

ДВАЖДЫ УПОРЯДОЧЕННОЕ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ В ДОПИРОВАННОМ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ

*В. И. Белявский**, *Ю. В. Копаев*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Н. Н. Туан

*Государственный педагогический университет
394043, Воронеж, Россия*

Поступила в редакцию 6 апреля 2007 г.

Кулоновское отталкивание в слабо допированном квазидвумерном антиферромагнетике с контуром Ферми в виде малых карманов приводит к дважды упорядоченному сверхпроводящему состоянию сосуществующих конденсатов пар с большим и нулевым импульсами. Спаривание с большим импульсом определяет температуру сверхпроводящего перехода, ниже которой порядок с нулевым импульсом существует как наведенный вплоть до температуры, соответствующей включению фононного механизма спаривания. Наведенная сверхпроводимостью волна плотности орбитального тока устраняет обусловленные спаривающим отталкиванием нули в двухщелевом спектре квазичастиц и приводит к отличной от π относительной фазе компонент сверхпроводящего параметра порядка.

PACS: 78.47.+p, 78.66.-w

1. ВВЕДЕНИЕ

При допировании квазидвумерного ($2D$) родительского купратного соединения с антиферромагнитным (AF) упорядочением могут возникать близкие по энергии состояния с дальним диэлектрическим или сверхпроводящим (SC) порядком [1, 2], конкуренцией между которыми при кулоновском отталкивании определяется основное состояние системы [3, 4]. Спиновые AF-корреляции в виде ближнего порядка [5] находят отражение в псевдощелевом состоянии недодопированных купратов выше температуры SC-перехода T_c . Синглетный дальний орбитальный антиферромагнитный (OAF) порядок [6, 7] в виде фазы с потоком [8] может проявляться в псевдощелевом состоянии как диэлектрический «скрытый» OAF-порядок [7], возникающий в результате фазового перехода высокого (возможно, бесконечного [9]) рода. Альтернативное описание предполагает ближний OAF-порядок как флуктуации между со-

стояниями фазы с потоком и d -волнового сверхпроводника [10].

Из соображений симметрии [11–14] и микроскопических моделей [15] следует, что основные каналы спаривания связаны с другими каналами, которым могут соответствовать более высокие энергии. Феноменологическая $SO(5)$ -теория [11, 12], объединяющая триплетное AF- и синглетное куперовское SC-состояния в единое состояние с пятимерным параметром порядка, приводит к сопряженному триплетному SC-порядку с импульсом пары, равном AF-вектору. В $SU(4)$ -феноменологии [13, 14] замыкание множества генераторов алгебры Ли, возникающей из триплетного антиферромагнитного и синглетного куперовского каналов спаривания, при некоторых упрощающих предположениях приводит к нескольким упорядоченным состояниям, в том числе, к волне зарядовой плотности (CDW), триплетной сверхпроводимости и фазе с потоком.

$SU(2)$ -схема разделения заряда и спина вводит дублетные фермионные и бозонные состояния [4, 16] с минимумами дисперсии бозонного дублета в точках $(0, 0)$ и (π, π) $2D$ -зоны Бриллюэна [16], поэто-

*E-mail: vib45@mail.ru

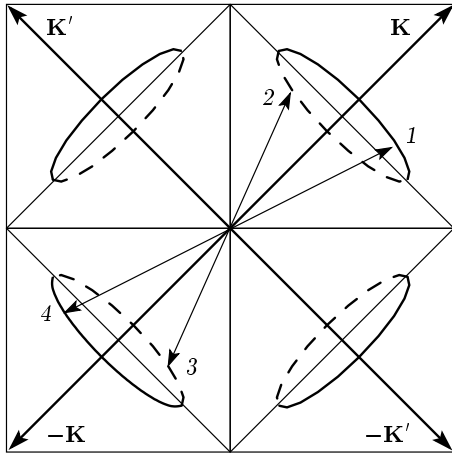


Рис. 1. Сплошными и пунктирными линиями показаны главные и теневые зоны карманов FC, соответствующих кристаллически эквивалентным импульсам пар \mathbf{K} , $-\mathbf{K}$ и \mathbf{K}' , $-\mathbf{K}'$. Цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены импульсы частиц, принимающих участие в SC-спаривании с большим (1, 2 и 3, 4) и нулевым (1, 4 и 2, 3) импульсами и в диэлектрическом спаривании с импульсами \mathbf{K} (1, 3) и $-\mathbf{K}$ (2, 4)

му синглетный канал SC-спаривания с большим импульсом [17] должен учитываться наряду с куперовским каналом при нулевом суммарном импульсе. С этими каналами спаривания может быть связано SC-состояние с медленно убывающими пространственными OAF-корреляциями [16].

В родительском купратном соединении энергетическая зона, в которой располагается уровень Ферми, расщепляется на две подзоны, нижняя из которых заполнена электронами. Энергетическая щель между подзонами, обусловленная внутрицентровыми кулоновскими корреляциями, сохраняется при относительно слабом допировании. При дырочном допировании часть состояний у вершины нижней подзоны освобождается и поверхность Ферми приобретает форму малых дырочных карманов с центрами в серединах сторон магнитной зоны Бриллюэна родительского спинового антиферромагнетика (рис. 1). Потеря дальнего спинового AF-порядка при допировании приводит к удвоению магнитной зоны Бриллюэна. Поэтому части дырочных карманов (главные зоны), находящиеся в первой магнитной зоне родительского соединения, имеют высокую спектральную интенсивность, тогда как дополняющие их части (теневые зоны [18, 19]) во второй магнитной зоне имеют существенно меньший спектральный вес [20].

Синглетное SC-спаривание в куперовском канале может связывать состояния двух частиц в главных или теневых зонах диаметрально противоположных карманов. Те же состояния, принадлежащие главной и теневой зонам одного и того же кармана, связываются синглетным SC-спариванием с большим импульсом, равным AF-вектору родительского соединения. Эти каналы спаривания связаны с синглетным диэлектрическим орбитальным порядком в виде CDW или волны плотности тока заряда.

В настоящей работе в модели дырочных карманов исследовано дважды упорядоченное SC-состояние сосуществующих конденсатов пар с большим и нулевым импульсами и наведенным сверхпроводимостью орбитальным диэлектрическим порядком.

2. ЗЕРКАЛЬНЫЙ НЕСТИНГ КОНТУРА ФЕРМИ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ ПРИ ОТТАЛКИВАНИИ

Диэлектрическое спаривание возникает при нестинге поверхности Ферми, вырождающейся в контур Ферми (FC) в 2D-системе, когда условие

$$\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{Q}) = -\varepsilon(\mathbf{p}) \quad (1)$$

выполняется для некоторого импульса \mathbf{Q} на конечной части FC. Здесь $\varepsilon(\mathbf{p})$ — закон дисперсии электронов (энергия отсчитана от химического потенциала).

Зеркальный нестинг FC [17] способствует SC-спариванию с импульсом пары \mathbf{K} , когда энергии частиц, составляющих пару, $\varepsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k})$ и $\varepsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k})$, совпадают на конечной части FC:

$$\varepsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k}). \quad (2)$$

Условие зеркального нестинга (2) при конечном \mathbf{K} является уравнением для импульса \mathbf{k} относительно движения пары, которое, вообще говоря, удовлетворяется для изолированных точек, принадлежащих FC. В случае, когда FC имеет особую форму, уравнение (2) определяет геометрическое место точек в виде отрезков FC конечной длины, которые, таким образом, представляют парный контур Ферми (PFC), играющий роль FC для относительного движения пары с суммарным импульсом \mathbf{K} .

Контур Ферми в виде малых дырочных карманов, проявляющихся в фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES) в купратах [19], идеально удовлетворяет условию (2) при $\mathbf{K} = (\pm\pi, \pm\pi)$, если одна из частиц, составляющих пару, принадлежит главной, а другая — теневой зоне

кармана. При нулевом импульсе пары (в куперовском канале SC-спаривания) условие (2) удовлетворяется тривиально по всей длине FC в силу общего свойства закона дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon(-\mathbf{k})$. Для FC в виде карманов обе частицы пары с нулевым импульсом принадлежат либо главным, либо теневым зонам диаметрально противоположных карманов (рис. 1).

В случае изотропного слабо неидеального ферми-газа сверхпроводимость (с весьма низкой T_c) в куперовском канале при экранированном кулоновском отталкивании возникает из-за слабой коновской сингулярности экранирования, приводящей к фриделевским осцилляциям спаривающего потенциала в реальном пространстве и эффективному притяжению между электронами с противоположными спинами вне сильного отталкивания на малых расстояниях [21]. Анизотропия закона дисперсии электронов и дырок может существенно изменить условия спаривания в куперовском канале. В допированных купратах FC располагается в протяженной окрестности седловой точки с сильной анизотропией эффективной массы с главными значениями разного знака, так что логарифмическая сингулярность ван Хофа приводит к эффективному усилению константы связи [22, 23].

Коновская сингулярность в вырожденном электронном газе проявляется как логарифмическая особенность производной от статической диэлектрической проницаемости $\epsilon(k)$. Диэлектрическое AF-упорядочение, возникающее из-за нестинга FC родительского купратного соединения, сохраняется в виде ближнего порядка и в недопированных купратах. Поэтому $\epsilon(\mathbf{k})$ оказывается сильно анизотропной функцией импульса с логарифмическими особенностями при $\mathbf{k} = \mathbf{Q}$ для всех кристаллически эквивалентных векторов нестинга \mathbf{Q} . В куперовском канале SC-спаривания суммирование по передаче импульса $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ при рассеянии приводит к сглаживанию сингулярности экранирования, соответствующей $\mathbf{k} - \mathbf{k}' = \mathbf{Q}$. Поэтому доминирующим спаривающим взаимодействием может оказаться эффективное притяжение, обусловленное обменом фононами.

При SC-спаривании с большим импульсом \mathbf{K} (канал \mathbf{K} -спаривания) естественно выделяется зависящая от \mathbf{K} область кинематического ограничения [17], которой принадлежат импульсы $\varepsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k})$ и $\varepsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k})$ частиц, составляющих \mathbf{K} -пару. В этой области может быть выделена часть импульсного пространства, охватывающая PFC, которая дает сингулярный вклад в спаривание. Размеры этой области и ее энергетический масштаб ε_0 определяются

длиной PFC и (в поперечном к PFC направлении) отклонением от условия (2) изолиний кинетической энергии относительного движения \mathbf{K} -пары,

$$2\xi(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k}) + \varepsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k}), \quad (3)$$

по мере их удаления от FC.

Кинематическое ограничение приводит к эффективному обрезанию далеких (соответствующих энергетическому масштабу не меньше ε_0) фурье-компонент экранированного кулоновского потенциала и, соответственно, к более глубоким (по сравнению с фриделевскими) осцилляциям спаривающего потенциала в широкой области реального пространства [24]. Поскольку PFC располагается в протяженной окрестности седловой точки, при \mathbf{K} -спаривании, как и в куперовском канале, эффективная константа связи оказывается усиленной за счет близости уровня Ферми и логарифмической сингулярности ван Хофа плотности состояний.

Канал \mathbf{K} -спаривания может быть усилен за счет пайерлсовской особенности экранирования, если передача импульса при рассеянии оказывается близкой к вектору нестинга (ввиду относительной малости PFC, интегрирование по передаче импульса может сохранять пайерлсовское усиление \mathbf{K} -спаривания). При импульсах $\mathbf{K} = (\pm\pi, \pm\pi)$, обеспечивающих зеркальный нестинг малых сильно анизотропных дырочных карманов, пайерлсовское усиление \mathbf{K} -спаривания, соответствующее процессам переброса между главной и теневой зонами [22], имеет место на всем PFC. Поэтому при зеркальном нестинге FC синглетное \mathbf{K} -спаривание при экранированном кулоновском отталкивании может стать основным каналом SC-спаривания.

Кинематическое ограничение, присущее усиленному сингулярностью экранирования \mathbf{K} -спариванию, и особенности закона дисперсии слабопированных (вплоть до оптимального допирования) купратов с FC в протяженной окрестности седловой точки [25] определяют масштаб осцилляций спаривающего взаимодействия в реальном пространстве и, таким образом, симметрию и амплитуду SC-щели.

Параметр порядка, возникающий при спаривающем отталкивании, является знакопеременной функцией импульса относительного движения \mathbf{K} -пары с линией нулей, пересекающей PFC в области кинематического ограничения [17]. По отношению к поворотам в импульсном $2D$ -пространстве возможны два типа симметрии параметра порядка: A_{1g} (расширенная s -волновая симметрия с нулями, обусловленными спаривающим отталкиванием) и B_{1g} (расширенная d -волновая симметрия). В

первом случае параметр порядка не меняет знак при повороте на $\pi/2$, во втором изменение знака приводит к нулям в точках пересечения FC с диагоналями зоны Бриллюэна.

3. КОНКУРИРУЮЩИЕ УПОРЯДОЧЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Зеркальный нестинг FC имеет место при каждом из кристаллически эквивалентных импульсов $\mathbf{K} = (\pm\pi, \pm\pi)$, когда одна из частиц пары имеет импульс $\mathbf{k}_+ = \mathbf{K}/2 + \mathbf{k}$ и спин σ в главной зоне, а другая частица с импульсом $\mathbf{k}_- = \mathbf{K}/2 - \mathbf{k}$ и альтернативным значением спина $\bar{\sigma}$ находится в теневой зоне (рис. 1). В паре с импульсом $-\mathbf{K}$ в теневой зоне находится частица с импульсом $-\mathbf{k}_-$ и спином σ , а в главной зоне — частица с импульсом $-\mathbf{k}_+$ и спином $\bar{\sigma}$.

Из этих четырех частиц можно составить две синглетные электронно-дырочные пары с импульсами и спинами частиц соответственно $\mathbf{k}_+\sigma, -\mathbf{k}_-\sigma$ и $\mathbf{k}_-\bar{\sigma}, -\mathbf{k}_+\bar{\sigma}$. Диэлектрический дальний порядок при этом возникать не может (при сколь угодно слабом спаривающем взаимодействии), поскольку при импульсе \mathbf{K} отсутствует нестинг FC (для импульсов $\mathbf{p} \equiv -\mathbf{k}_-$ и $\mathbf{p} + \mathbf{K} \equiv \mathbf{k}_+$ имеет место равенство $\varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{K}) = \varepsilon(\mathbf{p})$, т. е. выполняется условие зеркального нестинга). Такой порядок может быть наведен SC-спариванием с импульсами пар \mathbf{K} и $-\mathbf{K}$. При этом параметр диэлектрического порядка D определенно мал по сравнению с параметром порядка Δ_K , соответствующим \mathbf{K} -спариванию.

Синглетные диэлектрическое и упорядоченные SC-состояния с одинаковыми импульсами пар $\pm\mathbf{K}$ могут быть положены в основу феноменологической схемы, подобной $SU(4)$, простейшее замыкание которой приводит к синглетному SC-порядку с нулевым импульсом пары. В этом случае спариваются частицы, обе принадлежащие либо главной, либо теневой зоне (пары $\mathbf{k}_+\sigma, -\mathbf{k}_+\bar{\sigma}$ и $\mathbf{k}_-\bar{\sigma}, -\mathbf{k}_-\sigma$).

При кулоновском взаимодействии \mathbf{K} -спаривание, усиленное пайерлсовской сингулярностью экранирования, обеспечивается глубокими осцилляциями спаривающего потенциала [24] из-за относительной малости части области кинематического ограничения, дающей сингулярный вклад в уравнение самосогласования, поэтому этот канал SC-спаривания может рассматриваться как основной. При нулевом импульсе пары кинематическое ограничение отсутствует и кулоновское спаривание в куперовском канале при отталкивании может приводить к мень-

шей (по сравнению с характерным значением Δ_K) SC-щели Δ_0 .

Двум энергетическим параметрам, Δ_K и Δ_0 , можно поставить в соответствие температуры T_c и T'_c , большая из которых является температурой SC-перехода. Механизм сверхпроводимости Кона–Латтинджера [21] приводит к крайне низким значениям температуры T'_c перехода в куперовском канале спаривания. Поэтому для кулоновского механизма спаривания можно считать, что $T'_c \ll T_c$. Фононный механизм сверхпроводимости эффективен в обоих каналах и может приводить к некоторому изменению условий SC-спаривания [26] и более высоким значениям T'_c .

Для FC в виде карманов эффективность \mathbf{K} -спаривания уменьшается по мере роста допирования из-за убывания спектрального веса теневой зоны с увеличением кармана [20]. Поэтому в режиме передопирования доминирующим может стать куперовский канал при обычном фононном механизме спаривания.

В модели дырочных карманов оба параметра порядка, Δ_K и Δ_0 , определены на всем FC. В связи с этим отметим, что для односвязного FC в виде квадрата со скругленными углами [25] параметр Δ_K определен только на участках FC, удовлетворяющих условию зеркального нестинга, тогда как Δ_0 возникает на всем FC. Два SC и сопряженный им диэлектрический каналы синглетного спаривания приводят к дважды упорядоченному SC-состоянию с наведенным сверхпроводимостью орбитальным диэлектрическим порядком.

Возникновение порядка связано с отличными от нуля аномальными средними, которые для \mathbf{K} -спаривания и куперовского спаривания определим как

$$\begin{aligned} \lambda_K(\mathbf{k}) &= \langle \hat{c}_{\mathbf{K}/2 - \mathbf{k}\bar{\sigma}} \hat{c}_{\mathbf{K}/2 + \mathbf{k}\sigma} \rangle, \\ \lambda_0(\mathbf{k}) &= \langle \hat{c}_{-\mathbf{k}\bar{\sigma}} \hat{c}_{\mathbf{k}\sigma} \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\hat{c}_{\mathbf{p}\sigma}$ — оператор уничтожения частицы с импульсом \mathbf{p} и спином σ . Аномальное среднее, описываемое наведенным сверхпроводимостью диэлектрический порядок, имеет вид

$$\nu_K(\mathbf{k}) = \langle \hat{c}_{\mathbf{K} + \mathbf{k}\sigma}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}\sigma} \rangle. \quad (5)$$

Изменение направления импульсов эквивалентно обращению времени, поэтому аномальные средние и их комплексно сопряженные в каналах диэлектрического и \mathbf{K} -спаривания связаны друг с другом для пар с импульсами \mathbf{K} и $-\mathbf{K}$.

Определим параметры порядка SC-состояний с импульсом \mathbf{K} и нулевым импульсом как

$$\Delta_K(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} W_K(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \lambda_K(\mathbf{k}'), \quad (6)$$

$$\Delta_0(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} W_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \lambda_0(\mathbf{k}'), \quad (7)$$

где $W_K(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ и $W_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ — ядра интегральных операторов спаривающего взаимодействия соответственно в канале \mathbf{K} -спаривания и куперовском канале.

Ядро $W_K(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ может быть сведено к области определения, составляющей ту часть Ξ_s области кинематического ограничения, которая в схеме среднего поля дает основной вклад в сингулярное поведение уравнения самосогласования для параметра порядка (6). Таким образом, суммирование в формуле (6) проводится по относительно малой части импульсного пространства с энергетическим масштабом ε_0 , определяющим предэкспоненциальный множитель в Δ_K . В куперовском канале кинематическое ограничение отсутствует и область импульсного пространства, приводящая к сингулярности, включает области Ξ_s , относящиеся к парам диаметрально противоположных карманов.

При определении параметра порядка, соответствующего \mathbf{K} -спариванию, в виде линейной комбинации Δ_K с различными кристаллически эквивалентными импульсами пары [17] суммирование в (6), как и в (7), фактически распространяется на обе пары карманов, составляющих FC. При фоновом механизме спаривания суммирование может быть ограничено динамически полосой эффективного притяжения с энергетическим масштабом ε_D , охватывающей FC. Здесь ε_D — характерная дебаевская энергия.

При электронно-дырочном спаривании передача импульса при рассеянии в точности равна \mathbf{K} , поэтому параметр диэлектрического порядка можно представить в виде

$$D_K = i^n U_K \sum_{\mathbf{k}} \nu_K(\mathbf{k}), \quad (8)$$

где $U_K \equiv U(K)$, $n = 0, 1$. Параметр порядка при $n = 0$ описывает CDW, а при $n = 1$ — волну плотности тока заряда, например, орбитальное упорядочение с d -волновой симметрией (DDW) [7, 9].

Для диаметрально противоположных импульсов электронно-дырочной пары \mathbf{K} и $-\mathbf{K}$ значения параметра порядка (8) совпадают. Параметры порядка, соответствующие другой паре кристаллически эквивалентных импульсов \mathbf{K}' и $-\mathbf{K}'$, ортогональных \mathbf{K} ,

отличаются от уже определенных лишь постоянной фазой. Так, для DDW-порядка $D_{\mathbf{K}'} = -D_{\mathbf{K}}$ в соответствии с d -волновой симметрией, тогда как волне плотности тока, не нарушающей трансляционную симметрию [27], соответствует $D_{\mathbf{K}'} = D_{\mathbf{K}}$.

4. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ САМОСОГЛАСОВАНИЯ

Гамильтониан в приближении среднего поля, описывающий спаривание в двух SC и сопряженном им диэлектрическом каналах удобно представить в базисе, образованном фермиевскими операторами уничтожения и рождения частиц

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &\equiv \hat{c}_{\mathbf{p}+\mathbf{K}\sigma}, & \hat{a}_2 &\equiv \hat{c}_{-\mathbf{p}\bar{\sigma}}, \\ \hat{a}_3 &\equiv \hat{c}_{\mathbf{p}\bar{\sigma}}, & \hat{a}_4 &\equiv \hat{c}_{-\mathbf{p}-\mathbf{K}\sigma}, \end{aligned} \quad (9)$$

в которых импульс \mathbf{p} связан с импульсом \mathbf{k} относительного движения пары с импульсом \mathbf{K} : $\mathbf{p} = \mathbf{k} - \mathbf{K}/2$. Операторы из набора (9) соответствуют парам частица–частица и частица–дырка с импульсами \mathbf{K} и $-\mathbf{K}$, а также куперовским парам с нулевым импульсом. Аналогичный набор базисных операторов можно ввести и для пары импульсов, эквивалентных и перпендикулярных импульсу \mathbf{K} (\mathbf{K}' и $-\mathbf{K}'$ на рис. 1).

Гамильтониан среднего поля принимает вид

$$\hat{H} = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\sigma} \sum_{ij} \hat{a}_i^\dagger A_{ij} \hat{a}_j \quad (10)$$

(подразумевается суммирование по двум эквивалентным парам ортогональных импульсов). Здесь

$$E_0 = \sum_{\mathbf{k}} [\varepsilon - \lambda^* \Delta - \lambda_0^* \Delta_0 - \nu^* D], \quad (11)$$

где (и далее) явно не выписана зависимость от импульсов величин, находящихся под знаком суммы: $\varepsilon \equiv \varepsilon(\mathbf{k})$, $\lambda \equiv \lambda_K(\mathbf{k})$, $\lambda_0 \equiv \lambda_0(\mathbf{k})$, $\nu \equiv \nu_K(\mathbf{k})$, $\Delta \equiv \Delta_K(\mathbf{k})$, $\Delta_0 \equiv \Delta_0(\mathbf{k})$, $D \equiv D_K$.

Учитывая, что $\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{K})$ в окрестности малых карманов FC, а суммирование по импульсу в формуле (10) может быть ограничено малой областью импульсного пространства, дающей сингулярный вклад в рассматриваемые каналы спаривания,

эрмитову матрицу 4×4 , определяющую гамильтониан (10), можно записать как

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta & D^* & \Delta_0 \\ \Delta^* & -\varepsilon & \Delta_0^* & -D \\ D & \Delta_0 & \varepsilon & \Delta^* \\ \Delta_0^* & -D^* & \Delta & -\varepsilon \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В качестве переменной, от которой зависят элементы A_{ij} , может быть выбран либо импульс \mathbf{k} относительного движения пары частиц с импульсом \mathbf{K} , либо импульс \mathbf{p} одной из частиц, составляющих такую пару.

Гамильтониан (10) может быть диагонализирован унитарным преобразованием $u_{im} \equiv u_{im}(\mathbf{k})$, которое связывает набор операторов \hat{a}_i с новыми фермиевскими операторами \hat{b}_m ($m = 1, 2, 3, 4$),

$$\hat{a}_i = \sum_{m=1}^4 u_{im} \hat{b}_m, \quad (13)$$

имеющими смысл операторов рождения и уничтожения квазичастиц:

$$\hat{\beta}_1 = \hat{b}_1, \quad \hat{\beta}_2^\dagger = \hat{b}_2, \quad \hat{\beta}_3 = \hat{b}_3, \quad \hat{\beta}_4^\dagger = \hat{b}_4. \quad (14)$$

Система уравнений, определяющая энергетический спектр $E_m \equiv E_m(\mathbf{k})$ и элементы унитарной матрицы u_{im} как функции импульса, записывается как

$$\sum_{j=1}^4 (A_{ij} - E_m \delta_{ij}) u_{jm} = 0. \quad (15)$$

Диагонализация матрицы (12) приводит к энергетическому спектру

$$E_m = \pm \sqrt{\xi^2 + \delta^2 \pm \tilde{\delta}^2}, \quad (16)$$

где введены обозначения

$$\delta^2 \equiv \Delta^* \Delta + \Delta_0^* \Delta_0 + D^* D, \quad \tilde{\delta}^2 \equiv \sqrt{\delta_0^4 + \delta_1^4}, \quad (17)$$

$$\delta_0^2 \equiv \xi(D'^* + D') + \Delta'(\Delta_0^* + \Delta_0), \quad (18)$$

$$\delta_1^4 \equiv -(\xi^2 + \Delta'^2)(D'^* - D')^2. \quad (19)$$

Здесь $D' \equiv D e^{i\alpha}$, где α — связанная с относительным движением пары фаза SC-параметра порядка с импульсом \mathbf{K} : $\Delta \equiv \Delta' e^{i\alpha}$, Δ' — вещественная функция импульса. Индекс, нумерующий ветви спектра, определен в соответствии с распределением знаков в формуле (16): $m = 1(++)$, $2(+ -)$, $3(- +)$, $4(--)$.

Энергиям возбуждения квазичастиц соответствует знак «+» перед внешним квадратным корнем в формуле (16), т.е. $m = 1, 2$. Гамильтониан (10) принимает вид

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{m=1}^2 \sum_{\mathbf{k} \sigma} E_m \beta_m^\dagger \beta_m. \quad (20)$$

Система уравнений самосогласования следует непосредственно из определений параметров порядка:

$$\Delta = \sum_{\mathbf{k}'} W_K \sum_{m=1}^4 u_{2m}^* u_{1m} \langle \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_m \rangle, \quad (21)$$

$$\Delta_0 = \sum_{\mathbf{k}'} W_0 \sum_{m=1}^4 u_{2m}^* u_{3m} \langle \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_m \rangle, \quad (22)$$

$$D = U_K \sum_{\mathbf{k}} \sum_{m=1}^4 u_{1m}^* u_{3m} \langle \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_m \rangle, \quad (23)$$

где средние $\langle \hat{b}_m^\dagger \hat{b}_m \rangle$ выражаются через средние числа заполнения квазичастичных состояний n_m , определяемых соотношениями

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 \rangle &\equiv \langle \hat{\beta}_1^\dagger \hat{\beta}_1 \rangle = n_1, \\ \langle \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 \rangle &\equiv \langle \hat{\beta}_2 \hat{\beta}_2^\dagger \rangle = 1 - n_2, \\ \langle \hat{b}_3^\dagger \hat{b}_3 \rangle &\equiv \langle \hat{\beta}_3^\dagger \hat{\beta}_3 \rangle = n_3, \\ \langle \hat{b}_4^\dagger \hat{b}_4 \rangle &\equiv \langle \hat{\beta}_4 \hat{\beta}_4^\dagger \rangle = 1 - n_4. \end{aligned} \quad (24)$$

Суммы по m в формулах (21)–(23) являются функциями переменной \mathbf{k}' . Очевидно, что $n_1 = n_3$, $n_2 = n_4$.

Система уравнений самосогласования, соответствующая импульсу пары \mathbf{K}' , перпендикулярному \mathbf{K} , имеет вид (21)–(23) с той лишь разницей, что суммирование в (21) проводится независимо по частям Ξ_s областей кинематического ограничения, соответствующих импульсам \mathbf{K}' и $-\mathbf{K}'$, а сумма в (23) берется по объединению этих частей. Уравнение (22) имеет один и тот же вид для обоих импульсов \mathbf{K} и \mathbf{K}' .

Решение системы уравнений (15) приводит к громоздким выражениям для элементов унитарной матрицы u_{im} , однако билинейные комбинации этих элементов, входящие в систему уравнений (21)–(23), выглядят относительно просто, так что система уравнений самосогласования может быть представлена в виде

$$\Delta = -\frac{1}{4} \sum_{\mathbf{k}'} w_{\mathbf{K}} \{B^+ \Delta + B^- M_1\}, \quad (25)$$

$$\Delta_0 = -\frac{1}{4} \sum_{\mathbf{k}} w_0 \{B^+ \Delta_0 + B^- M_2\}, \quad (26)$$

$$D = -\frac{1}{4} U_{\mathbf{K}} \sum_{\mathbf{k}} \{B^+ D + B^- M_3\}, \quad (27)$$

где

$$B^\pm = \frac{1 - 2n_1}{E_1} \pm \frac{1 - 2n_2}{E_2}, \quad (28)$$

E_1 и E_2 — энергии возбуждения квазичастиц, определенные выражением (16) соответственно со знаками «плюс» и «минус» перед внутренним корнем, а величины $M_i \equiv m_i/\tilde{\delta}^2$ определяются как

$$\begin{aligned} m_1 &= \Delta \Delta_0 (\Delta_0 + \Delta_0^*) + \Delta D^* D - \\ &\quad - \Delta^* (D^*)^2 + 2\varepsilon \Delta_0 D^*, \\ m_2 &= \Delta \Delta^* (\Delta_0 + \Delta_0^*) + \varepsilon (\Delta D + \Delta^* D^*), \\ m_3 &= 2\varepsilon^2 D + \varepsilon \Delta^* (\Delta_0 + \Delta_0^*) + \\ &\quad + \Delta^* (\Delta D - \Delta^* D^*). \end{aligned} \quad (29)$$

В силу вещественности функций (28) и m_2 параметр порядка Δ_0 , соответствующий спариванию в куперовском канале, также является вещественным: $\Delta_0 = \Delta_0^*$.

5. ДВАЖДЫ УПОРЯДОЧЕННОЕ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ

Правая часть каждого из уравнений системы (25)–(27) записана в виде суммы двух слагаемых, первое из которых может определять данный параметр порядка независимо от остальных, тогда как второе обращается в нуль, если в нем формально устремить к нулю два остальных параметра порядка. Уравнение (25) при $\Delta_0 = D = 0$ принимает стандартный вид уравнения самосогласования теории BCS и допускает нетривиальное решение, существующее в температурном интервале $0 < T < T_c$.

Уравнение (26) при $\Delta = D = 0$, также имеющее стандартный вид уравнения BCS, допускает нетривиальное решение в интервале $0 < T < T'_c$. При доминирующем \mathbf{K} -спаривании $T'_c < T_c$, поэтому уравнение (25) при $\Delta_0 = D = 0$ определяет температуру T_c перехода в SC-состояние.

В интервале $T'_c \lesssim T < T_c$ SC-порядок в куперовском канале наводится упорядочением в канале \mathbf{K} -спаривания, поэтому в этом интервале температур параметр энергетической щели Δ_0 существенно

меньше характерного значения параметра Δ . Отметим, что уравнение (27) при $\Delta = \Delta_0 = 0$ нетривиального решения не имеет, поэтому диэлектрический порядок D оказывается наведенным сверхпроводимостью во всем интервале температур $0 < T < T_c$.

SC-состояние, возникающее ниже T_c , оказывается, таким образом, дважды упорядоченным, определяемым двумя параметрами порядка, Δ_0 и Δ , соответственно в каналах куперовского и \mathbf{K} -спаривания. Для FC в виде малых карманов области определения обоих параметров порядка совпадают, однако в общем случае, когда зеркальный нестинг имеет место лишь для некоторых конечных частей FC, формирующих PFC, порядок при \mathbf{K} -спаривании возникает только в окрестности PFC, так что на остальной части FC имеет место наведенный \mathbf{K} -спариванием порядок Δ_0 . Поэтому при $T'_c \lesssim T < T_c$ сверхтекучая плотность, пропорциональная спектральному весу PFC, оказывается существенно меньшей по сравнению с ее значением при $T \lesssim T'_c$. В связи с этим отметим, что в случае FC в виде карманов сверхтекучая плотность мала в силу того, что эффективность \mathbf{K} -спаривания определяется малым весом теневой зоны кармана. Возрастание сверхтекучей плотности при $T \lesssim T'_c$ оказывается обусловленным тем, что в куперовском канале спариваются частицы, обе принадлежащие либо главной, либо теневой зоне кармана.

Спектр квазичастиц при $D = 0$ имеет вид

$$E_m = \sqrt{\xi^2 + (\Delta \pm \Delta_0)^2}, \quad (30)$$

определяя, таким образом, две ветви ($m = 1, 2$), которым соответствуют энергетические щели $|\Delta + \Delta_0|$ и $|\Delta - \Delta_0|$. Поскольку $\Delta(\mathbf{k})$ является сильно анизотропной знакопеременной функцией своего аргумента, нули этой функции на FC являются точками вырождения спектра (30), в которых SC-щель равна Δ_0 . При $\Delta \neq 0$ вырождение снимается, и нули SC-параметра порядка возникают в тех точках FC, в которых $\Delta = \pm \Delta_0$.

Полагая в (25) и (26) $D = 0$, можно получить систему двух уравнений, связывающих Δ_0 и Δ . При $T'_c \lesssim T < T_c$ уравнение (25) можно записать в нулевом приближении, т. е. положить в нем $\Delta_0 = 0$, что исключает второе слагаемое из правой части, после чего это уравнение принимает вид

$$\Delta = -\frac{1}{2} \sum \frac{w \text{th}(E/2T)}{E} \Delta, \quad (31)$$

где $E = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$. В формуле (26) в качестве Δ можно взять нетривиальное решение уравнения

(31), в результате чего (26) превращается в уравнение, связывающее Δ_0 с известной функцией Δ . Если в формуле (26) положить $\Delta \rightarrow 0$ (что имеет место в малых окрестностях нулей функции $\Delta(\mathbf{k})$), то это уравнение переходит в обычное уравнение BCS для Δ_0 и нетривиального решения при $T \lesssim T'_c$ не имеет. Вне таких окрестностей при температурах $T'_c \lesssim T < T_c$ можно считать, что $\Delta_0 \ll |\Delta|$. В этом случае приближенно имеем $E_m \approx E' \pm \delta E$, где $E' = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2 + \Delta_0^2}$, $\delta E = \Delta\Delta_0/E'$, так что уравнение (26) может быть записано в виде

$$\Delta_0 = -\frac{1}{2} \sum \frac{w'_0 \text{th}(E'/2T)}{E'} \Delta_0, \quad (32)$$

где перенормированное спаривающее взаимодействие $w'_0 = w'_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ имеет вид

$$w'_0 = w_0 \left[1 - \left(1 - \frac{E'/T}{\text{sh}(E'/T)} \right) \frac{\Delta^2}{E'^2} \right]. \quad (33)$$

Здесь выражение в квадратных скобках является функцией аргумента \mathbf{k}' , отражающей изменение условий рассеяния в спаривающем взаимодействии $w_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ из-за возникновения SC-порядка Δ . При относительно малых Δ^2 множитель в квадратных скобках мало отличается от единицы, уменьшаясь по мере возрастания Δ^2 и приводя, таким образом, к возникновению вклада с эффективным притяжением в w'_0 на фоне отталкивательного взаимодействия w_0 .

В этом смысле анизотропное эффективное ослабление отталкивания в формуле (33) подобно тому, что возникает в модели Толмачева [28], учитывающей притяжение между электронами из-за электрон-фононного взаимодействия на фоне однородного кулоновского отталкивания. Поэтому можно ожидать, что SC-порядок Δ_0 при $T'_c \lesssim T < T_c$ наводится в тех окрестностях FC, где параметр порядка Δ превышает некоторое пороговое значение. Однако при этом возрастание Δ_0 ограничивается наличием слагаемого Δ^2 под корнем в E' , которое сглаживает логарифмическую сингулярность в правой части (32). На всем FC порядок Δ_0 наводится благодаря эффекту близости в импульсном пространстве [29]. Из формулы (33) следует, что наведенный в куперовском канале параметр порядка $\Delta_0 \sim \Delta^2$.

Приближение $D \rightarrow 0$ не приводит к тождеству в (27), что свидетельствует о необходимом существовании наведенного диэлектрического порядка на фоне дважды упорядоченного SC-состояния. Три порядка сосуществуют вплоть до температуры фазового перехода T_c , тогда как T'_c является температурой кроссовера, при которой наведенный SC-порядок Δ_0 сменяется на самостоятельный

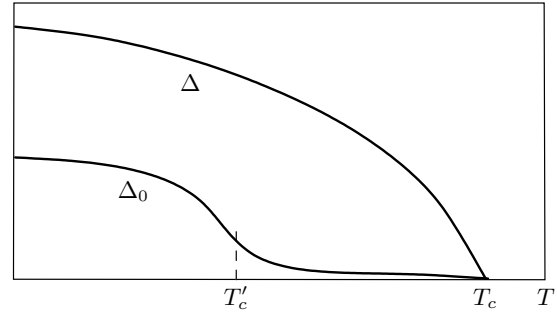


Рис. 2. Температурная зависимость параметров порядка Δ и Δ_0 (схематически), T_c — температура фазового перехода в SC-состояние, T'_c — характерная температура включения куперовского канала

порядок, который бы существовал и в отсутствие \mathbf{K} -спаривания. На рис. 2 схематически изображена температурная зависимость Δ и Δ_0 в дважды упорядоченном SC-состоянии.

Если сверхпроводимость наводит диэлектрический порядок в виде волны плотности орбитального тока, то SC-параметр порядка с большим импульсом пары приобретает отличную от нуля фазу α , связанную с относительным движением частиц, составляющих пару. В вырожденном случае $D = 0$, $\Delta_0 = 0$ фаза α является произвольной, поскольку единственное уравнение самосогласования, определяющее параметр порядка Δ , инвариантно относительно калибровочного преобразования $\Delta \rightarrow e^{i\alpha} \Delta$. При учете наведенного сверхпроводимостью диэлектрического порядка калибровочно инвариантной является вся система уравнений самосогласования, поэтому фазы параметров Δ и D оказываются взаимосвязанными. В общем случае имеет место сложная нелинейная связь между Δ и D . Однако полагая Δ_0 и D малы по сравнению с Δ и считая, что $|\alpha| \ll 1$, из системы (25)–(27) легко получить приближенное уравнение, определяющее фазу SC-конденсата \mathbf{K} -пар,

$$\Delta_0 \sum_{\mathbf{k}} \frac{\xi \Delta'}{\xi^2 + \Delta'^2} \approx |D| \sin \alpha \sum_{\mathbf{k}} \frac{\Delta'^2}{\xi^2 + \Delta'^2}, \quad (34)$$

где суммирование по импульсам ограничено частью Ξ_s области кинематического ограничения. Кинетическая энергия пары 2ξ и параметр порядка Δ' меняют знак в пределах области Ξ_s , соответственно на FC и линии нулей. Поэтому абсолютная величина суммы в левой части (34) определено меньше суммы положительных слагаемых в правой части. Обозначив s отношение сумм в левой и правой частях (34), и имея в виду, что $|s| \ll 1$, можно получить каче-

ственную оценку

$$\sin \alpha \approx s \Delta_0 / |D|, \quad (35)$$

имеющую место при $T'_c \lesssim T < T_c$.

Отметим, что в случае **K**-спаривания феноменология Гинзбурга–Ландау [30] естественно допускает решение с нетривиальной относительной фазой компонент SC-параметра порядка [31], что связывает **K**-спаривание с орбитальным диэлектрическим порядком, приводя, в частности, к возможности существования этих упорядоченных состояний [31].

6. СПЕКТР КВАЗИЧАСТИЦ

Вблизи FC отсчитанная от химического потенциала кинетическая энергия пары частиц, зависящая от импульса **k** относительного движения **K**-пары, может быть представлена в виде

$$\xi(\mathbf{k}) = \mathbf{v}_F(\mathbf{k} - \mathbf{k}_F), \quad (36)$$

где зависящие от направления импульса **k** векторы **k_F** и **v_F** имеют смысл соответственно импульса Ферми (отсчитанного от центра кармана) и скорости Ферми.

При изотропном спаривающем взаимодействии

$$W_K = U_0 r_0^2 (1 - k^2 r_0^2 / 2),$$

где параметры U_0 и r_0 имеют смысл энергии соответственно внутрицентрового отталкивания и радиуса экранирования кулоновского потенциала [29], вещественное решение уравнения (25) при $\Delta_0 = D = 0$ имеет вид [29]

$$\Delta' = b(k_0^2 - k^2), \quad (37)$$

где b — положительная константа, определяющая амплитуду SC-щели, k_0 — радиус линии нулей, при пересечении которой Δ' меняет свой знак. Линия нулей пересекает FC в пределах области кинематического ограничения в той ее части Ξ_s с энергетическим масштабом ε_0 , который определяет сингулярный вклад в уравнение самосогласования. Амплитуда параметра порядка имеет вид

$$b = 2\varepsilon_0 \exp(-1/gw_0), \quad (38)$$

где $g \sim \varepsilon_0^{-1}$ — плотность состояний в окрестности FC, а $w_0 = U_0 r_0^2$ — кулоновская константа связи. В общем случае анизотропного спаривающего взаимодействия Δ' является знакопеременной в области Ξ_s функцией, $\Delta' = b(\mathbf{k})$, линия нулей которой определяется уравнением $b(\mathbf{k}) = 0$.

В простейшем приближении параметр порядка (37) на небольшом расстоянии от FC можно представить в виде

$$\tilde{\Delta} = b(k_0^2 - k_F^2) - 2b\mathbf{k}_F(\mathbf{k} - \mathbf{k}_F). \quad (39)$$

Тогда в малой окрестности точек пересечения FC с линией нулей SC энергетическая щель приближенно может быть записана как

$$\Delta(\xi) = a_1 - a_2 \xi. \quad (40)$$

Подобная линейная зависимость параметра порядка от кинетической энергии была предложена (при постоянных значениях параметров a_1 и a_2) Хиршем [32] для интерпретации наблюдаемой в купратах асимметрии туннельных вольт-амперных характеристик [33].

Поскольку линия нулей параметра порядка пересекает FC, параметр a_1 оказывается зависящим от направления импульса **k** и может иметь как положительные, так и отрицательные значения. «Наклон» a_2 энергетической щели зависит от направления в импульсном пространстве, но его значения для разных направлений имеют одни и те же знак и порядок величины.

С асимметрией заполнения области кинематического ограничения, чем определяется величина и знак a_1 , связан линейный по модулю параметра порядка сдвиг химического потенциала при SC-переходе [34], приводящий к переоценке формального вклада кинетической энергии в энергию конденсации по сравнению с вкладом спаривающего взаимодействия. Из-за знакопеременности a_1 как функции направления в импульсном пространстве (входящей в энергию конденсации интегрально) вклад кинетической энергии, оцененный в работе [32], может входить с любым знаком [35].

Если сверхпроводимость наводит диэлектрический порядок в виде CDW, то все определяемые системой уравнений самосогласования параметры порядка могут быть выбраны вещественными, тогда как при наведении волны плотности орбитальных токов параметр порядка, соответствующий **K**-спариванию, приобретает фазу, связанную с относительным движением пары. В обоих случаях можно считать, что вещественный параметр порядка Δ_0 меньше характерного значения Δ .

При наведенном CDW-упорядочении энергия возбуждения квазичастиц записывается как

$$E_m = \sqrt{\xi^2 + \delta^2 + 2(-1)^{m-1}|\xi D + \Delta \Delta_0|}. \quad (41)$$

Здесь $m = 1$ соответствует верхней, а $m = 2$ — нижней ветвям спектра квазичастиц. Отличные от нуля

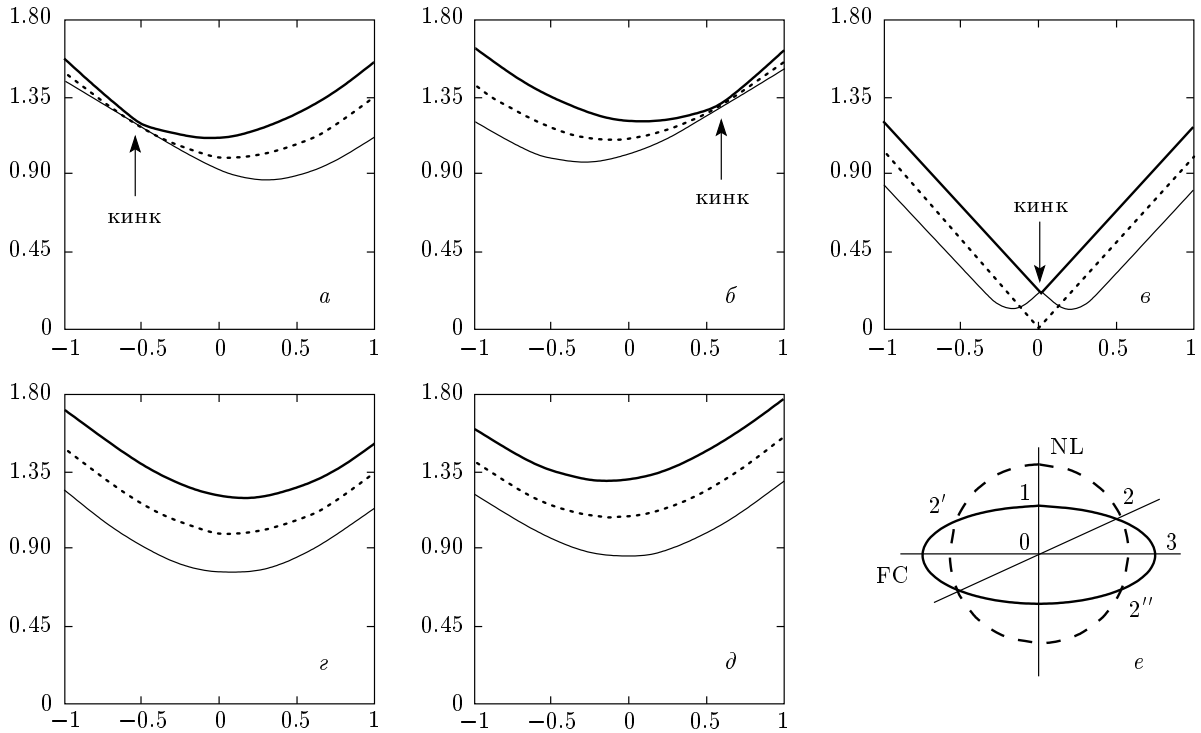


Рис. 3. Энергия квазичастицы (в единицах a_1 для направления (π, π) , вертикальная ось) в зависимости от отклонения импульса (в эквивалентных энергетических единицах $|a_2\xi|$ при $a_2 = 0.1$) от импульса Ферми (горизонтальная ось) для направлений, показанных на рис. *e*. Жирные (тонкие) линии соответствуют верхней (нижней) ветвям спектра при $D = 0.2, \Delta_0 = 0.1$. Пунктирные линии соответствуют $D = 0, \Delta_0 = 0$. Точка перегиба (кинк) спектра указана стрелкой; *a, б* — спектр при наведенной CDW для направлений соответственно 0–1 и 0–3, *в, г* — спектр при наведении волны плотности орбитального тока для этих же направлений, *e* — спектр в направлении 0–2 для обоих случаев диэлектризации. Направление 0–1 соответствует (π, π)

D и Δ_0 обеспечивают различие энергий возбуждения квазичастиц для разных ветвей, приводя к образованию двухщелевого спектра. Спектр (41) имеет точку вырождения, в которой энергия квазичастиц как функция импульса имеет перегиб (кинк) из-за разрыва в первой производной. Положение перегиба определяется условием $\xi D + \Delta \Delta_0 = 0$, откуда следует, что перегиб может образоваться и внутри, и вне FC, в зависимости от направления в импульсном пространстве. В направлении на точку пересечения линии нулей параметра Δ и FC (0–2 на рис. 3) перегиб приходится на FC (рис. 3*в*). По мере удаления от этого направления положение перегиба смещается внутрь или выходит за пределы FC, достигая максимального удаления для направлений 0–1 и 0–3, как показано на рис. 3*а, б*. При продолжении поворота в импульсном пространстве перегиб постепенно возвращается назад, пока не окажется вновь на уровне Ферми при достижении направления, зеркально симметричного направлению 0–2. Для срав-

нения на рис. 3*а, б, в* изображен спектр квазичастиц, соответствующий $D = 0$ и $\Delta_0 = 0$ (пунктирные линии).

В результате вычисления элементов матрицы унитарного преобразования u_{im} , являющихся решениями системы уравнений (15), вероятности заполнения квазичастичных состояний принимают вид

$$v_m^2 = \frac{1}{4} \left\{ 1 + \frac{\xi + (-1)^{m-1} D \operatorname{sgn}[\xi D + \Delta \Delta_0]}{E_m} \right\}. \quad (42)$$

В случае $D = \Delta_0 = 0$ функции (42), показанные на рис. 4 пунктирными линиями, достигают максимума или минимума при $k = k_0$, что связано с отличным от нуля наклоном a_2 энергетической щели. Для параметра порядка (40), в котором вся зависимость от импульса содержится в кинетической энергии $\xi(\mathbf{k})$, после достижения максимума или минимума факторы когерентности асимптотически (при $\mathbf{k} \rightarrow \infty$) стремятся к постоянным значениям, отличным от 0 и 0.5, что указывает на необходимость учета сле-

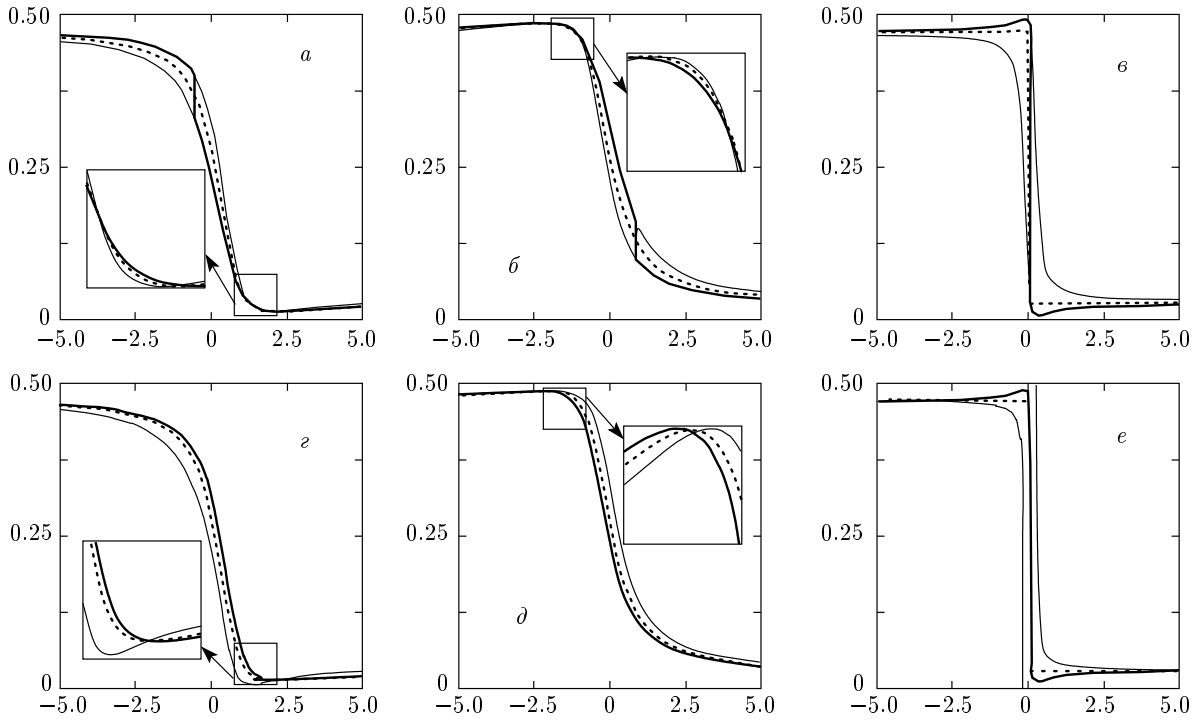


Рис. 4. Вероятности заполнения ($v_{\mathbf{k}}^2$) квазичастичных состояний при наведении CDW (a, b, c) и волны плотности орбитального тока (d, e, f). Рисунки (a, c), (b, d), (c, e) соответствуют направлениям 0–1, 0–3, 0–2, показанным на рис. 3

дующих, нелинейных по $\mathbf{k} - \mathbf{k}_F$, членов в разложении (40). Скачки функций v_m^2 , соответствующие перегибам ветвей закона дисперсии квазичастиц, схематически показаны на рис. 4, который представляет функции (42) для дисперсии квазичастиц, показанной на рис. 3 (для более четкого выделения особенностей выбран наклон SC-щели $a_2 = 0.5$).

Энергии возбуждения квазичастиц при наведении волны плотности тока имеют вид

$$E_m = \sqrt{\varepsilon^2 + \delta^2 + 2(-1)^{m-1}\delta_d^2}, \quad (43)$$

где

$$\delta_d^2 = \sqrt{(\xi D)^2 + \Delta^2(D^2 + \Delta_0^2) + 2\xi\Delta\Delta_0^2}. \quad (44)$$

В направлении 0–2 спектр (43), показанный на рис. 3, выглядит так же, как и (41), обнаруживая перегиб на уровне Ферми. Положение перегиба определяется из условия $\delta_d^2(\mathbf{k}) = 0$, которое при $\xi = 0$ выполняется только для направления 0–2. В любом другом направлении величина δ_d^2 положительна, так что две ветви спектра (43) расщепляются.

Вероятности заполнения квазичастичных состояний, соответствующие спектру (43), имеют вид

$$v_m^2 = \frac{1}{4} \left\{ 1 + \frac{\xi}{E_m} + \frac{(-1)^{m-1} D^2}{E_m} \frac{\xi - \Delta}{\delta_d^2} \right\}. \quad (45)$$

Скачки этих функций имеют место лишь в точках пересечения FC и линии нулей параметра Δ . Вне малых окрестностей этих точек функции (43) незначительно отличаются от предельного случая $\Delta_0 = D = 0$ (пунктирные линии на рис. 4*z–e*).

В точках пересечения FC с линией 0–2 параметр порядка Δ обращается в нуль. Такие нули параметра Δ обусловлены исключительно спаривающим отталкиванием. Как следует из формул (41) и (43), наведенные \mathbf{K} -спариванием или конкурирующие с ним синглетные упорядоченные состояния приводят к тому, что в спектре квазичастиц в точках пересечения линии нулей параметра Δ с FC сохраняется энергетическая щель $\sqrt{\Delta_0^2 + |D|^2}$. Таким образом, нули параметра порядка Δ , обусловленные спаривающим отталкиванием, не приводят к бесщелевым квазичастичным возбуждениям в дважды упорядоченном SC-состоянии.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Двухщелевой спектр дважды упорядоченного SC-состояния может проявиться в ряде ключевых для физики купратных сверхпроводников экспериментов. Канал **K**-спаривания, определяющий температуру T_c перехода в SC-состояние в недодопированных купратах, становится менее эффективным по мере роста допирования x из-за быстрого уменьшения спектрального веса теневых зон расширяющихся дырочных карманов. Напротив, эффективность куперовского канала, в котором, в отличие от **K**-спаривания, доминирующим спаривающим взаимодействием является не экранированное кулоновское отталкивание, а притяжение, обусловленное обменом фононами, оказывается слабо зависящей от x . Поэтому с ростом x характерная температура T'_c , соответствующая включению куперовского канала, постепенно приближается к температуре T_c , которая, таким образом, становится существенно зависящей от фононного вклада в спаривающее взаимодействие.

Зависящий от x изотопический эффект при T_c , наблюдаемый в недодопированных (вплоть до оптимального допирования) купратах [36], отражает конкуренцию кулоновского и фононного механизмов SC-спаривания [26], которая приводит к нетривиальной зависимости показателя α_{T_c} изотопического эффекта от x : от $\alpha_{T_c} \approx 0$ в сильно недодопированных соединениях до $\alpha_{T_c} \approx 0.5$ в соединениях, близких к оптимально допированным. Между этими предельными случаями допускается область, в которой α_{T_c} может принимать отрицательные значения (отрицательный изотопический эффект, наблюдавшийся в работе [37]).

Изотопический эффект на лондоновской глубине проникновения λ_L , отсутствующий в теории BCS, также проявляется в недодопированных купратах [38]. Глубина проникновения слабо чувствительна к изотопическому замещению в достаточно широком интервале температур ниже T_c , но, начиная приблизительно с некоторого значения, которое можно отождествить с T'_c , при дальнейшем понижении температуры наблюдается заметный изотопический сдвиг, увеличивающийся при $T \rightarrow 0$. Поскольку глубина проникновения непосредственно связана со сверхтекучей плотностью, $\lambda_L^{-2} \sim \rho_s$, такое поведение изотопического эффекта на λ_L может быть связано с присущей дважды упорядоченному SC-состоянию зависимостью сверхтекучей плотности от температуры и допирования.

В достаточно широком интервале от температу-

ры SC-перехода T_c до температуры вблизи T'_c , при которой включается куперовский канал спаривания, сверхтекучая плотность определяется конденсацией **K**-пар и оказывается пропорциональной как увеличивающемуся с ростом x размеру кармана, так и спектральной плотности его теневой зоны, убывающей с увеличением x . Поэтому при $T'_c \lesssim T < T_c$ сверхтекучая плотность сравнительно мала (имеющиеся экспериментальные данные [39] показывают, что плотность внеконденсатных частиц может превышать сверхтекучую плотность). По этой причине наблюдаемая частотная зависимость когерентного вклада в оптическую проводимость ниже T_c следует закону Друде, $\sigma_1 \sim \omega^{-2}$ [39]. При температурах ниже T'_c сверхтекучая плотность дважды упорядоченного SC-состояния существенно возрастает, что должно приводить к заметному подавлению друдевской компоненты оптической проводимости при частотах, меньших характерного значения, равного примерно T'_c/\hbar , из-за выпадения внеконденсатных частиц в конденсат куперовских пар.

Двухщелевая структура плотности квазичастичных состояний, наблюдаемая при температурах 30–50 мэВ в туннельной спектроскопии монокристаллов Bi2212 [40], может рассматриваться как косвенное подтверждение возникновения дважды упорядоченного SC-состояния. Параметр порядка такого состояния определяется сосуществованием двух SC-конденсатов: куперовских пар с расширенной s -волновой симметрией щели Δ_0 и **K**-пар с d -волновой симметрией щели Δ . При низких температурах малая щель вблизи Δ_0 (около 6.5 мэВ в Bi2212 [40]) должна проявляться в окрестности линии нулей щели Δ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 05-02-17077а, 06-02-17186а).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. W. Anderson, Science **237**, 1196 (1987).
2. C. Nayak, Phys. Rev. B **62**, 4880 (2000).
3. S. Sachdev, Science **288**, 475 (2000).
4. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, Rev. Mod. Phys. **78**, 17 (2006).
5. М. В. Садовский, УФН **171**, 539 (2001).
6. T. Hsu, J. B. Marston, and I. Affleck, Phys. Rev. B **43**, 2866 (1991).

7. S. Chakravarty, R. B. Laughlin, D. K. Morr, and C. Nayak, Phys. Rev. B **63**, 094503 (2001).
8. I. Affleck and J. B. Marston, Phys. Rev. B **37**, 3774 (1988); J. B. Marston and I. Affleck, Phys. Rev. B **39**, 11538 (1989).
9. S. Chakravarty, Phys. Rev. B **66**, 224505 (2002).
10. X.-G. Wen and P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **76**, 503 (1996); P. A. Lee, N. Nagaosa, T. K. Ng, and X.-G. Wen, Phys. Rev. B **57**, 6003 (1998).
11. S.-C. Zhang, Science **275**, 1089 (1997).
12. E. Demler, W. Hanke, and S.-C. Zhang, Rev. Mod. Phys. **76**, 909 (2004).
13. M. Guidry, L.-A. Wu, Y. Sun, and C.-L. Wu, Phys. Rev. B **63**, 134516 (2001).
14. L.-A. Wu, M. Guidry, Y. Sun, and C.-L. Wu, Phys. Rev. B **67**, 014515 (2003).
15. А. И. Русинов, До Чан Кат, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **65**, 1984 (1973).
16. D. A. Ivanov, P. A. Lee, and X.-G. Wen, Phys. Rev. Lett. **84**, 3958 (2000).
17. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, УФН **176**, 457 (2006).
18. A. Kampf and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **42**, 7967 (1990).
19. K. Nakayama, T. Sato, T. Dobashi, K. Terashima, S. Souma, H. Matsui, T. Takahashi, J. C. Campuzano, K. Kudo, T. Sasaki, N. Kobayashi, T. Kondo, T. Takeuchi, K. Kadowaki, M. Kofu, and K. Hirota, Phys. Rev. B **74**, 054505 (2006).
20. S. Chakravarty, C. Nayak, and S. Tewari, Phys. Rev. **68**, 100504 (2003).
21. W. Kohn and J. M. Luttinger, Phys. Rev. Lett. **15**, 524 (1965).
22. N. Furukawa, T. M. Rice, and M. Salmhofer, Phys. Rev. Lett. **81**, 3195 (1998); C. Honerkamp, M. Salmhofer, N. Furukawa, and T. M. Rice, Phys. Rev. B **63**, 035109 (2001).
23. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Ю. Н. Тогушова, С. В. Шевцов, ЖЭТФ **126**, 672 (2004).
24. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, Письма в ЖЭТФ **83**, 606 (2006).
25. Z.-X. Shen, W. E. Spicer, D. M. King, D. S. Dessau, and B. O. Wells, Science **267**, 343 (1995).
26. V. I. Belyavsky, Yu. V. Kopaev, N. T. Nguyen, and Yu. N. Togushova, Phys. Lett. A **342**, 267 (2005).
27. C. M. Varma, Phys. Rev. B **55**, 14554 (1997); Phys. Rev. Lett. **83**, 3538 (1999).
28. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости* (1958).
29. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, В. М. Софронов, С. В. Шевцов, ЖЭТФ **124**, 1149 (2003).
30. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **127**, 45 (2005).
31. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, М. Ю. Смирнов, ЖЭТФ **128**, 525 (2005).
32. J. E. Hirsch, Phys. Rev. **59**, 11962 (1999).
33. Ø. Fischer, M. Kugler, I. Maggio-Aprile, and C. Berthod, Rev. Mod. Phys. **79**, 353 (2007).
34. V. I. Belyavsky and Yu. V. Kopaev, Phys. Rev. B **67**, 024513 (2003).
35. A. V. Boris, N. N. Kovaleva, O. V. Dolgov, T. Holden, C. T. Lin, B. Keimer, and C. Bernhard, Science **304**, 708 (2004).
36. R. Khasanov, A. Shengelaya, E. Morenzoni, M. Angst, K. Conder, I. M. Savic, D. Lampakis, E. Liarokapis, A. Tatsi, and H. Keller, Phys. Rev. B **68**, 220506 (2003).
37. J. P. Frank and D. D. Lawrie, J. Supercond. **8**, 591 (1995).
38. G. M. Zhao, M. B. Hunt, H. Keller, and K. A. Muller, Nature (London) **385**, 236 (1997).
39. D. N. Basov and T. Timusk, Rev. Mod. Phys. **77**, 721 (2005).
40. S. I. Vedenev and D. K. Maude, Phys. Rev. B **72**, 144519 (2005).