

СПЕКТРОСКОПИЯ ПРОБНОГО ПОЛЯ НА ПЕРЕХОДЕ ИЗ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ

A. И. Пархоменко*, А. М. Шалагин**

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 18 мая 2007 г.

Теоретически исследован спектр поглощения (усиления) слабого зондирующего поля трехуровневыми атомами с Л-конфигурацией уровней, находящимися в поле сильной электромагнитной волны и испытывающими столкновения с атомами буферного газа. Полагалось, что сильное и пробное поля воздействуют на один и тот же переход. Показано, что если незатронутый излучением уровень является долгоживущим, то в спектре пробного поля возникает сверхузкий резонанс. Ширина его может быть много меньше естественной ширины линии поглощения. Выявлено, что столкновения, сохраняющие фазу наведенного излучением дипольного момента, приводят к очень сильной качественной и количественной модификации спектра пробного поля даже при редких столкновениях, когда известный механизм Дике проявления эффектов фазовой памяти (устранение доплеровского уширения из-за ограничения пространственного перемещения частиц столкновениями) не работает. Сильное влияние эффектов фазовой памяти на спектральные резонансы при низких давлениях газа обусловлено тем, что сохраняющие фазу столкновения изменяют парциальный показатель преломления для частиц, движущихся со скоростью v .

PACS: 42.50.Gy, 42.50.Hz, 42.62.Fi

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод пробного поля — один из наиболее распространенных и эффективных методов современной нелинейной спектроскопии — широко используется в эксперименте для изучения взаимодействия частиц с лазерным излучением, исследования столкновительных процессов в газе и плазме, определения спектроскопических характеристик атомов и молекул [1–4]. Суть метода состоит в том, что слабое (пробное) поле «сканирует» структуру состояний атома, возмущенных сильным полем.

Хорошо известно, что при взаимодействии однонаправленных сильного и пробного монохроматических излучений с газом двухуровневых поглощающих частиц в форме линии пробного поля появляются резонансы, ширины которых определяются константами релаксации Γ_n, Γ_m нижнего (n) и верхнего (m) уровней [1, 3, 5]. Если уровень n metastабильный ($\Gamma_n \ll \Gamma_m$), то в спектре поглощения пробного поля в определенных (легко достижимых в эксперименте) условиях возникает узкий глубокий

провал, так что среда становится практически прозрачной для пробного поля (аналог хорошо известного «темного резонанса» для трехуровневых атомов с Л-конфигурацией уровней [6, 7]). Ширина этой структуры определяется скоростью релаксации биений заселенности на уровне n [1, 5]. Эта релаксация обусловлена как затуханием Γ_n самого уровня, так и скоростью ухода с него через верхний уровень m из-за действия сильного поля.

Казалось бы, если уровень n принадлежит основному состоянию и не релаксирует, то в форме линии пробного поля следует ожидать еще более узкой спектральной компоненты. В реальности, однако, такой компоненты не возникает [1, 5]. Физическая причина этого состоит в том, что в двухуровневой системе биения заселеностей в основном и возбужденном состояниях происходят в противофазе и с равной амплитудой. При радиационном распаде уровня m на уровень n переносятся и биения заселенностей, а поскольку они находятся в противофазе, происходит полная компенсация, так что в итоге биения на уровне n релаксируют с той же скоростью, что и на уровне m .

*E-mail: par@iae.nsk.su

**E-mail: shalagin@iae.nsk.su

Из этой физической картины следует и подсказка к тому, в каком случае на переходе из основного состояния в спектре поглощения пробного поля возможно получение сверхузких резонансов. А именно, возбужденный уровень m должен распадаться более чем по одному каналу (т. е. кроме канала распада $m \rightarrow n$ на основной уровень n должен быть еще хотя бы один канал распада $m \rightarrow l$ на любой третий уровень l). В этом случае полной компенсации биений заселенностей на уровнях m, n не происходит и поэтому в спектре пробного поля может возникать узкий резонанс [5].

Спектр пробного поля на переходе из основного состояния в описанных выше условиях (при распаде возбужденного уровня более чем по одному каналу) до сих пор детально не исследовался. В то же время для реальных экспериментальных объектов эти условия часто выполняются и их необходимо учитывать.

В настоящей работе теоретически исследован спектр поглощения (усиления) пробного поля на переходе из основного состояния с учетом дополнительного канала распада возбужденного уровня. Предполагается, что сильное и пробное поля воздействуют на один и тот же переход, а атомы находятся в атмосфере буферного газа и испытывают столкновения с его частицами. Анализ проведен для общего случая произвольного изменения (от полного сбоя до полного сохранения) фазы наведенного излучения дипольного момента при упругих столкновениях частиц газа.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим взаимодействие сильного и пробного монохроматических излучений с газом трехуровневых поглащающих частиц, находящихся в смеси с буферным газом. Схема уровней поглащающих частиц показана на рис. 1. Пусть сильное, $\text{Re } \mathbf{E} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$, и слабое (пробное), $\text{Re } \mathbf{E}_b \exp(i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r} - i\omega_b t)$, поля резонансы переходу $m-n$ между основным (n) и возбужденным (m) уровнями (ω, ω_b и \mathbf{k}, \mathbf{k}_b — частоты и волновые векторы соответствующих волн). В случае $A_{ln} \ll A_{ml}$ (A_{ij} — скорости спонтанного распада уровня i по каналу $i \rightarrow j$) уровень n опустошается из-за оптической перекачки частиц на уровень l . В этом случае для возвращения атомов на уровень n может использоваться широкополосное излучение $\text{Re } \mathbf{E}_b(t) \exp(i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r} - i\omega_b t)$ (здесь $\mathbf{E}_b(t)$ — случайная функция времени), вызывающее некогерентные переходы между уровнями t и l .

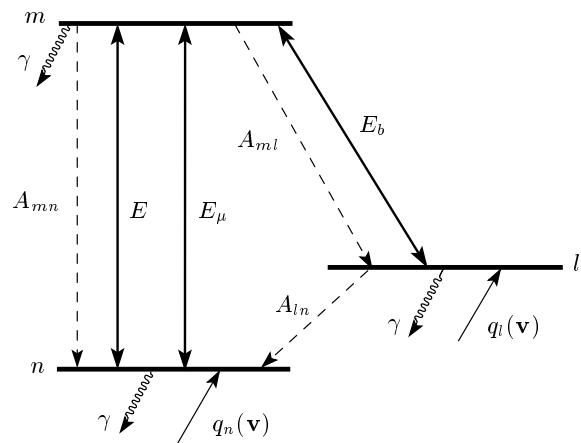


Рис. 1. Схема энергетических уровней. Сплошными стрелками обозначены переходы под действием излучения, штриховыми — спонтанные радиационные переходы

Атомы из-за движения постоянно «уходят» и «приходят» в область взаимодействия со световым пучком. Уход атомов будем характеризовать константой релаксации γ (эта константа однаакова для всех уровней n, m, l), а приход атомов на уровни n и l — скоростями накачки $q_n(\mathbf{v})$ и $q_l(\mathbf{v})$, где \mathbf{v} — скорость частицы.

В исходных квантовых кинетических уравнениях для матрицы плотности, описывающих взаимодействие частиц с излучением, будет присутствовать величина $\mathbf{E}_b(t)$ — случайная функция времени, которая может реализоваться множеством различных способов. Поэтому интерес для нас представляет не «чистая» матрица плотности в отдельной реализации, а матрица плотности, усредненная по всем этим реализациям. Усреднение по случайным реализациям поля является хорошо известной процедурой [8, 9]. Аналогично тому, как сделано в работе [9], усредним исходные кинетические уравнения для матрицы плотности (эти уравнения хорошо известны (см., например, [1, 2]) и мы их здесь не приводим) по случайным реализациям поля широкополосного излучения и проведем затем «расцепление» полевых и атомных переменных (процедура расцепления оправдана при не слишком высоких интенсивностях излучений [8, 9], когда за время корреляции излучения порядка $1/\delta$, где δ — ширина линии излучения, не происходит заметного изменения элементов матрицы плотности). В результате получим следующую систему кинетических уравнений для усредненных элементов матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d}{dt} + \Gamma_m \right] \rho_m(\mathbf{v}) &= S[\rho_m(\mathbf{v})] - \\ -2 \operatorname{Re} [i(G^* + G_\mu^* e^{-i\varphi}) \rho_{mn}(\mathbf{v})] &+ \Gamma_b [\rho_l(\mathbf{v}) - \rho_m(\mathbf{v})], \\ \left[\frac{d}{dt} + \gamma \right] \rho_n(\mathbf{v}) &= S[\rho_n(\mathbf{v})] + \\ + A_{mn} \rho_m(\mathbf{v}) &+ A_{ln} \rho_l(\mathbf{v}) + q_n(\mathbf{v}) + \\ + 2 \operatorname{Re} [i(G^* + G_\mu^* e^{-i\varphi}) \rho_{mn}(\mathbf{v})], \\ \left[\frac{d}{dt} + \Gamma_l \right] \rho_l(\mathbf{v}) &= S[\rho_l(\mathbf{v})] + A_{ml} \rho_m(\mathbf{v}) + q_l(\mathbf{v}) - \\ - \Gamma_b [\rho_l(\mathbf{v}) - \rho_m(\mathbf{v})], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d}{dt} + \frac{\Gamma_m + \gamma}{2} - i(\Omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \right] \rho_{mn}(\mathbf{v}) &= \\ = S[\rho_{mn}(\mathbf{v})] + i(G + G_\mu e^{i\varphi}) [\rho_n(\mathbf{v}) - \rho_m(\mathbf{v})], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= A_{mn} + A_{ml} + \gamma, \quad \Gamma_l = A_{ln} + \gamma, \\ \varphi &= \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \varepsilon t, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}, \\ \varepsilon &= \omega_\mu - \omega, \quad \Omega_0 = \omega - \omega_{mn}, \\ G &= \frac{d_{mn} E}{2\hbar}, \quad G_\mu = \frac{d_{mn} E_\mu}{2\hbar}, \\ \Gamma_b &= |G_b|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Gamma_m + \Gamma_l) J(\omega_{ml} + \Omega)}{[(\Gamma_m + \Gamma_l)/2]^2 + (\Omega - \mathbf{k}_b \cdot \mathbf{v})^2} d\Omega, \\ |G_b|^2 &= \frac{\langle |d_{ml} E_b(t)|^2 \rangle}{4\hbar^2}, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\rho_i(\mathbf{v})$ — распределение частиц по скоростям на уровне i ($i = m, n, l$); $S[\rho_i(\mathbf{v})]$ и $S[\rho_{mn}(\mathbf{v})]$ — интегралы столкновений; d_{mn} и d_{ml} — матричные элементы дипольного момента переходов $m-n$ и $m-l$; ω_{mn} — частота перехода $m-n$; величина $J(\omega_{ml} + \Omega)$ есть нормированная на единицу ($\int_{-\infty}^{\infty} J(\omega_{ml} + \Omega) d\Omega = 1$) форма линии широкополосного излучения, вызывающего некогерентные переходы между уровнями m и l ; угловыми скобками $\langle \dots \rangle$ в формуле для $|G_b|^2$ в выражениях (2) обозначено усреднение по случайным реализациям поля широкополосного излучения.

Далее ради простоты будем полагать, что спектральная плотность широкополосного излучения постоянна в пределах ширины линии поглощения на переходе $m-l$. Это возможно, очевидно, при условии

$$\delta \gg k_b v_T, A_{ml}, \quad (3)$$

где v_T — наиболее вероятная скорость поглощающих частиц. В этих условиях из соотношений (2) для величины Γ_b имеем

$$\Gamma_b = \frac{2\pi|G_b|^2}{\delta}. \quad (4)$$

Будем также полагать, что величины $q_n(\mathbf{v})$ и $q_l(\mathbf{v})$ в (1) не зависят от времени, а их зависимость от \mathbf{v} является максвелловской:

$$q_i(\mathbf{v}) = Q_i W(\mathbf{v}), \quad i = n, l, \quad (5)$$

где $W(\mathbf{v})$ — максвелловское распределение по скоростям, Q_i — полная (интегральная по \mathbf{v}) скорость накачки на уровень i .

Для интегралов столкновений в уравнениях (1) будем использовать модель сильных столкновений [1]:

$$\begin{aligned} S[\rho_i(\mathbf{v})] &= -\nu_i \rho_i(\mathbf{v}) + \nu_i \rho_i W(\mathbf{v}), \\ \rho_i &\equiv \int \rho_i(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad i = m, n, l, \\ S[\rho_{mn}(\mathbf{v})] &= -\nu \rho_{mn}(\mathbf{v}) + \tilde{\nu} \rho_{mn} W(\mathbf{v}), \\ \rho_{mn} &\equiv \int \rho_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ν_i — частота столкновений поглощающих частиц в состоянии i с буферными частицами; ν и $\tilde{\nu}$ — «недиагональные» частоты «ухода» и «прихода», являющиеся в общем случае комплексными величинами. Величины ν_i связаны соотношением $\nu_i = v_T^2/2D_i$ с коэффициентом диффузии D_i частиц в состоянии i [10]. Частота ν_i сильных столкновений выступает в качестве так называемой транспортной частоты столкновений. В «недиагональном» интеграле столкновений $S[\rho_{mn}(\mathbf{v})]$ учтена возможность частичного или полного сохранения при столкновениях фазы наведенного излучением дипольного момента на оптическом переходе $m-l$. Случаю отсутствия фазовой памяти при столкновениях соответствует частота

$$\tilde{\nu} = 0. \quad (7)$$

В случае полной фазовой памяти при столкновениях частоты ухода ν и прихода $\tilde{\nu}$ вещественны и равны между собой [1]:

$$\tilde{\nu} = \nu = \nu_m = \nu_n \equiv \nu_{tr}, \quad (8)$$

где ν_{tr} — транспортная частота столкновений.

Далее ради упрощения задачи мы ограничимся рассмотрением случая слабого различия транспортных частот столкновений:

$$\frac{|\nu_i - \bar{\nu}|}{\bar{\nu}} \ll 1, \quad \bar{\nu} = \frac{\nu_m + \nu_n + \nu_l}{3}, \quad i = m, n, l. \quad (9)$$

При этом условии частоты столкновений ν_m, ν_n, ν_l можно заменить на среднюю транспортную частоту $\bar{\nu}$. Отметим, что в рамках условия (9) можно рассматривать столкновения любых типов: как сохраняющих фазу наведенного излучением дипольного момента, так и вызывающих сильный сбой фазы [11].

Решение уравнений (1) ищем в виде

$$\rho_l(\mathbf{v}) = R_l(\mathbf{v}) + r_l(\mathbf{v}),$$

$$\rho_i(\mathbf{v}) = R_i(\mathbf{v}) + 2 \operatorname{Re}[r_i(\mathbf{v})e^{i\varphi}], \quad i = m, n, \quad (10)$$

$$\rho_{mn}(\mathbf{v}) = R_{mn}(\mathbf{v}) + r(\mathbf{v})e^{i\varphi} + \tilde{r}(\mathbf{v})e^{-i\varphi}.$$

Матричные элементы $R_l(\mathbf{v}), R_i(\mathbf{v}), R_{mn}(\mathbf{v})$ отвечают решению задачи с одним только сильным полем G . Малые добавки $r_l(\mathbf{v}), r_i(\mathbf{v}), r(\mathbf{v}), \tilde{r}(\mathbf{v})$ обусловлены наличием пробного поля G_μ .

В стационарных и пространственно-однородных условиях система уравнений (1) при подстановке в нее выражений (10) и с учетом условия (9) в первом приближении по G_μ разбивается соответственно на две следующие подсистемы:

$$\begin{aligned} (\Gamma_m + \bar{\nu})R_m(\mathbf{v}) &= \bar{\nu}R_mW(\mathbf{v}) - \\ -2 \operatorname{Re}[iG^*R_{mn}(\mathbf{v})] &+ \Gamma_b[R_l(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})], \\ (\Gamma_l + \bar{\nu})R_l(\mathbf{v}) &= \bar{\nu}R_lW(\mathbf{v}) + A_{ml}R_m(\mathbf{v}) - \\ -\Gamma_b[R_l(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})] &+ Q_lW(\mathbf{v}), \\ (\gamma + \bar{\nu})[R_m(\mathbf{v}) + R_n(\mathbf{v}) + R_l(\mathbf{v})] &= \\ &= (\bar{\nu}N + Q_n + Q_l)W(\mathbf{v}), \\ [\Gamma - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})]R_{mn}(\mathbf{v}) &= \tilde{\nu}R_{mn}W(\mathbf{v}) + \\ &+ iG[R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})] \end{aligned} \quad (11)$$

и

$$\begin{aligned} [\Gamma_m + \bar{\nu} + \Gamma_b - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})]r_m(\mathbf{v}) &= \bar{\nu}r_mW(\mathbf{v}) + \\ + i[G\tilde{r}^*(\mathbf{v}) + G_\mu R_{mn}^*(\mathbf{v}) - G^*r(\mathbf{v})] &+ \Gamma_b r_l(\mathbf{v}), \\ [\Gamma_l + \bar{\nu} + \Gamma_b - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})]r_l(\mathbf{v}) &= \\ &= \bar{\nu}r_lW(\mathbf{v}) + (A_{ml} + \Gamma_b)r_m(\mathbf{v}), \\ [\Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{v})]r(\mathbf{v}) &= \tilde{\nu}rW(\mathbf{v}) - \\ - iG[2r_m(\mathbf{v}) + r_l(\mathbf{v})] &+ iG_\mu[R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})], \\ \{\Gamma - i[\varepsilon - \Omega - (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{v}]\}\tilde{r}^*(\mathbf{v}) &= \\ &= \tilde{\nu}^*\tilde{r}^*W(\mathbf{v}) + iG^*[2r_m(\mathbf{v}) + r_l(\mathbf{v})]. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\Gamma_m + \gamma}{2} + \nu', \quad \Omega = \Omega_0 - \nu'', \\ \Omega_\mu &= \omega_\mu - \omega_{mn} - \nu''. \end{aligned} \quad (13)$$

Верхние индексы «/» и «//» здесь и ниже в тексте означают действительную и мнимую части комплексного числа. Величины $R_{mn}, R_i, r, \tilde{r}^*, r_i$ в (11), (12) являются интегралами по скоростям соответственно от величин $R_{mn}(\mathbf{v}), R_i(\mathbf{v}), r(\mathbf{v}), \tilde{r}^*(\mathbf{v}), r_i(\mathbf{v})$ ($R_{mn} \equiv \int R_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ и т. д.). При получении системы уравнений (12) использовано соотношение

$$r_m(\mathbf{v}) + r_n(\mathbf{v}) + r_l(\mathbf{v}) = 0, \quad (14)$$

справедливое в условиях (9), и условие нормировки $\rho_m + \rho_n + \rho_l = N$, где N — концентрация поглощающих частиц.

Вероятность поглощения пробного поля на частоте ω_μ (число актов поглощения излучения в единицу времени в расчете на один поглощающий атом) согласно общим правилам определяется выражением

$$P_\mu = -\frac{2}{N} \operatorname{Re}[iG_\mu^*r]. \quad (15)$$

Таким образом, в соответствии с поставленной задачей нам нужно найти величину r из системы уравнений (11), (12).

3. АНАЛИЗ СПЕКТРА ПРОБНОГО ПОЛЯ

Решение системы уравнений (11), (12) при произвольной взаимной ориентации волновых векторов сильного и пробного излучений приводит к слишком сложному и громоздкому выражению для вероятности поглощения пробного поля. Конечное выражение заметно упрощается в наиболее интересном (с точки зрения возникновения сверхузких резонансов) случае односторонних волн. Точная формула для спектра пробного поля в случае односторонних волн дана в Приложении.

По формулам, приведенным в Приложении, несложно численно рассчитать спектр пробного поля при любых параметрах задачи. Однако они все еще остаются достаточно сложными для анализа. Для понимания физической картины рассмотрим прежде всего некоторые частные случаи, в которых удается получить относительно простые аналитические результаты.

3.1. Отсутствие столкновений

Начнем анализ со случая отсутствия столкновений ($\bar{\nu} = \nu = \tilde{\nu} = 0$). В этом случае из системы уравнений (11), (12) для вероятности поглощения пробного поля получаем следующее выражение (произвольная взаимная ориентация волновых векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_μ):

$$P_\mu = 2|G_\mu|^2 \times \\ \times \operatorname{Re} \int \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})}{N} \frac{1 - B(\mathbf{v})}{\Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{v})} d\mathbf{v}, \quad (16)$$

где

$$B(\mathbf{v}) = \\ = \frac{|G|^2 [2\Gamma - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})] \xi_1(\mathbf{v})}{\Gamma^2 + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) [\Gamma + i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})]} \times \\ \times \left\{ \Gamma_l + \Gamma_b - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) - \frac{\Gamma_b(A_{ml} + \Gamma_b)}{\Gamma_m + \Gamma_b - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})} + \right. \\ \left. + \frac{2|G|^2 [\Gamma - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})] \xi_1(\mathbf{v})}{[\Gamma - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})]^2 + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2} \right\}^{-1}, \quad (17)$$

$$\xi_1(\mathbf{v}) = \frac{A_{ml} + 2\Gamma_l + 3\Gamma_b - 2i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})}{\Gamma_m + \Gamma_b - i(\varepsilon - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})}.$$

Входящая в выражение (16) разность заселенностей дается формулой

$$\frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})}{N} = \xi \left[1 - \frac{\varkappa Y'(\mathbf{v})}{1 + \varkappa} \right] W(\mathbf{v}), \quad (18)$$

где безразмерные величины ξ , $Y'(\mathbf{v})$ и \varkappa (параметр насыщения) определяются следующими выражениями:

$$\xi = 1 - \frac{\gamma Q_l (\Gamma_m + 3\Gamma_b)}{(Q_n + Q_l) [\Gamma_m \Gamma_l + \Gamma_b (A_{mn} + \Gamma_l + \gamma)]}, \quad (19)$$

$$Y'(\mathbf{v}) = \frac{\Gamma^2 (1 + \varkappa)}{\Gamma^2 (1 + \varkappa) + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2},$$

$$\varkappa = \frac{2|G|^2 (A_{ml} + 2\Gamma_l + 3\Gamma_b)}{\Gamma [\Gamma_m \Gamma_l + \Gamma_b (A_{mn} + \Gamma_l + \gamma)]}.$$

Рассмотрим окрестность отстроек $\Omega_\mu = \Omega$ частоты пробного поля (окрестность $\varepsilon = 0$, так как $\varepsilon = \Omega_\mu - \Omega$) в случае однородных волн (в этом случае с высокой точностью можно полагать $\mathbf{k}_\mu = \mathbf{k}$). Полагая в (17) $\mathbf{q} = 0$ и $|\varepsilon| \ll (A_{ml} + \Gamma_l + \Gamma_b), \Gamma_m$, для вероятности (16) поглощения пробного поля получим

$$P_\mu = 2|G_\mu|^2 \operatorname{Re} \int \frac{[R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})]/N}{\Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{\varkappa \Gamma_0 Y_0(\mathbf{v})}{\Gamma_0 [1 + \varkappa Y_0(\mathbf{v})] - i\varepsilon} \right\} d\mathbf{v}, \quad (20)$$

где

$$\Gamma_0 = \Gamma_l + \frac{\Gamma_b(A_{mn} + \gamma)}{\Gamma_m + \Gamma_b}, \quad (21)$$

$$Y_0(\mathbf{v}) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}.$$

Проанализируем формулу (20). Рассмотрим сначала предельно простой случай нулевой проекции скорости частиц на волновой вектор излучения ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$). Такая ситуация может возникнуть, например, в экспериментах с холодными атомами (при $k v_T \ll \Gamma$) или с атомными пучками (при этом сильная и пробная волны должны быть ортогональны к атомному пучку). В случае $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$ для вероятности поглощения пробного поля из (20) получаем

$$P_\mu = 2|G_\mu|^2 \frac{R_n - R_m}{N} \times \\ \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma - i\Omega_\mu} - \frac{\varkappa \Gamma_0 Y_0}{(\Gamma - i\Omega)(\Gamma_w - i\varepsilon)} \right\}, \quad (22)$$

где

$$\frac{R_n - R_m}{N} = \frac{\xi (\Gamma^2 + \Omega^2)}{\Gamma^2 (1 + \varkappa) + \Omega^2}, \quad Y_0 = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \Omega^2},$$

$$\Gamma_w = \Gamma_0 (1 + \varkappa Y_0).$$

Первое слагаемое в фигурных скобках в выражении (22) описывает лоренцеву линию поглощения с полушириной Γ , характерную для случая, когда сильное поле отсутствует. Второе слагаемое обусловлено биениями заселенностей и при условии

$$\Gamma_w \ll \Gamma \quad (23)$$

описывает резкую спектральную структуру в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$. Полуширина Γ_w этой структуры определяется скоростью релаксации биений заселенности на уровне n . Это легко понять, рассматривая показательный частный случай, когда широкополосное излучение отсутствует ($\Gamma_b = 0$), а уровень l метастабильный ($\Gamma_l \ll A_{ml}$). В этом случае

$$\Gamma_w = \gamma + \frac{2|G|^2 \Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2} \frac{A_{ml}}{\Gamma_m} + A_{ln}. \quad (24)$$

Согласно выражению (24), релаксация биений заселенности на уровне n обусловлена затуханием самого уровня n (первое слагаемое γ), скоростью ухода с него на уровень l через верхний уровень m под действием сильного поля (второе слагаемое) и скоростью прихода на него с уровня l (третье слагаемое A_{ln}). Приход с уровня l вызывает затухание биений заселенности на уровне n по причине того, что биения на этих уровнях находятся в противофазе ($r_n = -r_l - r_m$, см. (14)).

На рис. 2 показан общий вид спектра пробного поля при различных значениях отстройки Ω частоты сильного поля в случае нулевой проекции скорости частиц на волновой вектор излучения ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$).

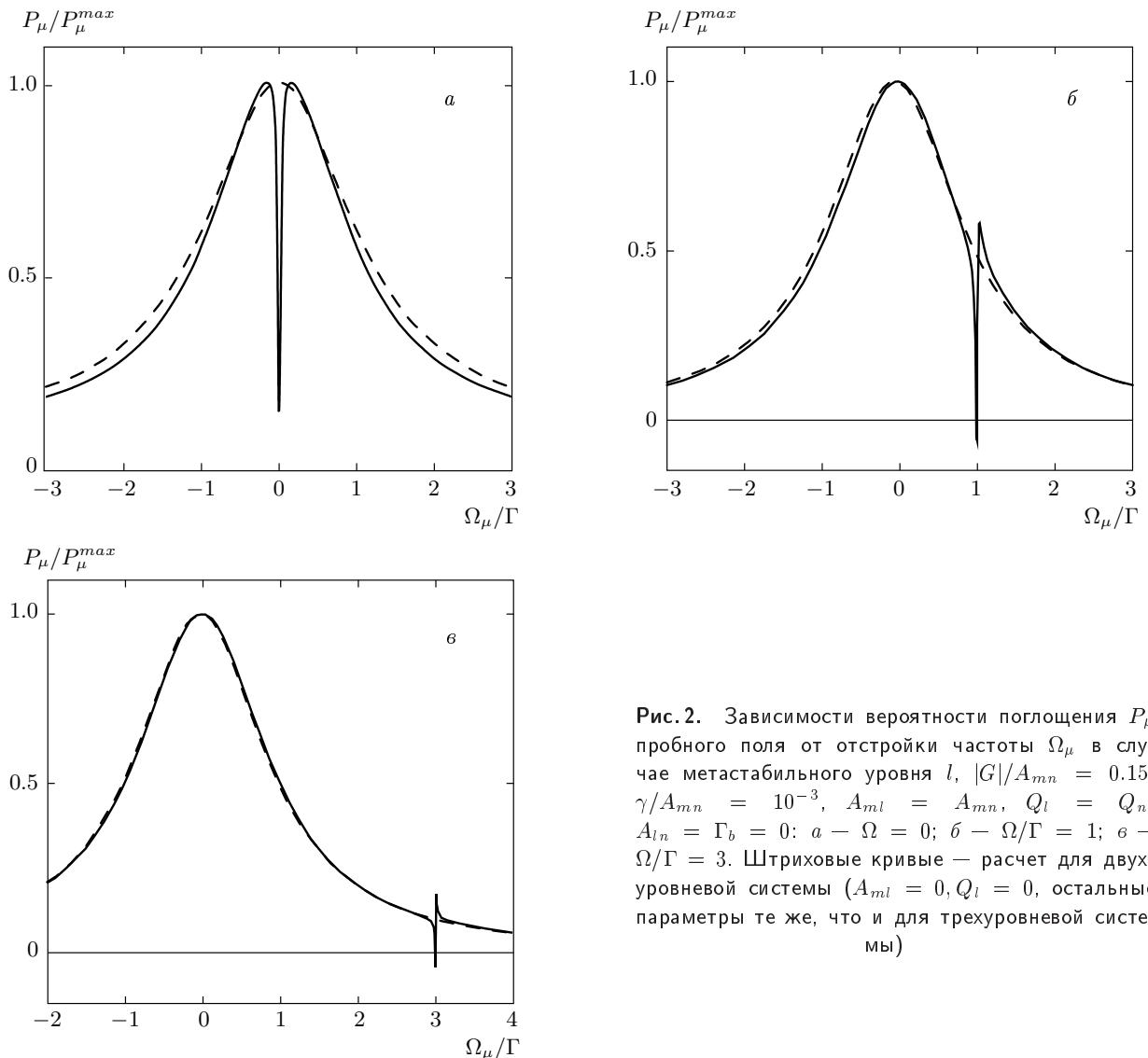


Рис. 2. Зависимости вероятности поглощения P_μ пробного поля от отстройки частоты Ω_μ в случае метастабильного уровня l , $|G|/A_{mn} = 0.15$, $\gamma/A_{mn} = 10^{-3}$, $A_{ml} = A_{mn}$, $Q_l = Q_n$, $A_{ln} = \Gamma_b = 0$: *а* — $\Omega = 0$; *б* — $\Omega/\Gamma = 1$; *в* — $\Omega/\Gamma = 3$. Штриховые кривые — расчет для двухуровневой системы ($A_{ml} = 0$, $Q_l = 0$, остальные параметры те же, что и для трехуровневой системы)

Для сравнения приведен также спектр пробного поля для двухуровневой системы ($A_{ml} = 0$, $Q_l = 0$, штриховые кривые). В качестве единицы измерения на всех рисунках взята максимальная (по Ω_μ) вероятность поглощения P_μ^{max} пробного излучения, так что все кривые в максимуме нормированы на единицу.

При точном резонансе для сильного поля ($\Omega = 0$) в центре широкого (полужириной Γ) лоренцевского контура имеется узкий провал полушириной Γ_w (рис. 2*a*). Этот провал может быть очень глубоким, если уровень l достаточно долгоживущий ($\Gamma_l \ll \Gamma$). Действительно, согласно уравнению (22), при $\Omega = 0$ для вероятности поглощения P_μ^{min} пробного излуче-

ния в центре провала имеем

$$\frac{P_\mu^{min}}{P_\mu^{max}} = \frac{1}{1 + \varkappa}. \quad (25)$$

При $\varkappa \gg 1$ глубина провала такова, что среда становится практически прозрачной для пробного поля. При этом провал будет узким ($\Gamma_w \ll \Gamma$), если выполнено условие $\varkappa \ll \Gamma/\Gamma_0$, что возможно только в случае достаточно долгоживущего уровня l ($\Gamma_l \ll \Gamma$). Для двухуровневой системы при той же интенсивности излучения никаких особенностей в спектре пробного поля не возникает (рис. 2*a*).

С ростом отстройки частоты сильного поля узкая спектральная структура приобретает асиммет-

ричную форму (рис. 2б) и при $|\Omega| \gg \Gamma$ имеет дисперсионную форму (рис. 2в). Минимальное значение вероятности поглощения пробного поля достигается в точке

$$\Omega_\mu = \Omega + \frac{\Gamma_w}{\Omega} \left[\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 + \Omega^2} \right]. \quad (26)$$

Начиная с некоторого значения отстройки Ω ($\Omega \geq 0.5\Gamma$ при параметрах рис. 2) вероятность поглощения P_μ в окрестности точки минимума становится отрицательной (рис. 2б, в), что означает усиление пробного поля.

Следует отметить, что в случае холодных атомов в спектре пробного поля в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$ кроме узкого резонанса, рассматриваемого в настоящей работе, может возникать еще один узкий резонанс, индуцированный отдачей фотонов при их поглощении и испускании атомами (recoil-induced resonances (RIR); метод RIR используется в эксперименте для исследования холодных атомов) [12–14]. При больших отстройках, $|\Omega| \gg \Gamma$, оба узких резонанса — рассматриваемый в настоящей работе и RIR — имеют дисперсионную форму. Это обстоятельство (одинаковое положение в шкале частот обоих узких резонансов дисперсионной формы и сопоставимые ширины) необходимо учитывать при исследовании холодных атомов методом RIR.

Проанализируем теперь формулу (20) для вероятности поглощения пробного поля в случае большого доплеровского уширения линии поглощения и не слишком высокой интенсивности излучения, когда

$$kv_T \gg \Gamma \sqrt{1 + \kappa}. \quad (27)$$

В этом случае спектр пробного поля в области $|\Omega|, |\Omega_\mu| \lesssim kv_T$ описывается следующим алгебраическим выражением:

$$P_\mu = \xi \frac{2\sqrt{\pi}|G_\mu|^2}{kv_T} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{\Omega_\mu}{kv_T} \right)^2 \right] - \left[L + \frac{\kappa}{2(1+\kappa)^{3/2}} \frac{\Gamma_{wd}^2}{\Gamma_{wd}^2 + \varepsilon^2} \right] \times \exp \left[- \left(\frac{\Omega}{kv_T} \right)^2 \right] \right\}, \quad (28)$$

где

$$L = \frac{\kappa \Gamma^2 (1 + 1/\sqrt{1 + \kappa}) [\Gamma^2 (\sqrt{1 + \kappa} - 1)^2 + \varepsilon^2]}{(\kappa \Gamma^2 + \varepsilon^2)^2 + 4\Gamma^2 \varepsilon^2},$$

$$\Gamma_{wd} = \Gamma_0 \left(1 + \kappa \frac{\sqrt{\pi} \Gamma}{kv_T} \right).$$

Согласно (28), линия поглощения слабой волны представляет собой доплеровский контур с двумя провалами (широким и узким) в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$ (рис. 3а). Широкий провал, описываемый функцией L , имеет полуширину

$$\Gamma_{broad} \approx 2\Gamma \sqrt{1 + \frac{\kappa(1+\kappa)}{2(1+2\kappa)}} \quad (29)$$

и обусловлен возникновением структуры Беннета в распределении заселеностей уровней по скоростям (насыщением разности заселенностей для частиц с резонансными скоростями под действием сильного поля). Относительная амплитуда резонанса приближенно равна $\kappa/(2 + \kappa + \sqrt{\kappa})$. Узкий провал с полушириной Γ_{wd} и относительной амплитудой $\kappa/2(1+\kappa)^{3/2}$ имеет лоренцеву форму и обусловлен биениями заселеностей. При слабой интенсивности излучения (при $\kappa \ll 1$) провалы имеют одинаковые относительные амплитуды $\kappa/2$. Максимальная относительная амплитуда узкого резонанса достигается при $\kappa = 2$ и затем убывает с ростом κ пропорционально $1/\sqrt{\kappa}$.

Отметим, что резкие спектральные структуры имеют большую амплитуду при слабой интенсивности излучения (кривые на рис. 3а рассчитаны при параметре $|G|/kvT = 5 \cdot 10^{-4}$, что для оптических переходов соответствует интенсивности излучения порядка 10^{-3} Вт/см²). Это обусловлено большим эффектом насыщения из-за оптической перекачки частиц на уровень l (на рис. 3а для трехуровневых частиц параметр насыщения $\kappa = 2.5$).

Отметим также, что при большом доплеровском уширении площадь под спектральными контурами пробного поля для трехуровневых и двухуровневых частиц может различаться всего лишь в несколько раз. Так, при параметрах рис. 3а нормировочная (максимальная по Ω_μ) вероятность поглощения P_μ^{max} пробного излучения для трехуровневых частиц всего лишь в два раза меньше, чем для двухуровневых частиц.

С ростом интенсивности излучения при выполнении условия

$$\Gamma \sqrt{1 + \kappa} \gg kv_T \gg \Gamma \quad (30)$$

и при $|\Omega| \neq 0$ узкая спектральная структура приобретает дисперсионную форму (рис. 3б, в). Величина P_μ в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$ может быть отрицательной (усиление пробного поля).

В условиях (30) спектр пробного поля при $|\Omega| \gtrsim kv_T$ описывается выражением

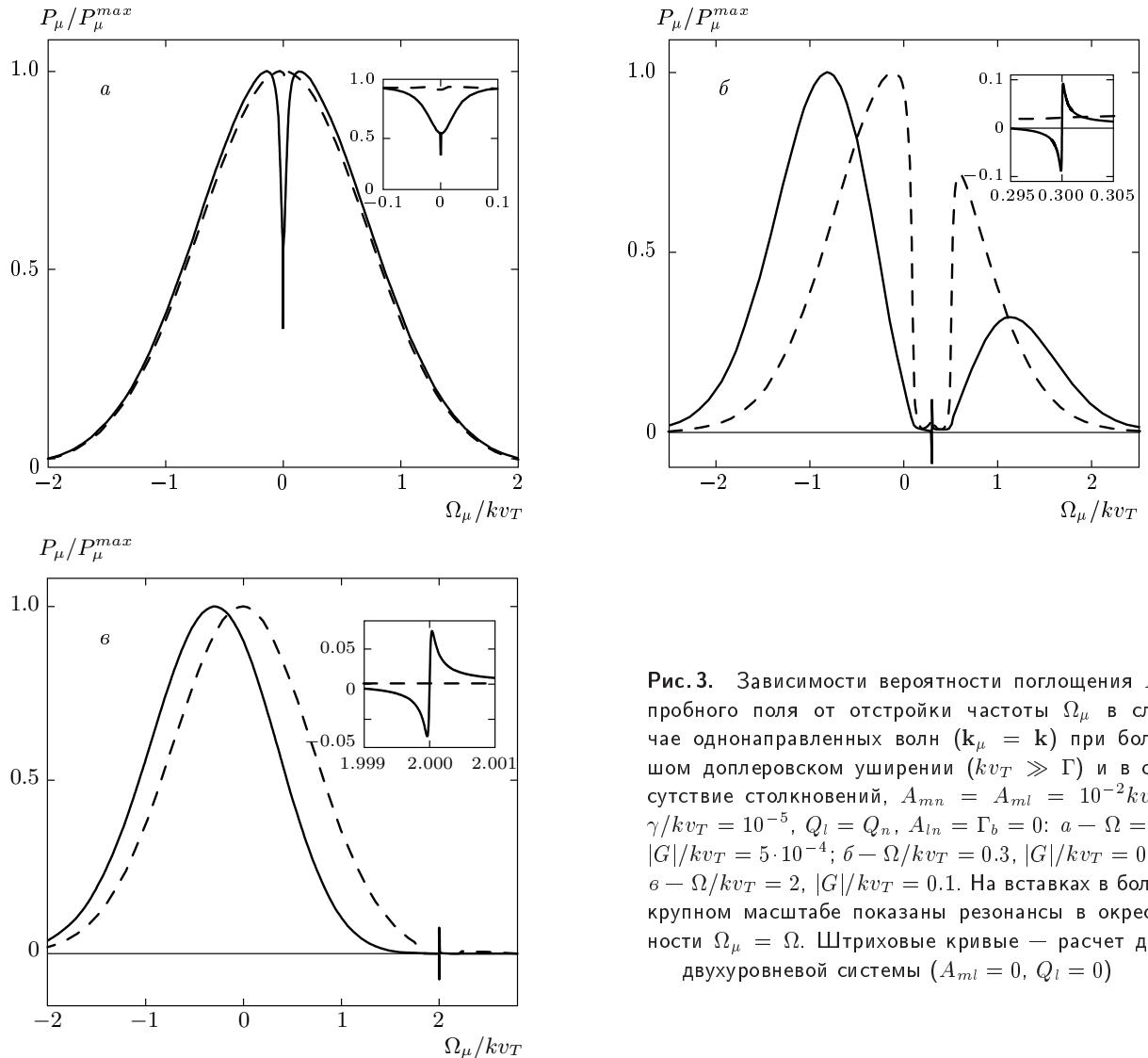


Рис. 3. Зависимости вероятности поглощения P_μ пробного поля от отстройки частоты Ω_μ в случае однородных волн ($\mathbf{k}_\mu = \mathbf{k}$) при большом доплеровском уширении ($kv_T \gg \Gamma$) и в отсутствие столкновений, $A_{mn} = A_{ml} = 10^{-2} kv_T$, $\gamma/kv_T = 10^{-5}$, $Q_l = Q_n$, $A_{ln} = \Gamma_b = 0$: *a* — $\Omega = 0$, $|G|/kv_T = 5 \cdot 10^{-4}$; *б* — $\Omega/kv_T = 0.3$, $|G|/kv_T = 0.1$; *в* — $\Omega/kv_T = 2$, $|G|/kv_T = 0.1$. На вставках в более крупном масштабе показаны резонансы в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$. Штриховые кривые — расчет для двухуровневой системы ($A_{ml} = 0$, $Q_l = 0$)

$$P_\mu = \xi \frac{2|G_\mu|^2}{kv_T} \left\{ \sqrt{\pi} \exp \left[- \left(\frac{\Omega_\mu}{kv_T} \right)^2 \right] \times \right. \\ \times \left[1 - \frac{\kappa \Gamma^2}{\Gamma^2 (1 + \kappa) + \varepsilon^2} \right] + \frac{\varepsilon \Gamma_0}{\Gamma_w^2 + \varepsilon^2} \frac{\kappa \Omega \Gamma^2 kv_T}{(\Gamma^2 + \Omega^2)^2} \times \\ \left. \times \left[1 - \frac{\kappa \Gamma^2}{\Gamma^2 (1 + \kappa) + \Omega^2} \right] \right\}, \quad (31)$$

где величина Γ_w определена в (22). Первое слагаемое в (31) обусловлено эффектами насыщения и описывает широкую спектральную структуру (при любых значениях Ω). Второе слагаемое описывает (при $|\Omega| \gtrsim kv_T$) узкий резонанс дисперсионной формы с полушириной Γ_w , обусловленный биениями заселеностей.

3.2. Влияние столкновений на спектр пробного поля

Рассмотрим влияние столкновений на спектр пробного поля. При наличии столкновений спектр пробного поля рассчитывается численно по формулам, приведенным в Приложении. Будем полагать, что столкновения сбивают фазу наведенного излучением дипольного момента на оптическом переходе $m-n$ ($\tilde{\nu} = 0$, при этом $\bar{\nu}, \nu \neq 0$). На рис. 4а показан спектр пробного поля в случае большого доплеровского уширения ($kv_T \gg \Gamma$) при точном резонансе для сильного поля ($\Omega = 0$) и при частоте столкновений $\bar{\nu} = 0.1kv_T$. Сверхузкий провал в линии поглощения, обусловленный биениями заселеностей,

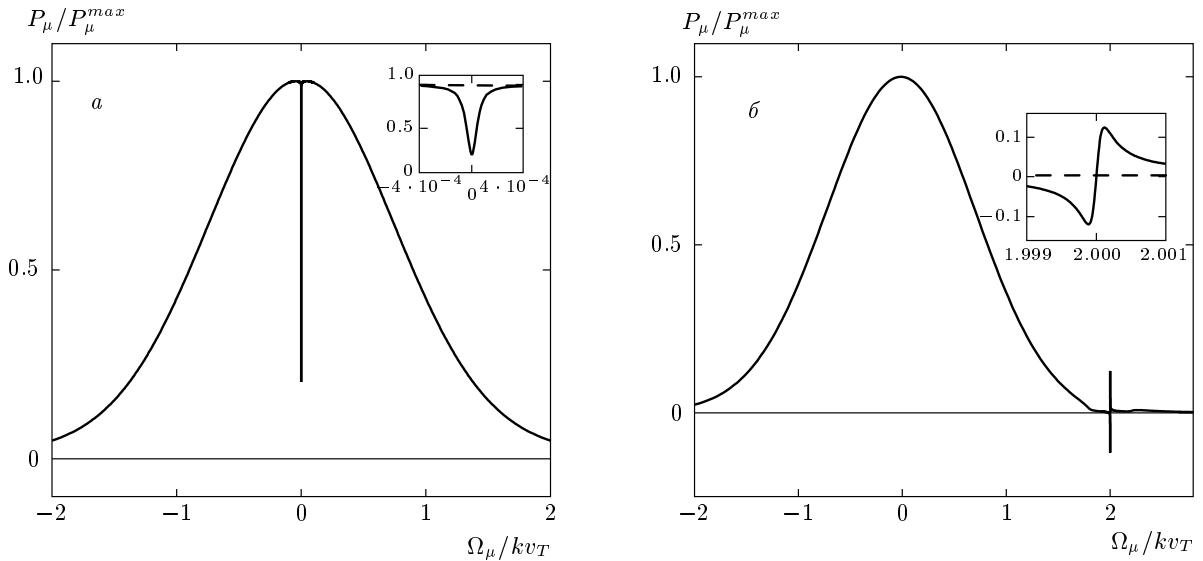


Рис. 4. Зависимости вероятности поглощения P_μ пробного поля от отстройки частоты Ω_μ в случае односторонних волн ($\mathbf{k}_\mu = \mathbf{k}$) при большом доплеровском уширении ($kv_T \gg \Gamma$) и при наличии столкновений, не сохраняющих фазовую память ($\tilde{\nu} = 0$), $A_{mn} = A_{ml} = 10^{-2} kv_T$, $\gamma = 10^{-5}$, $Q_l = Q_n$, $A_{ln} = \Gamma_b = 0$: *a* — $\Omega = 0$, $\bar{\nu}/kv_T = 0.1$, $|G|/kv_T = 5 \cdot 10^{-3}$; *b* — $\Omega/kv_T = 2$, $\bar{\nu}/kv_T = 10^{-2}$, $|G|/kv_T = 0.1$. На вставках в более крупном масштабе показаны резонансы в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$. Штриховые кривые — расчет для двухуровневой системы ($A_{ml} = 0$, $Q_l = 0$)

имеет такую же полуширину Γ_{wd} (28), как и в случае отсутствия столкновений. Это объясняется тем, что фаза биений столкновениями принципиально не сбивается, поскольку при столкновениях не меняются заселенности уровней. Столкновения существенно уменьшают относительную амплитуду широкого провала (с полушириной Γ_{broad} (29)), вследствие чего увеличивается относительная амплитуда сверхузкого провала (ср. рис. 4 a и 3 a). Уменьшение амплитуды широкого провала с ростом частоты столкновений обусловлено уменьшением (при неизменной интенсивности излучения) параметра насыщения κ (см. общую формулу для κ в Приложении).

Столкновения также практически не изменяют полуширину и относительную амплитуду Γ_w (22) узкого резонанса дисперсионной формы, возникающего в области $|\Omega| \gtrsim kv_T$ (ср. рис. 4 b и 3 b).

3.3. Эффекты фазовой памяти при малых частотах столкновений

Рассмотрим теперь влияние столкновений на спектр пробного в случае хотя бы частичного сохранения фазовой памяти при столкновениях на переходе $m-n$ (при $\tilde{\nu} \neq 0$). Давление буферного газа будем полагать достаточно низким, таким что

$$\nu_{tr} \ll kv_T, \quad (32)$$

где ν_{tr} — транспортная частота столкновений резонансных частиц с буферными, связанная соотношением $\nu_{tr} = v_T^2/2D$ с коэффициентом диффузии D поглощающих частиц. Учет эффектов фазовой памяти при редких столкновениях, казалось бы, должен приводить лишь к небольшим поправкам к спектру пробного поля из-за того, что хорошо известный механизм Диже проявления эффектов фазовой памяти (устранение доплеровского уширения из-за ограничения пространственного перемещения частиц столкновениями) в условиях (32) фактически не работает [1, 2]. Тем не менее оказывается, что именно в случае $\nu_{tr} \ll kv_T$ учет эффектов фазовой памяти совершенно необходим, так как он приводит к резкой качественной и количественной трансформации спектра пробного поля по механизму, обнаруженному в недавней работе авторов [15]. Этот механизм наиболее ярко и сильно проявляется при низких давлениях газа, когда эффект сужения Диже отсутствует, и обусловлен тем, что сохраняющие фазу столкновения изменяют зависимость недиагонального элемента матрицы плотности (когерентности) $\rho_{mn}(\mathbf{v})$ от скорости \mathbf{v} резонансных частиц.

На рис. 5 показан спектр пробного поля при малых частотах столкновений ($\nu_{tr}/kv_T = 10^{-4}$) в двух разных случаях: в отсутствие ($\tilde{\nu} = 0$, рис. 5 a) и при полном сохранении ($\tilde{\nu} = \nu$, рис. 5 b) фазовой памяти

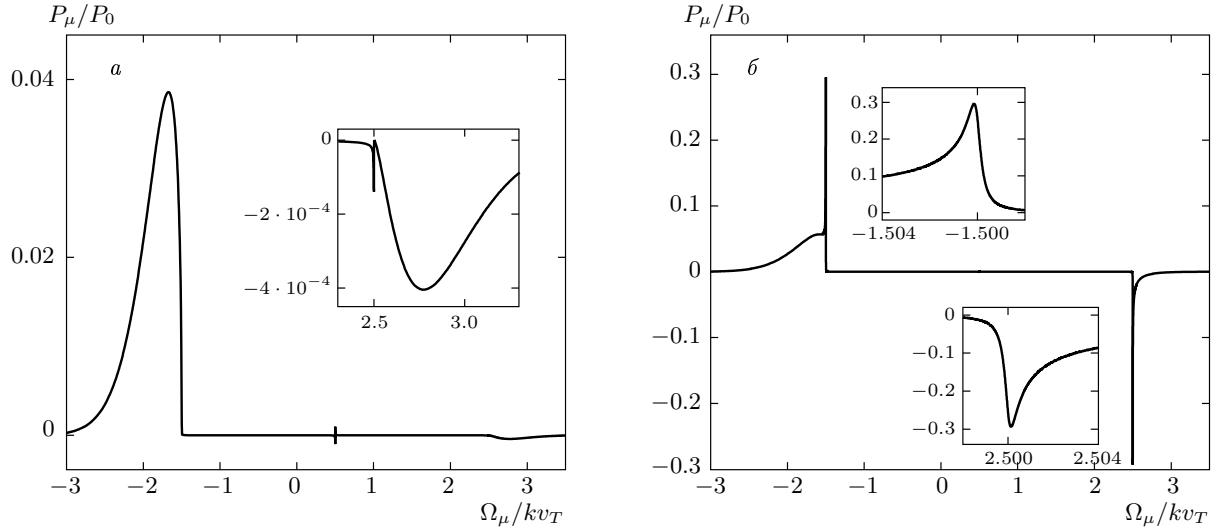


Рис. 5. Зависимости вероятности поглощения P_μ пробного поля от отстройки частоты Ω_μ в случае односторонних волн при малых частотах столкновений; $\bar{\nu} = A_{mn} = A_{ml} = 10^{-4}kv_T$, $|G|/kv_T = 1$, $\Omega/kv_T = 0.5$, $\gamma/kv_T = 10^{-5}$, $Q_l = Q_n$, $A_{ln} = \Gamma_b = 0$: *a* — $\tilde{\nu} = 0$ (столкновения не сохраняют фазовую память); *б* — $\tilde{\nu} = \nu$ (столкновения полностью сохраняют фазовую память на переходе $m-n$). На вставках в более крупном масштабе показаны узкие резонансы в окрестности $\Omega_\mu = \Omega \pm 2|G|$

в столкновениях. В качестве единицы измерения P_μ взята величина

$$P_0 = \frac{2\sqrt{\pi}|G_\mu|^2}{k_\mu v_T}, \quad (33)$$

которая есть вероятность поглощения пробного излучения в центре доплеровски уширенной линии двухуровневыми частицами ($A_{ml} = 0$, $Q_l = 0$) в отсутствие сильного поля. Как видно на рис. 5, эффекты фазовой памяти очень сильно влияют на спектр пробного поля, несмотря на малость частоты столкновений. В отсутствие фазовой памяти в спектре интенсивно проявляется только одна компонента с шириной порядка доплеровской (рис. 5а). При «включении» фазовой памяти ее ширина уменьшается почти в тысячу раз (от $kv_T = 5 \cdot 10^3 \Gamma$ до 7Γ), амплитуда увеличивается примерно в восемь раз (рис. 5б). Кроме того, при фазовой памяти в спектре пробного поля возникает интенсивный «отрицательный» ($P_\mu < 0$) резонанс, амплитуда и ширина которого такие же, как и у «положительного» резонанса. Отрицательный и положительный резонансы расположены соответственно вблизи частот $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$ и $\Omega_\mu = \Omega - 2|G|$ — симметрично относительно частоты сильного поля.

Получим относительно простые аналитические результаты, позволяющие понять физическую причину отмеченных особенностей в спектре пробного

поля. Аналогично тому, как это было сделано ранее [15], можно показать, что в случае доплеровского уширения линии поглощения ($kv_T \gg \Gamma$) и при

$$\alpha' |Y''| \sqrt{\varkappa} \gg 1, \quad |\Omega| \lesssim kv_T \quad (34)$$

приведенная в Приложении формула (П.1) для вероятности поглощения пробного поля представляется в виде

$$P_\mu \approx 2|G_\mu|^2 \operatorname{Re} \int \frac{iQ(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{(\Gamma - i\varepsilon)^2 + 4|G|^2 + (\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}, \quad (35)$$

где величины α' , Y'' , \varkappa и $Q(\mathbf{v})$ определены в выражениях (П.7)–(П.9). Формула (35) применима в случае хотя бы частичного сохранения фазовой памяти при столкновениях, так как условие (34) ее применимости может быть выполнено только при $\alpha' \equiv \tilde{\nu}'/\Gamma \neq 0$. При параметрах рис. 5б формула (35) хорошо описывает спектральные резонансы, так как условие ее применимости выполняется с большим запасом (при параметрах рис. 5б имеем $|\alpha'| Y''| \sqrt{\varkappa} \approx 825 \gg 1$).

Величина $Q(\mathbf{v})$ в (35) связана соотношением (П.8) с недиагональным матричным элементом $R_{mn}(\mathbf{v})$, отвечающим решению задачи с одним только сильным полем. В формуле (35) она является единственной величиной, зависящей от эффектов фазовой памяти. Поэтому механизм влияния

эффектов фазовой памяти на контур спектральных резонансов при низких давлениях газа (при $\nu_{tr} \ll kv_T$) обусловлен изменением зависимости $Q(\mathbf{v})$.

Легко показать, что величина $Q(\mathbf{v})$ определяется синфазной с сильным полем составляющей поляризации среды, создаваемой частицами, движущимися со скоростью \mathbf{v} . Она связана с парциальным показателем преломления $n(\mathbf{v})$ для ансамбля частиц, движущихся со скоростью \mathbf{v} , соотношением

$$n(\mathbf{v}) = 1 - \frac{4\pi\hbar N Q(\mathbf{v})}{|\mathbf{E}|^2} \quad (36)$$

(интегральная величина $n \equiv \int n(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ является обычным показателем преломления среды). Таким образом, влияние эффектов фазовой памяти на спектр пробного поля при низких давлениях газа обусловлено изменением зависимости от скорости частиц парциального показателя преломления $n(\mathbf{v})$.

Формула (35) описывает наиболее информативную часть спектра — узкие резонансы большой амплитуды в окрестности $\varepsilon = \pm 2|G|$. Вблизи этих точек интеграл в (35) вычисляется аналитически и формула для вероятности поглощения пробного поля принимает вид

$$P_\mu = -\xi \frac{|G_\mu|^2}{kv_T} \frac{\alpha' Y''}{R} \sqrt{\frac{2\pi|G|}{\tau_1\Gamma}} \times \exp\left[-\left(\frac{\Omega}{kv_T}\right)^2\right] \operatorname{Re} \frac{\operatorname{sign} \varepsilon}{\sqrt{|\varepsilon| - 2|G| + i\Gamma}}, \quad (37)$$

$$R = 1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} (Y' - \alpha' |Y|^2) - \alpha' Y',$$

где величины τ_1 , τ_2 , Y определены в Приложении. Описываемые формулой (37) спектральные резонансы имеют характерную асимметричную форму, их ширина на полувысоте равна 7Γ . Амплитуда резонансов пропорциональна величине $\alpha' = \tilde{\nu}'/\Gamma$ и, следовательно, тем больше, чем лучше сохраняется фазовая память. При параметрах рис. 5б расчеты спектральных резонансов по точной (П.1) и приближенной (37) формулам в масштабе рисунка практически не различаются.

Минимальное P_μ^{min} и максимальное P_μ^{max} значения P_μ (37) достигаются при

$$|\varepsilon| = 2|G| + \Gamma/\sqrt{3}, \quad (38)$$

причем амплитуды отрицательного и положительного резонансов одинаковы:

$$P_\mu^{min} = -P_\mu^{max} = -\xi \frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{2kv_T} \frac{\alpha' |Y''|}{R} \times \sqrt{\frac{|G|}{\Gamma}} \frac{\exp[-(\Omega/kv_T)^2]}{\sqrt{\tau_1\Gamma}}. \quad (39)$$

В этой формуле величина Y пропорциональна интегралу вероятности от комплексного аргумента $w(z)$ (см. (П.7)). В предельных случаях $|z| \ll 1$ и $|z| \gg 1$ существуют простые приближенные выражения для $w(z)$ [16], что позволяет максимально упростить формулу (39). С учетом этого заключаем, что если помимо условий $kvT \gg \Gamma$ и $|\Omega| \lesssim kvT$ выполнено условие

$$\frac{kvT}{\sqrt{2\tau_1\Gamma}} \gg |G| \gg \frac{kvT}{\sqrt{2\tau_1|\Omega|\alpha'}}, \quad (40)$$

то минимальное значение вероятности поглощения дается выражением

$$P_\mu^{min} = -\xi \frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{kvT} \frac{\tilde{\nu}'}{\Gamma} \times \sqrt{\frac{2|G|}{\Gamma}} \frac{|G|}{kvT} \frac{|\Omega|}{RkvT} \exp\left[-2\left(\frac{\Omega}{kvT}\right)^2\right], \quad (41)$$

$$R = 1 + \frac{|G|\sqrt{2\pi\tau_1\Gamma}}{kvT} \frac{\tau_2}{\tau_1} \exp\left[-\left(\frac{\Omega}{kvT}\right)^2\right].$$

Если же выполнены условия

$$|G| \gg \frac{kvT}{\sqrt{2\tau_1\Gamma}}, \quad |\Omega| \gg \frac{\Gamma}{\alpha'}, \quad (42)$$

то

$$P_\mu^{min} = -\xi \frac{3^{3/4} \sqrt{\pi} |G_\mu|^2}{kvT} \frac{\tilde{\nu}'}{\Gamma} \frac{|\Omega|}{\sqrt{2|G|\Gamma}} \times \frac{\exp[-(\Omega/kv_T)^2]}{[\Gamma_m + \gamma + 2(\nu - \tilde{\nu})]/(\tau_1 + \tau_2)}. \quad (43)$$

Согласно выражениям (41), (43), амплитуды резонансов достигают своего максимума при отстройке частоты сильного поля

$$|\Omega| \approx (0.5-0.7)kv_T. \quad (44)$$

С ростом интенсивности излучения амплитуды резонансов растут вначале пропорционально $\sqrt{|G|}$ или $|G|^{3/2}$ в зависимости от того, какое слагаемое в выражении (41) для R является главным, и достигают своего максимума при

$$|G| \sim \frac{kvT}{\sqrt{2\tau_1\Gamma}}. \quad (45)$$

Затем, с дальнейшим ростом интенсивности излучения, их амплитуды уменьшаются пропорционально $1/\sqrt{|G|}$.

Амплитуды резонансов тем больше (эффекты фазовой памяти проявляются тем сильнее), чем меньше величина $\Gamma \equiv (\Gamma_m + \gamma)/2 + \nu'$. С уменьшением давления буферного газа (с уменьшением ν') амплитуды резонансов растут до тех пор, пока выполнено условие $\nu' \gtrsim (\Gamma_m + \gamma)/2$, и достигают своего максимума при частоте столкновений

$$\nu' \sim (\Gamma_m + \gamma)/2. \quad (46)$$

С дальнейшим уменьшением давления газа проявление эффектов фазовой памяти ослабляется из-за уменьшения параметра $\tilde{\nu}'/\Gamma$.

Амплитуды резонансов сильно чувствительны к эффектам фазовой памяти при столкновениях. Особенно чувствителен к фазовой памяти «отрицательный» резонанс вблизи отстройки частоты пробного поля $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$. В отсутствие фазовой памяти этот резонанс практически не заметен ($P_\mu^{min}/P_0 = -1.4 \cdot 10^{-4}$ при параметрах рис. 5a). С ростом фазовой памяти амплитуда резонанса возрастает более чем на три порядка ($P_\mu^{min}/P_0 = -0.3$ при параметрах рис. 5b). Степень сохранения фазовой памяти при столкновениях удобно характеризовать параметром $\tilde{\nu}'/\nu'$ ($0 \leq \tilde{\nu}'/\nu' \leq 1$). Численный анализ показывает, что даже слабая фазовая память, такая что $\tilde{\nu}'/\nu' \sim 10^{-3}-10^{-2}$, уже вызывает заметное изменение амплитуды отрицательного резонанса. Это обстоятельство можно использовать для экспериментального измерения степени сохранения фазовой памяти по относительной амплитуде резонанса $|P_\mu^{min}|/P_0$. Простую аналитическую связь между параметром $\tilde{\nu}'/\nu'$ и относительной амплитудой резонанса легко получить из соотношений (41) или (43).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе теоретически исследован спектр поглощения (усиления) слабого зондирующего поля трехуровневыми атомами с Λ -конфигурацией уровней на переходе из основного состояния. Полагалось, что сильное и пробное поля воздействуют на один и тот же переход, а атомы находятся в атмосфере буферного газа и испытывают столкновения с его частицами. Задача решена для общего случая произвольного изменения (от полного сбоя до полного сохранения) фазы наведенного излучением дипольного момента при упругих столкновениях частиц газа. Детально проанализирован наиболее интересный

случай однодиректорных волн сильного и пробного излучений.

Выяснено, что если незатронутый излучением уровень метастабильный ($A_{ln} \ll A_{ml}$), то в спектре пробного поля возникает сверхузкий резонанс. Ширина его определяется скоростью релаксации биений заселенности на основном уровне и может быть много меньше естественной ширины линии поглощения. Форма резонанса зависит от отстройки частоты сильного поля: при $\Omega = 0$ она лоренцева (узкий провал лоренцевой формы), с ростом Ω резонанс приобретает асимметричную форму, а при еще больших Ω имеет дисперсионную форму. Минимальное значение вероятности поглощения пробного поля достигается в окрестности $\Omega_\mu = \Omega$ и может быть отрицательным, что означает усиление пробного поля.

Этот резонанс необходимо учитывать при исследовании холодных атомов методом RIR [12–14]. Это связано с тем, что оба узких резонанса — рассмотренный в настоящей работе и RIR — имеют одинаковое положение в шкале частот, при больших отстройках $|\Omega| \gg \Gamma$ оба резонанса имеют дисперсионную форму и сопоставимы по ширине.

Столкновения, не сохраняющие фазу наведенного излучением дипольного момента, практически не изменяют ширину узкого резонанса. Это объясняется тем, что фаза биений заселенности уровней столкновениями принципиально не сбивается (столкновения не меняют заселенности уровней). В случае большого доплеровского уширения линии поглощения столкновения могут увеличить относительную амплитуду (контрастность) узкого резонанса. Это обусловлено тем, что столкновения существенно уменьшают амплитуду широкого провала (с полушириной Γ_{broad} (29)), на фоне которого возникает узкий резонанс.

Выявлено очень сильное влияние эффектов фазовой памяти при столкновениях на спектр пробного поля при низких давлениях буферного газа, таких, что $\nu_{tr} \ll kv_T$. Влияние эффектов фазовой памяти оказывается тем сильнее, чем меньше однородная ширина линии по сравнению с доплеровской (чем меньше параметр Γ/kv_T). Особенно чувствителен к фазовой памяти отрицательный резонанс вблизи отстройки частоты пробного поля $\Omega_\mu = \Omega + 2|G|$. При частотах столкновений $\nu_{tr}/kv_T = 10^{-4}$ эффекты фазовой памяти увеличивают его амплитуду более чем на три порядка.

При столь низких давлениях газа известный механизм Дике проявления эффектов фазовой памяти

(ограничение пространственного перемещения частиц столкновениями) не работает. Механизм проявления эффектов фазовой памяти в данном случае обусловлен изменением зависимости от скорости частиц парциального показателя преломления $n(\mathbf{v})$ для ансамбля частиц, движущихся со скоростью \mathbf{v} . Этот механизм обнаружен в недавней работе авторов [15] при исследовании спектра пробного поля двухуровневых частиц. Результаты данной работы показывают, что механизм проявления эффектов фазовой памяти в спектре пробного поля через изменение зависимости $n(\mathbf{v})$ возможен и при учете дополнительных каналов релаксации возбужденного уровня, т. е. имеет достаточно универсальный характер.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 04-02-16771, 07-02-00954), программы ОФН РАН «Оптическая спектроскопия и стандарты частоты» и Государственной программы поддержки ведущих научных школ РФ (контракт РИ-112/001/009).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Точная формула для спектра пробного поля в случае однородных волн

В случае однородных волн в уравнениях (12) с высокой точностью можно полагать $\mathbf{k}_\mu = \mathbf{k}$ ввиду того, что различие модулей волн

новых векторов \mathbf{k}_μ и \mathbf{k} мало по сравнению с k : $|k_\mu - k| = k|\varepsilon|/\omega \ll k$. С учетом этого из системы уравнений (12) находим, что вероятность поглощения (усиления) P_μ (15) пробного поля на частоте ω_μ в случае однородных волн дается формулой

$$P_\mu = 2|G_\mu|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{b_1 c_1 + b_2 c_2}{b_2 a_2 - b_1 a_1} \right\}, \quad (\Pi.1)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a_1 &= 2|G|^2 (\bar{\nu}\tau I_1 + \tilde{\nu}J), \\ a_2 &= 1 - 2|G|^2 \tilde{\nu}J + (2|G|^2 \bar{\nu}\tau - \tilde{\nu}\lambda_{ef})I_2, \\ b_1 &= 2|G|^2 (\bar{\nu}\tau I_2 + \tilde{\nu}^*J), \\ b_2 &= 1 - 2|G|^2 \tilde{\nu}^*J + (2|G|^2 \bar{\nu}\tau - \tilde{\nu}^*\lambda_{ef})I_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 2|G|^2 K_1 + 2\bar{\nu}\tau I_1 \frac{iGR_{mn}^*}{N}, \\ c_2 &= \lambda_{ef} I_3 + 2|G|^2 K_2 - 2\bar{\nu}\tau I_2 \frac{iGR_{mn}^*}{N}, \\ \tau &= \frac{A_1 (\lambda_3 + \lambda_4 + 2\Gamma_b - \bar{\nu}) + 2\lambda_4 (\lambda_4 - \bar{\nu})}{(A_1 + 2\lambda_4) [(\lambda_3 - \bar{\nu})(\lambda_4 - \bar{\nu}) - \Gamma_b A_1]}, \\ \lambda_{ef} &= \frac{2(\lambda_3 \lambda_4 - \Gamma_b A_1)}{A_1 + 2\lambda_4}, \\ \lambda_3 &= \Gamma_m + \Gamma_b + \bar{\nu} - i\varepsilon, \\ \lambda_4 &= \Gamma_l + \Gamma_b + \bar{\nu} - i\varepsilon, \quad A_1 = A_{ml} + \Gamma_b, \end{aligned} \quad (\Pi.2)$$

величина Γ_b дается формулой (4), а величины I_i , J , K_i определены следующими интегральными выражениями:

$$\begin{aligned} I_{1,2} &= \int \frac{\lambda_{1,2}(\mathbf{v}) W(\mathbf{v})}{D(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ I_3 &= \int \frac{[R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})]\lambda_2(\mathbf{v})}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ J &= \int \frac{W(\mathbf{v})}{D(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ K_1 &= \int \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v}) + |G|^{-2}\lambda_1(\mathbf{v})[iGR_{mn}^*(\mathbf{v})]}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \\ K_2 &= \int \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v}) - |G|^{-2}\lambda_2(\mathbf{v})[iGR_{mn}^*(\mathbf{v})]}{ND(\mathbf{v})} d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (\Pi.3)$$

где

$$\begin{aligned} D(\mathbf{v}) &= \left(\frac{\lambda_3 \lambda_4 - \Gamma_b A_1}{\lambda_4 + A_1 / 2} \right) \lambda_1(\mathbf{v}) \lambda_2(\mathbf{v}) + \\ &\quad + 4|G|^2 (\Gamma - i\varepsilon), \quad (\Pi.4) \end{aligned}$$

$$\lambda_1(\mathbf{v}) = \Gamma - i(\Omega_\mu - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}),$$

$$\lambda_2(\mathbf{v}) = \Gamma - i(\varepsilon - \Omega + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}).$$

Входящие в (П.2), (П.3) разность заселенностей $R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})$ для частиц с определенными скоростями и матричные элементы $R_{mn}(\mathbf{v})$, $R_{mn} \equiv \int R_{mn}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ находим из системы уравнений (11),

$$\begin{aligned} \frac{R_n(\mathbf{v}) - R_m(\mathbf{v})}{N} &= (\xi - \tau_2 P) W(\mathbf{v}) - \tau_1 P(\mathbf{v}), \\ \xi &= 1 - \frac{\gamma Q_l (\Gamma_m + 3\Gamma_b)}{(Q_n + Q_l) [\Gamma_m \Gamma_l + \Gamma_b (A_{mn} + \Gamma_l + \gamma)]}, \\ \tau_1 &= \frac{A_{ml} + 2(\Gamma_l + \bar{\nu}) + 3\Gamma_b}{(\Gamma_m + \bar{\nu})(\Gamma_l + \bar{\nu}) + \Gamma_b (A_{mn} + \Gamma_l + \gamma + 2\bar{\nu})}, \\ \tau_2 &= \frac{A_{ml} + 2\Gamma_l + 3\Gamma_b}{\Gamma_m \Gamma_l + \Gamma_b (A_{mn} + \Gamma_l + \gamma)} - \tau_1, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где $P(\mathbf{v})$ — вероятность поглощения сильного излучения в единицу времени частицей с фиксированной скоростью \mathbf{v} , $P \equiv \int P(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ — интегральная вероятность поглощения излучения частицей. Формулы для вероятностей поглощения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{v}) &= \xi [\beta_1 Y'(\mathbf{v}) - \beta_2 Y''(\mathbf{v})] W(\mathbf{v}), \\ P &= \frac{\xi \kappa}{1 + \kappa} \frac{Y' - \alpha' |Y|^2}{\tau_1 R}, \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\kappa}{(1 + \kappa) \tau_1 R} \left[1 - \alpha' Y' + \frac{\alpha'' Y''}{\sqrt{1 + \kappa}} \right], \\ \beta_2 &= \frac{\kappa}{(1 + \kappa) \tau_1 R} \left[\alpha' Y'' + \frac{\alpha'' Y'}{\sqrt{1 + \kappa}} \right], \\ R &= 1 + \frac{\kappa}{1 + \kappa} \frac{\tau_2}{\tau_1} (Y' - \alpha' |Y|^2) + \\ &+ \frac{|\alpha|^2 |Y|^2 - (2 + \kappa) \alpha' Y'}{1 + \kappa} + \frac{2 \alpha'' Y''}{\sqrt{1 + \kappa}}, \\ Y(\mathbf{v}) &= \frac{\Gamma \sqrt{1 + \kappa}}{\Gamma \sqrt{1 + \kappa} - i(\Omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}, \\ \kappa &= \frac{2|G|^2 \tau_1}{\Gamma}, \quad \alpha = \frac{\tilde{\nu}}{\Gamma}, \\ Y &\equiv \int Y(\mathbf{v}) W(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma \sqrt{1 + \kappa}}{kv_T} [w'(z) + iw''(z)], \\ z &= \frac{\Omega + i\Gamma \sqrt{1 + \kappa}}{kv_T}, \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

$w(z)$ — интеграл вероятности от комплексного аргумента, протабулированный в [16]. Верхние индексы «I» и «II» означают действительную и мнимую части комплексного числа. Величина κ есть параметр насыщения и характеризует степень выравнивания

описывающих взаимодействие трехуровневых частиц с одним только сильным полем. Выражение для разности заселенностей представляется в виде

заселенностей для частиц с резонансными скоростями. Недиагональные матричные элементы $R_{mn}(\mathbf{v})$, R_{mn} , входящие в выражения (П.2), (П.3), вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \frac{2iGR_{mn}^*(\mathbf{v})}{N} &= P(\mathbf{v}) - iQ(\mathbf{v}), \\ \frac{2iGR_{mn}^*}{N} &= P - iQ, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

где

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{v}) &= \xi \sqrt{1 + \kappa} [\beta_2 Y'(\mathbf{v}) + \beta_1 Y''(\mathbf{v})] W(\mathbf{v}), \\ Q &= \frac{\xi \kappa}{1 + \kappa} \frac{\sqrt{1 + \kappa} Y'' + \alpha'' |Y|^2}{\tau_1 R}. \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

В частном случае $A_{ml} = \gamma = 0$ формулы (П.1)–(П.9) описывают спектр пробного поля для замкнутой двухуровневой системы и совпадают с соответствующими формулами, полученными ранее [15], как и должно быть.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979).
2. А. К. Попов, *Введение в нелинейную спектроскопию*, Наука, Новосибирск (1983).
3. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения*, Наука, Москва (1990).
4. Y. C. Chen, Y. W. Chen, J. J. Su, J. Y. Huang, and I. A. Yu, Phys. Rev. A **63**, 043808 (2001).

5. А. М. Шалагин, *Основы нелинейной спектроскопии*, Изд-во НГУ, ИАиЭ СО РАН, Новосибирск (2006).
6. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, 1 (1993).
7. E. Arimondo, Prog. Opt. **35**, 257 (1996).
8. А. И. Бурштейн, *Лекции по курсу «Квантовая кинетика»*, Изд-во НГУ, Новосибирск (1968).
9. А. К. Попов, А. М. Шалагин, В. М. Шалаев, В. З. Яхнин, ЖЭТФ **80**, 2175 (1981).
10. S. G. Rautian and A. M. Shalagin, *Kinetic Problems of Nonlinear Spectroscopy*, Elsevier Sci. Publ., Amsterdam, New York (1991).
11. А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **127**, 320 (2005).
12. J. Guo, P. R. Berman, B. Dubetsky, and G. Grynberg, Phys. Rev. A **46**, 1426 (1992).
13. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, and P. Verkerk, Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1994).
14. M. C. Fischer, A. M. Dudarev, B. Gutiérrez-Medina, and M. G. Raizen, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **3**, 279 (2001).
15. А. И. Пархоменко, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **129**, 465 (2006).
16. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовича, И. Стиган, Наука, Москва (1979).