

# ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ВНУТРЕННЕЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ $\alpha$ -РАСПАДЕ

*М. Я. Амусья<sup>a,b\*</sup>, Б. А. Зон<sup>c\*\*</sup>, И. Ю. Кретинин<sup>c</sup>*

<sup>a</sup> Санкт-Петербургский физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе  
194021, Санкт-Петербург, Россия

<sup>b</sup> Иерусалимский университет  
91904, Иерусалим, Израиль

<sup>c</sup> Воронежский государственный университет  
394006, Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 8 декабря 2006 г.

Предложен механизм формирования электромагнитного излучения непрерывного спектра, сопровождающего  $\alpha$ -распад, связанный с излучением фотонов электронами атомных оболочек в результате рассеяния на них  $\alpha$ -частицы (поляризационное внутреннее тормозное излучение). Показано, что при энергиях фотонов, не превышающих энергию  $K$ -электронов атома, выход поляризационного тормозного излучения дает существенный вклад в процесс внутреннего тормозного излучения при  $\alpha$ -распаде.

PACS: 23.60.+e, 13.88.+e

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о природе электромагнитного излучения непрерывного спектра частот, сопровождающего  $\alpha$ -распад, стал особенно актуальным после его экспериментального обнаружения при распадах ядер  $^{210,214}\text{Po}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{244}\text{Cm}$  [1, 2]. Теоретически подобное излучение впервые было рассмотрено много ранее в работе [3], где в нерелятивистском приближении с учетом кулоновского взаимодействия  $\alpha$ -частицы и дочернего ядра, а также эффекта отдачи было получено аналитическое выражение для относительной вероятности внутреннего тормозного излучения (ВТИ) при  $\alpha$ -распаде. Конкретные расчеты для ядра  $^{210}\text{Po}$  показали, что вероятность ВТИ находится в диапазоне  $3.6 \cdot 10^{-8}$ – $3.4 \cdot 10^{-9}$  кэВ $^{-1}$  при изменении энергии фотонов в интервале 20–200 кэВ. В недавних работах [4–6] были повторены основные результаты работы [3] и отмечена возможность формирования ВТИ при движении  $\alpha$ -частицы под барьером, что, в принципе, открывает новые возможности для исследования строения атомного ядра. Эф-

фекты туннелирования были рассмотрены в работах [7–9], а в работе [4] было показано, что вклад такого эффекта в излучение мал. Аналитическая формула для углового распределения интенсивности электромагнитного излучения при  $\alpha$ -распаде была получена в работе [10] в рамках квантовой электродинамики. Наконец, в работе [11] для вычисления интенсивности электромагнитного излучения при  $\alpha$ -распаде использовался зависимый от времени квантово-механический формализм.

В данной работе предлагается еще один механизм ВТИ при  $\alpha$ -распаде, связанный с излучением фотонов электронами внутренних атомных оболочек в результате неупругого рассеяния на них  $\alpha$ -частиц. В теории обычного тормозного излучения подобный механизм получил название поляризационного тормозного излучения (ПТИ) [12]. Было показано, что ПТИ играет важную роль в формировании спектра тормозных фотонов при прохождении тяжелых частиц через вещество. Поэтому есть основания полагать, что данный механизм играет заметную роль для ВТИ при  $\alpha$ -распаде.

В работе используется релятивистская система единиц, в которой  $c = \hbar = 1$ ,  $e^2 \approx 1/137$ ; масса покоя электрона  $m \approx 511$  кэВ.

\*Hebrew University, 91904, Jerusalem, Israel

\*\*E-mail: zon@niif.vsu.ru

## 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Рассмотрение излучения фотонов, сопровождающих  $\alpha$ -распад ядра с зарядом  $Z$  и массовым числом  $A$ , удобно проводить в координатах, отсчитываемых от центра масс системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» с приведенной массой  $M$ , вектором  $\mathbf{R}$ , соединяющим центры дочернего ядра и  $\alpha$ -частицы, соответствующим ему импульсом  $\hat{\mathbf{P}}$  и эффективным зарядом

$$Z_{eff} = \frac{2(A - 4) - 4(Z - 2)}{A}$$

( $Z_{eff}$  возникает, если записать дипольный момент двух заряженных частиц в системе их центра масс). В простейшем нерелятивистском варианте теории для оператора взаимодействия системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» с фотоном энергии  $\omega$  и поляризации  $\mathbf{e}$  справедливо дипольное приближение, и он имеет вид

$$\hat{V}_1 = \frac{Z_{eff} e}{M} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} (\mathbf{e} \cdot \hat{\mathbf{P}}) = -\frac{i\sqrt{2\pi} Z_{eff} e \mathbf{e} \cdot \mathbf{R}}{M\omega^{3/2}} \frac{dU}{dR}. \quad (1)$$

Последнее соотношение записано в форме «ускорения», где  $U(R) = 2(Z - 2)e^2/R$ .

Взаимодействие атомного электрона с системой « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» в дипольном приближении есть

$$\hat{V}_2 = -Z_{eff} e^2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}) / r^3, \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор электрона, отсчитываемый от центра масс системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро». Наконец, для оператора взаимодействия электрона с импульсом  $\hat{\mathbf{p}}$  с фотоном примем следующую нормировку:

$$\hat{V}_3 = -\frac{e}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} (\mathbf{e} \cdot \hat{\mathbf{p}}). \quad (3)$$

Ограничиваясь рассмотрением только  $s$ -электронов, выберем волновую функцию электрона в начальном состоянии в виде слэтеровской орбитали,

$$\phi(\mathbf{r}) = \pi^{-1/2} \kappa_i^{3/2} \exp(-\kappa_i r), \quad (4)$$

где  $\kappa_i = \sqrt{2m|\varepsilon_i|}$ ,  $\varepsilon_i$  — энергия электрона.

Волновые функции системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» в начальном и конечном состояниях запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{R}) &= \Phi_i(R) Y_{00}(\mathbf{R}), \\ \Psi(\mathbf{R}) &= i \exp(-i\sigma_1) (MP)^{-1/2} \times \\ &\times \Phi_f(R) \sum_{\mu} Y_{1\mu}^*(\mathbf{P}) Y_{1\mu}(\mathbf{R}). \end{aligned} \quad (5)$$

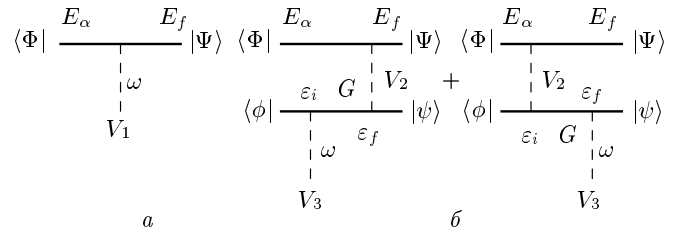


Рис. 1. Диаграммы, характеризующие процесс излучения фотона  $\omega$  при  $\alpha$ -распаде в первом (а) и втором (б) порядках теории возмущений. Здесь  $\Phi$  ( $\Psi$ ) — волновая функция начального (конечного) состояния системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» с энергией  $E_\alpha$  ( $E_f$ ),  $\phi$  ( $\psi$ ) — волновая функция начального (конечного) состояния электрона с энергией  $\varepsilon_i$  ( $\varepsilon_f$ ),  $G$  — электронная функция Грина. Очевидно, что в случае (а)  $E_f = E_\alpha - \omega$ , в случае (б)  $E_f = E_\alpha + \varepsilon_i - \varepsilon_f - \omega$

Здесь  $\mathbf{P}$  — относительный импульс в конечном состоянии,  $\sigma_1$  — кулоновская фаза для состояния с единичным орбитальным моментом; радиальные волновые функции, нормированные здесь по шкале энергий, выражаются через регулярную  $F$  и нерегулярную  $G$  функции Кулона:

$$\Phi_i(R) = \left(\frac{M}{k_i}\right)^{1/2} \frac{G_0(\eta_i, k_i R) + iF_0(\eta_i, k_i R)}{R},$$

$$\Phi_f(R) = \left(\frac{2M}{\pi k_f}\right)^{1/2} \frac{F_1(\eta_f, k_f R)}{R},$$

где параметр Зоммерфельда

$$\eta_i = \frac{2(Z - 2)e^2 M}{k_i}, \quad k_i = \sqrt{2ME_\alpha},$$

$E_\alpha$  есть энергия  $\alpha$ -распада, а  $\eta_f$  и  $k_f$  соответствуют  $\eta_i$  и  $k_i$  с заменой  $E_\alpha \rightarrow E_f$ ,  $E_f \equiv P^2/2M$  — энергия системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» в конечном состоянии.

## 3. СЕЧЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

На рис. 1 изображены диаграммы процесса излучения фотона при  $\alpha$ -распаде, соответствующие первому и второму порядкам теории возмущений. Амплитуда обычного ВТИ (рис. 1а) с энергией конечного состояния системы  $E_f = E_\alpha - \omega$ ,  $M_1 = \langle \Psi | \hat{V}_1 | \Phi \rangle$ , вычисляется просто и принимает вид

$$M_1 = -\frac{\exp(i\sigma_1) \sqrt{2\pi} Z_{eff} e}{\sqrt{MP} M \omega^{3/2}} \sum_{\mu} Y_{1\mu}(\mathbf{P}) (\mathbf{e} \cdot \mathbf{b}_{\mu}) M. \quad (6)$$

Здесь

$$\mathbf{b}_\mu = \int Y_{1\mu}^*(\mathbf{R})(\mathbf{R}/R)Y_{00}(\mathbf{R}) d\Omega,$$

причем  $\sum_\mu |\mathbf{b}_\mu|^2 = 1$ . Для получения численного значения величины  $\mathcal{M} = \langle \Phi_f | \partial_R U | \Phi_i \rangle$  можно воспользоваться результатами работы [4].

Запишем теперь сечение этого процесса в виде, аналогичном приведенному в работе [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dW_1}{d\omega} &= \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^2 \sum_{\rho=1,2} \int |M_1|^2 d\mathbf{P} d\Omega_\gamma = \\ &= \frac{4Z_{eff}^2 e^2}{3M^2 \omega} |\mathcal{M}|^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Суммирование в формуле (7) проводится по поляризациям фотона.

#### 4. КОГЕРЕНТНОЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ВНУТРЕННЕЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ

Амплитуда  $M_2$  процесса поляризованного ВТИ (ПВТИ, рис. 1б) есть сумма амплитуд

$$M_{32} = \langle \psi \Psi | \hat{V}_3 G_1 \hat{V}_2 | \Phi \phi \rangle, \quad M_{23} = \langle \psi \Psi | \hat{V}_2 G_2 \hat{V}_3 | \Phi \phi \rangle,$$

где  $G_{1,2}$  — электронная функция Грина с энергией виртуального фотона  $\varepsilon_{1,2} = \varepsilon_{f,i} \pm \omega$ , а  $\phi$  ( $\psi$ ) — волновые функции начального (конечного) состояния электрона с энергией  $\varepsilon_i$  ( $\varepsilon_f$ ). Энергия конечного состояния системы « $\alpha$ -частица + дочернее ядро» при этом будет равна  $E_f = E_\alpha + \varepsilon_i - \varepsilon_f - \omega$ . Ограничимся рассмотрением только когерентного ПВТИ, при котором электрон остается на той же орбитали дочернего атома, на которой он находился в материнском атоме до  $\alpha$ -распада. Очевидно, что ПВТИ интерферирует с обычным ВТИ.

Пренебрежем влиянием кулоновского поля ядра на электрон в промежуточном состоянии. Из теории ВТИ при электронном захвате и  $\beta$ -распаде известно [13], что получаемые в этом приближении результаты качественно верно описывают экспериментальные данные. Электронная функция Грина представляется в этом приближении в виде

$$G(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{m}{4\pi^3} \int \frac{\exp[i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r})]}{q^2 - 2m\varepsilon + i0} d\mathbf{q}.$$

Как уже было сказано, при когерентном ПВТИ атомный электрон остается в связанном состоянии с энергией  $\varepsilon_f$ . Тогда волновая функция электрона в конечном состоянии  $\psi$  будет определяться формулой (4) с заменой  $\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon_f$ . Также очевидно, что  $M_{23}$

отличается от  $M_{32}$  заменой  $\varepsilon_1 \leftrightarrow \varepsilon_2$  и  $\varepsilon_i \leftrightarrow \varepsilon_f$ , поэтому достаточно вычислить только, например,  $M_{32}$ .

При расчете амплитуды когерентного ПВТИ удобно сначала вычислить интеграл по  $\mathbf{R}$ :

$$\begin{aligned} \langle \Psi | (\mathbf{r} \cdot \mathbf{R}) | \Phi \rangle &= -\frac{i \exp(i\sigma_1)}{\sqrt{M P M} (E_\alpha - E_f)^2} \times \\ &\times \sum_\mu Y_{1\mu}(\mathbf{P})(\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_\mu) \mathcal{M}. \end{aligned}$$

Далее вычислим  $M_{32}$ :

$$\begin{aligned} M_{32} &= -\frac{i \exp(i\sigma_1) Z_{eff} e^3 \sqrt{2\pi/\omega}}{m \sqrt{M P M} (E_\alpha - E_f)^2} \times \\ &\times \sum_\mu Y_{1\mu}(\mathbf{P}) \langle \psi | (\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}') G_1 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_\mu}{r^3} | \phi \rangle \mathcal{M}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \psi | (\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}') G_1 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_\mu}{r^3} | \phi \rangle &= \frac{32i}{3\pi} m (\kappa_i \kappa_f)^{5/2} (\mathbf{e} \cdot \mathbf{b}_\mu) \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{\arctg(q/\kappa_i) - q/\kappa_i}{(q^2 + \kappa_f^2)^2 (q^2 - 2m\varepsilon_1)} q dq. \end{aligned}$$

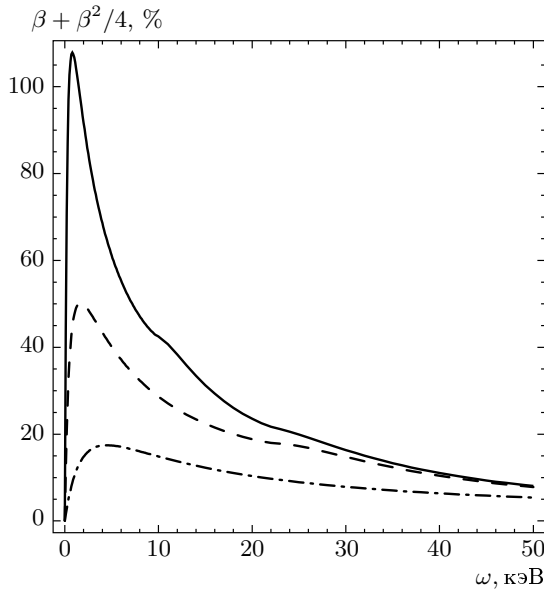
Вычислим теперь  $M_2 = M_{32} + M_{23}$ , учитывая, что  $E_\alpha - E_f = \varepsilon_f - \varepsilon_i + \omega$ , и перейдем к безразмерной переменной интегрирования:

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{\exp(i\sigma_1) 32 \sqrt{2} Z_{eff} e^3}{3 \sqrt{\pi M P M} \omega} I(\omega) \times \\ &\times \sum_\mu Y_{1\mu}(\mathbf{P})(\mathbf{e} \cdot \mathbf{b}_\mu) \mathcal{M}, \end{aligned} \quad (8)$$

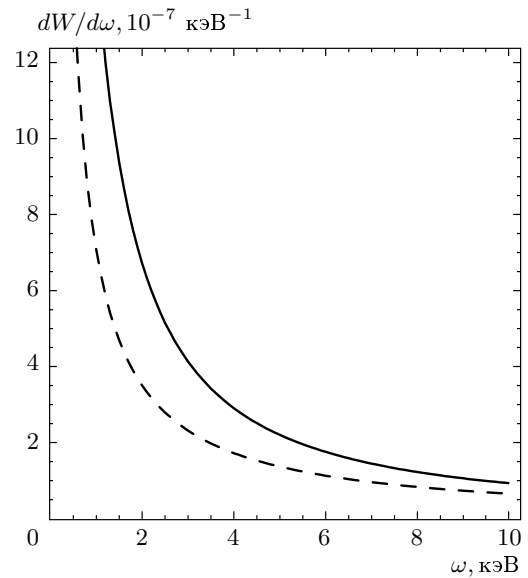
где

$$\begin{aligned} I(\omega) &= \frac{\sqrt{2} |\varepsilon_i \varepsilon_f|^{5/4}}{(\varepsilon_f - \varepsilon_i + \omega)^2} \times \\ &\times \left[ \frac{1}{\varepsilon_i^2} \int_0^\infty \frac{x(\arctg x - x) dx}{\left(x^2 + \left|\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i}\right|^2\right)^2 \left(x^2 + \frac{|\varepsilon_f| - \omega}{|\varepsilon_i|}\right)} + \right. \\ &\left. + \frac{1}{\varepsilon_f^2} \int_0^\infty \frac{x(\arctg x - x) dx}{\left(x^2 + \left|\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_f}\right|^2\right)^2 \left(x^2 + \frac{|\varepsilon_i| + \omega}{|\varepsilon_f|}\right)} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Для  $\omega \geq |\varepsilon_f|$  первый интеграл в выражении (9) существует и вычисляется в смысле главного значения Коши. В принципе, при вычислении амплитуды когерентного ПВТИ также необходимо учесть



**Рис. 2.** Относительные вклады ПВИ в полное сечение процесса излучения фотона при  $\alpha$ -распаде ядер  $^{210}\text{Po}$  с учетом вкладов  $s$ -электронов трех оболочек  $K, L_1, M_1$  (сплошная линия), двух оболочек  $K, L_1$  (штриховая) и одной  $K$ -оболочки (штрихпунктирная) атома  $^{210}\text{Po}$



**Рис. 3.** Сравнение сечений, вычисленных по формулам (7) (штриховая линия) и (10) (сплошная линия)

вклад всех электронов атома при  $\alpha$ -распаде в когерентный переход  $\phi \rightarrow \psi$ , но так как взаимодействие  $\hat{V}_2$  в основном сосредоточено около нуля, то можно учитывать только вклад  $s$ -электронов, суммируя  $I(\omega)$  по  $\varepsilon_i, \varepsilon_f$  для различных оболочек атома ( $K, L_1, M_1$  и т. д.; см. ниже рис. 3).

Вычислим теперь вклады интерференционного члена  $2\text{Re}(M_1^* M_2)$  и члена  $|M_2|^2$  в полное сечение процесса излучения фотона. Вычисления проводятся по аналогии с (7), и в итоге получаем, что полное сечение равно

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{4Z_{eff}^2 e^2}{3M^2 \omega} |M|^2 \left[ 1 + \beta(\omega) + \frac{1}{4} \beta^2(\omega) \right], \tag{10}$$

$$\beta(\omega) = -\frac{128e^2 \omega}{3\pi} \sum_{K, L_1, M_1} I(\omega).$$

При вычислении сечения (10) мы пренебрегли незначительным различием величины  $M$  для диаграмм, изображенных на рис. 1, связанным с отличием энергии  $E_f$  на величину  $\varepsilon_i - \varepsilon_f$ . Сравнение выражений (10) и (7) показывает, что относительный вклад ПВИ в полное сечение равен  $\beta + \beta^2/4$ .

Результаты вычислений приведены на рис. 2, 3

для атома  $^{210}\text{Po}$  в сравнении с результатами работы [4]. Расчет показывает, что вклад ПВИ составляет десятки процентов при энергиях фотонов, меньших энергии связи  $K$ -электронов в атоме  $^{210}\text{Po}$ , равной 96 кэВ.

Отметим, что вклад ПВИ возрастает для внешних оболочек и смещается в сторону меньших энергий. Поэтому уместно ожидать, что доля мягких фотонов ( $\omega < 1$  кэВ), создаваемых за счет ПВИ, будет существенно больше, чем для промежуточных энергий, рассмотренных в данной работе.

Кванты заметно больших энергий возникают за счет механизма (его можно назвать ядерным ПТИ), в котором источником излучения становятся зависящие от времени дипольный и квадрупольный моменты дочернего ядра, возникающие вследствие движения  $\alpha$ -частицы. В целом, область малых и больших  $\omega$  требует специальных исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-16649), Министерства образования и науки РФ и Американского фонда гражданских исследований (CRDF BRNE Program, грант VZ-010). И. Ю. К. благодарит фонд «Династия» за поддержку. М. Я. А. отмечает финансовую поддержку Израильского научного фонда (грант 174/03) и внутри-университетского гранта Иерусалимского университета.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. D. Arrigo, N. V. Eremin, G. Fazio et al., Phys. Lett. B **332**, 25 (1994).
2. J. Kasagi, H. Yamazaki, N. Kasajima et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 371 (1997); J. Kasagi, H. Yamazaki, N. Kasajima et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **23**, 1451 (1997).
3. И. С. Баткин, И. В. Копытин, Т. А. Чуракова, ЯФ **44**, 1454 (1986).
4. T. Papenbrock and G. F. Bertsch, Phys. Rev. Lett. **80**, 4141 (1998).
5. Е. В. Ткаля, ЖЭТФ **89**, 208 (1999); E. V. Tkalya, Phys. Rev. C **60**, 054612 (1999).
6. N. Takigawa, Y. Nozawa, K. Hagino et al., Phys. Rev. C **59**, R593 (1999).
7. C. A. Bertulani, D. T. de Paula, and V. G. Zelevinsky, Phys. Rev. C **60**, 031602 (1999).
8. M. I. Dyakonov, Phys. Rev. C **60**, 037602 (1999); M. I. Dyakonov and I. V. Gornyi, Phys. Rev. Lett. **76**, 3542 (1996).
9. B. Ivlev and V. Gudkov, Phys. Rev. C **69**, 037602 (2004); S. P. Maydanyuk and V. S. Olkhovsky, Prog. Theor. Phys. **109**, 203 (2003).
10. S. P. Maydanyuk and V. S. Olkhovsky, Europ. Phys. J. A **28**, 283 (2006).
11. S. Misicu, M. Rizea, and W. Greiner, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **27**, 993 (2001).
12. М. Я. Амуся, В. М. Буймистров, Б. А. Зон, В. Н. Цытович, *Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов*, Наука, Москва (1987).
13. Б. А. Зон, Л. П. Рапопорт, ЯФ **7**, 528 (1968); Б. А. Зон, ЯФ **13**, 963 (1971).