

ЖЕСТКИЙ РЕЖИМ СТИМУЛИРОВАННОГО РАССЕЙЯНИЯ В СИСТЕМЕ КВАЗИДВУМЕРНЫХ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ

С. С. Гаврилов^{a,b*}, Н. А. Гиппиус^b, В. Д. Кулаковский^a, С. Г. Тиходеев^b

^a *Институт физики твердого тела Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

^b *Институт общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 ноября 2006 г.

Теоретически рассматривается динамика стимулированного рассеяния квазидвумерных экситонных поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе. Исследована система, обладающая бистабильным откликом на когерентное возбуждение. Являясь системой слабо взаимодействующих бозе-частиц в сильно неравновесных условиях, она демонстрирует сложную динамику развития конденсатных мод. Показано, что при плавном возрастании интенсивности накачки в системе может пороговым образом возникнуть многомодовая неустойчивость. В этом случае быстрое заполнение множества неустойчивых мод приводит к стохастизации рассеяния, и эволюция к квазистационарному макросостоянию осуществляется как процесс самоорганизации в открытой неравновесной системе. Возникающие флуктуации приводят к появлению пространственной неоднородности распределения рассеянных состояний.

PACS: 71.36.+c, 71.35.Lk, 42.65.Sf, 52.35.Mw

1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы перераспределения возбуждения в системе поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе в последнее время привлекают постоянный интерес, в частности, в связи с проблемами создания поляритонного лазера и бозе-конденсации в системе экситонов (см., например, [1]). Совсем недавно было объявлено о наблюдении бозе-конденсации в такой системе [2, 3]. В настоящей работе мы теоретически исследуем поведение сильно неравновесной системы бозонов с макрозаполненными когерентными модами, возникающими под действием когерентной накачки. Таким образом, вопрос об исходном возникновении когерентности нами не рассматривается. Как будет показано ниже, процессы перерассеяния макрозаполненных мод в такой системе оказываются чрезвычайно интересными и сопровождаются весьма яркими пороговыми эффектами.

Характерной особенностью поведения системы

квазидвумерных экситонов в полупроводниковом микрорезонаторе при непрерывной когерентной накачке является возможность пороговой трансформации распределения рассеянной энергии. Именно, было экспериментально обнаружено, что в случае высоких плотностей стационарного когерентного резонансного возбуждения с волновым числом в области точки перегиба нижней поляритонной ветви (НПВ) возникающий пороговым образом сигнал люминесценции имеет резкий максимум в направлении нормали к плоскости резонатора и смещен от НПВ в сторону больших частот [4–9].

Пороговый характер рассеяния и «синий сдвиг» максимумов фотолюминесценции нашли объяснение в рамках модели перенормированного параметрического осциллятора [10–13]. Согласно этой модели, воздействие когерентной накачки приводит к перенормировке спектра поляритонов и появлению параметрической неустойчивости возбуждаемой моды по отношению к распаду на определенные рассеянные состояния («сигнал» и «холостой сигнал»). Модель параметрического осциллятора предска-

*E-mail: gavr_ss@issp.ac.ru

вала, что угловое распределение рассеянного излучения должно образовывать характерную восьмерку с петлями сигнала и холостого сигнала вокруг накачки, впоследствии экспериментально обнаруженную в режиме импульсного возбуждения [14]. Предсказывалось также, что петля сигнала, при накачке вблизи точки перегиба НПВ проходящая через направление нормали к микрорезонатору, должна смещаться в сторону отрицательных углов от точки перегиба при увеличении частотной или угловой расстройки накачки. Однако оказалось, что последнего не происходит: сигнал при большой интенсивности накачки всегда оказывается направленным по нормали к плоскости микрорезонатора [15], см. также более поздние работы [16–21]. Таким образом, оказалось, что при смещении частоты или волнового вектора накачки от резонанса с НПВ вблизи точки перегиба поведение системы не соответствует ни простой модели четырехволнового смещения состояний в пределах поляритонной ветви, ни модели параметрического осциллятора.

С другой стороны, модель параметрического осциллятора, учитывающая самодействие гармоник поля на квантовой яме, предсказывает также появление неустойчивости возбуждаемой моды самой по себе, что приводит к бистабильности отклика на накачку и возможности резкого перехода между областями устойчивости по достижении критического значения плотности возбуждения [16, 18–23]. Это является особенно важным в связи с тем, что амплитуда возбуждаемой гармоники является управляющим параметром процесса параметрического рассеяния. Подчеркнем, что мы говорим здесь о бистабильности «керровского» типа (см. [24] и [25]), возникающей в случае положительного сдвига частоты возбуждения от резонанса.

Модель параметрического осциллятора описывает появление стимулированного рассеяния в случае плавного прохождения порога (по мере роста плотности возбуждения), т. е. тогда, когда плавное заполнение неустойчивых мод определяет переход системы в новое макроскопическое состояние. Однако для систем с бистабильным откликом возможна качественно иная ситуация [16, 18–21]. В этом случае быстрое возрастание амплитуды возбуждаемой гармоники (происходящее при плавном «включении» накачки) переводит систему в область сильной неустойчивости относительно параметрического рассеяния. Это приводит к взрывообразному заселению состояний в большой области фазового пространства и последующему резкому уменьшению амплитуды возбуждаемой моды (вследствие перерас-

пределения энергии между состояниями). В работе [21] была отмечена аналогия описанных сценариев с фазовыми переходами, соответственно, второго и первого рода, происходящими в неравновесной системе под действием внешнего возбуждения. Существенно, что в первом случае «мягкого» возбуждения модель параметрического осциллятора [22] сохраняет силу для описания перехода в стационарное состояние с конечным числом макрозаполненных мод («параметров порядка»). С другой стороны, второй случай (так называемый «жесткий режим рассеяния» [20, 21]) характеризуется наличием пороговой катастрофы, приводящей к сильной стохастизации многомодовой системы. Для описания перехода в квазистационарное состояние, которое устанавливается по истечении достаточно долгого времени (по сравнению со временем жизни поляритона), нужно рассмотреть процессы рассеяния в системе большого числа \mathbf{k} -состояний, что, по всей видимости, достижимо лишь средствами численного моделирования. В работах [18, 19] была представлена квазидномерная модель такого типа; настоящая публикация посвящена изучению квазидвумерной системы.

Мы учитываем поляритонное рассеяние, обусловленное контактным экситон-экситонным взаимодействием вида (ниже $b_{\mathbf{k}}$ и $a_{\mathbf{k}}$ — операторы уничтожения, соответственно, экситона и фотона с двумерным импульсом \mathbf{k})

$$H_{XX} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{q}'} F_{\mathbf{k}}^{XX} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'}. \quad (1)$$

Как было показано в работе [19], учет насыщения экситонных переходов, т. е. учет вклада

$$H_{sat} = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{q}'} \left(F_{\mathbf{k}}^{sat} a_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'} + \text{h.c.} \right),$$

не приводит к качественным изменениям в описании исследуемых нами явлений. Предполагая факторизацию среднего значения произведения полевых операторов, а сами операторы полагая \mathcal{C} -числами, мы используем квазиклассическое приближение среднего поля. В таком случае взаимодействие (1) приводит к кубичной нелинейности в уравнениях Гейзенберга, которая и определяет появление изучаемой нами неустойчивости. В собственном квазиклассическом смысле получаемые уравнения можно рассмотреть как уравнение Максвелла для электрического поля на квантовой яме и нелинейное уравнение Шредингера для экситонного тока. Последнее также эквивалентно уравнению Гросса–Питаевского и, вооб-

ще говоря, модели Гинзбурга–Ландау для сверхпроводимости. Уравнения такого типа для когерентной моды также были получены в работе [26].

Отметим, что в ряде работ последних лет [27, 28] представлены расчеты, учитывающие парные корреляции поляритонных состояний. Такой подход позволяет более последовательно описать появление макроскопической когерентности и структуры дальнего порядка, однако соответствующие расчеты выполнены лишь для случая относительно простой динамики с малым числом макрозаполненных мод. В свою очередь, мы пытаемся учесть более сложные коллективные эффекты рассеяния в пределах приближения среднего поля. За рамками нашей модели остаются также экситон-фононное [29] и экситон-электронное [30] взаимодействия. Наша цель состоит в том, чтобы получить содержательные предсказания упрощенной модели с взаимодействием (1) в сложном случае хаотической динамики квазиинтерпрывной двумерной системы.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МОДЕЛЬ ПЕРЕНОРМИРОВАННОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Исходным пунктом нашего исследования являются квазиклассические уравнения [18] для $\mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}, t)$, электрического поля на квантовой яме, и $\mathcal{P}(\mathbf{k}, t)$, экситонной поляризации (усредненной по ширине квантовой ямы):

$$\left[i \frac{d}{dt} - E_C(\mathbf{k}) \right] \mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}, t) = \alpha(\mathbf{k}) \mathcal{E}_{ext}(\mathbf{k}, t) + \beta(\mathbf{k}) \mathcal{P}(\mathbf{k}, t), \quad (2)$$

$$\left[i \frac{d}{dt} - E_X \right] \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = A(\mathbf{k}) \mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}, t) + F \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \mathcal{P}(\mathbf{q}', t) \mathcal{P}^*(\mathbf{q} + \mathbf{q}' - \mathbf{k}, t) \mathcal{P}(\mathbf{q}, t) + \xi(\mathbf{k}, t). \quad (3)$$

Здесь $\mathcal{E}_{ext}(\mathbf{k}, t) = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p} \mathcal{E}(t) \exp(-iE_p t)$

— электрическое поле падающей электромагнитной волны накачки вдали от резонатора, которое описывается как макрозаполненная фотонная мода с фиксированной частотой E_p , волновым вектором \mathbf{k}_p и переменной во времени амплитудой $\mathcal{E}(t)$; $E_C(\mathbf{k})$ и E_X — соответственно, резонансная частота пустого резонатора и частота экситона в свободной квантовой яме; $A(\mathbf{k})$ — экситонная поляризуе-

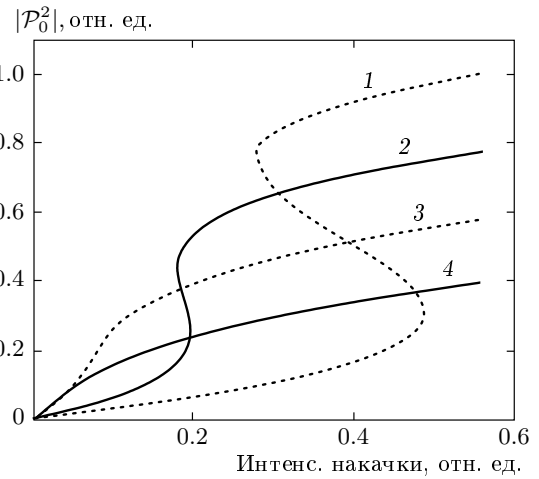


Рис. 1. Функции стационарного отклика раскачиваемой гармоники поля на квантовой яме. Решение уравнения (10): зависимости $|\mathcal{P}_0^2|$ от $|\mathcal{E}_{ext}^2|$ для некоторых значений расстройки частоты накачки $\Delta = E_p - E_{LP}^{(0)}(\mathbf{k}_p) = 0.6$ (1), 0.4 (2), 0.2 (3) и 0 (4) мэВ

мость, F — константа экситон-экситонного взаимодействия, $\xi(\mathbf{k}, t)$ — случайная ланжевенковская сила:

$$\langle \xi(\mathbf{k}, t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(\mathbf{k}, t) \xi(\mathbf{k}', t') \rangle \propto \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta_{t, t'}$$

Резонансная частота $E_C(\mathbf{k})$ и константы отклика резонатора $\alpha(\mathbf{k})$ и $\beta(\mathbf{k})$ были рассчитаны методом матрицы переноса. Энергия измеряется в мэВ (значения энергии являются комплексными), а экситонная поляризация и электрическое поле — в таких единицах, что $F = 1$.

Уравнение (2) является уравнением Максвелла, учитывающим экситонную поляризацию и написанным в резонансном скалярном приближении (т.е. пренебрегая смешением σ^\pm -поляризаций). Уравнение (3) представляет собой неоднородное нелинейное уравнение Шредингера для экситонной поляризации, учитывающее когерентное внешнее возбуждение и стохастический ланжевенковский шум, который позволяет смоделировать квантовые флуктуации сигнала рассеяния.

В случае отсутствия экситон-экситонного взаимодействия и внешнего возбуждения уравнения (2), (3) определяют дисперсию свободных поляритонов

$$E_{LP,UP}^{(0)}(\mathbf{k}) = \frac{E_C(\mathbf{k}) + E_X}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{[E_C(\mathbf{k}) - E_X]^2 + 4A(\mathbf{k})\beta(\mathbf{k})}. \quad (4)$$

Здесь индекс «LP» («UP») и знак «минус» («плюс») перед корнем относятся к нижней (верхней) поляритонной ветви. Величина расщепления Раби составляет $2\sqrt{A\beta}$. Далее будут рассмотрены явления, связанные с перенормировкой «свободной» дисперсии (4) взаимодействием типа (1).

Переходя к описанию рассеяния, мы будем рассматривать систему (2), (3), слабо отклоненную от состояния с одной макрозаполненной модой \mathbf{k}_p в режиме стационарной накачки

$$|\mathcal{E}_{ext}(t)| = \text{const.}$$

Именно, рассмотрим решения вида

$$\mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}, t) = \tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}, t) + \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p} \mathcal{E}_0 e^{-iE_p t}, \quad (5)$$

$$\mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t) + \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p} \mathcal{P}_0 e^{-iE_p t}, \quad (6)$$

в случае

$$|\tilde{\mathcal{P}}/\mathcal{P}_0| \ll 1, \quad |\tilde{\mathcal{E}}/\mathcal{E}_0| \ll 1. \quad (7)$$

В нулевом порядке по $\tilde{\mathcal{P}}$ и $\tilde{\mathcal{E}}$ уравнения (2), (3) принимают вид

$$\Delta_C \mathcal{E}_0 = \alpha(\mathbf{k}_p) \mathcal{E}_{ext} + \beta(\mathbf{k}_p) \mathcal{P}_0, \quad (8)$$

$$\Delta_X \mathcal{P}_0 = A(\mathbf{k}_p) \mathcal{E}_0 + F|\mathcal{P}_0|^2 \mathcal{P}_0. \quad (9)$$

Здесь

$$\Delta_C = E_p - E_C(\mathbf{k}_p), \quad \Delta_X = E_p - E_X.$$

Из уравнений (8), (9) получаем следующее кубическое уравнение ([18], см. также более раннюю работу [26]) для амплитуды возбуждаемой моды \mathcal{P}_0 :

$$(\Delta_C \Delta_X - A\beta) \mathcal{P}_0 - \Delta_C F |\mathcal{P}_0|^2 \mathcal{P}_0 = A\alpha \mathcal{E}_{ext}. \quad (10)$$

Зависимость $|\mathcal{P}_0|^2$ от $|\mathcal{E}_{ext}|^2$, начиная с некоторых положительных значений расстройки

$$\Delta \equiv E_p - E_{LP}(\mathbf{k}_p),$$

является S -образной (см. рис. 1). Абсолютная неустойчивость решения (10) в области отрицательной производной $d|\mathcal{P}_0|^2/d|\mathcal{E}_{ext}|^2$ приводит к бистабильности отклика нелинейного осциллятора [18, 19, 22, 23].

Исследуем теперь устойчивость решения (5), (6) с макрозаполненной модой \mathbf{k}_p . Это можно сделать, линеаризуя систему (2), (3) по малым отклонениям амплитуд сигнала (с волновым вектором \mathbf{k}):

$$\tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}, t) = \tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}) \exp(-i\omega t),$$

$$\tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t) = \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}) \exp(-i\omega t)$$

и холостого сигнала (с волновым вектором $\bar{\mathbf{k}} = 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}$):

$$\tilde{\mathcal{E}}^*(\bar{\mathbf{k}}, t) \exp(-2iE_p t) = \tilde{\mathcal{E}}(\bar{\mathbf{k}}) \exp(-i\omega t),$$

$$\tilde{\mathcal{P}}^*(\bar{\mathbf{k}}, t) \exp(-2iE_p t) = \tilde{\mathcal{P}}(\bar{\mathbf{k}}) \exp(-i\omega t),$$

звездочка обозначает комплексное сопряжение. Получаем

$$\omega \begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}) \\ \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}) \\ \tilde{\mathcal{E}}(\bar{\mathbf{k}}) \\ \tilde{\mathcal{P}}(\bar{\mathbf{k}}) \end{pmatrix} = \hat{H}_{eff}(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) \begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}) \\ \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}) \\ \tilde{\mathcal{E}}(\bar{\mathbf{k}}) \\ \tilde{\mathcal{P}}(\bar{\mathbf{k}}) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где эффективный «гамильтониан» имеет вид

$$\hat{H}_{eff}(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) = \begin{pmatrix} E_C(\mathbf{k}) & \beta(\mathbf{k}) & 0 & 0 \\ A(\mathbf{k}) & E_X + 2F|\mathcal{P}_0|^2 & 0 & F\mathcal{P}_0^2 \\ 0 & 0 & 2E_p - E_C^*(\bar{\mathbf{k}}) & -\beta^*(\bar{\mathbf{k}}) \\ 0 & -(F\mathcal{P}_0^2)^* & -A^*(\bar{\mathbf{k}}) & 2E_p - E_X^* - 2F^*|\mathcal{P}_0|^2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Собственные частоты $\Omega(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0)$ задачи (11), (12) определяют (в линейном приближении) дисперсию поляритонов с учетом межчастичного взаимодействия; в этом смысле мы говорим о перенормировке «свободной» дисперсии (4)

$$E_{LP,UP}^{(0)}(\mathbf{k}) \mapsto E_{LP,UP}^{(ren)}(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0)$$

по мере изменения интенсивности внешнего поля — в том случае, когда приближение (8), (9) сохраняет силу. Точнее, для достаточно малых $|\mathcal{P}_0|$

$$\Omega_1 = E_{signal} \equiv E_{LP}^{(ren)}, \quad \Omega_2 = E_{idler}, \quad (13)$$

тогда как значения $\Omega_{3,4}$ таким же образом описывают сопряженные верхние ветви; при этом в силу сохранения энергии и момента

$$\text{Re} \{E_{\text{signal}}(\mathbf{k}) + E_{\text{idler}}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) - 2E_p\} = 0 \quad (14)$$

для рассеяния в пределах нижней поляритонной ветви.

Расчет собственных значений $\Omega(k)$ линейной задачи (11), (12) позволяет ответить на вопрос об устойчивости системы; именно, для произвольной гармоники можно определить инкремент нарастания

$$\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) = \max\{\text{Im} \Omega_l(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) | l = 1, 2, 3, 4\}. \quad (15)$$

Если $\Gamma(\mathbf{k}) < 0$ (для всех \mathbf{k}), то решение (5), (6) (реализация приближения макрозаполненной моды) является асимптотически устойчивым, поскольку

$$\tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t) \propto \exp[\Gamma(\mathbf{k})t] \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow 0.$$

В противном случае инкремент нарастания положителен, $\Gamma(\mathbf{k}) > 0$, и такое решение оказывается неустойчивым. Иными словами, возникает неустойчивость относительно рассеяния в состоянии с $\{\mathbf{k} | \Gamma(\mathbf{k}) > 0\}$. Важно, что для самой раскачиваемой моды условие устойчивости в смысле

$$\frac{d|\mathcal{P}_0|^2}{d|\mathcal{E}_{\text{ext}}|^2} > 0$$

совпадает с условием $\Gamma(\mathbf{k}_p; \mathcal{P}_0) > 0$.

Мы можем рассчитать пороговое значение экситонной поляризации

$$\mathcal{P}_0^{(\text{thr})} = \min_{\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) \geq 0} |\mathcal{P}_0|, \quad (16)$$

которое определяет границу области неустойчивости (для системы в целом). Подчеркнем, что в линейном приближении интенсивность поляритон-поляритонного взаимодействия определяется функцией стационарного отклика «внутреннего» поля $\mathcal{P}_0(\mathcal{E}_{\text{ext}})$. В зависимости от вида этой функции, а также временного профиля включения накачки $|\mathcal{E}_{\text{ext}}(t)|$, возможны качественно различные режимы возбуждения системы. Квазиодномерная модель параметрического осциллятора описывает распад возбуждаемого состояния на две рассеянные гармоники — в том случае, когда, по достижении критического значения $\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}$, система теряет устойчивость для «сигнального» и «холостого» состояний с малыми инкрементами нарастания (см. рис. 2). Заполнение этих состояний приводит к эффективному подавлению рассеяния в близкие состояния с меньшими значениями инкремента; при этом амплитуда возбуждаемой моды стабилизируется на уровне $\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}$.

С другой стороны, в системах с бистабильным откликом параметрическое рассеяние может возникать жестко — в том случае, когда, по мере «включения» накачки, система теряет устойчивость для возбуждаемой моды (оставаясь устойчивой относительно распада $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$). Тогда (в отличие от случая, описанного выше) становится возможным резкое увеличение ее амплитуды (рис. 2), которое переводит систему в область сильной неустойчивости относительно рассеяния:

$$\mathcal{P}_0^{(\text{thr})} \approx \mathcal{P}_0^{(\text{lower})} \mapsto \mathcal{P}_0^{(\text{upper})},$$

получаем

$$\frac{\max_{\mathbf{k}} \Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0^{(\text{upper})})}{\max_{\mathbf{k}} \Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0^{(\text{lower})})} \gg 1, \quad (17)$$

$$\frac{\int_{\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0^{(\text{upper})}) > 0} d\mathbf{k}}{\int_{\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0^{(\text{lower})}) > 0} d\mathbf{k}} \gg 1.$$

В общем случае сценарий эволюции системы определяется соотношением значений $\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}$, $\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}$ и $\mathcal{P}_0^{(\text{upper})}$ и, конечно, профилем накачки $|\mathcal{E}_{\text{ext}}(t)|$.

3. ЖЕСТКИЙ РЕЖИМ СТИМУЛИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Описанный ниже пример обладает рядом характерных особенностей, общих для достаточно широкого класса решений. Вместе с тем, в каждом конкретном случае, определяемом параметрами расчета, возможно доминирование того или иного аспекта и, соответственно, разные типы квазистационарных состояний, к которым эволюционирует изучаемая система. В этом смысле приведенное решение является переходным. Мы решали уравнения (2), (3) для системы с добротностью $Q \approx 4.2 \cdot 10^3$, расщеплением Раби $R \approx 6.4$ мэВ, затуханием экситона $\text{Im} E_X = -0.2$ мэВ и рассогласованием уровней фотона и свободного экситона $\text{Re} E_C(\mathbf{k}=0) - \text{Re} E_X = -0.5$ мэВ. Частота возбуждения соответствует положительной расстройке $\Delta = E_p - E_{LP}(\mathbf{k}_p) = 0.48$ мэВ для волнового числа $|\mathbf{k}_p| = k_{px} = 1.8$ мкм⁻¹ (выше точки перегиба невозмущенной НПВ $k_{\text{inf}} \approx 1.6$ мкм⁻¹). Уравнения (2), (3) решались в \mathbf{k} -пространстве на прямоугольной сетке с шагом $\Delta k_x = \Delta k_y = 0.15$ мкм⁻¹.

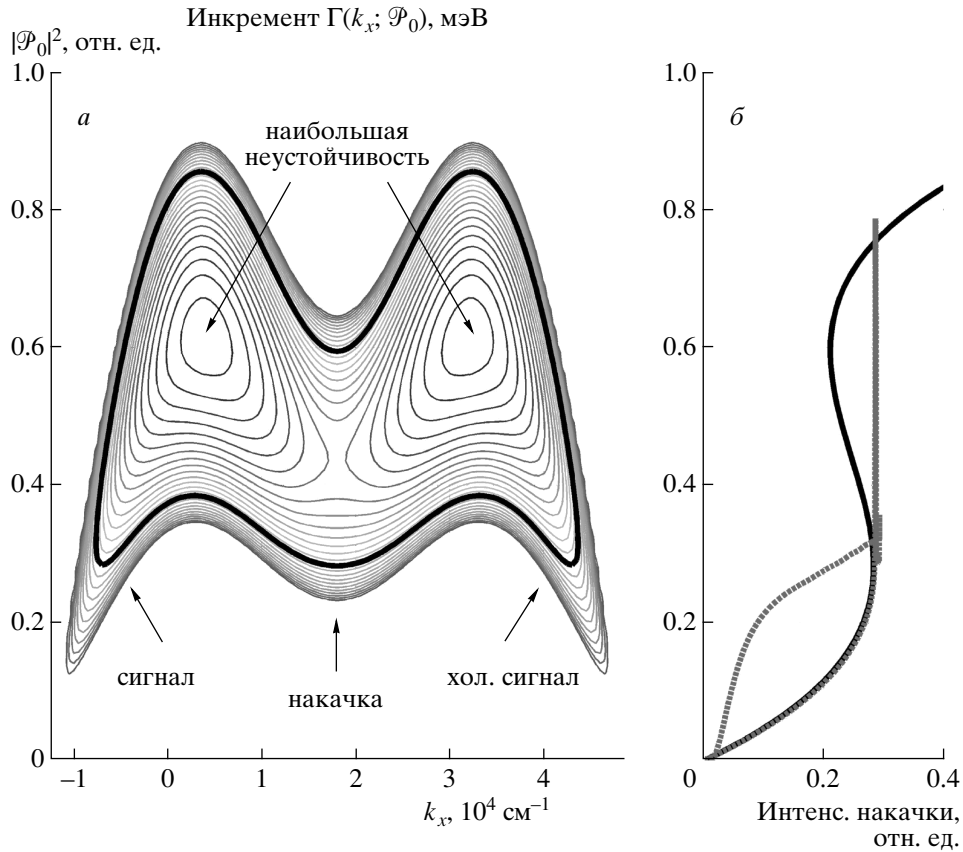


Рис. 2. Приближение системы с одной макрозаполненной модой ($k_p = 1.85 \text{ мкм}^{-1}$). *a* — Зависимость инкремента нарастания Γ от волнового числа и квадрата амплитуды экситонной поляризации раскачиваемой моды (квазиодномерная модель). Показанные контуры соответствуют диапазону значений инкремента от -0.1 до 0.14 мэВ с шагом 0.01 мэВ; черной линией отмечен контур нулевого инкремента, определяющий границу области неустойчивости. *б* — Зависимость $|P_0|^2$ от $|E_{ext}|^2$ (сплошная черная линия). Серая линия соответствует численному решению системы (2), (3), описанному в разд. 3 (явная временная зависимость $|\mathcal{E}(\mathbf{k}_p, t)|^2$ показана на рис. 3*a*). Расчетные параметры указаны в начале разд. 3

Форма возбуждающего импульса $|\mathcal{E}_{ext}(t)|^2$ (штриховая кривая на рис. 3*a*) была выбрана так, чтобы пороговое значение достигалось плавно. Так, из рис. 2*б* следует, что, несмотря на возрастание плотности возбуждения, поведение системы до критического перехода ($t = 380$ пс) определяется стационарным решением (8), (9). Очень медленный линейный рост $|\mathcal{E}_{ext}(t)|^2$ (в пределах 2% максимального значения) продолжается с $t = 300$ пс до $t = 800$ пс.

Приближение к порогу неустойчивости сопровождается появлением слабого рассеяния в направлениях, образующих «восьмерку» — линию пересечения (точнее, «склеивания») дисперсионных поверхностей $E_{signal}(\mathbf{k})$ и $E_{idler}(\mathbf{k})$ (рис. 4*a*). Такое поведение полностью определяется линеаризованной моделью типа (11)–(14) (см. [12, 19]) и было обнаружено

экспериментально [14].

Когда раскачиваемая поляритонная мода становится неустойчивой, происходят критические изменения. Здесь в течение $t \approx 20$ пс осуществляется переход на верхнюю ветвь S-контура (рис. 2*б* и 3*a*). В соответствии с формулой (17) начинается заселение конечных областей \mathbf{k} -пространства (рис. 4*б*); этот процесс очень быстро становится стохастическим, и амплитуда возбуждаемой гармоники уменьшается. Тем не менее через $t \approx 100$ пс угловое распределение рассеянной энергии сужается и обнаруживает максимум сигнала в состоянии с $\mathbf{k} = (0.3, 0) \text{ мкм}^{-1}$, соответствующем максимуму распределения инкремента $\Gamma(\mathbf{k}; P_0^{(upper)})$. Это является несколько неожиданным, поскольку линеаризованное решение (11)–(14) к этому времени очевидно распалось; по-видимому, исходное преимущество этой моды оказывает воз-

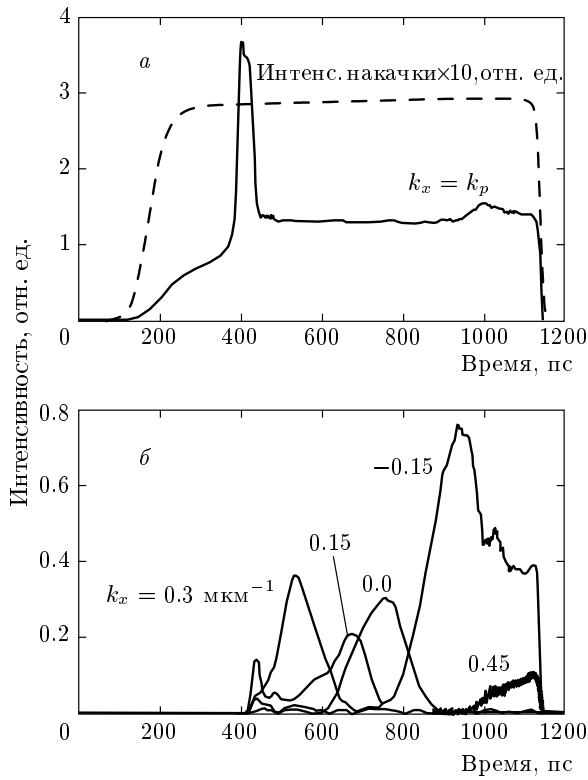


Рис. 3. *a* — Временная зависимость интенсивности возбуждаемой гармоники электрического поля $|\mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}_p, t)|^2$ (сплошная линия) и интенсивность накачки $|\mathcal{E}_{ext}(t)|^2$ (штриховая линия). *б* — То же для нескольких гармоник вблизи дна НПВ ($k_y = 0$)

действие на все последующее развитие.

Заполнение состояний «сигнала» и «холостого сигнала» приводит к трансформации пространственного распределения интенсивности. В отличие от процесса слабого четырехволнового смешения (рис. 4*a*), максимумы рассеянной интенсивности локализованы на оси $k_y = 0$, и потому пространственное распределение (рис. 5) оказывается периодическим в x -направлении, с периодом

$$d_x = \frac{2\pi}{k_p - k_s},$$

а во временном представлении образует бегущую волну с периодом

$$T = \frac{2\pi\hbar}{E_p - E_s}.$$

Вместе с тем, в ряде случаев возможно спонтанное усиление локальных неоднородностей.

После быстрого развития неустойчивости происходит относительно медленная эволюция распре-

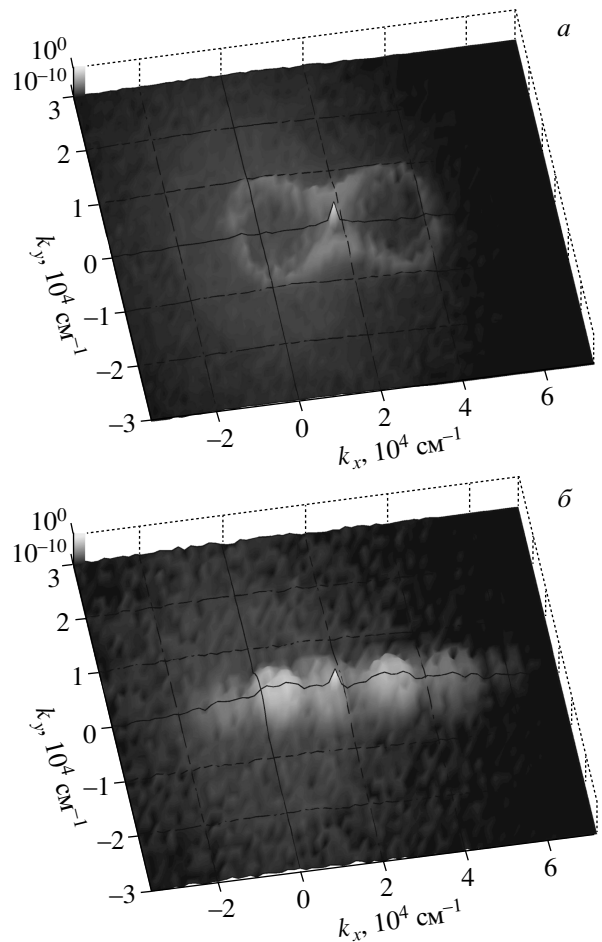


Рис. 4. Угловое распределение интенсивности электрического поля на квантовой яме. *a* — Слабое рассеяние до перехода на верхнюю ветвь S -контура ($t = 360\text{--}380$ пс), *б* — начало распада решения на верхней ветви ($t = 416$ пс)

деления рассеянной энергии. На рис. 3*б* показана временная зависимость амплитуд наиболее заселенных мод вблизи дна нижней поляритонной ветви; здесь заметен медленный дрейф сигнала от $\mathbf{k} = (0.30, 0)$ мкм⁻¹ до $\mathbf{k}_s = (-0.15, 0)$ мкм⁻¹. Последнее состояние отвечает фактическому минимуму перенормированной НПВ, смещающемуся от нормального направления вследствие антиэрмитова взаимодействия [13] сигнала и холостого сигнала (чему соответствует характерное «склеивание» дисперсионных поверхностей в области максимального инкремента, см. также [19]). Медленное смещение сигнала в сторону минимума НПВ напоминает процесс релаксации и является неожиданным в чисто динамической модели.

По окончании дрейфа амплитуда сигнального со-

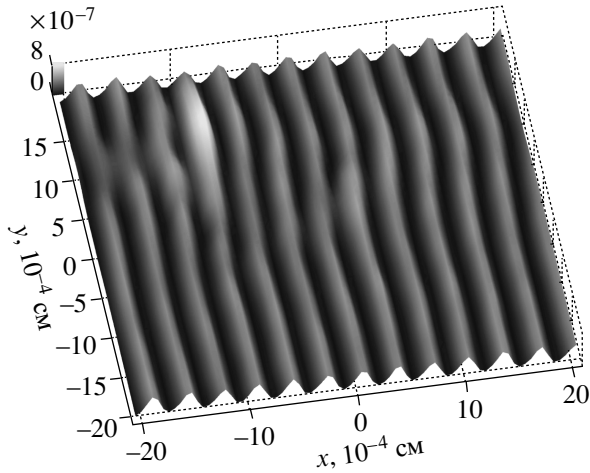


Рис. 5. «Мгновенное» распределение интенсивности электрического поля $|\mathcal{E}_{QW}(x, y)|^2$ в координатном пространстве ($t = 928.7$ пс)

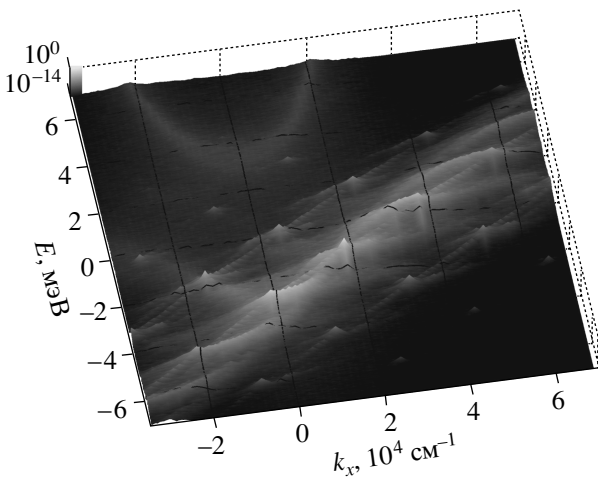


Рис. 6. Спектральная зависимость интенсивности электрического поля на квантовой яме, $|\mathcal{E}_{QW}(k_x, E)|^2$ для $k_y = 0$, полученная интегрированием по всему времени расчета. Значения энергии отсчитаны от уровня свободного экситона E_X

стояния возрастает и в спектральном распределении появляются вторичные дисперсионные линии (рис. 6, [13, 22]). Процессы перерассеяния приводят к изменению амплитуды возбуждаемой моды и изменению направления \mathbf{k}_s ее преимущественного распада

$$(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i).$$

Это обстоятельство служит источником появления хаотических режимов, в которых не происходит точной стабилизации заполнения того или иного состояния. В нашем примере этому соот-

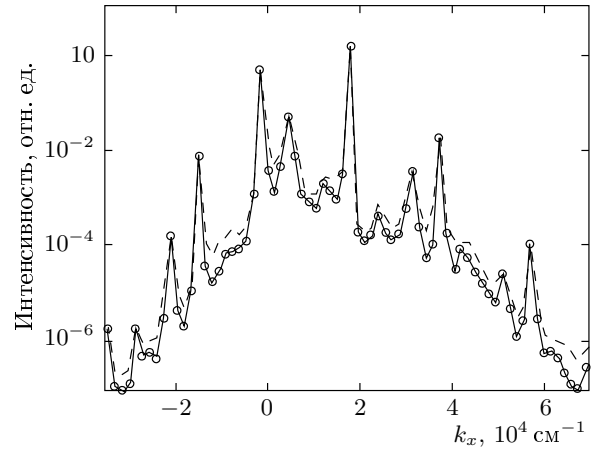


Рис. 7. Угловое распределение интенсивности электрического поля, $|\mathcal{E}_{QW}(k_x)|^2$, усредненной по последним 150 пс накачки. Сплошная линия и точки — значения $\langle |\mathcal{E}_{QW}(k_x)|^2 \rangle$ для $k_y = 0$. Штриховая линия соответствует $I(k_x) = \max_{k_y} \langle |\mathcal{E}_{QW}(k_x, k_y)|^2 \rangle$

ветствует появление макрозаполненной гармоники $\mathbf{k} = (0.45, 0)$ мкм⁻¹; ее амплитуда, как и амплитуда максимального сигнала с $\mathbf{k} = (-0.15, 0)$ мкм⁻¹, испытывает постоянные хаотические изменения, и перехода к состоянию с одной макрозаполненной сигнальной модой здесь не происходит. Вместе с тем, распределение, усредненное по $(1-2) \cdot 10^2$ пс (рис. 7), далее остается практически неизменным. Экспериментально полученное распределение такого типа приведено в работе [31].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчет, представленный в настоящей работе, описывает динамику параметрического рассеяния в системе двумерных экситонных поляритонов. Подчеркнем, что речь идет о процессах, происходящих в сильно неравновесной системе слабо взаимодействующих бозонов в условиях существования в ней конденсатного состояния. Нами исследована ситуация перехода (катастрофы) в бистабильной системе. В этом случае быстрое заполнение множества неустойчивых мод приводит к стохастизации рассеяния, и эволюция к квазистационарному макросостоянию осуществляется как процесс самоорганизации в открытой неравновесной системе. Возникающие флуктуации приводят к появлению пространственной неоднородности и макроскопической когерентности рассеяния. Время «упорядочения», т. е. перехода системы в квазистационарный режим, $\tau_{ord} \sim 10^2-10^3$ пс, в несколько раз превосходит время развития параметрической неустойчивости.

Можно предположить, что эволюция системы осуществляется как своеобразная конкуренция параметрического распада возбуждаемого состояния

$$(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i),$$

который определяется малыми характерными временами, и коллективными процессами, приводящими к медленной эффективной релаксации. По истечении достаточно долгого времени $t \gtrsim \tau_{ord}$ возможны два качественно различных квазистационарных режима рассеяния.

1. Амплитуда возбуждаемой гармоники становится постоянной:

$$|\mathcal{E}_{QW}(\mathbf{k}_p, t)| = \text{const.}$$

В этом случае положение сигнального состояния (узкий максимум вблизи дна НПВ) смещено в сторону положительных значений k_x ; как правило, $\mathbf{k}_s \approx (+0.3, 0)$ мкм⁻¹. Соответствие с простой линеаризованной моделью (см. разд. 2) говорит о том, что «чистый» параметрический распад возбуждаемого поляритона преобладает над коллективными процессами. Тем не менее характерно, что заполнение близких к \mathbf{k}_s состояний остается конечным, заметно превосходя заданный ланжевеновский шум.

2. Если, по сравнению с первым случаем, мы достаточно уменьшим плотность или частоту возбуждения, то окажемся в переходной ситуации с большей областью антиэрмитова связывания сигнальной и холостой ветвей дисперсии поляритона. Такая система гораздо более чувствительна к коллективным эффектам; ее характерный пример был рассмотрен в разд. 3. Главные особенности такой системы — непрекращающиеся флуктуации амплитуды возбуждаемого состояния и смещение положения сигнальной гармоники в сторону фактического минимума перенормированной НПВ (т. е. в сторону отрицательных значений k_x). Стохастический характер рассеяния приводит к тому, что «сигналу» параметрического распада накачки соответствует не отдельная мода, а, как правило, некоторая область состояний вблизи дна НПВ. Такое поведение характерно для системы, находящейся чуть выше порога стимулированного рассеяния.

Таким образом, нами показано, что возможность самоорганизации, а также «медленных» квазирелаксационных процессов может определяться чисто динамической моделью типа (2), (3). Это обстоятельство может иметь значение для последующей оценки роли экситон-фононного взаимодействия, а также учета корреляции поляритонных состояний за пределами приближения среднего поля.

Авторы благодарны РФФИ (грант № 06-02-17211) и ОФН РАН (программа «Сильно коррелированные электроны в полупроводниках») за финансовую поддержку, а также Л. В. Келдышу за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Moskalenko and D. W. Snoke, *Bose – Einstein Condensation of Excitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2000).
2. D. Snoke, *Nature* **443**, 403 (2006).
3. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymańska, R. André J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, and Le Si Dang, *Nature* **443**, 409 (2006).
4. В. Д. Кулаковский, А. И. Тартаковский, Д. Н. Крижановский, А. Армитаж, Дж. Робертс, М. С. Скольник, *УФН* **170**, 912 (2000).
5. R. M. Stevenson, V. N. Astratov, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, M. Emam-Ismael, A. I. Tartakovskii, P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3680 (2000).
6. J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, R. M. Stevenson, A. I. Tartakovskii, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **62**, R16247 (2000).
7. A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, and V. D. Kulakovskii, *Phys. Rev. B* **62**, R13298 (2000).
8. R. Butte, M. Emam-Ismael, A. Lemaitre, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, A. I. Tartakovskii, J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, and J. S. Roberts, *Phys. Stat. Sol. (a)* **190**, 333 (2002).
9. A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, D. A. Kurysh, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **65**, 081308(R) (2002).
10. P. G. Savvidis, C. Ciuti, J. J. Baumberg, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **64**, 075311 (2001).
11. D. M. Whittaker, *Phys. Rev. B* **63**, 193305 (2001).
12. C. Ciuti, P. Schwendimann, and A. Quattropani, *Phys. Rev. B* **63**, 041303 (2001).
13. C. Ciuti, P. Schwendimann, and A. Quattropani, *Semicond. Sci. Technol.* **18**, S279 (2003).
14. W. Langbein, *Phys. Rev. B* **70**, 205301 (2004).

15. V. D. Kulakovskii, A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, N. A. Gippius, M. S. Skolnick, and J. S. Roberts, *Nanotechnology* **12**, 475 (2001).
16. В. Д. Кулаковский, Д. Н. Крижановский, А. И. Тартаковский, Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, *УФН* **173**, 995 (2003).
17. R. Butte, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, D. Bajoni, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **68**, 115325 (2003).
18. N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii, D. N. Krizhanovskii, and A. I. Tartakovskii, *Europhys. Lett.* **67**, 997 (2004).
19. N. A. Gippius and S. G. Tikhodeev, *J. Phys.: Condens. Matter* **16**, S3653 (2004).
20. В. Д. Кулаковский, Д. Н. Крижановский, М. Н. Махонин, А. А. Деменев, Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, *УФН* **175**, 327 (2005).
21. Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, Л. В. Келдыш, В. Д. Кулаковский, *УФН* **175**, 334 (2005).
22. D. M. Whittaker, *Phys. Rev. B* **71**, 115301 (2005).
23. C. Ciuti and I. Carusotto, *Phys. Stat. Sol. (b)* **242**, 2224 (2005).
24. A. Baas, J. P. Karr, H. Eleuch, and E. Giacobino, *Phys. Rev. A* **69**, 023809 (2004).
25. A. Baas, J. P. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, and E. Giacobino, *Phys. Rev. B* **70**, 161307(R) (2004).
26. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, *ЖЭТФ* **63**, 1447 (1972).
27. J. Ph. Karr, A. Baas, and E. Giacobino, *Phys. Rev. A* **69**, 063807 (2004).
28. C. Savona, P. Schwendimann, and A. Quattropani, *Phys. Rev. B* **71**, 125315 (2005).
29. D. Sarchi and V. Savona, E-print archives, cond-mat/0411084 (2006).
30. G. Malpuech, A. Kavokin, A. Di Carlo, and J. J. Baumberg, *Phys. Rev. B* **65**, 153310 (2002).
31. D. N. Krizhanovskii, A. I. Tartakovskii, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick, and J. S. Roberts, *Phys. Rev. B* **66**, 165329 (2002).