

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ЭВОЛЮЦИИ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ЛАЗЕРНОМ УСИЛИТЕЛЕ

А. А. Заболотский*

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 7 февраля 2007 г.

В рамках интегрируемой системы эволюционных уравнений изучаются особенности динамики поляризации электромагнитного поля в изотропной двухуровневой среде для оптических импульсов вне рамок приближения медленных огибающих. Рассматривается режим генерации импульсов, бегущих в одном направлении, в первоначально инвертированной протяженной среде. Обнаружены качественные отличия динамики поляризации импульсов без огибающей от соответствующей динамики квазимонохроматических импульсов.

PACS: 42.50.Md, 42.65.Tg, 02.30.Ik

1. ВВЕДЕНИЕ

Генерация и эволюция фемтосекундных оптических импульсов с характерной длительностью, близкой к периоду осцилляций $2\pi/\omega_0$, где ω_0 — частота энергетического перехода, привлекает постоянное внимание в связи с приложениями в разных областях физики (см., например, обзоры [1–4]). В настоящее время в экспериментах генерируются оптические импульсы длительностью в несколько периодов осцилляций и менее [5–8]. Развитие методов теоретического анализа динамики оптических фемтосекундных импульсов диктуется необходимостью обработки результатов экспериментальных исследований в этой области. При изучении динамики таких импульсов применяется приближение медленных огибающих с учетом некоторых малых поправок, связанных с отклонением от этого приближения [3], а также численные методы [9], которые, однако, не всегда позволяют достаточно детально и достоверно проанализировать динамику в сложных системах уравнений, к которым относятся уравнения Максвелла–Блоха. Нередко описание эволюции таких импульсов проводится в рамках двухуровневых моделей сред. Условия применимости этих моделей описаны, например, в работах [4–13].

При исследовании оптического фемтосекундного диапазона во многих случаях приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз световых полей в используемых моделях и полученные в рамках этого метода решения неприменимы даже в качестве нулевого приближения теории возмущений. В то же время длительность этих импульсов недостаточно мала, чтобы применять упрощающее приближение $\tau_p \ll \pi/\omega_0$, отвечающее предельно коротким импульсам (ПКИ), которое применялось в ряде теоретических работ, например, в [10–13]. Поэтому вместо условия $\tau_p \ll \pi/\omega_0$ нами предложено использовать приближение однонаправленного распространения световых импульсов, которое с учетом других условий приводит к интегрируемой редукции уравнений Максвелла–Блоха [14]. Локализованные решения этих эволюционных уравнений называем однонаправленными импульсами (ОНИ), см. также [15].

К настоящему времени детально изучены с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) [16] системы уравнений Максвелла–Блоха, описывающие динамику квазимонохроматических импульсов, см. обзор [4] и работу [17], в которой детально в рамках аппарата МОЗР изучена поляризационная динамика двухкомпонентного электромагнитного поля, распространяющегося в резонансной вырожден-

*E-mail: zabolotskii@iae.nsk.su

ной двухуровневой среде. Самоиндуцированная прозрачность в невырожденной двухуровневой среде для ОНИ изучалась авторами работ [18, 19]. Они показали, что исходная система уравнений, к которой применим МОЗР, приводится к редуцированным уравнениям Максвелла–Блоха. В работе [19] при выводе редуцированных уравнений Максвелла–Блоха вместо приближения медленных огибающих использовалось приближение малой плотности активной среды, что отвечает однонаправленному распространению волн. Однако все эти результаты относятся к случаю линейной поляризованного поля и неприменимы для переходов с изменением момента на единицу и круговой поляризации ОНИ. Солитонные решения, описывающие поляризационные эффекты для ОНИ в рамках ряда новых интегрируемых моделей, найдены в работах автора [14, 20]. Важно отметить, что условия применимости теории ОНИ намного мягче, чем для ПКИ, что критически важно в оптическом диапазоне. Используя результаты работ [14, 20], нетрудно показать, что теория ОНИ формально включает в себя теорию ПКИ и теорию квазимонохроматических импульсов как частные случаи.

Несолитонные решения начально-краевой задачи для соответствующей системы уравнений, описывающие динамику ОНИ с эллиптической поляризацией, не менее важны, чем солитонные. Динамика лазерной генерации, комбинационного рассеяния в частности, ассоциируется с радиационной, несолитонной частью спектра. Аналитическое решение, описывающее усиление слабого затравочного импульса электромагнитного поля в инвертированной двухуровневой среде в рамках интегрируемых уравнений Максвелла–Блоха для медленных огибающих, было найдено Манаковым [21], см. также родственные работы [22–26].

Основной целью настоящей работы является изучение эволюции слабого затравочного импульса в лазерной двухуровневой среде, состоящей из атомов с энергетическим σ -переходом, т. е. с изменением проекции магнитного момента на единицу ($\Delta m = \pm 1$). В этом случае дипольный матричный элемент является комплексным: $\mathbf{d} = d_x \mathbf{e}_x - i d_y \mathbf{e}_y$ [27]. Здесь \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы декартовой системы координат, направленные соответственно по осям x и y . Импульс поля, взаимодействующий с таким переходом, имеет круговую поляризацию [27]. Подчеркнем, что приближение однонаправленных импульсов, которое применяется в настоящей работе к исходным уравнениям Максвелла–Блоха, приводит в случае круговой поляризации поля к эволюцион-

ным уравнениям, обладающим качественно новыми свойствами по сравнению с уравнениями, полученными после применения приближения медленных огибающих. Как отмечено еще в работе [1], это принципиально отличает рассматриваемую здесь задачу об эволюции импульсов круговой поляризации поля от задачи в случае линейной поляризации поля.

Структура работы такова. В следующем разделе выводится основная система эволюционных уравнений, описывающая динамику эллиптически поляризованной волны в изотропной среде. В разд. 3 приводится техника решения с применением аппарата МОЗР, основанная на решении проблемы Римана–Гильберта. В разд. 4 найдено линейное решение, в разд. 5 — квазиавтомодельное решение, описывающее нелинейную стадию генерации ОНИ. Раздел 6 посвящен обсуждению полученных результатов.

2. ОСНОВНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Полуклассическая теория взаимодействия излучения с двухуровневой средой изучалась, в частности, в работах Фейнмана и др. [28]. Уравнения Гейзенберга для оператора \hat{S} , описывающего двухуровневую среду, имеет вид (см., например, в [27])

$$i\hbar \partial_t \hat{S} = [\hat{S}, \hat{H}], \quad (1)$$

где

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \omega_0 \hat{\sigma}_3 + (\mathbf{d}_x \cdot \hat{\mathbf{E}}) \hat{\sigma}_1 + (\mathbf{d}_y \cdot \hat{\mathbf{E}}) \hat{\sigma}_2. \quad (2)$$

Здесь $\hat{d} = d_x \hat{\sigma}_1 + d_y \hat{\sigma}_2$ — оператор дипольного момента, $\hat{\sigma}_n$, $n = 1, 2, 3$ — матрицы Паули, $\hat{\mathbf{E}}$ — оператор электрического поля. В случае эллиптически или кругово поляризованной волны необходимо учитывать обе части дипольного момента $d_x = d_y \neq 0$.

Кругово поляризованное поле вызывает переходы с изменением проекции магнитного момента на единицу. Такие переходы можно наблюдать в двухуровневой среде с оптическим переходом между следующими магнитными подуровнями: $J_l = 1/2 \leftrightarrow J_u = 1/2$ (индекс l отвечает нижнему уровню, индекс u — верхнему). Например, это может быть переход ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}^0$ в парах натрия [27, 29]. При распространении эллиптически поляризованного поля в такой двухуровневой среде следует в общем случае учитывать переходы с изменением проекции момента $\Delta M = \pm 1$, т. е. переходы $\{J_l = 1/2, M_l = -1/2\} \leftrightarrow \{J_u = 1/2, M_u = 1/2\}$ и $\{J_l = 1/2, M_l = 1/2\} \leftrightarrow \{J_u = 1/2, M_u = -1/2\}$.

Пусть в начальный момент заселенность подуровней $\{J_l = 1/2, M_l = 1/2\}, \{J_u = 1/2, M_u = \pm 1/2\}$ равна нулю и заселенность подуровня $\{J_l = 1/2, M_l = -1/2\}$ выбрана равной суммарной заселенности всех подуровней. Тогда для этих переходов нетрудно показать, что существует линейно устойчивое решение, отвечающее нулевой заселенности подуровней $\{J_l = 1/2, M_l = 1/2\}$ и $\{J_u = 1/2, M_u = -1/2\}$ для произвольного момента времени. В этом случае вкладом перехода $\{J_l = 1/2, M_l = 1/2\} \leftrightarrow \{J_u = 1/2, M_u = -1/2\}$ можно пренебречь.

В квазимонохроматическом пределе эта схема взаимодействия света с двухуровневой средой детально исследована в рамках МОЗР в работе [17], в которой найдено представление Лакса (L-A-пара) соответствующих уравнений Максвелла–Блоха. В этой работе показано, что в представлении циркулярных координат полная система разлагается на прямую сумму двух L-A-пар, отвечающих различным поляризованным по кругу волнам. Вывод модели, представленной ниже, не отличается по сути от квазимонохроматического случая [17]. Принципиальное отличие состоит в использовании здесь приближения однонаправленного распространения компонент светового поля вместо квазимонохроматического, примененного в работе [17]. Первое приближение является более слабым, поскольку из условия квазимонохроматичности следует однонаправленность распространения волн. Таким образом, в настоящей работе рассматривается более общая модель, чем соответствующая модель эволюции квазимонохроматического поля [17]. Как будет показано ниже, это различие в применении приближений приводит к иному типу спектральной задачи и в итоге к качественно новой форме импульсов электромагнитного поля. Отметим, что построенная здесь модель, ее L-A-пара и аппарат МОЗР, приведенный ниже, в некотором пределе могут быть трансформированы в соответствующие уравнения работы [17].

Далее ограничимся рассмотрением только взаимодействия перехода $\{J_l = 1/2, M_l = -1/2\} \leftrightarrow \{J_u = 1/2, M_u = 1/2\}$ с импульсом светового поля длительностью порядка или больше обратной частоты этого перехода. Соответствующая система уравнений Блоха для такой двухуровневой среды имеет известный вид [27]:

$$\frac{\partial S_x}{\partial t} = -\omega_0 S_y + \omega_0 f \mathcal{E}_y S_z, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S_y}{\partial t} = \omega_0 S_x - \omega_0 f \mathcal{E}_x S_z, \quad (4)$$

$$\frac{\partial S_z}{\partial t} = \omega_0 f (\mathcal{E}_x S_y - \mathcal{E}_y S_x). \quad (5)$$

Здесь $f = d_x \hbar^{-1} \omega_0^{-1}$, ω_0 — частота перехода, \mathcal{E}_x и \mathcal{E}_y — соответствующие проекции поляризации вектора электрического поля. Компоненты вектора Блоха \mathbf{S} выражаются через элементы матрицы плотности двухуровневой среды $\hat{\rho}$:

$$S_z = \frac{1}{2} (\rho_{11} - \rho_{22}), \quad S_x = \frac{1}{2} (\rho_{12} + \rho_{21}),$$

$$S_y = \frac{i}{2} (\rho_{12} - \rho_{21}).$$

Недиагональные элементы матрицы плотности ρ_{12}, ρ_{21} описывают переход между нижним уровнем 2 ($\{J_l = 1/2, M_l = -1/2\}$) и верхним уровнем 1 ($\{J_u = 1/2, M_u = 1/2\}$); ρ_{11}, ρ_{22} — плотности заселенности соответственно уровней 1 и 2.

Длина вектора Блоха \mathbf{S} сохраняется: $\partial_t S_0 = 0$. Поэтому можно выбрать перенормировку пространственной переменной так, чтобы $S_z^2 + S_x^2 + S_y^2 = 1$, т. е. можно нормировать суммарную заселенность уровней на единицу: $2S_0 = \rho_{11} + \rho_{22} = 1$.

Уравнения Максвелла для компонент поля получаем с помощью их проекций на соответствующую ось:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial t^2} = \frac{4\pi d_x n}{c^2} \frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial t^2} = \frac{4\pi d_y n}{c^2} \frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где c — скорость света в среде с плотностью n . Как уже отмечено выше, используя результаты работы [17], можно показать, что достаточно ограничиться рассмотрением переходов между уровнями 1 и 2. Здесь электромагнитное поле с круговой поляризацией $\mathcal{E} = \mathcal{E}_x - i\mathcal{E}_y$ вызывает переходы между подуровнями, описываемые компонентой матрицы ρ_{12} . Степень эллиптичности в данном случае определяется отношением компонент поля $\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y$. Как будет показано ниже, зависимость степени эллиптичности от переменных критическим образом зависит от вида приближений, которые применяются к системе (6), (7).

Простейшее однофазное солитонное решение системы (3)–(7) найдено в работе [12] для условий, отвечающих ПКИ. Физически интересные решения вне рамок аппарата МОЗР или других точных методов, основанных на интегрируемости системы уравнений, найти не удастся. Для того чтобы привести эту систему к интегрируемой, упростив ее, воспользуемся известным из гидродинамики приближением однонаправленного распространения волн. В

нелинейной оптике оно применялось в работе [19] при выводе редуцированных уравнений Максвелла–Блоха. Суть применения этого приближения в следующем. Часто плотность активных атомов или молекул в реальных средах можно считать малой. Малой плотности активных атомов отвечает приближенное формальное равенство $\partial_z \approx -c^{-1}\partial_t + O(\epsilon)$, где ϵ — малый параметр. Другими словами, нормированная плотность двухуровневых атомов или молекул имеет тот же порядок малости, что и производная $\partial_z + c^{-1}\partial_t$ от компонент поляризации поля. В результате вклад волны, распространяющейся в противоположном направлении, мал. Полученная система уравнений описывает динамику ОНИ, групповая скорость которых близка к скорости света в среде.

При выполнении условия однонаправленности распространения импульсов светового поля, т. е. для ОНИ, система (3)–(7) приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_x}{\partial \tilde{\tau}} &= -S_y + E_y S_z, \\ \frac{\partial S_y}{\partial \tilde{\tau}} &= S_x - E_x S_z, \\ \frac{\partial S_z}{\partial \tilde{\tau}} &= E_x S_y - E_y S_x, \\ \frac{\partial E_x}{\partial \tilde{\chi}} &= \frac{\partial S_x}{\partial \tilde{\tau}}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial \tilde{\chi}} &= \frac{\partial S_y}{\partial \tilde{\tau}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$E_{x(y)} = f \mathcal{E}_{x(y)}, \quad \tilde{\tau} = \omega_0 \left(t - \frac{z}{c} \right), \quad \tilde{\chi} = \frac{2z\pi n d_x^2}{c\hbar}.$$

3. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Система (8) представляет собой частный случай интегрируемой системы уравнений, найденной ранее автором [14]. Представление Лакса для системы (8) имеет следующий вид:

$$\partial_\tau \Phi := \mathbf{L}\Phi = \begin{pmatrix} -i\lambda^2 & \lambda E \\ -\lambda \bar{E} & i\lambda^2 \end{pmatrix} \Phi, \quad (9)$$

$$\partial_\chi \Phi := \mathbf{A}\Phi = \frac{1}{1-\lambda^2} \begin{pmatrix} -i\lambda^2 S_z & \lambda S \\ -\lambda \bar{S} & i\lambda^2 S_z \end{pmatrix} \Phi, \quad (10)$$

где λ — спектральный параметр, $E = E_x - iE_y$, $S = S_x - iS_y$, $\tau = \tilde{\tau}/2$, $\chi = \tilde{\chi}/2$. Линейная система (9) совпадает со спектральной проблемой Кау-

па–Ньюелла [30]. Отметим, что аналогичная система уравнений, отвечающая родственной модели эволюции квазимонохроматических полей, исследованной в работе [17], совпадает со спектральной задачей Захарова–Шабата [16]. Это приводит к качественным различиям формы импульсов поля и динамики поляризации при использовании этих моделей.

Матрицы \mathbf{L}, \mathbf{A} и, как следствие, фундаментальные решения системы (9), (10) обладают следующими свойствами симметрии:

$$\mathbf{L}(-\lambda) = \hat{\sigma}_3 \mathbf{L}(\lambda) \hat{\sigma}_3, \quad \mathbf{A}(-\lambda) = \hat{\sigma}_3 \mathbf{A}(\lambda) \hat{\sigma}_3, \quad (11)$$

$$\overline{\mathbf{L}(-\bar{\lambda})} = \hat{\sigma}_1 \mathbf{L}(\lambda) \hat{\sigma}_1, \quad \overline{\mathbf{A}(-\bar{\lambda})} = \hat{\sigma}_1 \mathbf{A}(\lambda) \hat{\sigma}_1. \quad (12)$$

Фундаментальные решения обладают еще и следующим свойством:

$$\Phi(\lambda) = \widehat{M} \overline{\Phi(\bar{\lambda})} \widehat{M}^{-1}, \quad (13)$$

где

$$\widehat{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Группа автоморфизмов фундаментальных решений, не меняющих их аналитических свойств, состоит из двух элементов: единичного и преобразования четности \widehat{G}_p , действующего как

$$\widehat{G}_p \Phi(\lambda) = \hat{\sigma}_3 \Phi(-\lambda) \hat{\sigma}_3. \quad (15)$$

Рассматриваем решения с асимптотиками $\mathcal{E}(\tau, \chi) \rightarrow 0$, $\tau \rightarrow \pm\infty$ и граничными условиями:

$$S_z(\chi, 0) = \epsilon = \pm 1, \quad E(\chi, 0) = S(\chi, 0) = 0. \quad (16)$$

Начальные данные проблемы Коши $E(\tau, 0)$ для уравнения (9) выбраны достаточно гладкими и быстро убывающими при $\tau \rightarrow \pm\infty$.

Пусть функции

$$\Phi'_- = \begin{pmatrix} \phi' \\ \tilde{\phi}' \end{pmatrix}, \quad \Phi'_+ = \begin{pmatrix} \tilde{\psi}' \\ \psi' \end{pmatrix} \quad (17)$$

имеют следующие асимптотики:

$$\Phi'_\pm(\tau; \lambda) \rightarrow \exp[-i\lambda^2 \tau \hat{\sigma}_3], \quad \tau \rightarrow \pm\infty \quad (18)$$

для $\text{Im} \lambda^2 = 0$. Здесь $\Phi'_\pm(\tau; \lambda)$ — матрично-значная функция и $\phi' = \phi'(\chi, \tau; \lambda)$, $\tilde{\phi}' = \tilde{\phi}'(\chi, \tau; \lambda)$, $\psi' = \psi'(\chi, \tau; \lambda)$, $\tilde{\psi}' = \tilde{\psi}'(\chi, \tau; \lambda)$ — столбцы. Функции Йоста — фундаментальные решения (9) — выберем в виде

$$\begin{aligned} \Phi^- &= \left(e^{(-i\mu_- + i\mu_0)\hat{\sigma}_3} \phi', e^{(i\mu_- - i\mu_0)\hat{\sigma}_3} \tilde{\phi}' \right) := \\ &:= \left(\phi, \tilde{\phi} \right), \\ \Phi^+ &= \left(e^{-i\mu_+ \hat{\sigma}_3} \tilde{\psi}', e^{i\mu_+ \hat{\sigma}_3} \psi' \right) := \left(\tilde{\psi}, \psi \right), \end{aligned} \quad (19)$$

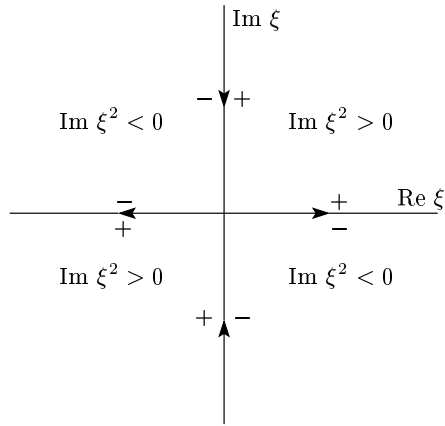


Рис. 1. Контур интегрирования Г. Контур включает пути по осям вдоль направлений, указанных стрелками

где μ_0 — некоторая действительная функция от переменной χ , μ_{\pm} — действительные функции от τ , χ с асимптотиками

$$\lim_{\tau \rightarrow -\infty} \mu_-(\tau, \chi) = 0, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \mu_+(\tau, \chi) = 0. \quad (20)$$

Условие полноты дает связь между собственными функциями:

$$\Phi^- = \Phi^+ \mathbf{T}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} a(\lambda) & -\overline{b(\lambda)} \\ b(\lambda) & \overline{a(\lambda)} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Здесь λ лежит на контуре $\Gamma = \{\lambda : \text{Im} \lambda^2 = 0\}$ (см. рис. 1), \mathbf{T} — матрица рассеяния.

Коэффициенты a, b обладают следующими свойствами симметрии относительно преобразования четности:

$$\widehat{G}_p a(\chi; \lambda) = a(\chi; \lambda), \quad \widehat{G}_p b(\chi; \lambda) = -b(\chi; \lambda). \quad (22)$$

Эволюция данных рассеяния для условий (16) имеет вид:

$$\begin{aligned} a(\chi; \lambda) &= a(0; \lambda), \\ b(\chi; \lambda) &= b(0; \lambda) \exp [2i\epsilon w_0(\lambda)\lambda^2 \chi], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{0n}(\chi) &= \lambda_{0n}(0), \\ c(\chi; \lambda_{0n}) &= c(0; \lambda_{0n}) \exp [2i\epsilon w_0(\lambda_{0n})\lambda_{0n}^2 \chi], \end{aligned} \quad (24)$$

где $w_0(\lambda) = (1 - \lambda^2)^{-1}$. Здесь

$$c(\chi; \lambda_{0n}) = \frac{b(\chi; \lambda_{0n})}{\partial_{\lambda} a(\chi; \lambda)|_{\lambda=\lambda_{0n}}}, \quad a(\chi; \lambda_{0n}) = 0.$$

Определив функции как

$$\mathbf{M}(\tau; \lambda) := \begin{pmatrix} \phi_1 e^{i\mu_- - i\mu_0 + i\lambda^2 \tau} \\ \phi_2 e^{-i\mu_- + i\mu_0 + i\lambda^2 \tau} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$\widetilde{\mathbf{M}}(\tau; \lambda) := \begin{pmatrix} \widetilde{\phi}_1 e^{-i\mu_- + i\mu_0 - i\lambda^2 \tau} \\ \widetilde{\phi}_2 e^{i\mu_- - i\mu_0 - i\lambda^2 \tau} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{N}(\tau; \lambda) := \begin{pmatrix} \psi_1 e^{i\mu_+ - i\lambda^2 \tau} \\ \psi_2 e^{-i\mu_+ - i\lambda^2 \tau} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

$$\widetilde{\mathbf{N}}(\tau; \lambda) := \begin{pmatrix} \widetilde{\psi}_1 e^{-i\mu_+ + i\lambda^2 \tau} \\ \widetilde{\psi}_2 e^{i\mu_+ + i\lambda^2 \tau} \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где $\phi_k, \widetilde{\phi}_k, \psi_k, \widetilde{\psi}_k$ — k -е компоненты столбцов соответственно $\phi, \widetilde{\phi}, \psi, \widetilde{\psi}$, находим

$$\mathbf{M}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \widetilde{\mathbf{M}}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

$\tau \rightarrow -\infty,$

$$\mathbf{N}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \widetilde{\mathbf{N}}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$\tau \rightarrow \infty.$

Интегрируя уравнения (9) для функций (25)–(28) и граничных условий (29), (30), находим

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\tau; \lambda) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_+(\tau - s; \lambda) \mathbf{Q}_-(s; \lambda) \mathbf{M}(s; \lambda) ds, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}(\tau; \lambda) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_-(\tau - s; \lambda) \mathbf{Q}_+(s; \lambda) \mathbf{N}(s; \lambda) ds. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_-(\tau; \lambda) &= \\ &= \begin{pmatrix} i\partial_{\tau} \mu_- & \lambda E e^{2i\mu_- - 2i\mu_0} \\ -\lambda \overline{E} e^{-2i\mu_- + 2i\mu_0} & -i\partial_{\tau} \mu_- \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\mathbf{Q}_+(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} i\partial_\tau \mu_+ & \lambda E e^{2i\mu_+} \\ -\lambda \bar{E} e^{-2i\mu_+} & -i\partial_\tau \mu_+ \end{pmatrix}, \quad (34)$$

$$\mathbf{G}_+(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{2i\lambda^2(\lambda)\tau} \end{pmatrix} \theta(\tau), \quad (35)$$

$$\mathbf{G}_-(\tau; \lambda) = - \begin{pmatrix} e^{-2i\lambda^2(\lambda)\tau} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \theta(-\tau), \quad (36)$$

$\theta(\tau)$ — функция Хевисайда. Аналогичные уравнения могут быть получены для функций $\widetilde{\mathbf{M}}, \widetilde{\mathbf{N}}$.

Из уравнений (31), (32) в пределе $\lambda \rightarrow \infty$ находим

$$\mathbf{M}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2i\lambda} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{E} e^{2i\mu_- - 2i\mu_0} \end{pmatrix} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right), \quad (37)$$

$$\mathbf{N}(\tau; \lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2i\lambda} \begin{pmatrix} E e^{-2i\mu_+} \\ 0 \end{pmatrix} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right). \quad (38)$$

В выражениях (37), (38) учтено условие канонической асимптотики (29), (30) и свойства симметрии функций Йоста, которые требуют выполнения следующих равенств:

$$\mu_\pm(\tau, \chi) = \frac{1}{2} \int_{\pm\infty}^{\tau} |E(\tau', \chi)|^2 d\tau', \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \mu_0(\chi) &= \mu_-(\tau, \chi) - \mu_+(\tau, \chi) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |E(\tau', \chi)|^2 d\tau'. \end{aligned} \quad (40)$$

Введем матрично-значные функции:

$$\begin{aligned} \Psi_+(\tau, \chi; \lambda) &= \begin{pmatrix} \mathbf{M}(\tau, \chi; \lambda) \\ a(\chi; \lambda) \end{pmatrix}, \\ \Psi_-(\tau, \chi; \lambda) &= \begin{pmatrix} \widetilde{\mathbf{N}}, \\ \frac{\widetilde{\mathbf{M}}(\tau, \chi; \lambda)}{a(\chi, \bar{\lambda})} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (41)$$

Функции (41) имеют каноническую нормировку на бесконечности:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Psi_\pm(\tau, \chi; \lambda) = \mathbf{I}, \quad (42)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица размерностью 2×2 .

Проблема Римана–Гильберта формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Psi_+(\tau, \chi; \lambda) &= \Psi_-(\tau, \chi; \lambda) \mathbf{J}_+(\tau, \chi; \lambda), \\ \text{Im } \lambda &= 0, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \Psi_+(\tau, \chi; \lambda) &= \Psi_-(\tau, \chi; \lambda) \mathbf{J}_-(\tau, \chi; \lambda), \\ \text{Re } \lambda &= 0, \end{aligned} \quad (44)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_+ \quad \text{для } \lambda \in D^+ : \{\text{Im } \lambda^2 > 0\}, \\ \Psi &= \Psi_- \quad \text{для } \lambda \in D^- : \{\text{Im } \lambda^2 < 0\}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_\pm(\tau, \chi; \lambda) &= \\ &= \begin{pmatrix} 1 \pm \rho(\chi; \lambda) \tilde{\rho}(\chi; \lambda) & \pm \tilde{\rho}(\chi; \lambda) e^{-2i\lambda^2(\lambda)\tau} \\ \rho(\chi; \lambda) e^{2i\lambda^2(\lambda)\tau} & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\rho(\chi; \lambda) = \frac{b(\chi; \lambda)}{a(\chi; \lambda)}, \quad \tilde{\rho}(\chi; \lambda) = \frac{\overline{b(\chi; \bar{\lambda})}}{a(\chi; \bar{\lambda})}. \quad (46)$$

Система уравнений (43), (44) — проблема Римана–Гильберта — с канонической нормировкой (42) имеет единственное решение [31]. Матрично-значная функция $\Psi_\pm(\chi, \tau; \lambda)$ — решение уравнения (43) — называется регулярной, если $\det \Psi_\pm(\chi, \tau; \lambda)$ не обращается в нуль соответственно для всех $\lambda \in D^\pm$.

Решение проблемы Римана–Гильберта с учетом аналитического продолжения функций в соответствующие области плоскости λ имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_2^+(\chi, \tau; \lambda) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \\ &+ \widehat{G} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_1^-} \tilde{\rho}(\chi; \zeta) e^{-2i\zeta^2 \tau} \Psi_1^-(\chi, \tau; \zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \lambda}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \Psi_1^-(\chi, \tau; \lambda) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \widehat{G} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_1^+} \rho(\chi; \zeta) e^{2i\zeta^2 \tau} \Psi_2^+(\chi, \tau; \zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \lambda}, \end{aligned} \quad (48)$$

где Ψ_k^\pm — k -й столбец функции Ψ^\pm . Если $a(\chi, \lambda_k) = 0$, $k = 1, 2, \dots$, $\lambda_k \in D_1^+$, тогда сумма вычетов во всех этих полюсах должна

быть добавлена к интегралам в правых частях уравнения (48). Для уравнения (47) соответствующие нули равны $\overline{\lambda_k}$. Контур Γ_1^+ (Γ_1^-) обходит область D_1^+ : $\{\text{Im } \lambda > 0 \cap \text{Re } \lambda > 0\}$ (D_1^- : $\{\text{Im } \lambda < 0 \cap \text{Re } \lambda > 0\}$) в плоскости λ против (по) часовой стрелки. В уравнениях (47), (48) введен оператор симметризации \widehat{G} , имеющий вид

$$\widehat{G} = 1 + \widehat{G}_p. \tag{49}$$

Для определения связи между «потенциалом» E и решением проблемы Римана–Гильберта перейдем к пределу $\lambda \rightarrow \infty$ в уравнениях (37), (48) и, сравнивая коэффициенты при $1/\lambda$, найдем

$$\begin{aligned} \overline{E(\chi, \tau)} e^{2i\mu+(\chi, \tau)} &= \\ &= -\frac{2}{\pi} \int_{\Gamma_1^+} \rho(\chi; \zeta) \Psi_{22}^+(\chi, \tau; \zeta) e^{2i\zeta^2 \tau} d\zeta. \end{aligned} \tag{50}$$

4. ЛИНЕЙНОЕ РЕШЕНИЕ

Найдем линейное автомодельное решение системы (8), описывающее поведение поля E вблизи основного ($\epsilon = -1$) и полностью инвертированного ($\epsilon = 1$) состояний среды.

Система (8) в линейном приближении, т. е. при $S_z(\chi, \tau) \approx \epsilon$, сводится к уравнениям

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \tilde{\chi} \partial \tilde{\tau}} = -i \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\chi}} S - \epsilon \frac{\partial}{\partial \tilde{\tau}} S \right], \tag{51}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \tilde{\chi} \partial \tilde{\tau}} = -i \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\chi}} E - \epsilon \frac{\partial}{\partial \tilde{\tau}} E \right] + f(\tilde{\tau}), \tag{52}$$

где $f(\tilde{\tau})$ — произвольная функция. Рассматриваем для уравнения (52) задачу Гурса:

$$E(\tilde{\tau}, 0) = E_0(\tilde{\tau}), \quad -\infty < \tilde{\tau} < \infty, \tag{53}$$

$$E(0, \tilde{\chi}) = E_1(\tilde{\chi}), \quad 0 \leq \tilde{\chi} < \infty. \tag{54}$$

Условие $E_1(\tilde{\chi}) \equiv 0$ отвечает физической ситуации, когда поле в среде в начальный момент отсутствует и в торец образца (в точке $\tilde{\chi} = 0$) инжектируется импульс затравочного электромагнитного поля с амплитудой (без огибающей) $E_0(\tilde{\tau})$. Этот вариант начально-краевых условий будет рассматриваться в работе.

Фурье-преобразование однородного уравнения (52) с весом $\exp(-i\omega\tilde{\tau} - ik\tilde{\chi})$ дает дисперсионное соотношение:

$$k = \frac{\epsilon\omega}{1 - \omega}. \tag{55}$$

Такое же дисперсионное соотношение вытекает из линейной системы (9), (10), если положить $k = \lambda^2$.

Подставив выражение

$$E = U \exp(-i\tilde{\tau} + i\epsilon\tilde{\chi})$$

в уравнение (52), получаем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tilde{\chi} \partial \tilde{\tau}} = \epsilon U + f(\tilde{\tau}) \exp(i\tilde{\tau} - i\epsilon\tilde{\chi}). \tag{56}$$

Пусть $f(\tilde{\tau}) \equiv 0$. Тогда, решая уравнение (56), для $E_0 \neq 0$ и $\epsilon = -1, 1$ находим соответственно затухающее, растущее решения. Решения задачи Гурса для однородного уравнения (52) имеют вид [32]

$$\begin{aligned} E(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}) &= \exp(-i\tilde{\tau} + i\tilde{\chi}) \times \\ &\times \int_0^{\tilde{\tau}} E_0(y) \theta(\tilde{\tau} - y) I_0 \left(2\sqrt{(\tilde{\tau} - y)\tilde{\chi}} \right) dy, \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} E(\tilde{\tau}, \tilde{\chi}) &= \exp(-i\tilde{\tau} - i\tilde{\chi}) \times \\ &\times \int_0^{\tilde{\tau}} E_0(y) \theta(\tilde{\tau} - y) J_0 \left(2\sqrt{(\tilde{\tau} - y)\tilde{\chi}} \right) dy, \end{aligned} \tag{58}$$

соответственно для $\epsilon = 1, -1$. Здесь I_0, J_0 — функции Бесселя.

Найдем линейное решение системы интегральных уравнений (48), (47) для начально-краевых условий (16), (53), отвечающих несолитонному сектору. Ищем асимптотическое решение, отвечающее усилению сверхкороткого импульса малой начальной амплитуды, т. е.

$$\left| \int_0^{\tilde{\tau}} E_0(\tau') d\tau' \right| \ll 1, \tag{59}$$

и длинной по сравнению с длительностью импульса средой. Можно показать, что этому условию отвечает непрерывный спектр задачи (9) и $a(\lambda) \approx 1$.

Используя уравнения для второго столбца функций из уравнения (21), в которое подставлены интегральные выражения вида (31), (32) для функций (25)–(28), находим

$$\overline{b(0; \lambda)} = - \int_{-\infty}^{\infty} \lambda E_0(\tau) \exp(2i\lambda^2 \tau) \widetilde{M}_2(x, \lambda) d\tau. \tag{60}$$

Здесь \widetilde{M}_2 — компонента вектор-функции \widetilde{M} .

В линейном приближении имеем $\widetilde{M}_2 \approx 1$ и из уравнения (60) получаем

$$\overline{b(0; \lambda)} \approx - \int_{-\infty}^{\infty} \lambda E_0(\tau) \exp(2i\lambda^2 \tau) d\tau. \quad (61)$$

Для слабого затравочного импульса поля $E_0(\tau)$ выражение (61) определяет значение коэффициента рассеяния $\rho(\lambda) \approx b(\lambda)$, поскольку при этом $a(\lambda) \approx 1$.

В линейном пределе уравнение (50) принимает вид

$$\overline{E(\chi, \tau)} e^{2i\mu_+(\chi, \tau)} \approx - \frac{2}{\pi} \int_{\Gamma_1^+} b(0; \lambda) \times \exp(2i\lambda^2 \tau + 2i\epsilon w_0(\lambda)\lambda^2 \chi) d\lambda. \quad (62)$$

С учетом выражения (61) и замены переменных находим, что (62) совпадает с (57).

5. РЕШЕНИЕ РЕГУЛЯРНОЙ ПРОБЛЕМЫ РИМАНА – ГИЛЬБЕРТА

Из предыдущих разделов видно, что в рамках МОЗР мы решаем задачу Гурса для нелинейной системы уравнений (8). Используя уравнения (48), (50), найдем нелинейное решение начально-краевой задачи с условиями, отвечающими усилению слабого импульса, инжектированного в первоначально полностью инвертированную среду. Обозначим $X_1(\zeta) = \Psi_{12}^+(\chi, \tau; \zeta)$, $X_2(\zeta) = \Psi_{22}^+(\chi, \tau; \zeta)$ и вычислим следующий интеграл вдоль контура $\Gamma : \{\text{Im } \lambda^2 = 0\}$ в плоскости λ :

$$R_j(\tau, \chi; \lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\rho(0, \zeta) X_j(\tau, \chi; \zeta)}{\zeta - \lambda} \times \exp\left(2i\zeta^2 \tau + \frac{2i\zeta^2}{1 - \zeta^2} \chi\right) d\zeta. \quad (63)$$

Подставив выражение (61) для $\rho \approx b$ и перейдя к переменной интегрирования

$$\xi = (\zeta^2 - 1) \sqrt{\frac{\tau - y}{\chi}},$$

приводим интеграл (63) к виду

$$R_j(\tau, \chi; \lambda) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\chi} \overline{E_0(y)}}{\sqrt{\tau - y}} \int_{\Gamma_0} \frac{\rho(0, \xi) X_j(\xi)}{\omega(\xi) - \lambda} \times \exp\left\{i \frac{Z(y)}{2} \left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) + 2i(\tau - y) - 2i\chi\right\} \times \theta(\tau - y) d\xi. \quad (64)$$

Здесь

$$\omega^2(\xi) = \xi \sqrt{\frac{\chi}{\tau - y}} + 1, \quad Z(y) = 4\sqrt{(\tau - y)\chi},$$

контур $\Gamma_0 : \{\text{Im } \xi = 0\}$.

Оценим интеграл (64) методом перевала, применимым, если основная энергия импульса локализована на достаточно большом расстоянии χ , таком что $Z \gg 1$. Деформируя контур интегрирования вокруг точки перевала $\xi = -i$, находим

$$R_j(\tau, \chi; \lambda) = X_j^- e^{2i\tau - 2i\chi} \sqrt{\chi} \times \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\theta(\tau - y) \overline{E_0(y)} e^{Z(y) - 2iy} dy}{(\omega_- - \lambda) \sqrt{2(\tau - y)\pi Z(y)}} = X_j^- R_0(\chi, \tau, \lambda). \quad (65)$$

Здесь

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\pm i \sqrt{\frac{\chi}{\tau - y}} + 1}, \quad X_i^- = X_i(\chi, \tau; \xi)|_{\xi=-i}.$$

Вычисляя таким же образом интегралы в правой части уравнения (48), находим

$$X_2 = \frac{1}{1 + (Q_+ + Q_-) (\overline{Q}_+ - \overline{Q}_-)}, \quad (66)$$

где $Q_{\pm} = R_0(\chi, \tau, \omega_{\pm})$.

Решение для амплитуды электромагнитного поля имеет вид

$$\overline{E(\chi, \tau)} = \frac{Q_0 e^{-2i\mu_+}}{1 + (Q_+ + Q_-) (\overline{Q}_+ - \overline{Q}_-)}, \quad (67)$$

где

$$Q_0(\tau, \chi) = e^{2i\tau - 2i\chi} \sqrt{\chi} \times \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\theta(\tau - y) \overline{E_0(y)} e^{Z(y) - 2iy} dy}{\sqrt{2(\tau - y)\pi Z(y)}}. \quad (68)$$

Для упрощения вида решения считаем, что начальные условия $E_0(\tau)$ изменяются достаточно медленно, так что зависимость решения от τ много медленнее, чем от Z . Это условие согласуется с предположением о локализации энергии в области $\chi \gg 1$. Ввиду наличия экспоненты, зависящей от переменной интегрирования y , под интегралом в выражении для Q_0 можно оценить этот интеграл, сделав заме-

ну $E_0(y) = G_0\delta(y)$. В итоге выражение для импульса электромагнитного поля принимает вид

$$E(\chi, \tau) = \sqrt{\frac{\chi}{2\pi\tau\eta}} \times G_0 e^{\eta - 2i\tau + 2i\chi} \left[1 + \frac{1}{2\pi\eta} |G_0|^2 e^{2\eta} \left(1 - i\sqrt{\frac{\chi}{\tau}} \right) \right] \times \left[1 + \frac{1}{2\pi\eta} |G_0|^2 e^{2\eta} \left(1 + i\sqrt{\frac{\chi}{\tau}} \right) \right]^{-2} \times \left[1 + O\left(\frac{1}{\eta}\right) \right]. \quad (69)$$

Здесь $\eta = 4\sqrt{\tau\chi}$. Решение (69) описывает форму первого импульса из цепочки импульсов, генерируемых лазерной средой.

Аналогичным образом можно вычислить поведение «хвоста» импульса, описывающего затухающие колебания вблизи основного состояния, т. е. для $\epsilon = -1$:

$$E_e(\chi, \tau) = \sqrt{\frac{\chi}{2\pi\tau\eta}} \times \frac{G_0 \sin \eta e^{-2i\tau - 2i\chi - 2i\mu_+}}{1 + \frac{1}{2\pi\eta} |G_0|^2 \sin^2 \eta \left(1 + i\sqrt{\frac{\chi}{\tau}} \right)} \times \left[1 + O\left(\frac{1}{\eta}\right) \right]. \quad (70)$$

Здесь нелинейная фазовая модуляция описывается выражением

$$\mu_+(\chi, \tau) = - \int_{\tau}^{\infty} \frac{\chi}{2\pi t' \eta(t')} |G_0|^2 \sin^2 \eta(t') dt' \times \left| 1 + \frac{1}{2\pi\eta} |G_0|^2 \sin^2 \eta(t') \left(1 + i\sqrt{\frac{\chi}{t'}} \right) \right|^{-2} \times \left[1 + O\left(\frac{1}{\eta}\right) \right], \quad (71)$$

где $\eta(t') = 4\sqrt{t'\chi}$.

Решения (70) и (71) показывают, что поляризация ОНИ изменяется критическим образом вблизи максимума импульса. На рис. 2 показаны формы компонент импульса и его интенсивности в зависимости от временной переменной. Численный анализ показал, что форма компонент импульса сильно изменяется при изменении длины усиливающей среды,

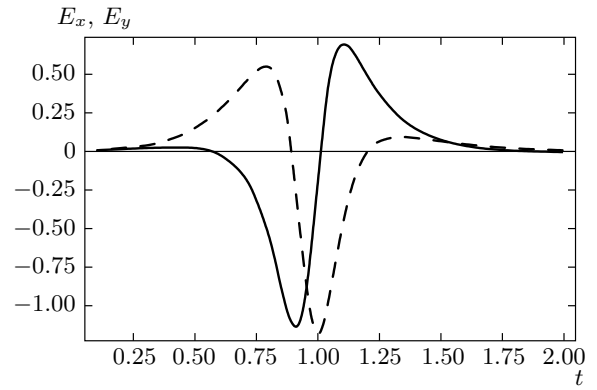


Рис. 2. Форма переднего фронта ОНИ: E_x — сплошная линия, E_y — штриховая линия

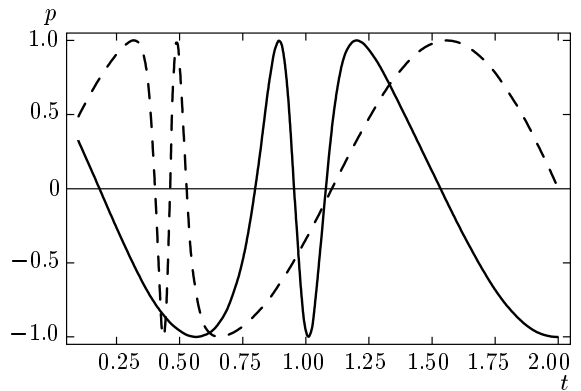


Рис. 3. Зависимости параметра поляризации p от времени для разных длин среды $\chi = 10$ (сплошная линия), 20 (штриховая)

амплитуды затравочного поля. В то же время изменение поляризации в окрестности максимума импульса носит универсальный характер. Для иллюстрации этого факта на рис. 3 изображены зависимости параметра

$$p = \frac{E_x^2 - E_y^2}{E_x^2 + E_y^2}$$

(степени поляризации) от времени для разных длин среды.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изучена динамика поляризации усиливающихся лазерных импульсов вне рамок приближения медленной огибающей. Найдено

решение, описывающее передний и задний фронты ОНИ, генерируемых в первоначально полностью инвертированной изотропной среде. Решение состоит из цепочки импульсов без огибающей. Особенностью этого решения, приводящей к качественно отличию от аналогичной динамики квазимонохроматических импульсов, является наличие нелинейной фазовой модуляции и сильное изменение поляризации поля. Характерный масштаб такого изменения — полуширина импульсов, составляющих цепочку. В окрестности максимумов это изменение носит универсальный характер. Отметим, что с точностью до линейного фазового множителя начальная поляризация, задаваемая импульсом поля $E_0(\tau) = E_x(\tau, 0) + iE_y(\tau, 0)$, восстанавливается асимптотически при приближении к «хвосту» импульса.

Техника, изложенная в настоящей работе, и найденные с ее помощью решения могут применяться как для анализа квазимонохроматических импульсов, т. е. включают область значений параметров, изученную в работах [21–26] и в других родственных работах, так и для изучения динамики импульсов без огибающей. Отметим, что использованное выше приближение однонаправленного распространения импульсов естественным образом выполняется для длинного лазерного усилителя, поскольку групповая скорость генерируемого импульса на его переднем фронте быстро приближается к скорости света в среде (см., например, [26]) для любой плотности активных атомов. Известно, что в длинной лазерной среде происходит постоянное сжатие импульса в процессе его распространения. Поэтому, строго говоря, в достаточно длинной среде приближение квазимонохроматических импульсов неприменимо и необходимо описание в рамках моделей, аналогичных рассмотренной в настоящей работе.

Представляет интерес применение полученных в работе результатов для описания эволюции ультракоротких (фемтосекундных) однонаправленных импульсов, импульсов с двумя компонентами поляризации в двумерном фотонном кристалле с учетом поляризационных эффектов. Известно, что локализованные солитоноподобные решения существуют внутри запрещенных зон фотонного кристалла [33]. В двумерном кристалле структура солитоноподобных импульсов существенно усложняется [34]. Учет специфики эволюции ОНИ в многоуровневой среде и нелинейной связи между компонентами циркулярно поляризованного поля должен проявиться в структуре импульсов, возникающей при эволюции в фотонном кристалле с имплантированными резонансными атомами [35].

Следует ожидать качественно новых эффектов, связанных с поляризационной бистабильностью, сжатием импульсов [36] с циркулярной поляризацией в такой среде по сравнению с динамикой линейно поляризованных импульсов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-81020-Bel2004), поддержке научных школ Министерства науки и технологий РФ (грант № НШ-7214.2006) и программы Президиума РАН. Автор благодарен Е. В. Докторову и А. И. Маймистову за полезное обсуждение вопросов, относящихся к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. K. Bullough, P. M. Jack, P. W. Kitchenside, and R. Saunders, *Phys. Scripta* **20**, 364 (1979).
2. A. I. Maimistov, A. M. Basharov, S. O. Elyutin, and Yu. S. Sklyarov, *Phys. Rep.* **191**, 1594 (1990).
3. T. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
4. А. И. Маймистов, *КЭ* **30**, 287 (2000).
5. D. You, D. R. Dykaar, and P. H. Bucksbaum, *Opt. Lett.* **18**, 290 (1993).
6. M. Wittmann, A. Nazarkin, and G. Korn, *Opt. Lett.* **26**, 5 (2001).
7. L. Xu, C. Spielmann, and F. Krausz, *Opt. Lett.* **21**, 1259 (1996).
8. A. Baltuska, Z. Wei, M. S. Pshenichnikov, and D. A. Wiersma, *Opt. Lett.* **22**, 102 (1997).
9. R. W. Ziolkowski, J. M. Arnold, and D. M. Gogny, *Phys. Rev. A* **52**, 3082 (1995); S. Hughes, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3363 (1998); S. Hughes, *Phys. Rev. A* **62**, 055401 (2000).
10. Е. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин и др., *Письма в ЖЭТФ* **47**, 523 (1988).
11. Е. М. Беленов, А. В. Назаркин, В. А. Ущуповский, *ЖЭТФ* **100**, 762 (1991).
12. S. V. Sazonov and E. V. Trifonov, *J. Phys. A: Math. Gen.* **27**, L7 (1994).
13. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *ЖЭТФ* **114**, 1393 (1998).
14. А. А. Заболотский, *Письма в ЖЭТФ* **77**, 558 (2003).

15. M. Kolesik, J. V. Moloney, and M. Mlejnek, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 283902 (2002).
16. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский, *Теория солитонов*, Наука, Москва (1980).
17. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, *ЖЭТФ* **87**, 1594 (1984).
18. J. C. Eilbeck, *J. Phys. A: Math. Gen.* **5**, 1355 (1972).
19. J. D. Gibbon, P. J. Coudrey, J. K. Eilbeck, and R. K. Bullough, *J. Phys. A: Math. Gen.* **6**, 1237 (1973).
20. А. А. Заболотский, *ЖЭТФ* **98**, 1073 (2004).
21. С. В. Манаков, *ЖЭТФ* **83**, 68 (1982).
22. И. Р. Габитов, В. Е. Захаров, А. В. Михайлов, *Письма в ЖЭТФ* **37**, 234 (1983).
23. И. Р. Габитов, В. Е. Захаров, А. В. Михайлов, *ЖЭТФ* **86**, 1204 (1984).
24. И. Р. Габитов, В. Е. Захаров, А. В. Михайлов, *ТМФ* **63**, 11 (1985).
25. С. В. Манаков, В. Ю. Новокшенов, *ТМФ* **69**, 40 (1986).
26. I. R. Gabitov and S. V. Manakov, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 495 (1983).
27. L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonances and Two-Level Atoms*, Wiley & Sons, New York (1975).
28. R. P. Feynman, F. L. Vernon, and R. W. Hellwarth, *J. Appl. Phys.* **28**, 49 (1957).
29. R. E. Slusher and H. M. Gibbs, *Phys. Rev.* **5**, 1656 (1972).
30. D. J. Kaup and A. C. Newell, *J. Math. Phys.* **19**, 798 (1978).
31. Ф. Д. Гахов, *Краевые задачи*, Физматлит, Москва (1963).
32. В. С. Владимиров, *Обобщенные функции в математической физике*, Наука, Москва (1979).
33. S. John and N. Aközbebek, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1168 (1993).
34. N. Aközbebek and S. John, *Phys. Rev. E* **57**, 2287 (1998).
35. N. Aközbebek and S. John, *Phys. Rev. E* **58**, 3876 (1998).
36. R. A. Vlasov and A. G. Smirnov, *Phys. Rev. E* **60**, 5808 (2000).