

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ РЕЛЯТИВИСТСКИ СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СО СЛОЕМ ЗАКРИТИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

А. В. Коржиманов^а, В. И. Еремин^{а}, А. В. Ким^а, М. Р. Тушенцов^б*

*^а Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

*^б The University of Texas at Austin
Austin, Texas 78712, USA*

Поступила в редакцию 28 декабря 2006 г.

В рамках квазистационарного приближения рассмотрены плазменно-полевые структуры, возникающие при взаимодействии релятивистски сильной электромагнитной волны со слоем закритической плазмы. Показано, что наряду с известными решениями, являющимися нелинейными обобщениями скин-слоиных решений, при амплитудах падающего поля, превышающих некоторое пороговое значение, возможно возбуждение многослойных структур, содержащих области кавитации с полностью вытесненными электронами (ионные слои). При симметричном облучении в таких кавитационных областях, играющих роль самосогласованных резонаторов, возможно усиление поля и накопление, соответственно, электромагнитной энергии.

PACS: 52.35.Mw, 52.38.-r, 52.50.Jm

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время повышенный интерес исследователей вызывает проблема взаимодействия сверхсильных лазерных полей с плазмой, что, в первую очередь, связано с впечатляющим развитием лазерных технологий, которые позволяют на данный момент получать в экспериментальных условиях импульсы оптического диапазона интенсивностью до 10^{21} Вт/см² [1]. В случае таких сверхвысоких интенсивностей следует принимать во внимание, что энергия осцилляций электронов в поле излучения становится сравнимой с их энергией покоя, поэтому необходим учет релятивистских эффектов (см., например, [2, 3] и цитированную там литературу). Подобные исследования представляют фундаментальный интерес, однако могут оказаться полезными и для ряда практических приложений, в частности, для проблемы инерциального термоядерного синтеза и связанной с ней проблемы так называемого быстрого поджига [4]. Интересно отметить также,

что в плазме в условиях сильного релятивистского взаимодействия возможно образование плазменно-полевых структур, в которых падающее поле может быть значительно усилено или преобразовано в квазистатическое, что является одним из вероятных способов получения сильных полей для задач экспериментальной проверки эффектов, связанных с нелинейностью вакуума [5, 6].

Как известно, взаимодействие релятивистски сильного электромагнитного излучения с плазмой сопровождается рядом нелинейных эффектов, среди которых мы отметим, во-первых, самофокусировку [7] и самоканалирование лазерного пучка в прозрачной плазме, т. е. образование канала, по которому энергия с незначительными потерями может быть передана на значительные расстояния [8], во-вторых, самоиндуцируемую прозрачность, когда первоначально непрозрачная (закритическая) плазма может значительно изменить свои оптические свойства вплоть до полного просветления [9, 10]. Как показано в ряде работ [11–14], в неограниченной и полуограниченной плазме возможно возбуждение весьма необычных плазменно-полевых

*E-mail: eremin@ufp.appl.sci-nnov.ru

структур, содержащих кавитационные области, откуда электроны могут быть полностью удалены под действием пондеромоторных сил (чисто ионные области). В настоящей работе проводится исследование плазменно-полевых структур применительно к практически важному случаю слоя конечной толщины. Несмотря на то что вопрос о реализуемости и устойчивости структур в настоящей работе не затрагивается, знание полного набора квазистационарных решений представляется нам важным и полезным как с точки зрения предсказания возможных сценариев поведения системы и оценок соответствующих физических параметров, так и с точки зрения общей теории сильнонелинейных релятивистских взаимодействий электромагнитных полей с плазмой.

2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ

Для удобства изложения приведем вывод уравнений квазистационарного приближения, допускающих возможность образования кавитационных областей внутри плазменного слоя, откуда электроны могут быть полностью удалены под действием пондеромоторных сил. Последовательный вывод подобных уравнений может быть легко сделан для случая ненулевой температуры электронов ($T_e \neq 0$), однако он приводит к уравнениям более высокого порядка по сравнению со случаем $T_e = 0$, для которого вывод не столь очевиден, но позволяет провести полный анализ всех решений. Упрощение, связанное с пренебрежением тепловым движением электронов, представляется возможным, так как в практически интересных случаях энергия этого движения составляет не более нескольких кэВ, в то время как энергия осцилляторного движения может достигать сотен и более кэВ. Для описания плазмы будем пользоваться обычным для задач подобного рода приближением «холодной» релятивистской гидродинамики [2]. При этом будем считать, что длительность импульса меньше обратной ионной плазменной частоты, что позволит нам пренебречь динамикой ионной компоненты.

Электромагнитное поле импульса будем описывать в терминах векторного \mathbf{A} и скалярного φ потенциалов, используя удобную для наших целей кулоновскую калибровку. В этом случае в качестве исходных уравнений можно принять следующую систему уравнений:

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \varphi + \frac{4\pi}{c} e N_e \mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\Delta \varphi = 4\pi e (N_e - N_i), \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{p} = \frac{e}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + e \nabla \varphi - \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}], \quad (4)$$

$$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v}. \quad (5)$$

Здесь

$$\gamma = \left(1 - \frac{|\mathbf{v}|^2}{c^2} \right)^{-1/2} = \left(1 + \frac{|\mathbf{p}|^2}{(m_0 c)^2} \right)^{1/2}$$

— релятивистский фактор, \mathbf{v}, \mathbf{p} — соответственно скорость и импульс электрона, m_0 — его масса покоя, c — скорость света в вакууме, N_i — концентрация ионов. Для простоты считается, что все ионы однократно ионизованы. Отметим, что в силу первых трех уравнений справедливо уравнение непрерывности для электронной концентрации:

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \operatorname{div}(N_e \mathbf{v}) = 0. \quad (6)$$

Таким образом, условие глобальной квазинейтральности плазмы в динамической задаче выполняется автоматически. Однако, как будет отмечено ниже, формальные решения уравнений квазистационарного приближения не всегда обладают этим свойством и данное требование должно быть использовано для построения физического решения.

Далее, пользуясь следующим тождественным преобразованием:

$$\begin{aligned} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{p} &= \frac{1}{m_0 \gamma} (\mathbf{p} \nabla) \mathbf{p} = \\ &= \frac{1}{m_0 \gamma} \left(\frac{1}{2} \nabla |\mathbf{p}|^2 - \mathbf{p} \times \operatorname{rot} \mathbf{p} \right) = \\ &= m_0 c^2 \nabla \gamma - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{p}, \quad (7) \end{aligned}$$

сведем уравнение гидродинамики (4) к уравнению для обобщенного импульса электронов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) = \\ = \nabla (e\varphi - m_0 c^2 \gamma). \quad (8) \end{aligned}$$

Применив к этому соотношению операцию ротор, получим уравнение для обобщенного вихря, определяемого как

$$\Omega = \operatorname{rot} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right). \quad (9)$$

Оно имеет следующий вид:

$$\frac{d\Omega}{dt} = (\Omega \nabla) \mathbf{v} - \Omega (\nabla \mathbf{v}). \quad (10)$$

Если предположить, что в начальный момент завихренность отсутствует, то, как несложно видеть, в любой момент времени имеем $\Omega \equiv 0$. Тогда уравнение (8) преобразуется к более простому виду:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) = \nabla (e\varphi - m_0 c^2 \gamma). \quad (11)$$

Будем рассматривать одномерную задачу вдоль направления распространения z , пренебрегая зависимостью всех величин от поперечных координат ($\nabla_{\perp} \equiv 0$). Тогда из калибровочного условия (3) имеем $\partial A_z / \partial z = 0$, поэтому без потери общности можно считать, что $A_z \equiv 0$. Далее, проектируя уравнение (11) на поперечную плоскость, видим, что сохраняется проекция обобщенного импульса электронов на эту плоскость:

$$\mathbf{p}_{\perp} - \frac{e}{c} \mathbf{A}_{\perp} = \text{const}. \quad (12)$$

В отсутствие поля нет упорядоченного движения электронов, поэтому константа равна нулю.

Если теперь обратиться к выражению для релятивистского фактора, несложно заметить, что в случае произвольной поляризации поля с учетом (12) он изменяется во времени сложным нелинейным образом. Однако если поле монохроматично и циркулярно поляризовано:

$$\mathbf{A}_{\perp}(z, t) = A(z)(\mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0)e^{i\omega t}, \quad (13)$$

то зависимость γ от времени исчезает,

$$\gamma = (1 + e|A|^2/m_0 c^2)^{1/2}.$$

В этом квазистационарном приближении из проекции волнового уравнения для векторного потенциала (1) на ось z имеем $p_z \equiv 0$, что отвечает отсутствию какого-либо упорядоченного движения электронной жидкости в продольном направлении в установившемся режиме. Спроектировав уравнение (11) на ось z , получим условие баланса электростатической и пондеромоторной сил, действующих на электроны:

$$e \frac{d\varphi}{dz} = mc^2 \frac{d\gamma}{dz}. \quad (14)$$

Волновое уравнение (1) в проекции на поперечную плоскость дает уравнение, описывающее распределение поля, которое с учетом выражений (5), (12), (13) может быть записано в виде

$$\frac{d^2 A}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{\gamma m_0 \omega^2} \right) A = 0. \quad (15)$$

Для дальнейшего анализа удобно имеющиеся уравнения привести к безразмерному виду, введя нормированные переменные следующим образом:

$$\tilde{a} = \frac{eA}{mc^2}, \quad \phi = \frac{e\varphi}{mc^2}, \quad n = \frac{N_e}{N_i}, \quad \zeta = \frac{\omega}{c} z. \quad (16)$$

Окончательная система уравнений в этом случае примет вид

$$\frac{d^2 \tilde{a}}{d\zeta^2} + \left(1 - \frac{n_0 n}{\gamma} \right) \tilde{a} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\zeta^2} = n_0 (n - 1), \quad (18)$$

$$\frac{d\phi}{d\zeta} = \frac{d\gamma}{d\zeta}, \quad (19)$$

$$\gamma = \sqrt{1 + |\tilde{a}|^2}, \quad (20)$$

где введен параметр, характеризующий закритичность плазмы (фактически, отношение невозмущенной концентрации плазмы к ее критическому значению для данной частоты излучения): $n_0 = 4\pi e^2 N_i / m_0 \omega^2$.

Учтем, что \tilde{a} — комплексная амплитуда, представив ее в виде

$$\tilde{a}(\zeta) = a(\zeta) \exp \{ i\vartheta(\zeta) \}.$$

Тогда уравнение (17) может быть преобразовано к виду

$$\frac{d^2 a}{d\zeta^2} - \frac{s^2}{a^3} + \left(1 - \frac{n_0 n}{\gamma} \right) a = 0, \quad (21)$$

где величина $a^2 d\vartheta/d\zeta = s$ имеет смысл нормированного потока электромагнитной энергии в волне и будет играть в нашей задаче роль еще одного внешнего параметра. Из уравнений (18)–(20) можно очевидным образом выразить концентрацию n через амплитуду поля a :

$$n = 1 + \frac{1}{n_0} \frac{d^2 \sqrt{1 + a^2}}{d\zeta^2}. \quad (22)$$

С учетом этого выражения уравнение для действительной амплитуды поля примет в окончательной форме следующий вид:

$$\frac{d^2 a}{d\zeta^2} - \frac{a}{1 + a^2} \left(\frac{da}{d\zeta} \right)^2 + \left(1 + a^2 - n_0 \sqrt{1 + a^2} - \frac{s^2}{a^4} (1 + a^2) \right) a = 0. \quad (23)$$

Несмотря на простоту вывода основного уравнения квазистационарного приближения (23), в своей основе оно содержит весьма сильное требование

о равенстве пондеромоторной и электростатической сил (19) во всей области взаимодействия. Действительно, решения уравнения (23) не определяют в полной мере весь класс плазменно-полевых структур. Это связано с тем обстоятельством, что, как отмечено в работах [10, 15], некоторому классу решений уравнения (23) соответствуют области отрицательных значений электронных концентраций, что лишено физического смысла. Очевидно также, что появление таких нефизических решений явилось следствием перехода в рамках точных динамических уравнений (1)–(5) к квазистационарному приближению, в котором полагалось равенство сил, действующих на электроны, нулю во всей области взаимодействия. Наличие таких решений можно избежать, если наложить на систему уравнений квазистационарного приближения (17)–(20) дополнительное естественное условие, что равенство действующих на электроны сил (19) — пондеромоторной и электростатической, связанной с разделением зарядов, — должно выполняться только в областях присутствия электронов, т. е. $n(\zeta) > 0$. При этом области с отрицательными значениями $n(\zeta) < 0$ надо заменить на «вакуумные» (чисто ионные слои) с $n(\zeta) = 0$, определяя границы соприкасающихся областей самосогласованным образом, исходя из условия квазинейтральности плазменно-полевой структуры в целом. Построенные таким образом решения, описывающие проникновение падающего на полуограниченную плазму (в этом случае $s = 0$) релятивистски сильного излучения показали, что в режиме самоиндуцируемой прозрачности возможно образование необычного класса плазменно-полевых структур, представляющих собой чередующиеся слои электронной плотности, разделенные «вакуумными» полостями, размерами порядка четверти длины волны. Построенные решения описывают проникновение падающего излучения на конечную глубину, возрастающую с ростом интенсивности [13]. Далее рассмотрим аналогичную задачу применительно к плазменному слою для двух случаев: $s \neq 0$, падение волны на слой, и $s = 0$, симметричное облучение, — для которых фазовые плоскости качественно различаются.

3. ПАДЕНИЕ ВОЛНЫ НА СЛОЙ

3.1. Принцип построения решения

Анализ плазменно-полевых решений удобно проводить на фазовой плоскости $(a, da/d\zeta)$. В случае, когда $s \neq 0$, амплитуда поля a не может обратиться

в нуль ни в одной точке пространства, поэтому информативна лишь одна половина фазовой плоскости. Для определенности будем считать, что $a > 0$. Характерный фазовый портрет системы (23) приведен на рис. 1. Как уже отмечалось, если выразить n из выражения (22) через a и $da/d\zeta$:

$$n = 1 + \frac{1}{n_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \left(\frac{da}{d\zeta} \right)^2 + \frac{s^2}{a^2} \sqrt{1+a^2} - \left(\sqrt{1+a^2} - n_0 \right) a^2 \right], \quad (24)$$

можно увидеть, что в определенной области значений $(a, da/d\zeta)$ концентрация электронов является отрицательной величиной. На фазовом портрете на рис. 1 отмечена граница области нефизических значений концентрации (справа от штрих-пунктирной линии). Причиной подобного результата послужило пренебрежение в стационарной модели тепловым движением электронов, а следовательно, и давлением. Очевидно, что подобное приближение заведомо неверно в области больших градиентов концентрации и малой величины самой концентрации электронов. Однако в приближении холодной плазмы можно значительно упростить построение решения, осуществляя его поиск в классе кусочно-непрерывных функций, заменяя области малых значений электронных концентраций на «вакуумные», где $n(\zeta) = 0$, и используя лишь условия непрерывности полей на разрыве. Таким образом, система уравнений (17)–(20) справедлива лишь в области, где $n(\zeta) > 0$, а в области кавитации, где $n(\zeta) = 0$, применимы обычные вакуумные уравнения. Исходя из этих соображений, предлагается конструировать кусочно-непрерывные решения, состоящие из кусков решения уравнения (23), разделенных областями, лишенными электронов (т. е. внутри которых $n \equiv 0$). Внутри таких полостей для поля будет справедливо вакуумное уравнение, т. е. уравнение (21) с $n = 0$. В области, где нет электронов, отпадает необходимость в уравнении (19), которое выражает собой баланс сил, действующих на электроны. Поэтому также нарушается справедливость уравнения непрерывности (6), и условие квазинейтральности плазменного слоя требует специального учета в дальнейшем анализе. Сшивку решений на границах разрывов будем проводить, считая непрерывными величины a и $da/d\zeta$.

Легко понять, что число электронных слоев, разделенных полостями, в общем случае может быть произвольно. Так, например, при исследовании структур в полуограниченной плазме было по-

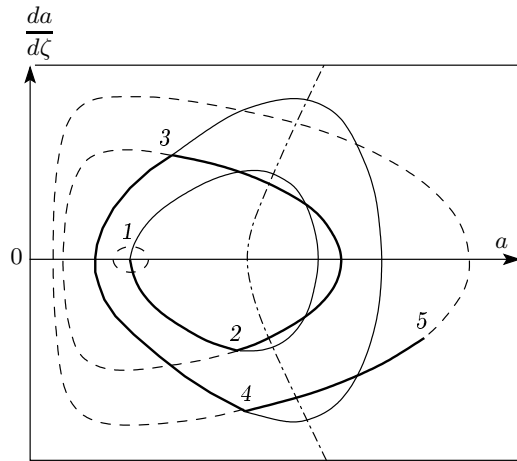


Рис. 1. Фазовая плоскость при $n_0 = 2, s = 1$. Сплошные линии — фазовые траектории уравнения (23). Штрих-пунктирной линией отмечена граница области нефизичных значений концентрации электронов. Штриховые линии — фазовые траектории уравнения (21) при $n = 0$. Жирной линией выделен пример построенного решения с двумя электронными слоями

казано, что возможно существование не только очевидного однополостного решения, но и решений с любым количеством полостей, по крайней мере, при определенных значениях параметров [13]. Реализуемость той или иной структуры в эксперименте определяется множеством факторов, главным из которых, по всей видимости, следует считать предысторию процесса. Однако, если слой плазмы достаточно тонкий, можно ожидать, что реализуется режим с не очень большим количеством электронных слоев.

3.2. Математический алгоритм построения решения

Перейдем далее к математическому алгоритму численного построения решений. За этим построением удобно наблюдать по фазовой плоскости на рис. 1. Будем считать, что излучение падает на слой вдоль оси z слева направо. Тогда удобно проводить построение решения, начиная от правой границы. Так как на выходе имеем только прошедшую волну с известной амплитудой, определяемой величиной потока энергии, в точке правой границы плазменного слоя ζ_R (на фазовой плоскости ей соответствует точка 1, являющаяся точкой равновесия типа центр для вакуумных траекторий) можем записать:

$$a|_{\zeta_R} = \sqrt{s}, \quad \left. \frac{da}{d\zeta} \right|_{\zeta_R} = 0. \tag{25}$$

Несложно понять, что к правой границе прижат электронный слой, так как если бы здесь находилась полость, то на границе крайнего правого электронного слоя пондеромоторная сила была бы равна нулю ($d\gamma/d\zeta = a(da/d\zeta)/\gamma = 0$) и не могла бы уравновесить силу притяжения «голых» ионов, находящихся справа.

Обозначим как k число электронных слоев, тогда число неизвестных равно $4(2k - 1)$, где $2k - 1$ — число границ, на которых проводится сшивка решений уравнений (23) и (21) с $n = 0$, а множитель 4 отвечает числу неизвестных на каждой границе: координата границы и значение величин $d\phi/d\zeta, a, da/d\zeta$ на этой границе. Для поиска этих неизвестных имеем следующие уравнения. Во-первых, из уравнений (19), (20) следует условие

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_j} = \frac{a_j b_j}{\sqrt{1 + a_j^2}}, \tag{26}$$

где для удобства введено обозначение $b = da/d\zeta, j$ — номер границы, считая справа, к которой относится данное условие. Число уравнений вида (26) равно $2k - 1$. Следующий набор условий получим, проинтегрировав уравнение Пуассона (18) по «вакуумным» областям (отрезки 2–3 и 4–5 на фазовой плоскости):

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_{j+1}} - \left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_j} = -n_0 (\zeta_{j+1} - \zeta_j). \tag{27}$$

Отдельно проинтегрируем то же уравнение по крайней левой полости, примыкающей к левой границе плазменного слоя ζ_L :

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_L} - \left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_{2k-1}} = -n_0 (\zeta_L - \zeta_{2k-1}). \tag{28}$$

Если теперь проинтегрировать уравнение (19) по всему плазменному слою и использовать условие квазинейтральности, то несложно получить следующее условие:

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_L} = \left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_R} = 0, \tag{29}$$

и поэтому

$$\left. \frac{d\phi}{d\zeta} \right|_{\zeta_{2k-1}} = n_0 (\zeta_L - \zeta_{2k-1}). \tag{30}$$

Таким образом, имеем еще k уравнений. Далее отметим, что уравнения (23) и (21) с $n = 0$ имеют

гамильтонову структуру с гамильтонианами следующего вида. Для электронных слоев (отрезки 1–2 и 3–4 на фазовой плоскости)

$$H_1 \left(a, \frac{da}{d\zeta} \right) = \frac{1}{2(1+a^2)} \left(\frac{da}{d\zeta} \right)^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2} \frac{s^2}{a^2} - n_0 \sqrt{1+a^2}, \quad (31)$$

для полостей (отрезки 2–3 и 4–5 на фазовой плоскости)

$$H_2 \left(a, \frac{da}{d\zeta} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{da}{d\zeta} \right)^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2} \frac{s^2}{a^2}. \quad (32)$$

Для соседних границ разрывов можно записать условие равенства гамильтонианов:

$$H(a_j, b_j) = H(a_{j+1}, b_{j+1}), \quad (33)$$

при этом вид гамильтониана выбирается в соответствии с тем, что расположено между ζ_j и ζ_{j+1} — электронный слой или полость. Можно записать $2k - 1$ условий вида (33), включая условие для крайнего правого электронного слоя:

$$H_1(a_1, b_1) = H_1(\sqrt{s}, 0). \quad (34)$$

Последние $2k - 1$ уравнений получим, если для каждой пары соседних границ запишем следующее тождественное равенство:

$$\zeta_j - \zeta_{j+1} = \int_{a_{j+1}}^{a_j} \frac{da}{b(a, H(a_j, b_j))}, \quad (35)$$

где $b(a, H(a_j, b_j))$ — производная от амплитуды, записанная как функция самой амплитуды и соответствующего гамильтониана. Вид этих функций можно получить, выразив из соотношений (31) и (32) величину $da/d\zeta$. Отметим также, что кроме перечисленных выше соотношений можно записать еще одно, выражающее простую геометрическую связь:

$$\zeta_R - \zeta_L = L, \quad (36)$$

где L — толщина исследуемого плазменного слоя, являющаяся еще одним параметром задачи.

Суммируя все сказанное выше, имеем $7k - 3$ уравнений для определения $8k - 4$ неизвестных. Таким образом, в общем случае имеется $k - 1$ свободных параметров, в зависимости от значения которых могут реализовываться разные решения. В эксперименте конкретные значения этих параметров, очевидно, будут определяться множеством факторов, носящих в том числе и случайный характер.

3.3. Структуры с одним электронным слоем

Наиболее простой структурой, которая может существовать в данной системе, является стационарное решение с одним электронным слоем, прижатым к правой границе, и одной полостью, откуда электроны были удалены пондеромоторными силами. В этом случае число свободных параметров равно нулю, а из уравнений (26), (30) и (35) имеем интегральное соотношение для определения амплитуды a_1 поля в точке разрыва:

$$-\frac{1}{n_0} \frac{a_1 b_1(a_1, H_1(\sqrt{s}, 0))}{\sqrt{1+a_1^2}} - \int_{\sqrt{s}}^{a_1} \frac{da}{b(a, H_1(\sqrt{s}, 0))} = L. \quad (37)$$

Значение a_1 рассчитывалось на компьютере, по найденному значению определялась координата разрыва ζ_1 и осуществлялось построение решения. Пример структуры с одним электронным слоем приведен на рис. 2. Примером однослойного решения на фазовой плоскости может служить ломаная 1–2–3 на рис. 1. Как видно из рис. 2, электронный слой под действием пондеромоторных сил отжимается от левой границы, формируя некий профиль концентрации. Вне этого слоя слева наблюдается структура поля, образованная интерференцией падающей и отраженной волн. Внутри слоя поле уменьшается и образуется структура наподобие скин-слоя. При увеличении амплитуды скин-слой становится существенно нелинейным и поле убывает по экспоненциальному закону только на достаточно больших расстояниях от границы электронного слоя.

Следует отметить, что решение уравнения (37) существует не для всякой комбинации параметров. При исследовании полуограниченной плазмы было показано, что при интенсивностях падающего излучения, больших некоторого порогового, пондеромоторная сила на границе электронной области не может уравновесить электростатическое притяжение слоя, обедненного электронами [11]. Это связано, очевидно, с существенно нелинейным характером проникновения поля в плазму. Аналогичный эффект ожидаем и в случае ограниченной плазмы. Анализируя уравнение (37), можно обнаружить, что если толщина плазменного слоя L меньше некоторой критической L_* , то однослойное решение существует для любых интенсивностей падающего излучения; если же толщина превышает критическое значение, то в некотором интервале амплитуд облучающего поля стационарное решение с одним слоем

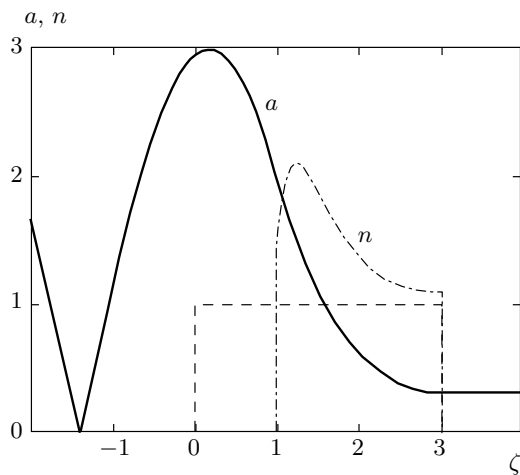


Рис. 2. Решение с одним электронным слоем при $n_0 = 2, L = 3, s = 0.1$. Сплошная линия — распределение вектор-потенциала, штрих-пунктирная — распределение электронной концентрации, штриховая — первоначальное распределение электронной концентрации

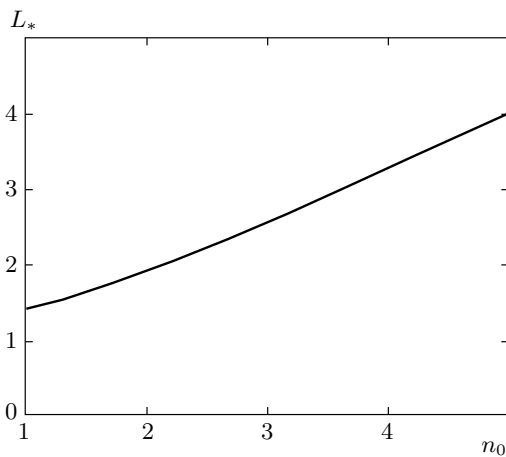


Рис. 3. Зависимость критического значения толщины плазменного слоя L_* от параметра закритичности плазмы n_0

невозможно. Величина L_* определяется параметром n_0 . На рис. 3 приведена зависимость $L_*(n_0)$, построенная с использованием численного счета.

Рассмотрим более подробно свойства однослойных решений для достаточно тонкого плазменного слоя при $L < L_*$. Важной характеристикой взаимодействия излучения с веществом является коэффициент отражения по интенсивности:

$$R = 1 - \frac{s}{a_i^2}, \tag{38}$$

где амплитуда a_i падающей волны выражается через амплитуду и ее производную в точке ζ_1 следующим образом:

$$a_i = \frac{1}{2} \left[a^2 \left(1 + \frac{s}{a^2} \right)^2 + \left(\frac{da}{d\zeta} \right)^2 \right]^{1/2} \Big|_{\zeta_1}. \tag{39}$$

Характерный вид зависимостей коэффициента отражения от амплитуды падающего излучения приведен на рис. 4. При малых амплитудах значение коэффициента стремится к значению в линейном случае. При больших же амплитудах отражение практически исчезает, что связано с исключительно малой толщиной электронного слоя, сильно прижатого к правой границе. Таким образом, за счет наличия поперечной силы, действующей на электроны, происходит деформация профиля электронной плотности, что при больших интенсивностях падающего излучения приводит к практически полному исчезновению отражения от слоя закритической плазмы.

Другой величиной, представляющей интерес, является максимальное значение продольного электростатического поля E_m , которое в данном случае достигается в точке разрыва. Из соотношения (18) при $n \equiv 0$ интегрированием можно найти:

$$E_m = - \frac{d\phi}{d\zeta} \Big|_{\zeta_1} = - \frac{d\phi}{d\zeta} \Big|_{\zeta_R} + \int_{\zeta_R}^{\zeta_1} n_0 d\zeta = n_0 (\zeta_1 - \zeta_R). \tag{40}$$

Таким образом, это поле представляет интерес и как характеристика толщины отжатого слоя. Графики зависимости продольного поля от амплитуды падающего излучения приведены на рис. 5. Как и следовало ожидать, электронный слой плавно отжимается от границы с увеличением интенсивности излучения, стремясь в пределе иметь нулевую толщину. При этом величина продольного электростатического поля может достигать значений, сравнимых с полями в падающей волне.

Как уже говорилось, при значениях L , больших критического, в некотором интервале амплитуд внешнего излучения существование стационарного однослойного решения невозможно. Аналогичный результат наблюдался, как уже упоминалось, и в случае полуограниченной плазмы, однако случай слоя конечной толщины отличается наличием двух пороговых значений амплитуды. Существование стационарной структуры с одним электронным слоем

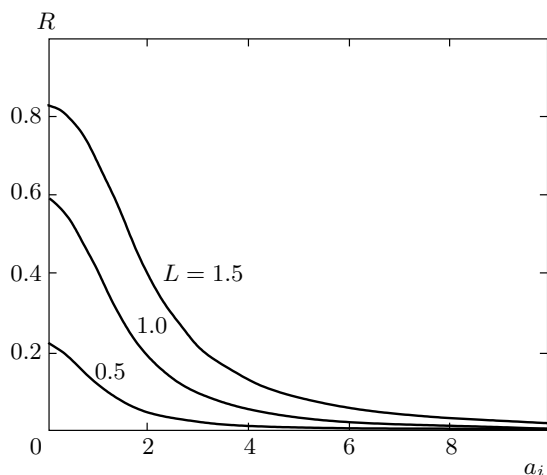


Рис. 4. Зависимости коэффициента отражения по интенсивности, R , от амплитуды a_i падающего излучения при $n_0 = 2$, $L_* = 1.925$ для различных толщин слоя $L < L_*$

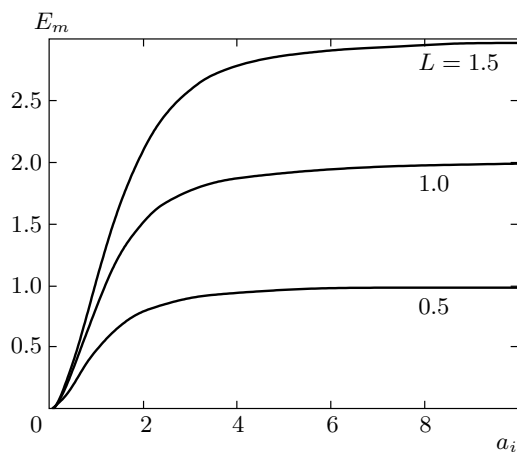


Рис. 5. Продольное электростатическое поле E_m в точке разрыва в зависимости от амплитуды a_i падающего излучения при $n_0 = 2$, $L_* = 1.925$ для различных толщин слоя $L < L_*$

возможно только вне интервала, заключенного между этими порогами. Нижний порог обусловлен тем фактом, что при увеличении поля электронный слой все больше отжимается от левой границы, за счет чего увеличивается действующее на него электростатическое поле, что видно из рис. 5, а пондеромоторная сила, имея сложный характер поведения, может при некоторой амплитуде падающей волны начать уменьшаться. Наличие верхнего порогового значения объясняется тем, что при дальнейшем увеличении интенсивности электростатическое продольное поле начинает изменяться все медленнее, стремясь

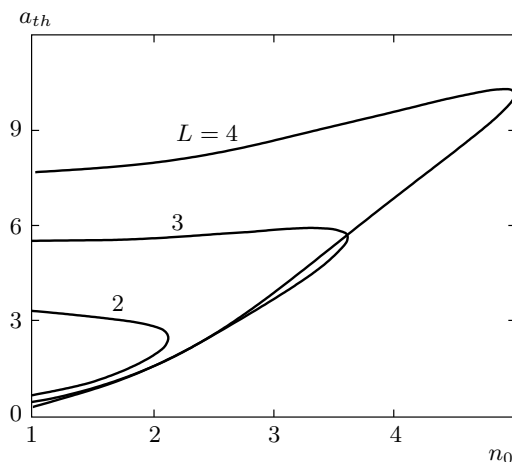


Рис. 6. Зависимости пороговых значений амплитуды падающего поля от параметра закритичности плазмы n_0 для различных значений толщины L плазменного слоя

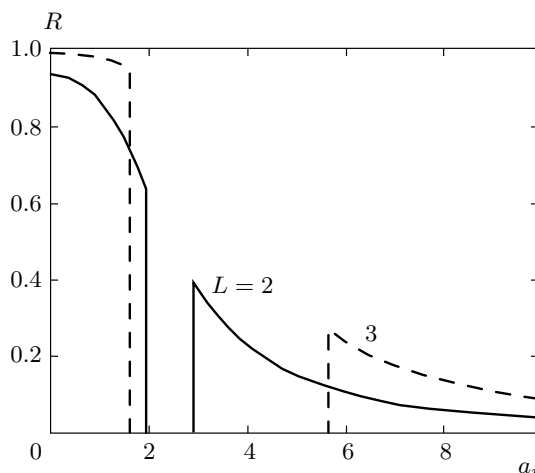


Рис. 7. Коэффициент отражения по интенсивности, R , в зависимости от амплитуды a_i падающего излучения при $n_0 = 2$, $L_* = 1.925$ для двух толщин слоя $L > L_*$

к предельному значению $n_0 L$, как это хорошо видно из рис. 5. Пондеромоторная сила с увеличением амплитуды также начнет увеличиваться. Таким образом, вновь становится возможным выполнение условия баланса (19). На рис. 6 приведены зависимости пороговых значений амплитуды падающего поля от параметра n_0 для нескольких значений толщины L плазменного слоя.

При толщинах слоя $L > L_*$ также можно построить зависимости коэффициента отражения и про-

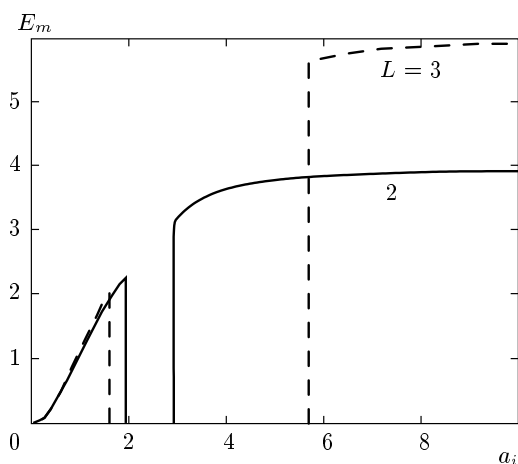


Рис. 8. Продольное электростатическое поле E_m в точке разрыва в зависимости от амплитуды a_i падающего излучения при $n_0 = 2$, $L_* = 1.925$ для двух толщин слоя $L > L_*$

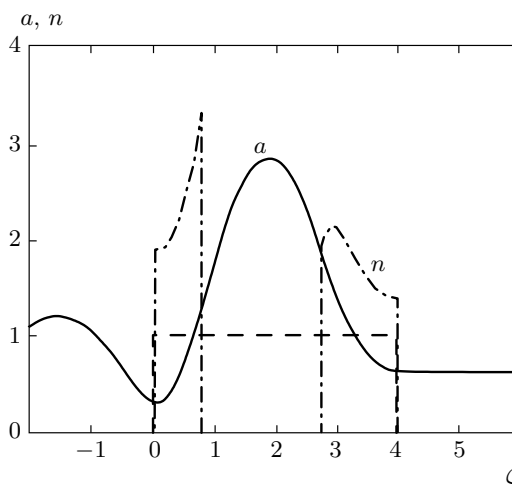


Рис. 10. Резонатороподобная структура, самосогласованным образом индуцированная в плазменном слое. Значения параметров: $n_0 = 2$, $L = 4$, $s = 0.4$, $a_1 = 1.88$. Обозначения кривых — см. рис. 2

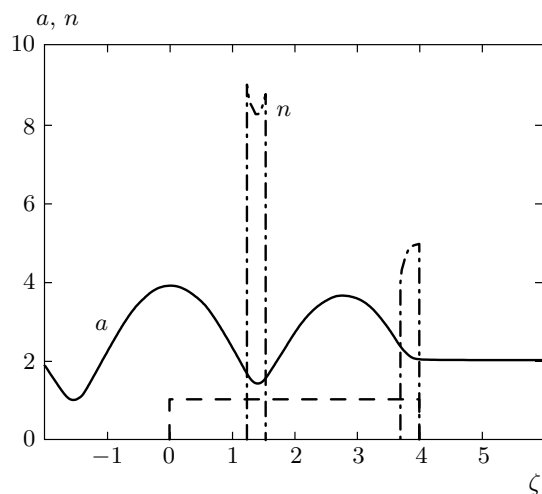


Рис. 9. Решение с двумя электронными слоями, разделенными полостью, при $n_0 = 2$, $L = 4$, $s = 4$, $a_1 = 2.4$. Обозначения кривых — см. рис. 2

дольного поля на границе от амплитуды падающего излучения. Они приведены соответственно на рис. 7, 8. Их особенностью является наличие провала в интервале амплитуд, при которых не существует стационарных решений. В остальном они аналогичны соответствующим зависимостям для $L < L_*$.

3.4. Структуры с двумя электронными слоями

Следующей проблемой, требующей освещения, является ответ на вопрос, что же будет происхо-

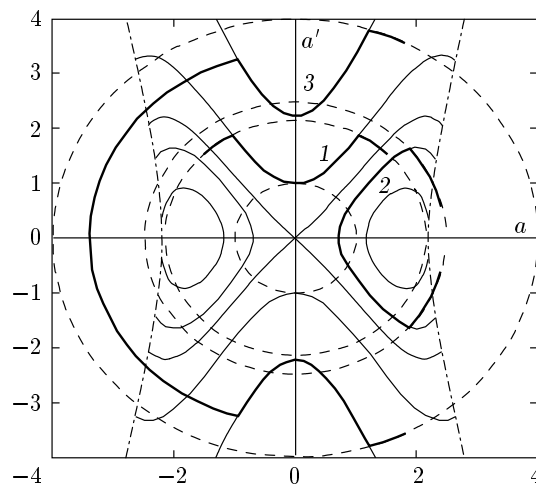


Рис. 11. Фазовая плоскость при $n_0 = 2$, $s = 0$. Фазовые траектории уравнения (23) нанесены непрерывной линией. Штрих-пунктирными линиями отмечены границы области нефизичных значений концентрации электронов. Штриховые линии — фазовые траектории уравнения (21) при $n = 0$. Жирными линиями выделены примеры построения различных решений

доть, если при плавном увеличении амплитуда достигнет порогового значения либо в среду попадет импульс, интенсивность поля в котором лежит в интервале между пороговыми значениями, т.е. $a_{th1} < a_i < a_{th2}$. В этом случае нарушается стационарность однослойной структуры и процесс взаи-

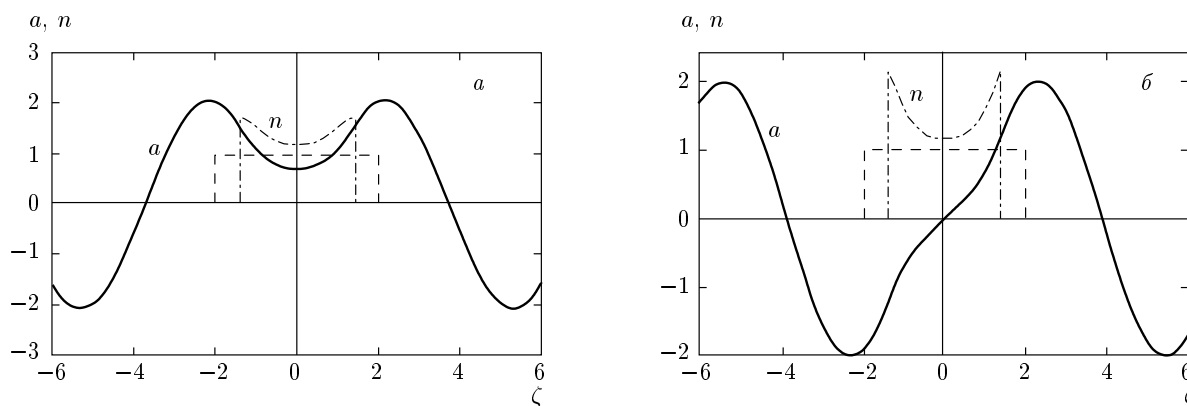


Рис. 12. Симметричная (а) и антисимметричная (б) структуры с одним электронным слоем при $n_0 = 2$, $L = 4$, $a_i = 1.05$. Обозначения кривых — см. рис. 2

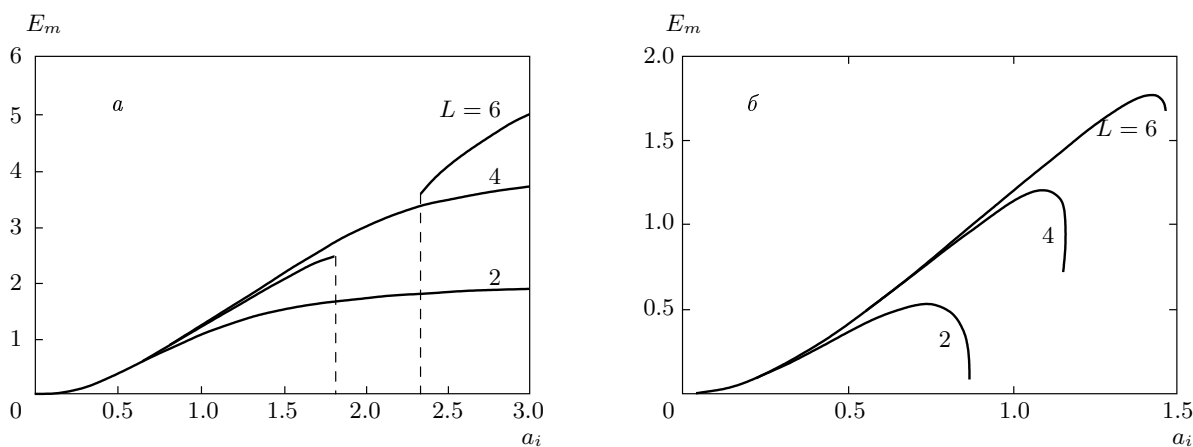


Рис. 13. Продольное электростатическое поле E_m в точке разрыва в зависимости от амплитуды a_i падающего излучения при $n_0 = 2$ для различных толщин слоя L в случае антисимметричной (а) и симметричной (б) структур поля

модействия принимает существенно динамический характер. Излучение будет проходить внутрь слоя и может таким образом распространяться в направлении правой границы. Наблюдается своеобразное просветление среды. Более подробно этот процесс был исследован для полугораниченной плазмы [14]. Однако кроме чисто динамического режима взаимодействия лазерного импульса с плазменным слоем в этом случае возможно также образование стационарной структуры с двумя и более электронными слоями. Конструирование этих решений можно проводить по описанному выше алгоритму, учитывая, что теперь уже число свободных параметров отлично от нуля. Так, для двухслойного решения появляется один свободный параметр, в качестве которого можно взять любую из неизвестных величин,

однако наиболее удобным с точки зрения вычислений представляется выбор в пользу амплитуды a_1 поля волны на первой правой границе разрыва. Пример решения с двумя слоями приведен на рис. 9. Ему соответствует ломаная 1–2–3–4–5 на фазовой плоскости, приведенной на рис. 1. Общей особенностью двухслойных решений является расположение электронного слоя, отжатого от правой границы, в минимуме интенсивности лазерного поля, что является, очевидно, энергетически наиболее выгодным. Отметим некоторые особенности двухслойных решений. Во-первых, в общем случае при заданной амплитуде a_i может реализовываться одно из нескольких возможных решений, т. е. поведение системы носит гистерезисный характер. Во-вторых, двухслойные решения могут существовать только для интен-

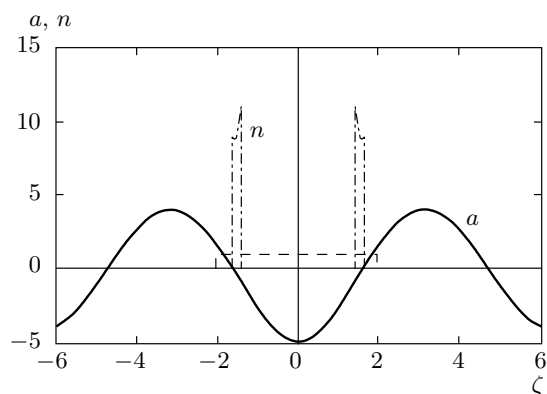


Рис. 14. Симметричное решение с двумя электронными слоями, разделенными полостью, при $n_0 = 2$, $L = 4$, $a_i = 2$. Обозначения кривых — см. рис. 2

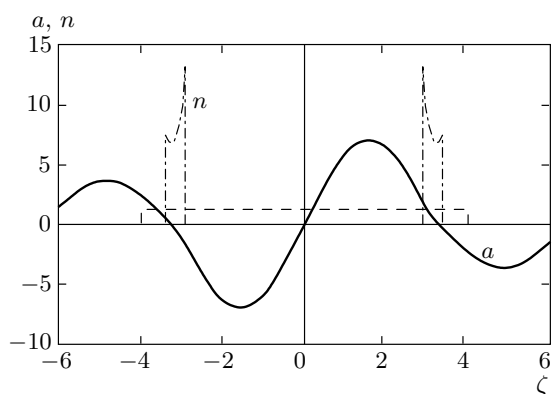


Рис. 15. Антисимметричное решение с двумя электронными слоями, разделенными полостью, при $n_0 = 2$, $L = 8$, $a_i = 1.8$. Обозначения кривых — см. рис. 2

сивностей внешнего излучения, больших некоторого порога. В-третьих, при наличии двух и большего количества слоев возможно образование резонатороподобных структур, в которых стенками являются электронные слои, а пространство между ними заполнено ионами. Пример такой структуры приведен на рис. 10. Таким образом, в плазменном слое возможно образование самоиндуцированных резонаторов, которые могут быть использованы в качестве накопителей электромагнитной энергии с целью получения больших амплитуд поля.

4. СИММЕТРИЧНОЕ ОБЛУЧЕНИЕ

4.1. Построение решения

Для симметричного облучения поток энергии s может быть также не равен нулю и определяться фактически разностью фаз падающих волн [6]. Учитывая, что рассмотренный выше принцип построения решений сохраняется и в этом случае, ограничимся здесь только случаем $s = 0$, когда возможно предельное сжатие плазменных слоев. Фазовая плоскость для данного случая приведена на рис. 11. Она аналогична случаю полуограниченной плазмы, ранее рассмотренной в работе [13]. Отметим, что в этом случае возможно существование решений двух разных типов: симметричных и антисимметричных по распределению поля. В силу симметрии задачи решение удобно конструировать, начиная с центральной точки, и сшивать его вне слоя с соответствующим вакуумным решением, являющимся в общем случае суммой падающей, отраженной и прошедшей волн. При этом в центре может располагаться как электронный слой, так и кавитационная область, в которой структура решения наиболее проста и может быть представлена в виде $a(\zeta) = A_0 \cos(\zeta + \varphi)$, где A_0 — амплитуда поля в центре, φ — фаза, равная нулю в симметричном случае и $\pi/2$ в антисимметричном. Далее рассмотрим несколько наиболее интересных с практической точки зрения плазменно-полевых структур.

4.2. Однослойная структура

Предположим, что начальный слой в итоге просто сожмется под действием пондеромоторных сил, тогда задача фактически сводится к поиску новой границы электронного слоя, для определения которой из уравнений (26), (30) и (35) имеем

$$-\frac{1}{n_0} \frac{a_1 b_1(a_1, H_1)}{\sqrt{1 + a_1^2}} = L - x_1. \quad (41)$$

Уравнение (41) аналогично уравнению (37), параметр H_1 для симметричного решения (фазовая траектория 2 на рис. 11) определяется амплитудой поля в центре $H_1 = H_1(a(0), 0)$, а для антисимметричного решения (фазовая траектория 1 на рис. 11) — производной поля в центре $H_1 = H_1(0, da/d\zeta(0))$. Примеры однослойных электронных структур приведены на рис. 12. Сжатие электронного слоя приводит к возникновению продольного квазистатического поля, величина которого может быть сравнима с величиной поля в падающей волне. На рис. 13 приведены зависимости максимальной величины этого по-

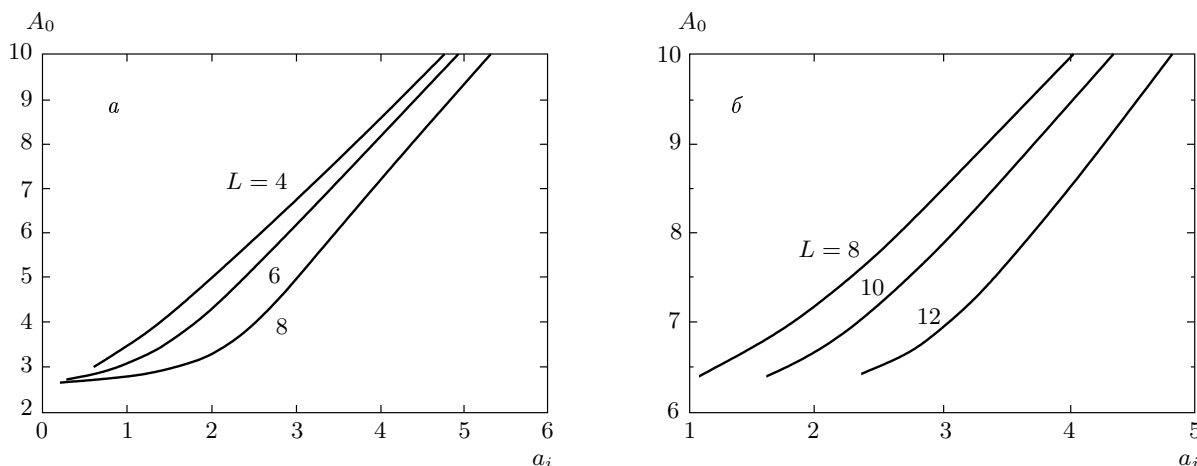


Рис. 16. Зависимости максимальной амплитуды поля волны от амплитуды падающей волны при $n_0 = 2$ и различных толщинах слоя L для симметричной (а) и антисимметричной (б) структур

ля, достигаемой в точке разрыва, от амплитуды падающих волн для антисимметричного и симметричного типов решений. Для антисимметричного типа, как и в случае одностороннего облучения, электронный слой плавно отжимается от границы, приводя к увеличению квазистатического поля с ростом интенсивности излучения, стремясь в пределе к нулевой толщине, а продольное поле стремится к предельному значению $E_{max} = n_0 L / 2$. Следствием этого является увеличение насыщающего значения продольного поля при увеличении толщины слоя. Однако для практического использования данного эффекта необходимо иметь в виду, что при толщине L плазменного слоя, большей некоторой L_* , дальнейшее сжатие электронов невозможно. При амплитудах, превышающих пороговое значение, электромагнитное излучение способно проникнуть внутрь слоя аналогично случаю одностороннего облучения, рассмотренному выше, и в классе стационарных распределений возможно формирование структур со многими электронными слоями, в которых, однако, величина продольного поля заметно меньше по сравнению со случаем одноэлектронного слоя.

Для симметричных решений эффективность сжатия заметно ниже и, как видно из фазовой плоскости, при заданном n_0 существует предельное значение амплитуды падающей волны, при котором еще возможны однослойные решения. Оно определяется пересечением сепаратрисы и границы области допустимых фазовых траекторий. Это значение определяет максимальную степень сжатия слоя и, соответственно, максимально возможное

продольное поле, которые значительно ниже соответствующих величин для антисимметричных структур.

4.3. Двухслойная структура с центральной полостью

На фазовой плоскости (рис. 11) двухслойная структура изображена линией 3 и представляет собой две вакуумные траектории, описывающие стоячие волны вне электронных слоев, которые через плазменные траектории соединены с еще одной вакуумной траекторией, соответствующей центральной полости. Этот плазменный отрезок траектории может лежать как выше замкнутой сепаратрисы ($H > -n_0$), так и внутри нее ($H < -n_0$). Структуры могут быть двух типов, как симметричные, так и антисимметричные по распределению поля. Примеры таких структур представлены на рис. 14, 15.

Как отмечалось ранее, двухслойная структура с центральной полостью интересна, прежде всего, возможностью накопления электромагнитной энергии, связанной с ее резонатороподобностью. На рис. 16 приведены зависимости максимальной амплитуды поля волны в полости от амплитуды падающей волны для симметричной и антисимметричной структур.

Как следует из изображения фазовой плоскости, возбуждение двухслойных структур возможно только в плазменных слоях, толщина которых превышает определенную величину (более полуволны). При большой толщине слоя возможно возбуждение кавитационной полости, в которой уклады-

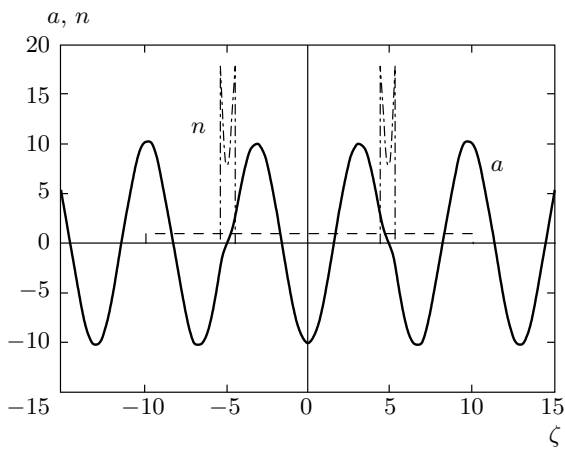


Рис. 17. Решение с двумя электронными слоями, разделенными полостью, при $n_0 = 2$, $L = 20$, $a_i = 5$. Внутри полости укладывается несколько полупериодов стоячей волны. Обозначения кривых — см. рис. 2

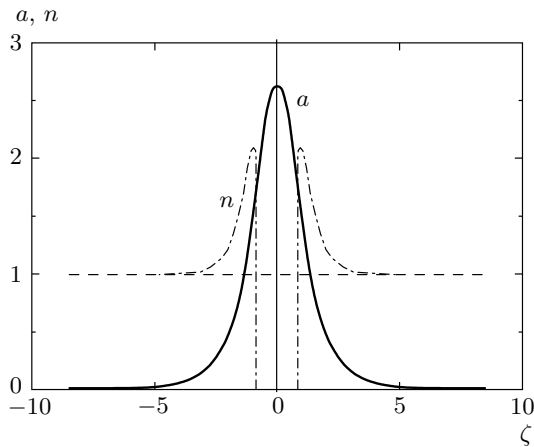


Рис. 18. Решение с одной полостью в безграничной плазме при $n_0 = 3$. Обозначения кривых — см. рис. 2

вается несколько полуволн (рис. 17). Здесь же для сравнения и полноты изложения приведем решения для случая безграничной плазмы, когда соответствующие решения должны на бесконечности уменьшаться по экспоненциальному закону. Как известно, при степени заkritичности $n_0 \leq 1.5$ уравнение (23) при $s = 0$ имеет солитоноподобное решение с положительно определенной электронной концентрацией, соответствующее сепаратрисной траектории на рис. 11 [10]. При $n_0 > 1.5$ солитоноподобные решения, качественно аналогичные построенным для проблемы релятивистской самофокусировки в прозрачной плазме в силу сходства соответствующих

уравнений, содержат в своей центральной части кавитационную область [12], и соответствующие им фазовые траектории состоят из трех частей: двух частей сепаратрисы, выходящих из нуля в противоположные стороны, и соединяющей эти части «вакуумной» траектории. Единственным параметром, требующим своего самосогласованного определения, является положение границы кавитационной области. Из условия непрерывности поля и ее производной на данном разрыве в распределении электронной плотности нетрудно прийти к трансцендентному уравнению:

$$\operatorname{tg} \frac{a_d \left[2n_0 \left(\sqrt{a_d^2 + 1} - 1 \right) - a_d^2 \right]^{1/2}}{n_0} = \frac{\sqrt{a_d^2 + 1}}{a_d} \left[2n_0 \left(\sqrt{a_d^2 + 1} - 1 \right) - a_d^2 \right]^{1/2}, \quad (42)$$

которое в сочетании с условием квазинейтральности структуры в целом позволяет определить положение границы (здесь a_d — значение поля на границе). Для примера на рис. 18 показано соответствующее решение для случая $n_0 = 3$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описаны плазменно-полевые структуры, которые могут быть сформированы при взаимодействии релятивистски сильного электромагнитного излучения со слоем заkritической плазмы. Наиболее простой возможностью является структура с одним электронным слоем, прижатым к дальней границе при одностороннем падении волны или же расположенным в центре при симметричном облучении. Однако существование такого решения возможно не для произвольного соотношения внешних параметров. Если толщина плазменного слоя достаточно велика, то в некотором интервале значений амплитуды падающего излучения существование однослойной структуры невозможно. Другой структурой, реализация которой возможна в рассматриваемой системе, является решение с двумя и более электронными слоями и полостями, заключенными между ними. Такие структуры при некоторых значениях параметров могут носить резонатороподобный характер, обладая возможностью накопления электромагнитной энергии внутри себя. Общей особенностью релятивистских структур, реализующихся в плазменном слое при одностороннем облучении, является стремление к нулю коэффициента отражения волны от слоя при неограниченном увеличении интенсивности поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Joshi and T. Katsouleas, *Phys. Today* **56**, 47 (2003).
2. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, *Лазерная физика*, ИздАТ, Москва (1996), с. 230.
3. G. A. Mourou, T. Tajima, and S. V. Bulanov, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 309 (2006).
4. M. Tabak et al., *Phys. Plasmas* **1**, 1626 (1994).
5. J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951); P. Chen and T. Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 256 (1999).
6. B. Shen and J. Meyer-ter-Vehn, *Phys. Plasmas* **8**, 1003 (2001).
7. А. Г. Литвак, *ЖЭТФ* **57**, 629 (1969).
8. G. Z. Sun, E. Ott, Y. C. Lee, and P. Guzdar, *Phys. Fluids* **30**, 526 (1987).
9. А. И. Ахиезер, Р. В. Половин, *ЖЭТФ* **30**, 915 (1956); P. Kaw and J. Dawson, *Phys. Fluids* **13**, 472 (1970).
10. J. H. Marburger and R. F. Trooper, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1001 (1975).
11. F. Cattani, A. Kim, D. Anderson, and M. Lisak, *Phys. Rev. E* **62**, 1234 (2000).
12. F. Cattani, A. Kim, D. Anderson, and M. Lisak, *Phys. Rev. E* **64**, 016412 (2001).
13. А. Ким, F. Cattani, D. Anderson, and M. Lisak, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 355 (2000).
14. M. Tushentsov, A. Kim, F. Cattani, D. Anderson, and M. Lisak, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 275002 (2001).
15. C. S. Lai, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 966 (1976); F. S. Felber and J. H. Marburger, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1176 (1976).