

РЕЗОНАНСНЫЙ МЕХАНИЗМ ФОТОРОЖДЕНИЯ АКСИОНОВ НА ЗАМАГНИЧЕННОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

*В. В. Скобелев**

*Московский государственный индустриальный университет
109280, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 мая 2007 г.

Показано, что вклад диаграмм с возбуждением электронно-позитронного вакуума в сильном магнитном поле $B \gg B_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс в комптоновском механизме генерации аксионов $\gamma e \rightarrow ae$ при температурах порядка массы аксиона на много порядков превосходит как вклад «простой» комптоновской диаграммы, так и вклад генерации нейтрино $\gamma e \rightarrow (\nu\bar{\nu})e$ в мощность излучения. Делается вывод о вероятной аксионной природе холодной скрытой массы Вселенной.

PACS: 14.80.-j

1. ВВЕДЕНИЕ

Аксион относится к числу гипотетических частиц, существование которых пока не доказано экспериментально, однако крайне желательно как с теоретической, так и практической точек зрения. Это, во-первых, объяснение CP-инвариантности сильных взаимодействий [1], и, во-вторых, возможный вклад аксиона в «холодную скрытую массу» Вселенной. В данной работе нас будет интересовать второй аспект проблемы.

Процессы превращения «обычной» материи в аксионы подавлены из-за малости соответствующей константы связи. Например, лагранжиан электрон-аксионного взаимодействия имеет вид

$$L_{ea} = \frac{c}{2f} (\bar{\Psi}\gamma^\alpha\gamma^5\Psi) \frac{\partial a}{\partial x^\alpha} \quad (1)$$

или в эквивалентной форме

$$L_{ea} = -\frac{icm}{f} (\bar{\Psi}\gamma^5\Psi) a, \quad (2)$$

где $c \sim 1$, m — масса электрона.

Энергетический масштаб имеет порядок $f \sim 10^{10}$ ГэВ, поэтому безразмерная «константа связи» (m/f) в формуле (2) чрезвычайно мала, что и затрудняет трансформацию «обычной» материи в аксионы.

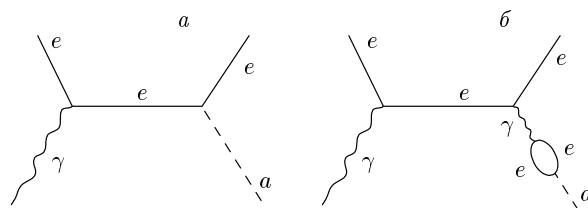


Рис. 1

Это можно сказать, в частности, о комптоновском механизме генерации аксионов $\gamma e \rightarrow ae$ (рис. 1а), который в сильном магнитном поле был рассмотрен в нашей работе [2], при этом использование лагранжианов (1) и (2) приводило к одинаковому результату.

Сразу отметим, что в любом случае предпочтительным является лагранжиан (1) как инвариантный относительно трансляционного преобразования аксионного поля $a \rightarrow a + a_0$.

В данной работе мы рассматриваем процесс $\gamma e \rightarrow ae$, обусловленный вкладом двух модифицированных диаграмм вида изображенных на рис. 1б с возбуждением электронно-позитронного вакуума в сильном магнитном поле $B \gg B_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс.

Двумерно-ковариантная техника вычислений в таких полях описана, например, в работе [3].

Доминирование вклада диаграмм рис. 1б над вкладом диаграмм рис. 1а обусловлено двумя обстоя-

*E-mail: V.Skobelev@inbox.ru

ятельствами. Во-первых, матричные элементы петлевых диаграмм пропорциональны первой степени поля [3]. Во-вторых, поскольку петля в магнитном поле сохраняет 4-импульс, фотонный пропагатор

$$4\pi/k^2 \quad (3)$$

(k — импульс аксиона) равен

$$4\pi/m_a^2, \quad (4)$$

где m_a — масса аксиона.

Точнее, следует учесть собственно-энергетические вставки и во внутреннюю фотонную линию (не изображенные на рис. 1б), что сводится к замене

$$\begin{aligned} k^2 &\rightarrow k^2 - P_\gamma(k_\parallel^2), \\ k_\parallel^2 &= k_0^2 - k_3^2, \end{aligned} \quad (5)$$

(ось 3 направлена вдоль поля), где P_γ — поляризационный оператор фотона в сильном ($B \gg B_0$) магнитном поле [4], который в интересующей нас области $0 \leq k_\parallel^2 \leq 4m^2$ равен

$$\begin{aligned} P_\gamma(k_\parallel^2) &= \frac{2}{\pi} \alpha \gamma \left(1 - \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right), \\ \frac{k_\parallel^2}{4m^2} &= \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad \gamma = |eB|, \end{aligned} \quad (6)$$

причем

$$P_\gamma|_{k_\parallel^2 \ll m^2} = -\frac{\alpha \gamma k_\parallel^2}{3\pi m^2}. \quad (7)$$

Таким образом, вклад диаграмм рис. 1б по сравнению с вкладом диаграмм рис. 1а содержит дополнительный множитель

$$\begin{aligned} A &= \alpha \frac{B}{B_0} \frac{m^2}{m_a^2 - P_\gamma}, \\ \alpha &= e^2 = 1/137. \end{aligned} \quad (8)$$

Масса аксиона с возможным разбросом в окне

$$10^{-5} \text{ эВ} < m_a < 10^{-2} \text{ эВ} \quad (9)$$

примерно равна

$$m_a \approx 0.6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ} \cdot (10^{10} \text{ ГэВ}/f) \quad (10)$$

и чрезвычайно мала, поэтому поляризация вакуума приведет к гигантскому резонансному усилению амплитуды процесса, обусловленному, главным образом, последним множителем в выражении для A . Разумеется, вид A^2 при интегрировании по фазовому объему существенно изменится, но это не меняет общего вывода о доминировании вклада диаграмм

рис. 1б в физические характеристики процесса. По этой же причине мы пренебрегаем интерференцией диаграмм, изображенных на рис. 1.

Заметим также, что резонансный эффект обусловлен именно наличием магнитного поля, поскольку в его отсутствие вклад диаграмм рис. 1б равен нулю (аналог теоремы Фарри).

Используемая ниже двумерно-ковариантная техника расчетов подробно изложена, например, в разд. 2 работы [3].

2. МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ПРОЦЕССА РЕЗОНАНСНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ АКСИОНА

Изложенные во Введении качественные соображения проиллюстрируем конкретным расчетом.

Используем следующие представления для волновой и гриновской функций электрона в сильном магнитном поле [3]:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{(\gamma/\pi)^{1/4}}{(2p_0 L_2 L_3)^{1/2}} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{\xi^2}{2} + i(p_2 x_2 + p_3 x_3) \right\} v, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\xi = x_1 \sqrt{\gamma} + \frac{p_2}{\sqrt{\gamma}}, \quad \gamma = |eB|, \quad p_0 = \sqrt{m^2 + p_3^2},$$

$$\begin{aligned} S(x, y) &= \frac{\gamma}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{i\gamma}{2} (x_1 + y_1)(x_2 - y_2) \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{\gamma}{4} [(x_1 - y_1)^2 + C(x_2 - y_2)^2] \right\} \times \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 p e^{-ip(x-y)} G(p), \end{aligned} \quad (12)$$

$$G(p) = \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (13)$$

Здесь и далее все скалярные произведения являются двумерными в подпространстве $(0, 3)$, γ -матрицы имеют размерность 2×2 (в работе [3] они обозначались $\tilde{\gamma}$), v — двухкомпонентный спинор со свойствами

$$\begin{aligned} (\hat{p} - m) v &= 0, \\ \bar{v} (\hat{p} - m) &= 0, \\ \bar{v} v &= 2m, \\ v \bar{v} &= \hat{p} + m. \end{aligned} \quad (14)$$

Определим матричный элемент M процесса выражением [3]

$$\langle f | S | i \rangle = \frac{i(2\pi)^3 \delta^{(0,2,3)}(p + q - p' - k)}{(2q_0 2p_0 2p'_0 2k_0)^{1/2} L_2 L_3 V} M, \quad (15)$$

где p, p' — импульсы начального и конечного электронов, а q и k — фотона и аксиона. С использованием лагранжиана (1) и лагранжиана КЭД получаем следующее выражение для инвариантного матричного элемента M :

$$M = -i \frac{e^3 c}{3f\pi^{3/2}} \left[\frac{\gamma}{m_a^2 - P_\gamma(k^2)} \right] A^\alpha V_\alpha, \quad (16)$$

$$A^\alpha = i \int d^2p \operatorname{Tr} \left\{ \gamma^\alpha G(p) \hat{k} \gamma^5 G(p+k) \right\}, \quad (17)$$

$$V_\alpha = \bar{v}(p') [\hat{e}G(p'-q)\gamma_\alpha + \gamma_\alpha G(p+q)\hat{e}] v(p), \quad (18)$$

где функция $G(p)$ определена формулой (13), $\gamma^5 = \gamma^0\gamma^3$ — матрица 2×2 в подпространстве $(0, 3)$ [3], e — вектор поляризации фотона. В формуле (16) мы опустили экспоненциальный множитель, обращающийся в нашем приближении ($\gamma \gg m^2, q^2$) в единицу, а также фазовые множители, не дающие вклада в $|M|^2$.

При вычислении A^α отметим, что логарифмическая расходимость в выражении (17) на самом деле отсутствует в силу свойства двумерных γ -матриц:

$$\gamma^\alpha \gamma_\mu \gamma_\alpha = 0, \quad (19)$$

и очевидных равенств:

$$\begin{aligned} \int d^2p \frac{\hat{p} \hat{k} \gamma^5 \hat{p}}{[p^2 - m^2 + \alpha^2]^2} &= \int d^2p \frac{\frac{p^2}{2} \gamma^\alpha \hat{k} \gamma^5 \gamma_\alpha}{[p^2 - m^2 + \alpha^2]^2} = \\ &= -\frac{1}{2} \int d^2p \frac{p^2 \gamma^\alpha \hat{k} \gamma_\alpha \gamma^5}{[p^2 - m^2 + \alpha^2]^2} \equiv 0. \end{aligned} \quad (20)$$

С учетом этого вычисление A^α стандартными методами [5] приводит к результату

$$A^\alpha = 2\pi(k\varepsilon)^\alpha P_{\gamma a}(\varphi), \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} P_{\gamma a}(\varphi) &= 1 - \frac{2\varphi}{\sin\varphi}, \\ \frac{k^2}{4m^2} &= \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \\ 0 &\leq k^2 \leq 4m^2, \end{aligned} \quad (22)$$

$(k\varepsilon)^\alpha \equiv k_\mu \varepsilon^{\mu\alpha}$, $\varepsilon^{\mu\alpha}$ — абсолютно антисимметричный тензор в подпространстве $(0, 3)$ [3]. С использованием легко проверяемого соотношения

$$(k\varepsilon\gamma) = \hat{k} \gamma^5, \quad (23)$$

а также закона сохранения $k = p + q - p'$ и формул (14) выражение для $A^\alpha V_\alpha$ преобразуется к виду

$$\begin{aligned} A^\alpha V_\alpha &= -4\pi m P_{\gamma a} \bar{v}(p') \times \\ &\times [\gamma^5 G(p+q)\hat{e} + \hat{e}G(p'-q)\gamma^5] v(p). \end{aligned} \quad (24)$$

Матрица в квадратных скобках с точностью до обозначений совпадает с соответствующим выражением в матричном элементе M_0 диаграмм рис. 1а (формула (31) работы [2]) и, таким образом, матричный элемент M (16) выражается через матричный элемент M_0 :

$$M = \frac{2\alpha P_{\gamma a}(\varphi)}{3\pi} \left[\frac{\gamma}{m_a^2 - P_\gamma(k^2)} \right] M_0. \quad (25)$$

Следовательно, $|M|^2$ выражается через $|M_0|^2$ (формула (34) работы [2])¹⁾ как

$$|M|^2 = \frac{4\alpha^2 P_{\gamma a}^2(\varphi)}{9\pi^2} \left[\frac{\gamma}{m_a^2 - P_\gamma(k^2)} \right]^2 |M_0|^2. \quad (26)$$

Выбирая нестерильные состояния поляризации фотона в виде

$$e_\alpha = (q\varepsilon)_\alpha / \sqrt{q^2} \quad (27)$$

и учитывая вид $|M_0|^2$, находим

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{64\alpha^3 m^2 c^2}{9\pi f^2} \left[\frac{\gamma P_{\gamma a}(\varphi)}{m_a^2 - P_\gamma(k^2)} \right]^2 k^2 \left(\frac{p}{\Delta} + \frac{p'}{\Delta'} \right)^2, \\ \Delta &= 2(pq) + q^2, \quad \Delta' = -2(p'q) + q^2. \end{aligned} \quad (28)$$

3. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА РЕЗОНАНСНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ АКСИОНА

Формально усредненное по состояниям поляризации фотона сечение процесса определяется согласно формуле (35) работы [2]:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{8(pq)(2\pi)^2} \int \frac{dp'_3}{2p'_0} \int dp'_2 \times \\ &\times \int \frac{d^3k}{2k_0} \delta^{(0,2,3)}(p+q-p'-k) |M|^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Интегрируя по dp'_2 и d^3k , находим

$$\sigma = \frac{1}{32\pi(pq)} \int_{(\Gamma)} \frac{dp'_3}{2p'_0} |M|^2 \quad (30)$$

с двумерно-ковариантной областью интегрирования

$$\Gamma = \{ k^2 = (p+q-p')^2 \geq m_a^2 \}. \quad (31)$$

¹⁾ В последней допущена очевидная неточность: вместо m должно стоять m^2 .

Учитывая, что для нерелятивистских электронов и при значениях $q^2 \ll m^2$ имеет место неравенство $k^2 \ll m^2$, из формул (7) и (22) получаем

$$P_{\gamma a}(\varphi)|_{k^2 \ll m^2} = -1, \tag{32}$$

$$P_{\gamma}(k^2)|_{k^2 \ll m^2} = -ak^2, \tag{33}$$

$$a = \frac{\alpha\gamma}{3\pi m^2}. \tag{34}$$

В этом случае интегрирование в формуле (30) приводит к результату

$$\sigma = \frac{2\alpha^3 c^2 \gamma^2}{9\pi^2 m f^2 (pq) q^2 a^2} J(q^2), \tag{35}$$

$$J(q^2) = -\sqrt{q^2 - m_a^2} \left[1 + \frac{1}{2(1+a)} \right] + \frac{1}{2\sqrt{a}} \left[\sqrt{aq^2 + m_a^2} + \frac{m_a^2}{2a\sqrt{aq^2 + m_a^2}} \right] \times \ln \frac{\sqrt{a(aq^2 + m_a^2)} + a\sqrt{q^2 - m_a^2}}{\sqrt{a(aq^2 + m_a^2)} - a\sqrt{q^2 - m_a^2}} \tag{36}$$

Любопытно, что подстановка a вида (34) в формулу (35) приводит к сокращению степеней α и γ :

$$\sigma = \frac{2\alpha c^2 m^3}{f^2 (pq) q^2} J(q^2). \tag{37}$$

Аналогичная формула для вклада диаграмм рис. 1а, справедливая в том числе и вблизи порога $q^2 = m_a^2$ и не приведенная в работе [2], имеет вид

$$\sigma_0 = \frac{\alpha c^2}{2(pq) f^2 m} (q^2 - m_a^2)^{3/2} \left(\frac{2}{15} + \frac{m_a^2}{5q^2} \right). \tag{38}$$

Оба выражения (37) (с учетом вида $J(36)$) и (38) на пороге $q^2 = m_a^2$ обращаются в нуль.

Для невырожденного газа электронов с концентрацией n и температурой T мощность аксионного излучения из единицы объема определяется выражением [2]

$$S = n \int \frac{2d^3q}{(2\pi)^3} \frac{q_0 \sigma}{e^{q_0/T} - 1}. \tag{39}$$

Используя формулы (35) и (36), преобразуем это выражение к виду

$$S = \frac{\alpha^3 c^2 \gamma^2 n T^2}{18\pi^4 m^2 f^2 a^2} J(a, t), \tag{40}$$

$$J(a, t) = \int_{1/t^2}^{\infty} \frac{dx}{x} \left\{ -\frac{3+2a}{1+a} \sqrt{x - \frac{1}{t^2}} + \frac{1}{\sqrt{a}} \left[\sqrt{ax + \frac{1}{t^2}} + \frac{1}{2at^2 \sqrt{ax + \frac{1}{t^2}}} \right] \times \ln \frac{\sqrt{ax + \frac{1}{t^2}} + \sqrt{a \left(x - \frac{1}{t^2} \right)}}{\sqrt{ax + \frac{1}{t^2}} - \sqrt{a \left(x - \frac{1}{t^2} \right)}} \right\} \times \int_0^{\infty} \frac{dy}{e^{\sqrt{x+y^2}} - 1}, \tag{41}$$

где

$$\frac{q_{\perp}^2}{T^2} = x, \quad q_{\parallel}^2 = q^2, \quad \frac{|q_3|}{T} = y, \quad \frac{T}{m_a} = t. \tag{42}$$

Формулу (40) можно записать в другом виде, подставив значение a^2 из формулы (34):

$$S = \frac{\alpha c^2 n T^2 m^2}{2\pi^2 f^2} J(a, t). \tag{43}$$

График функции $J(a, t)$ при двух значениях параметра $a = 0.01, 0.1$ представлен на рис. 2.

Для дальнейшего рассмотрения отдельно выпишем значения J при $t = 1$:

$$J(0.1; 1) \approx 1.682, \quad J(0.01; 1) \approx 0.072. \tag{44}$$

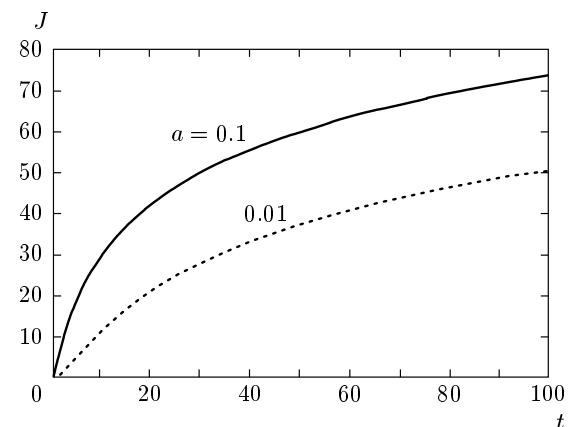


Рис. 2

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Сравним вклады диаграмм, показанных на рис. 1, в сечение процесса. Для этого заметим, что вблизи порога $q^2 \sim m_a^2$ из формулы (38) находим по порядку величины

$$\sigma_0 \sim \frac{\alpha c^2 m_a^3}{(pq)f^2 m}, \quad (45)$$

а из формулы (37) с учетом (36) при тех же условиях —

$$\sigma \sim \frac{\alpha c^2 m^3}{(pq)f^2 m_a}. \quad (46)$$

Таким образом,

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} \sim \left(\frac{m}{m_a} \right)^4 \quad (47)$$

и резонансное сечение с учетом формулы (10) на 36 (!) порядков превосходит сечение «простого» процесса (рис. 1а).

Заметим далее, что в формуле (45а) работы [2] для мощности излучения допущена неточность: правильное значение численного коэффициента равно $(2\pi)^5/315$.

Более реалистичной характеристикой обоих процессов, изображенных на рис. 1а и б, является мощность излучения из единицы объема (соответственно S_0 и S).

С учетом высказанного замечания по порядку величины имеем

$$S_0 \sim \frac{10\alpha c^2 n}{m^2 f^2} t^6 m_a^6, \quad (48)$$

$$t = T/m_a.$$

Отметим далее, что температура реликтового излучения ($\sim 3-4$ К) близка к предполагаемому значению массы аксиона (9), (10) и это вряд ли может быть случайным. Поэтому есть смысл сравнивать мощности излучения при значении параметра $t = 1$.

Из формул (43) и (44) имеем для $a = 0.1$ ($B \sim 10^2 B_0$):

$$S \sim \frac{\alpha c^2 n}{f^2} t^2 m^2 m_a^2, \quad (49)$$

т. е. для $t = 1$ получаем

$$\frac{S}{S_0} \sim \left(\frac{m}{m_a} \right)^4 10^{-1} \quad (50)$$

с аналогичными формуле (47) комментариями.

Таким образом, окрестности магнитных нейтронных звезд с полями $B \gg B_0$ могут являться мощными генераторами по преобразованию реликтового излучения в аксионную составляющую холодной скрытой массы.

Имеет смысл сравнить S с мощностью нейтринного излучения S_ν . В последнем случае резонансный эффект, очевидно, отсутствует, так как излучается пара нейтрино ($\nu\bar{\nu}$) и квадрат 4-импульса виртуального фотона равен (амплитуда перехода $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в сильном магнитном поле исследовалась в работе [6])

$$(k_\nu + k_{\bar{\nu}})^2 \neq m_\nu^2. \quad (51)$$

Поэтому доминирующий вклад в S_ν дают «комptonовские» диаграммы типа изображенной на рис. 1а (с заменой аксионной линии на две нейтринных $\nu\bar{\nu}$). Используя формулу (46б) работы [2], имеем по порядку величины

$$S_\nu \sim 10^{-11} \alpha n t^8 \left(\frac{m}{m_p} \right)^4 \left(\frac{m_a}{m} \right)^8 m^2, \quad (52)$$

где m_p — масса протона. Для S возьмем формулу (49) со значением $f = 10^{10}$ ГэВ. Для $t = 1$ можно получить

$$\frac{S}{S_\nu} \sim 10^{-9} \left(\frac{m_p}{\text{ГэВ}} \right)^2 \left(\frac{m_p}{m} \right)^2 \left(\frac{m}{m_a} \right)^6. \quad (53)$$

Для стандартных значений масс отсюда имеем

$$S \sim S_\nu \cdot 10^{51}. \quad (54)$$

Таким образом, эффект резонансного рождения аксионов равновесным реликтовым излучением доминирует и над генерацией массивных нейтрино на заматниченном электронном газе.

Очевидно, формирование аксионной составляющей холодной скрытой массы могло происходить и на ранних стадиях эволюции Вселенной, когда поля также могли достигать значений $B \gg B_0$. Из изложенного выше следует, что аксионы являются наиболее вероятным кандидатом на роль носителя скрытой массы.

В связи с развиваемой нами двумерно-ковариантной техникой расчета фейнмановских диаграмм в сильном магнитном поле выделим здесь некоторые принципиальные моменты, о которых не упоминалось в работе [3]. «Двумеризация» математического аппарата теории становится возможной вследствие компенсации зависящей от поля энергии нулевых колебаний в релятивистском выражении для энергии

отрицательным вкладом в энергию вследствие ориентации спинового магнитного момента электрона по полю, и энергия становится равной

$$p_0 = \sqrt{m^2 + p_3^2}. \quad (55)$$

Подчеркнем, что это возможно лишь в случае спина, равного $1/2$.

Далее, в развиваемой теории вообще отсутствуют расходимости. Потенциально возможная логарифмическая расходимость в петлевых диаграммах с двумя вершинами (например, при вычислении $P_{\gamma a}$ или P_γ) фактически исчезает ввиду специфики алгебры двумерных γ -матриц (19), (20). Очевидно, что подобная же «двумеризация» математического аппарата должна иметь место и при взаимодействии кварков с линеаризованным глюонным полем в сильном «хромоманнитном» поле.

Автор выражает благодарность В. А. Евсеенко за помощь в подготовке данной статьи и Д. И. Щеголенко за техническую помощь.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977); Phys. Rev. D **16**, 179 (1977).
2. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **117**, 1059 (2000).
3. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **120**, 786 (2001).
4. В. В. Скобелев, Изв. вузов, физика, № 10, 142 (1975).
5. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 2, Наука, Москва (1971), с. 60, 63.
6. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **71**, 1263 (1976).