МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ И ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ В ОПТИЧЕСКОЙ КОГЕРЕНТНОЙ ТОМОГРАФИИ СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

В. Л. Кузьмин^а^{*}, И. В. Меглинский ^{b,c** ***}

^а Санкт-Петербургский торгово-экономический институт 194021, Санкт-Петербург, Россия

> ^b Кранфилдский университет Кранфилд, MK43 OHS, Великобритания

^с Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского 410026, Саратов, Россия

Поступила в редакцию 22 января 2007 г.

В рамках теории многократного рассеяния низкокогерентного оптического излучения в случайной среде впервые получено выражение для флуктуаций интенсивности сигнала оптической когерентной томографии. Рассчитан вклад многократного рассеяния низкокогерентного излучения, отраженного назад от случайно неоднородного слоя, и величина спеклов интерференционной составляющей в оптической когерентной томографии.

PACS: 42.25.Bs, 42.30.Wb, 87.53.Wz

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время метод оптической когерентной томографии (ОКТ) является одним из наиболее перспективных методов дистанционного зондирования случайно неоднородных мутных рассеивающих сред [1-5]. Данный метод имеет первостепенное значение особенно при решении задач восстановления изображения внутренней структуры биотканей [6]. ОКТ работает по принципу низкокогерентной оптической интерферометрии с детектированием обратно-отраженного сигнала, получаемого при наложении полей, приходящих из объектного и опорного плечей интерферометра Майкельсона [7, 5]. При равенстве длин оптических путей в объектном и опорном плечах интерферометра в пределах длины временной когерентности падающего излучения наблюдается интерференционное усиление детектируемого оптического сигнала. Амплитуда детектируемого сигнала оказывается пропорциональной скачку показателя преломления на внутренних границах среды, границах отдельных слоев или структурных элементов биоткани. Таким образом, оказывается возможным восстановить профиль внутренней структуры исследуемого объекта по глубине. Однако область применимости ОКТ существенно ограничена наличием статистического шума, обусловленного многократным рассеянием зондирующего излучения [8].

Многочисленные исследования направлены на изучение роли многократного рассеяния в формирование сигнала ОКТ [9–14]. Распространение оптического излучения в условиях многократного рассеяния описывается на основе диффузионного приближения [15–17]. Однако диффузионный режим рассеяния реализуется на расстояниях, значительно превосходящих транспортную длину

$$l^* = l(1 - \overline{\cos\theta})^{-1},$$

<u>где l</u> — средняя длина свободного пробега фотона, $\cos \theta$ — средний косинус угла рассеяния. Для большинства биологических сред транспортная длина,

^{*}E-mail: Vladimir.Kuzmin@paloma.splu.ru

^{**}E-mail: i.meglinski@Grafield.ac.uk

^{***}School of Engineering, Cranfield University, Cranfield, MK43 0HS, UK

вследствие сильной анизотропии индикатрисы рассеяния $(1-\cos\theta \ll 1)$, значительно превосходит среднюю длину свободного пробега фотона l [18], которая в свою очередь, превосходит длину временной когерентности падающего излучения l_c . В результате диффузионное приближение оказывается непригодным для описания вкладов многократного рассеяния на временных интервалах, характерных для ОКТ.

Исходя из уравнения Бете – Солпитера, представленного в виде ряда по кратностям рассеяния, нами предложен метод, позволяющий описывать распространение в среде лазерного/оптического излучения с учетом рассеяния любой кратности, от малократного до многократного, не прибегая к диффузионному приближению [19]. Данный метод хорошо зарекомендовал себя при моделировании когерентных эффектов многократного рассеяния непрерывного излучения в сильно неоднородных средах [20–23].

В настоящей работе в рамках теоретического описания распространения низкокогерентного оптического излучения в случайно неоднородной среде исследован промежуточный режим рассеяния между однократным и многократным. Данный режим является типичным для большинства экспериментов OKT.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 представлена теория распространения низкокогерентного оптического излучения в случайно неоднородной среде. В разд. 3 определены основные принципы оптической когерентной томографии. Далее, в разд. 4 представлены результаты теоретического анализа и результаты расчетов многократного рассеяния низкокогерентного оптического излучения в слое случайно неоднородной среды конечной толщины. В разд. 5 приводятся результаты вычисления дисперсии интенсивности сигнала ОКТ и результаты расчета вклада спеклов в сигнал ОКТ. В Заключении приводятся основные выводы и комментарии к ним.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НИЗКОКОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Представим поле падающего низкокогерентного оптического излучения в виде спектрального разложения по плоским волнам:

$$E_0(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega - \omega_0) \exp\left(-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\right). \quad (1)$$

Здесь ω — частота, **k** — волновой вектор, удовлетворяющий дисперсионному соотношению

$$k^2 c_0^2 - n(\omega)\omega^2 = 0,$$

 $n(\omega)$ — показатель преломления среды без учета случайных неоднородностей или частиц-рассеивателей, c_0 — скорость света в вакууме. Будем предполагать, что спектральное распределение $f(\omega - \omega_0)$ имеет вид гауссиана с полушириной Ω и центром на частоте ω_0 :

$$f(\omega - \omega_0) = \frac{1}{\Omega} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Omega^2}\right].$$
 (2)

В пренебрежении дисперсией показателя преломления в полосе частот $\omega_0 \pm \Omega$ волновое число можно записать в виде

$$k \approx \frac{n(\omega_0)\omega}{c_0},$$

где $n(\omega_0)$ — показатель преломления на частоте ω_0 .

При описании импульсов лазерного излучения в пространстве частот вместо полуширины гауссиана в единицах циклической частоты Ω используют [4] величину $\Delta \nu$ — полную частотную ширину спектра на полувысоте интенсивности импульса,

$$\Omega = (\ln 2)^{-1/2} \pi \Delta \nu.$$

Длина когерентности падающего излучения l_c определяется как полная длина импульса, на которой он убывает в два раза,

 $l_c = \frac{2\ln 2}{\pi} \frac{c}{\Delta \nu},$

или

$$l_c = \frac{2\ln 2}{\pi} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$
 (3)

Здесь $\Delta \lambda$ — полная ширина спектра на полувысоте импульса в терминах длин волн.

Обычно при исследовании эффектов многократного рассеяния ограничиваются рассмотрением скалярного поля, заменяя волновое уравнение Максвелла уравнением Гельмгольца [15]. Скалярное поле $E(\mathbf{r}, t)$ в случайной среде, испытывающее рассеяние на неоднородностях диэлектрической проницаемости $\Delta \varepsilon(\mathbf{r})$, описывается волновым уравнением:

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0(\mathbf{r}, t) + \int d\mathbf{r} \, dt' T(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \Delta \varepsilon(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}', t'), \quad (4)$$

где

1

$$T(\mathbf{r},t) = \frac{k^2}{4\pi r} \exp\left(-\frac{r}{2l}\right) \delta\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

— пространственно-временная функция Грина в однородной среде с комплексным показателем преломления $n(\omega_0)$, $\Delta \epsilon(\mathbf{r})$ — флуктуация диэлектрической проницаемости, c — скорость света в среде,

$$l = (2 \operatorname{Im} n(\omega_0)\omega_0/c_0)^{-1}$$

 средняя длина свободного пробега фотона. Итерируя волновое уравнение, случайное поле можно представить в виде ряда:

$$E(\mathbf{r},t) = E_0(\mathbf{r},t) + \sum_{n=1}^{\infty} \int \prod_{i=1}^{n} \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i T_s(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n) \dots T_s(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1) \times \\ \times E_0\left(\mathbf{r}_1, t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n| + R_n}{c}\right), \quad (5)$$

где

$$T_s(\mathbf{r}) = k^2 \exp(ikr)/r$$

статическая полевая функция Грина,

$$R_n = \sum_{1 \le j < n} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j+1}|$$

— длина оптического пути между n актами рассеяния, от точки \mathbf{r}_1 до точки \mathbf{r}_n .

Произведение поля на комплексно-сопряженное после усреднения по конфигурациям рассеивателей дает среднюю интенсивность

$$I(\mathbf{r},t) = I_0(\mathbf{r},t) + I_{sc}(\mathbf{r},t), \qquad (6)$$

где

$$I_0(\mathbf{r},t) = |\langle E(\mathbf{r},t) \rangle|^2$$

— нефлуктуационная составляющая интенсивности, $I_{sc}(\mathbf{r},t)$ — интенсивность рассеянного излучения,

$$I_{sc}(\mathbf{r},t) = \langle \delta E^*(\mathbf{r},t) \delta E(\mathbf{r},t) \rangle, \qquad (7)$$
$$\delta E(\mathbf{r},t) = E(\mathbf{r},t) - \langle E_*(\mathbf{r},t) \rangle$$

$$\delta E(\mathbf{r},t) = E(\mathbf{r},t) - \langle E_0(\mathbf{r},t) \rangle$$

— флуктуация поля.

При усреднении по случайным неоднородностям в общем случае члены произведений рядов (5) содержат многочастичные средние флуктуаций диэлектрической проницаемости. В силу хаотизации по разности фаз, возникающей при многократном рассеянии, выживает только некогерентная, или лестничная (в диаграммных терминах), составляющая, описывающая последовательности актов рассеяния полей δE и δE^* на одной и той же последовательности флуктуаций диэлектрической проницаемости. В результате интенсивность рассеянного излучения в точке наблюдения \mathbf{r}_d в момент времени t_d можно представить в виде ряда по кратностям рассеяния:

$$I_{sc}(\mathbf{r}_d, t_d) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\mathbf{r}_d, t_d).$$
(8)

Вклад *n*-кратного рассеяния в интенсивность имеет вид

$$I_{n}(\mathbf{r}_{d}, t_{d}) = \left(\frac{\omega_{0}}{c_{0}}\right)^{4n} \times \prod_{j=1}^{n} \int d\mathbf{r}_{j} G(\mathbf{q}_{j}) \Lambda(\mathbf{r}_{j+1} - \mathbf{r}_{j}) I_{0}(\mathbf{r}_{1}, t_{1}), \quad (9)$$

где фурье-образ корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$\tilde{G}(\mathbf{q}) = \int \langle \Delta \varepsilon(\mathbf{r}_1) \Delta \varepsilon^*(\mathbf{r}_2) \rangle \exp[-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] d\mathbf{r}_2$$

с точностью до нормировочного множителя представляет собой дифференциальное сечение однократного рассеяния. В выражении (9) вектор \mathbf{q}_j описывает изменение волнового вектора в точке \mathbf{r}_j , в процессе *j*-го акта рассеяния, \mathbf{r}_{n+1} при *n* актах рассеяния совпадает с точкой наблюдения, $\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{r}_d$; $I_0(\mathbf{r}_1, t_1)$ — интенсивность падающего излучения

$$I_0(\mathbf{r}_1, t_1) \propto \exp(-\Omega^2 (t - r/c)^2) =$$

= $\exp(-4 \ln 2(ct - r)^2 l_c^{-2}).$ (10)

Функция

$$\Lambda(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \frac{\exp[-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/l]}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$$
(11)

описывает распространение интенсивности между двумя последовательными актами рассеяния. Момент времени t_1 определяет время, необходимое, чтобы луч, испытав *n* актов столкновений, пришел в точку наблюдения в момент времени t_d :

$$t_1 = t_d - (|\mathbf{r}_d - \mathbf{r}| + |\mathbf{r}_1| + R_n/c).$$

В задачах многократного рассеяния ключевую роль играет оптическая теорема [24]:

$$\left(\frac{\omega_0}{c_0}\right)^4 \int d\sigma_2 \tilde{G}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) = l_s^{-1}, \qquad (12)$$

которая связывает длину рассеяния l_s и сечение однократного рассеяния. Средняя длина свободного пробега фотона l и длина рассеяния l_s связаны соотношением

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l_a},$$
(13)

где l_a — характерная длина поглощения, обусловленная неупругим рассеянием. Для рассматриваемых сред $l_a \gg l$ и отношение l/l_s близко к единице.

3. ОПТИЧЕСКАЯ КОГЕРЕНТНАЯ томография случайно неоднородных сред

Принципы и многочисленные аспекты метода ОКТ подробно изложены и детально обсуждаются различными авторами (см., например, [5, 6] и цитируемую там литературу). Как и в случае конфокальной микроскопии [25], в ОКТ применяется сопряженное диафрагмирование источника низкокогерентного лазерного излучения S и поля зрения фотодетектора D диафрагмами d_1 и d_2 , установленными, соответственно, в плоскостях предметов и изображений (рис. 1). На практике данная схема часто реализуется посредством оптического волокна.

Такое сопряжение ограничивает размеры центрального фокального пятна, формируемого фокусирующей оптической системой. В результате данная оптическая система позволяет локализовать область измерений в объеме малого размера (≈ 8–50 мкм³). В сочетании с интерферометром Майкельсона данная схема позволяет осуществлять быстрое сканирование объекта исследований по глубине. Сканирование производится путем равномерного движения зеркала M_2 в опорном плече интерферометра (см. рис. 1). При этом амплитуда детектируемого фотоприемником D сигнала меняется пропорционально скачкам значений коэффициентов преломления n_0, n_1, n_2 , соответствующих положению структурных элементов ткани, находящихся на заданной глубине зондирования. Таким образом, зависимость амплитуды сигнала от времени сканирования позволяет судить о пространственном распределении оптических неоднородностей по глубине. В условиях типичных экспериментов метод ОКТ позволяет получать изображение клеточной структуры кожи человека на глубинах до 1–2 мм [4–6].

Пусть $E_r(\mathbf{r}, t)$ — поле в опорном плече, а $E_s(\mathbf{r},t)$ — поле в объектном плече интерферометра. В результате сложения этих двух полей интенсивность излучения, регистрируемая фотодетектором, имеет вид

$$I(\mathbf{r}, t) = \langle |E_r(\mathbf{r}, t) + E_s(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle =$$

= $E_r^*(\mathbf{r}, t) E_r(\mathbf{r}, t) + \langle E_s^*(\mathbf{r}, t) E_s(\mathbf{r}, t) \rangle +$
 $2 \operatorname{Re} \left[E_r^*(\mathbf{r}, t) \langle E_s(\mathbf{r}, t) \rangle \right], \quad (14)$

где уголковые скобки (...) означают статистическое усреднение по случайным конфигурациям рассеивателей системы.

Среднее от произведения полей, прошедших в



Рис.1. Схема типичной ОКТ: S — источник света с малой длиной когерентности ($l_c \approx 10-40$ мкм), обычно суперлюминесцентный лазерный диод; Dфотодетектор, регистрирующий интерференционный сигнал; d_1 и d_2 — ограничивающие диафрагмы; M_1 — делитель сигналов/полупрозрачное зеркало; L_1, L_2, L_3 — короткофокусные линзы ($f \approx 8$ -10 мм), образующие попарно узкопросветный коллиматор. Излучение источника делится на две составляющие, одна из которых направляется в объектное плечо, а другая — в опорное. Фотодетектор регистрирует интерференционный сигнал, получаемый при оптическом смешении волн, пришедших из опорного и объектного плеч, после отражения от границы раздела и от зеркала M_2 , соответственно. Зеркало M_2 , движущееся с постоянной скоростью в опорном плече, осуществляет быстрое сканирование по глубине (координата z)

среде на глубину L_S и отраженных обратно от границы слоя (внутренней границы среды, см. рис. 1), представляется в виде суммы интенсивности среднего нефлуктуирующего поля и связного коррелятора полей:

$$\langle E_s^*(\mathbf{r}, t) E_s(\mathbf{r}, t) \rangle = = |\langle E_s(\mathbf{r}, t) \rangle|^2 + \langle \delta E_s^*(\mathbf{r}, t) \delta E_s^*(\mathbf{r}, t) \rangle.$$
(15)

Интенсивности полей вернувшихся, соответственно, из опорного и объектного плечей имеют вид

И

$$I_s(\mathbf{r},t) = |\langle E_s(\mathbf{r},t) \rangle|^2 =$$

(16)

 $I_r(\mathbf{r}, t) = |E_r(\mathbf{r}, t)|^2 = I_0 \exp\left[-4\ln 2(ct)^2 l_c^{-2}\right]$

$$= R_{Fr}^2 I_0 \exp\left[-2l^{-1}T - 4\ln 2(ct - 2\Delta L)^2 l_c^{-2}\right], \quad (17)$$

где $2\Delta L$ — разность оптических путей интерферирующих полей, R_{Fr} — френелевский коэффициент отражения на дальней границе слоя, T — толщина слоя. Здесь и далее отсчет времени ведется с момента возвращения опорного сигнала на делительную пластину M_1 (см. рис. 1). Во избежание громоздкости мы не рассматриваем вклад волны, отраженной от ближней границы слоя.

Интерференционное слагаемое зависит от времени задержки сигнала, определяемого разностью оптических путей в объектном и опорном плечах интерферометра Майкельсона:

$$\begin{split} I_{int}(\mathbf{r},t) &= 2 \operatorname{Re}\left(\langle E_s(\mathbf{r},t) \rangle E_r^*(\mathbf{r},t)\right) = \\ & R_{Fr} I_0 \cos(\omega_0 2\Delta L/c) \times \\ & \times \exp\left[-l^{-1}T - 2 \ln 2 \left(c^2 t^2 + (ct - 2\Delta L)^2\right) l_c^{-2}\right]. \end{split}$$
(18)

Среднее по времени интерференционной составляющей (18) легко вычисляется:

$$2 \operatorname{Re} \overline{\langle E_r^*(\mathbf{r}, t) \langle E_s(\mathbf{r}, t) \rangle \rangle} =$$
$$= R_{Fr} I_0 \cos(\omega_0 2\Delta L/c) \times$$
$$\times \exp \left[-l^{-1}T - \ln 2(2\Delta L/l_c)^2 \right]. \quad (19)$$

Связная часть среднего произведения полей описывает интенсивность многократного рассеяния; ее основная, некогерентная составляющая, образованная вкладом лестничных диаграмм, представляется в виде суммы по кратностям рассеяния:

$$\langle E_s(\mathbf{r},t)E_s^*(\mathbf{r},t)\rangle_c = \sum_{n\geq 1} I_n(\mathbf{r},t).$$
 (20)

Поле в среде представим в виде суммы падающей и отраженной от дальней границы составляющих:

$$\langle E_s(\mathbf{r},t)\rangle = E_s^{(in)}(\mathbf{r},t) + E_s^{(out)}(\mathbf{r},t).$$
(21)

Каждое из этих полей генерирует лестничную последовательность многократных вкладов в интенсивность рассеянного излучения:

$$I_n^{(in)}(\mathbf{r},t) = r^{-2} S_d l_s^{-n} \int dz_1 d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_n \times \\ \times \prod_{j=1}^{n-1} \Lambda(\mathbf{r}_{j+1} - \mathbf{r}_j) p(\mathbf{q}_j) \times \\ \times \exp\left[-l^{-1}(z_1 + z_n) - - 4 \ln 2l_c^{-2} (ct - 2\Delta L - z_1 - z_n - R_n)^2\right] I_0, \quad (22)$$

$$I_n^{(out)}(\mathbf{r},t) = r^{-2} S_d l_s^{-n} R_{Fr}^2 \int dz_1 d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_n \times \\ \times \prod_{j=1}^{n-1} \Lambda(\mathbf{r}_{j+1} - \mathbf{r}_j) p(\mathbf{q}_j) \times \\ \times \exp\left[-l^{-1} (2T - z_1 + z_n) - - 4 \ln 2 l_c^{-2} (ct - 2T - 2\Delta L + z_1 - z_n - R_n)^2\right] I_0.$$
(23)

Здесь r — расстояние между образцом и оптическим приемником, S_d — площадь, с которой в приемник собирается рассеянное излучение, T — оптическая толщина слоя. Экспоненциальные множители в формулах (22) и (23) описывают, во-первых, затухание, обусловленное длиной пути, пройденного оптическим излучением в среде, а во-вторых, пространственно-временную зависимость интенсивности низкокогерентного оптического излучения от пройденного пути.

Перекрестные составляющие, возникающие как произведение $E_s^{(in)}(\mathbf{r},t)$ и $E_s^{(out)}(\mathbf{r},t)$, пренебрежимо малы, так как в силу различия оптических путей этих полей содержат быстро осциллирующий фазовый множитель.

4. РАСЧЕТ ВКЛАДОВ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Сумма составляющих (22) и (23) представляет собой интенсивность *n*-кратного рассеяния от слоя конечной толщины:

$$I_n(\mathbf{r},t) = I_n^{(in)}(\mathbf{r},t) + I_n^{(out)}(\mathbf{r},t).$$

Для оптически толстых слоев, $T \gg l$, данные выражения с высокой точностью воспроизводят диффузионное уширение пространственно-временного пакета. На рис. 2 представлены результаты расчета интенсивности рассеяния низкокогерентного оптического излучения (20) как функции времени для различных значений среднего косинуса угла рассеяния $\cos \theta$ для оптически толстого слоя T = 500l, что соответствует теоретической модели полубесконечной среды.

Расчет выполнен в рамках разработанного ранее метода Монте-Карло [19–23]. Параметры источника и детектора используемые при моделировании, включая размер ограничивающих диафрагм, фокусные расстояния линз и пр. (см. рис. 1), были выбраны соответствующими параметрам типичных экспериментальных установок ОКТ. Длина когерентности зондирующего излучения $l_c = 34$ нм, что при длине волны $\lambda = 810$ нм соответствует ширине спек-



Рис.2. Интенсивность обратно рассеянного низкокогерентного ($l_c = 34$ мкм) оптического излучения от рассеивающего слоя толщиной T = 500l(l = 160 мкм) при различных значениях анизотропии рассеяния: $\cos \theta = 0$ (\circ , изотропное рассеяние), 0.5 (\times), 0.7 (\blacktriangle), 0.85 (\Box , сильно анизотропное рассеяние). Число учитываемых порядков рассеяния 10^4 , мощность выборки 10^5

тра $\Delta \nu \approx 4 \cdot 10^{12}$ Гц и характерно для большинства суперлюминесцентных диодов, используемых в экспериментах по ОКТ. Параметры модельной среды, в частности, значение длины свободного пробега l = 160 мкм, выбраны в соответствии с данными, приведенными в работе [10]. В качестве фазовой функции рассеяния использовалась функция Хеньи-Гринстейна [18].

В диффузионном приближении характерным масштабным параметром является транспортная длина l^* [26]. По этой причине на рис. 2 мы представляем временну́ю зависимость интенсивности рассеянного низкокогерентного излучения в безразмерных единицах ct/l^* . Легко видеть (см. рис. 2), что и в случае низкокогерентного излучения характерным пространственным параметром является транспортная длина. Таким образом, после пробега расстояния порядка двух транспортных длин зависимость от времени оказывается универсальной, не зависящей от анизотропии рассеяния, что хорошо согласуется с диффузионным приближением.

Обычно считается, что в детектируемом сигнале ОКТ, наряду с баллистическими фотонами, дают вклады несколько низких порядков рассеяния [13, 14]. На рис. 3 для слоя толщиной T = 5l представлены результаты расчета временной развертки ин-



Рис. 3. Суммарная интенсивность n порядков рассеяния от слоя толщиной T = 5l: n = 1 (*), 5 (\Box), 10 (Δ), 20 (\circ), 40 (\diamond). Длина когерентности падающего излучения $l_c = 34$ мкм, длина свободного пробега l = 160 мкм, параметр анизотропии $\overline{\cos \theta} = 0.85$

тенсивности рассеянного назад излучения при учете *n*-кратностей рассеяния: n = 1, 5, 10, 20, 40. Легко видеть, что учет двух-трех кратного рассеяния явно недостаточен. Учет порядков рассеяния выше $n \sim 40$ практически не влияет на результат. С ростом толщины растет число порядков, дающих заметный вклад в конечный сигнал: так при T = 20l необходимо учитывать порядка 100 кратностей рассеяния.

Для толстых слоев (с толщиной, в несколько раз превосходящей среднюю длину свободного пробега *l*) вклад отраженной составляющей практически не различим на фоне вклада в рассеяние падающего излучения. При переходе к меньшим толщинам становится наблюдаем вклад отраженной составляющей, несущей информацию о внутренней границе раздела.

5. СПЕКЛЫ В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОМ СИГНАЛЕ ОКТ

Известно, что интенсивность рассеянного низкокогерентного лазерного излучения сильно флуктуирует, что проявляется в виде спеклов. Для оценки их величины в методе ОКТ вычислим дисперсию интенсивности, наблюдаемой в интерферометре Майкельсона:

$$D(\mathbf{r},t) = \langle |E_r(\mathbf{r},t) + E_s(\mathbf{r},t)|^4 \rangle - \langle |E_r(\mathbf{r},t) + E_s(\mathbf{r},t)|^2 \rangle^2. \quad (24)$$

Получим

$$D(\mathbf{r},t) = 2I_r(\mathbf{r},t) \langle \delta E_s^*(\mathbf{r},t) \delta E_s(\mathbf{r},t) \rangle_c + \langle E_s^{*2}(\mathbf{r},t) E_s^2(\mathbf{r},t) \rangle - \langle E_s^*(\mathbf{r},t) E_s(\mathbf{r},t) \rangle^2.$$
(25)

При усреднении по времени два последних слагаемых дают фон, не зависящий от разности оптических путей в опорном и системном плечах интерферометра ΔL ; по этой причине мы ограничимся рассмотрением только первого слагаемого, $D_I(\mathbf{r}, t)$. Имеем

$$D_I(\mathbf{r},t) = 2I_r(\mathbf{r},t) \langle E_s^*(\mathbf{r},t) E_s(\mathbf{r},t) \rangle_c.$$
(26)

Интегрируя по времени выражение (26), получим для усредненной по времени части дисперсии, зависящей от разности хода интерферирующих лучей:

$$\overline{D_I(\mathbf{r},t)} = 2\overline{I_r(\mathbf{r},t)} \sum_{n \ge 1} \overline{I_n(\mathbf{r},t)}.$$
(27)

Среднее слагаемых в правой части легко вычисляется:

$$\int dt \exp\left[-4\ln 2l_c^{-2} \left((ct)^2 - (ct - s_n)^2\right)\right] \approx \\ \approx \exp(-2\ln 2l_c^{-2}s_n^2), \quad (28)$$

где

$$s_n = \Delta L + z_1 + z_n + R_n - 2T$$

или

$$s_n = \Delta L - z_1 + z_n + R_n$$

в зависимости от усреднения вклада *n*-кратного рассеяния входящей или отраженной волны.

Стандартное отклонение

$$\sigma = \sqrt{\overline{D_I(\mathbf{r}, t)}} \tag{29}$$

определяет величину флуктуаций интенсивности, усредненной по времени. Именно эта величина создает статистический шум, затрудняющий применение метода OKT для толстых слоев.

На рис. 4 представлены усредненные по времени флуктуации интенсивности, обусловленные многократным рассеянием, а также интерференционная полезная составляющая сигнала ОКТ в зависимости от разности хода ΔL лучей в рабочем и опорном плечах интерферометра.

Многократное рассеяние существенно снижает разрешающую способность OKT, однако интенсивность рассеяния непосредственно не связана с интерференционным усилением полей в опорном и объект-



Рис. 4. Средняя по времени интенсивность спеклов интерференционной составляющей для слоев толщины T = l (\circ), 2l (\bigtriangleup), 3l (\Box) и 4l (\diamond) в зависимости от разности оптических путей в единицах $\Delta L/l$. Сплошные линии — относительные величины полезного сигнала для указанных толщин, при условии, что при T = l полезный сигнал превосходит интенсивность спеклов в 4.5 раза

ном плечах интерферометра. Детектируемый сигнал ОКТ в случае T = l превосходит статистический шум, обусловленный многократным рассеянием, в 5 раз. В случае T = 2l уровень сигнала становится сравнимым по порядку с шумом. Следует, однако, заметить, что при этом уровень шума в виде спеклов возрастает более чем в 2 раза. Таким образом, оказывается возможным определить положение внутренней границы раздела в случае, когда интерференционное возрастание сигнала не превосходит возросшего по той же причине статистического шума. В случае, когда толщина слоя превосходит длину свободного пробега в 3 раза, T = 3l, сигнал оказывается на порядок слабее шума, т. е. практически не виден. При T = 4l полезный сигнал оказывается неразличимым на фоне шума. Несмотря на это, интерференционный сигнал еще может быть идентифицирован, поскольку в момент интерференции значительно возрастает также и амплитуда флуктуаций интенсивности.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построена теория и выполнено численное моделирование рассеяния низкокогерентного излучения в слое случайно неоднородной среды. Получены выражения для вкладов рассеяния низкокогерентного оптического излучения произвольной кратности от слоя конечной толщины. Найдены условия, при которых обратно рассеянное излучение несет информацию о внутренней границе раздела среды. Впервые проведено вычисление дисперсии интенсивности сигнала ОКТ, определяющей интенсивность спеклов. Показано, что размер спеклов значительно увеличивается при условии интерференционного максимума, что позволяет идентифицировать его даже, когда полезный сигнал, обусловленный френелевских отражением от дальней границы среды, неразличим на фоне статистического шума. Мы также показали, что при толщинах диагностируемой среды порядка нескольких длин свободного пробега момент интерференции проявляется не только в полезной интерференционной составляющей ОКТ, но и в статистическом шуме, также возрастающем в этот момент. Это позволяет расширить область применения ОКТ на случай более толстых слоев, в которых сам полезный сигнал уже может быть неразличим на уровне многократного рассеяния, но внутренняя граница среды/неоднородности может быть диагностирована по возрастанию статистического шума.

Развитая методика позволяет судить о числе актов рассеяния низкокогерентного оптического излучения, рассеянного в слое случайно неоднородной среды. Результаты исследований позволяют оптимизировать рабочие параметры и технические характеристики ОКТ систем, а также могут быть использованы при количественной интерпретации результатов ОКТ измерений, что особенно важно в современных биомедицинских исследованиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Британского совета по биотехническим и биологическим исследованиям (BBSRC, UK, проект № BBS/B/04242) и НАТО (NATO, грант № PST.CLG.979652).

ЛИТЕРАТУРА

- D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin et al., Science 254, 1178 (1991).
- M. Kemke, A. Z. Genack, W. R. Dorn, and D. Dorn, J. Opt. Soc. Amer. A 14, 216 (1997).
- A. F. Fercher, W. Drexler, C. K. Hitzenberger, and T. Lasser, Rep. Progr. Phys. 66, 239 (2003).
- J. M. Schmitt, IEEE J. Select. Topics Quantum Electron 5, 1205 (1999).
- 5. B. E. Bouma and G. J. Tearney, Handbook of Optical Coherence Tomography, Dekker, Marcel (2002).

- ЖЭТФ, том **132**, вып. 2 (8), 2007
- V. V. Tuchin, Handbook of Coherent Domain Optical Methods: Biomedical Diagostics Environment and Material Science, Kluwer Academic Publ., Boston (2004).
- 7. P. Hariharan, *Optical Interferometry*, Academic Press San Diego, London (2003).
- M. J. Yadlowsky, J. M. Schmitt, and R. F. Bonner, Appl. Opt. 43, 5699 (1995).
- B. Karamata, M. Laubscher, M. Leutenegger et al., J. Opt. Soc. Amer. A 22, 1369 (2005).
- B. Karamata, M. Laubscher, M. Leutenegger et al., J. Opt. Soc. Amer. A 22, 1380 (2005).
- K. K. Bizheva, A. M. Siegel, and D. A. Boas, Phys. Rev. E 58, 7664 (1998).
- D. J. Smithies, T. Lindmo, Z. Chen et al., Phys. Med. Biol. 43, 3025 (1998).
- 13. R. K. Wang, Phys. Med. Biol. 22, 2281 (2002).
- 14. М. Ю. Кириллин, И. В. Меглинский, А. В. Приезжев, КЭ 36, 247 (2006).
- 15. A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, Academic Press, New York (1978).
- A. Ishimaru, Y. Kuga, R. Cheung, and K. Shimizu, J. Opt. Soc. Amer. 68, 1045 (1978).
- 17. M. S. Patterson, B. Chance, and B. C. Wilson, Appl. Opt. 28, 2331 (1989).
- 18. В. В. Тучин, Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях, Изд-во Саратовского университета, Саратов (1998).
- **19**. В. Л. Кузьмин, В. П. Романов, С. В. Кожевников, И. В. Меглинский, Опт. и спектр. **100**, 639 (2006).
- В. Л. Кузьмин, И. В. Меглинский, Письма в ЖЭТФ 79, 139 (2004).
- **21**. В. Л. Кузьмин, И. В. Меглинский, Д. Ю. Чурмаков, ЖЭТФ **128**, 30 (2005).
- 22. I. V. Meglinski, V. L. Kuzmin, D. Y. Churmakov, and D. A. Greenhalgh, Proc. Roy. Soc. A 461, 43 (2005).
- 23. В. Л. Кузьмин, И. В. Меглинский, Д. Ю. Чурмаков, Опт. и спектр. 98, 653 (2005).
- 24. P. S. Carney, E. Wolf, and G. S. Agarwal, J. Opt. Soc. Amer. A 14, 3366 (1997).
- T. Wilson, Confocal Microscopy, Academic Press, San Diego (1990).
- 26. E. Akkermans, P. E. Wolf, R. Maynard, and G. Maret, J. Physics France 49, 77 (1988).