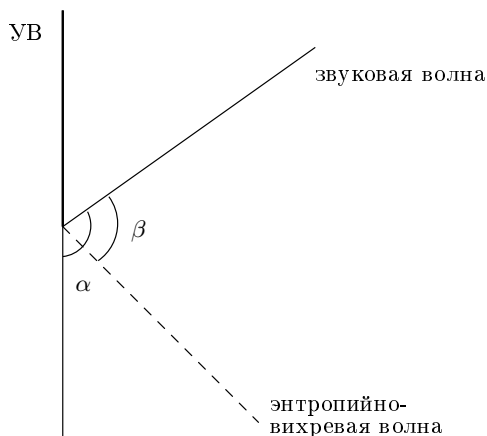


Рис. 1.

УВ экспоненциально затухают — абсолютная устойчивость;

2) малые гофрировочные возмущения фронта УВ экспоненциально растут — неустойчивость;

3) фронт УВ генерирует незатухающие плоские акустические и энтропийно-вихревые волны в потоке за УВ (см. рис. 1), на поверхности УВ возникает исчезающая «рябь» — нейтральная устойчивость (или, по терминологии линейной теории, область «спонтанного излучения звука»).

Соотношения, классифицирующие поведение УВ с точки зрения линейной теории устойчивости, приведены в таблице. В таблице помимо ранее введенной степени сжатия θ использованы следующие обозначения: α — угол между звуковой волной и фронтом невозмущенной УВ, β — угол между звуковой и энтропийно-вихревой волной (см. рис. 1). Угол α определяется из уравнения, являющегося следствием условия совместности линеаризованных соотношений на УВ при слабом периодическом возмущении ее фронта [5]:

$$M^2 \left(\frac{4}{1+L} + \theta - 1 \right) \cos^2 \alpha + 2M \left(\frac{3+M^2}{1+L} - 1 \right) \cos \alpha + 2 \frac{1+M^2}{1+L} - 1 - \theta M^2 = 0.$$

Условие нейтральной устойчивости УВ

$$L_0 < L < 1 + 2M$$

получается подстановкой в это уравнение неравенства $\cos \alpha > -M$, означающего, что звуковая волна является уходящей.

В нашей предыдущей работе [7] численно исследовалось поведение неустойчивой УВ при выполнении неравенства $L < -1$. В расчетах использовалось предложенное в [8] модельное уравнение состояния, характерное для процессов ударного сжатия, сопровождающихся фазовыми переходами, развитой ионизацией или химическими реакциями с поглощением энергии. Это уравнение состояния термодинамически корректно и обладает тем достоинством, что построенные на его основе ударные адиабаты содержат участки со всеми известными типами неустойчивости. Расчеты показали, что неустойчивая УВ распадается с образованием комбинированной волны сжатия, причем участок ударной адиабаты, на котором происходит распад исходной УВ, значительно перекрывает участок неустойчивости со стороны больших давлений. Термин «комбинированная волна сжатия» (КВС) был введен в работе [9], где отмечалось, что в средах с переменным знаком $(\partial^2 p / \partial V^2)_S$ (производная берется при постоянной энтропии) могут возникать простые неопрокидывающиеся волны сжатия, одна или обе границы которых являются сильными разрывами (соответственно, неполная и полная КВС).

В одном из полученных в работе [7] решений распадная конфигурация (полная КВС) содержала УВ, выделенные с точки зрения критериев линейной теории устойчивости. На первой (со стороны набегающего потока) УВ выполняется условие $L = L_0 = -1$, а на второй — условие нейтральной устойчивости $L > L_0$. Моделирование прохождения вихря через такого рода КВС предоставляет интересную возможность в одном вычислительном эксперименте рассмотреть взаимодействие вихря как с абсолютно устойчивой, так и с нейтрально устойчивой ударной волной. Полученное решение анализируется с точки зрения соответствия структуры вторичных волн теоретической (см. таблицу).

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве уравнения состояния принято модельное уравнение состояния [8]

$$e(p, \rho) = (1 - \exp(-p^2)) (4 - \exp(-(4 - 1/\rho)^2)),$$

где e — удельная внутренняя энергия, p — давление, ρ — плотность.

Рассмотрим комбинированную волну сжатия с начальными параметрами $p_1 = 0.1$, $\rho_1 = 0.1821$ и давлением в конечном состоянии $p_2 = 0.82$. Данная волна включает в себя УВ-предвестник ($L = L_0 = -1$), изоэнтропическую волну сжатия

Режим УВ с точки зрения линейных критериев устойчивости		Условие на параметры УВ $L_0 = \frac{1 - M^2(1 + \theta)}{1 - M^2(1 - \theta)}$ $L_1 = \frac{1 + (2 - \theta)M^2}{1 + \theta M^2}$	Структура вторичных волн (см. рис. 1)		Ссылка
Абсолютная устойчивость		$-1 < L < L_0$	$-1 < \cos \alpha < -M$	$\beta > \pi/2$	[3]
Нейтральная устойчивость ¹⁾	дозвуковая рябь	$L_0 < L < L_1$	$-M < \cos \alpha < 0$	$\beta < \pi/2$	[4]
	сверхзвук. рябь	$L_1 < L < 1 + 2M$	$0 < \cos \alpha < 1$		[3, 4]
Неустойчивость		$L < -1$	$\cos \alpha < -1$	—	[3]
		$L > 1 + 2M$	$\cos \alpha > 1$	—	

Примечание. ¹⁾ В области нейтральной устойчивости можно выделить диапазон параметров, в котором характеристическая скорость распространения слабых возмущений вдоль поверхности ударной волны превышает скорость звука по обе стороны от разрыва. В работе Дьякова [3] этот диапазон был ошибочно отождествлен со всей областью спонтанного излучения звука. Конторович [4] указал правильные границы диапазона нейтральной устойчивости.

малой амплитуды (градиентами в этой волне можно пренебречь), и замыкающую УВ, параметры которой соответствуют условию нейтральной устойчивости в линейном приближении $L > L_0$. Подобная многоволновая структура наблюдалась в ряде экспериментов по ударному сжатию сильнонеидеальных сред [10].

Рассматривается взаимодействие данной комбинированной волны сжатия с возмущением в виде поперечного вихря. Возмущения компонент скорости (u', v') , плотности ρ' и давления p' имеют вид

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = v_m \exp\left(\frac{1}{2}(1 - r^2)\right) \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix},$$

$$\rho'(r) = \rho_0 \left(\exp\left(-\frac{1}{2}M^2 \exp(1 - r^2)\right) - 1 \right),$$

$$p'(r) = c_0^2 \rho'.$$

Здесь $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ — расстояние от центра вихря, $M = v_m/c_0$ — число Маха, рассчитанное с использованием максимальной линейной скорости вращения в вихре v_m и скорости звука c_0 , в расчетном случае $v_m = 0.5$, $M \approx 1/4$. В качестве масштаба длины принят характерный размер вихря — расстояние от центра вихря, на котором достигается максимальная линейная скорость вращения. Задача решается в области прямоугольной формы. В принятых единицах ширина расчетной области равна 20, расстояние от центра вихря до первой ударной волны

в структуре комбинированной волны сжатия в начальный момент времени составляет 7.5, расстояние между ударными волнами равно 5. Представленные результаты получены на расчетной сетке 900×600 . На входной границе фиксируются параметры набегающего потока. На верхней и нижней границах расчетной области реализованы условия периодичности (таким образом, в действительности, моделируется бесконечная цепочка вихрей), на выходной границе применялись неотражающие граничные условия. Картина распределения давления в начальный момент времени показана на рис. 2а. Минимум давления соответствует положению вихря, скачки давления показывают начальное положение первой и второй ударных волн в структуре комбинированной волны сжатия. В процессе эволюции течения вихрь последовательно проходит через фронты УВ, реакция которых на данное возмущение является предметом рассмотрения.

3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В качестве дискретного аналога слабого решения уравнений Эйлера используется численное решение законов сохранения массы, импульса и энергии на основе метода конечного объема. Аппроксимация потоков на гранях ячеек выполнена с использованием ENO схемы Янга [11]. Метод Роу, обобщенный

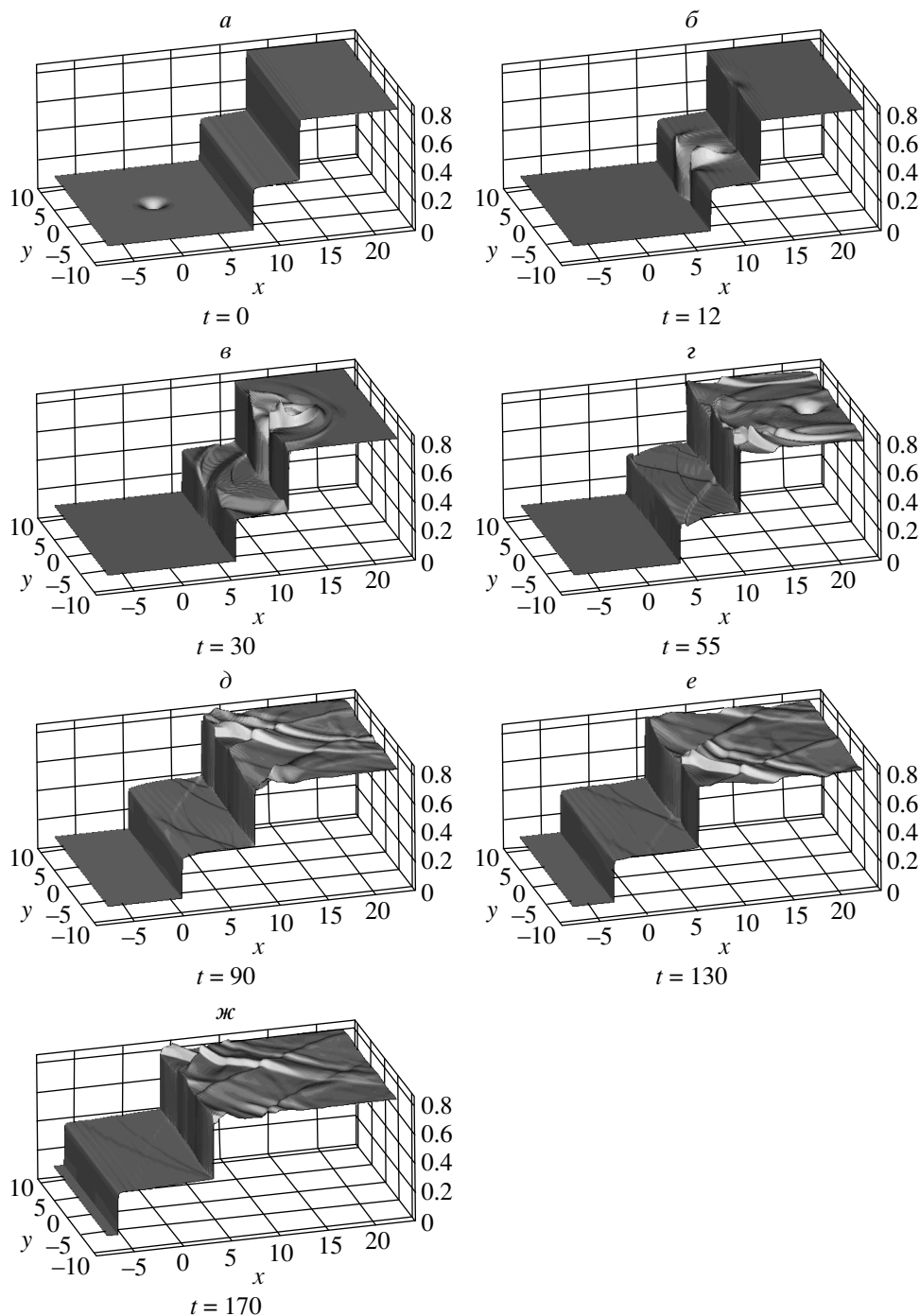


Рис. 2.

на произвольное уравнение состояния, обеспечивает точное выполнение условий на стационарном разрыве [12, 13]. Для уменьшения дисперсионной ошибки и отбора термодинамически допустимых разрывов используется энтропийная коррекция Хартена [14]. Интегрирование по времени осуществляется с ис-

пользованием метода Рунге–Кутты третьего порядка аппроксимации [15]. Используемый подход является альтернативой методу явного выделения поверхности разрыва [16]. Более подробно особенности используемого численного метода рассмотрены в работе [7].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Вихревое возмущение поочередно пересекает ударные волны в составе комбинированной волны сжатия (рис. 2б, в). Результатом взаимодействия является развитие акустических и энтропийно-вихревых возмущений в пространстве после УВ. Картина распределения давления в поле течения в различные моменты времени дает возможность проследить эволюцию возмущений. Как следует из распределений давления, кратковременная реакция первой ($L > -1$) и второй ($L > L_0$) ударных волн сопоставима как по амплитуде отклонений фронтов УВ от невозмущенного состояния, так и по максимальной амплитуде возникающих в результате взаимодействия акустических возмущений.

С другой стороны, долговременные последствия взаимодействия таковы, что в первом случае фронт УВ сравнительно быстро восстанавливает свою форму и акустические и энтропийно-вихревые возмущения за фронтом ударной волны затухают. В случае нейтрально устойчивой УВ, напротив, наблюдаются медленно затухающие вторичные волны. Акустическая составляющая этих возмущений с помощью распределения давления представлена на рис. 2г–ж.

Присутствующие в решении медленно затухающие квазистационарные вторичные волны за фронтом второй УВ характеризуются тем, что углы, образуемые волновыми векторами акустических и энтропийно-вихревых компонент вторичных волн меньше $\pi/2$. Это, в свою очередь, означает, что данные акустические возмущения являются отстающими по Ландау, т. е. поток акустической энергии направлен от УВ (в соответствии с линейной теорией устойчивости УВ).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное решение задачи о взаимодействии с вихрем при различных безразмерных параметрах УВ, $L = -1$ (звуковая волна), $L > L_0$ (область спонтанного излучения звука), показывает, что в последнем случае прохождение УВ через вихрь приводит к образованию медленно затухающих вторичных волн. В условиях изначально турбулизованной среды это явление может приводить к резкому увеличению уровня акустических шумов после прохождения УВ. Наблюдаемая в расчете структура

вторичных волн соответствует теоретической. Величины углов, образуемых волновыми векторами акустических и энтропийно-вихревых возмущений, показывают, что слабые вторичные волны являются отстающими, т. е. поток энергии акустических волн направлен от ударной волны.

Работа выполнена в рамках Программ фундаментальных исследований Президиума РАН № 9 и № 14 и при их финансовой поддержке.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Ellzey and M. R. Henneke, *Fluid Dyn. Res.* **27**, 53 (2000).
2. Tarou Shimizu, Yodai Watanabe, and Tsutomu Kambe, *Fluid Dyn. Res.* **27**, 65 (2000).
3. С. П. Дьяков, *ЖЭТФ* **27**, 288 (1954).
4. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* **33**, 1525 (1957).
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
6. Н. М. Кузнецов, *УФН* **159**, 493 (1989).
7. А. В. Конюхов, А. П. Лихачев, А. М. Опарин, С. И. Анисимов, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **125**, 927 (2004).
8. А. Л. Ни, С. Г. Сугак, В. Е. Фортов, *Теплофиз. выс. темп.* **24**, 564 (1986).
9. Г. Я. Галин, *Докл. АН СССР* **120**, № 4, 730 (1958).
10. Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer, *Physics of Shock waves and High-Temperature Phenomena*, Acad. Press, New York and London (1966), Vol. 1.
11. J. Y. Yang and C. A. Hsu, *AIAA J.* **30**, 1570 (1992).
12. P. L. Roe, *J. Comput. Phys.* **43**, 357 (1981).
13. P. Glaister, *J. Comput. Phys.* **74**, 382 (1988).
14. A. Harten, *J. Comput. Phys.* **49**, 357 (1983).
15. C.-W. Shu and S. Osher, *J. Comput. Phys.* **77**, 439 (1988).
16. J. Glimm, C. Klingenberg, O. McBryan, B. Plohr, D. Sharp, and S. Yaniv, *Adv. Appl. Math.* **6**, 259 (1985).