# ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ И НАПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОГО ТОКА ОТ ВЕЛИЧИНЫ МАГНИТНОГО ПОТОКА В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОЛЬЦАХ

В. Л. Гуртовой, С. В. Дубонос, А. В. Никулов<sup>\*</sup>, Н. Н. Осипов, В. А. Тулин

Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов Российской академии наук 142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 25 января 2006 г.

Полученные периодические зависимости от магнитного поля критического тока  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренного в противоположных направлениях на асимметричных сверхпроводящих алюминиевых кольцах, позволяют объяснить наблюдавшиеся ранее квантовые осцилляции постоянного напряжения как следствие выпрямления переменного тока. Найдено, что большая эффективность выпрямления как единичных колец, так и систем колец связана с гистерезисом вольт-амперных характеристик. Асимметрия вольт-амперных характеристик, обеспечивающая эффект выпрямления, обязана своим существованием взаимному сдвигу магнитных зависимостей критического тока, измеренного в противоположных направлениях  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0 + \Delta \phi)$ . Этот сдвиг означает, что положение минимумов  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  не соответствует n + 0.5 кванта магнитного потока  $\Phi_0$ , что находится в прямом противоречии с результатами измерений осцилляций сопротивления Литтла–Паркса. Несмотря на данное противоречие амплитуда осцилляций анизотропии критического тока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0) - I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и ее изменение с температурой соответствуют ожидаемой амплитуде осцилляций устойчивого тока и ее изменению с температурой.

PACS: 74.78.Na

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что если вдоль проводящего контура lтечет ток  $I = \oint dl E/R_l$ , индуцированный электродвижущей силой Фарадея  $\oint dl E = -d\Phi/dt$ , то на сегменте  $l_s$  со средним сопротивлением

$$\frac{R_{ls}}{l_s} = \left\langle \frac{\rho}{s} \right\rangle_{ls} = \int \frac{dl \,\rho}{sl_s},$$

отличным от среднего сопротивления вдоль всей окружности  $R_l/l = \langle \rho/s \rangle_l = \oint dl \, \rho/sl$ , должна наблюдаться разность потенциалов

$$V = \left(\left\langle \frac{\rho}{s} \right\rangle_{ls} - \left\langle \frac{\rho}{s} \right\rangle_{l}\right) l_{s}l = \left(R_{ls} - \frac{R_{l}l_{s}}{l}\right) I = R_{asym}I.$$

На асимметричном сверхпроводящем контуре с переходами Джозефсона [1] и без них [2,3] при определенных условиях наблюдается разность потенциалов  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , знак и величина которой периодическим образом зависят от магнитного потока  $\Phi$ 

внутри контура с периодом равным кванту потока  $\Phi_0 = \pi \hbar/e$ . Известно [4], что усредненная величина  $\langle I_p \rangle$  кругового, устойчивого тока (persistent current)  $I_p(\Phi/\Phi_0)$ , который течет в таких контурах, должна иметь аналогичную зависимость от магнитного потока. Таким образом, имеется определенная аналогия между устойчивым током [4], т.е. постоянным током, существующим вследствие квантования Бора при равновесных условиях в постоянном магнитном поле  $\Phi \neq n\Phi_0$ , и обычным циркулирующим током, существующим вследствие электродвижущей силы Фарадея, т.е. при  $d\Phi/dt \neq 0$ . Так как наблюдаемые зависимости  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  [1–3] пропорциональны  $\langle I_p \rangle(\Phi/\Phi_0)$ , можно написать

$$V_{dc}(\Phi/\Phi_0) = R_{asym} \langle I_p \rangle (\Phi/\Phi_0),$$

введя величину  $R_{asym}$  по аналогии с разностью сопротивлений  $(R_{ls} - R_l l_s / l)$ , определяющей соотношение между разностью потенциалов и круговым током в обычном асимметричном контуре. Подчеркнем, что наблюдение осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ 

<sup>\*</sup>E-mail: nikulov@ipmt-hpm.ac.ru

на сверхпроводящих структурах как с переходами Джозефсона [1], так и без них [2,3] подтверждает аналогию между одномерным кольцом и сверхпроводящим квантовым интерферометром, отмеченную в некоторых работах [5].

Величина  $R_{asym}$  в сверхпроводящем кольце, в отличие от обычного кольца, не является величиной постоянной, а зависит от различных факторов, прежде всего температуры. Очевидно, что  $R_{asym} \neq 0$  и разность потенциалов

$$V_{dc}(\Phi/\Phi_0) = R_{asym} \langle I_p \rangle (\Phi/\Phi_0)$$

может наблюдаться только в резистивном состоянии. Сопротивление кольца в равновесном состоянии не равно нулю,  $R_l > 0$ , при температурах больших  $T > T_c$ или близких  $T \approx T_c$ к температуре сверхпроводящего перехода Т<sub>с</sub>. Наблюдения Литтлом и Парксом [6] осцилляций сопротивления тонкостенного сверхпроводящего цилиндра в магнитном поле  $\Delta R(\Phi/\Phi_0)$  показали, что при температурах  $T \approx T_c$ , соответствующих резистивному переходу  $R_{ln} > R_l > 0$ , не только  $R_l > 0$ , но и  $I_n(\Phi/\Phi_0) \neq 0$ . Согласно общепризнанному объяснению [4], периодическое изменение сопротивления  $R(\Phi/\Phi_0)$  тонкостенного сверхпроводящего цилиндра [6] или кольца [7], измеряемое при температуре, соответствующей резистивному переходу  $R_{ln} > R_l > 0$ , связано с изменением критической температуры:

$$\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto -\Delta T_c(\Phi/\Phi_0).$$

Уменьшение  $T_c$  при  $\Phi \neq n \Phi_0$ ,

$$-\Delta T_c(\Phi/\Phi_0) \propto v_s^2(\Phi/\Phi_0) \propto (n - \Phi/\Phi_0)^2$$

связывается с увеличением энергии сверхпроводящего состояния пропорционально  $v_s^2(\Phi/\Phi_0)$ , когда разрешенные значения скорости сверхпроводящих пар,  $v_s(\Phi/\Phi_0) \propto (n - \Phi/\Phi_0)$ , не могут быть равны нулю [4,5]. Осцилляции Литтла-Паркса  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) = \Delta V(\Phi/\Phi_0)/I_{ext}$  наблюдаются при измерительном токе, величина которого  $I_{ext}$  может различаться в сотни раз [7] и нет оснований сомневаться в том, что они должны наблюдаться и в пределе бесконечно малых величин  $I_{ext}$ , т.е. при термодинамическом равновесии. Устойчивый ток  $I_p = sj_p = s2en_sv_s \propto n - \Phi/\Phi_0$ , наблюдающийся вследствие квантования циркуляции скорости сверхпроводящих пар [4],

$$\oint dl \, v_s = \frac{2\pi\hbar}{m} \left( n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right),\tag{1}$$

явление равновесное. При ненулевом сопротивлении  $R_l > 0$  он может наблюдаться благодаря термическим флуктуациям [8], которые переключают кольцо между сверхпроводящими состояниями с различной связностью волновой функции.

При  $T < T_c$ , где в равновесном состоянии  $R_l = 0$ , эти явления наблюдаются при внешнем токе, превышающем критическое значение сверхпроводящего тока  $I_c(T)$ . В случае осцилляций Литтла – Паркса это соответствует смещению резистивного перехода  $T_c(I_{ext})$  постоянным измерительным током  $I_{ext}$  [7]. Квантовые осцилляции постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  индуцируются при  $T < T_c$  переменным током [3] или неконтролируемыми электрическими шумами [1,2]. Результаты измерений, проведенных в работе [3] на асимметричных алюминиевых кольцах, показали, что при  $T < T_c$  квантовые осцилляции постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  индуцируются внешним переменным током, например  $I_{ext} = I_0 \sin(2\pi f t)$ , когда его амплитуда  $I_0$  превышает критическое значение  $I_{0c}$ , близкое к значению критического тока  $I_c(T)$ . Было показано, что результат не зависит от частоты f переменного тока в исследованном интервале частот  $f = 100 \ \Gamma \mu - 1 \ M \Gamma \mu$  и что амплитуда  $V_A$  квантовых осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ немонотонно зависит от амплитуды тока I<sub>0</sub> [3]. Достигнув максимума  $V_A = V_{A,max}$  при  $I_0 = I_{0,max}$ , амплитуда  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  уменьшается с дальнейшим повышением амплитуды внешнего тока I<sub>0</sub> (см. ниже рис. 11, 12).

Можно предложить два объяснения данного результата, не противоречащих друг другу. Первое объяснение исходит из соотношения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) = R_{asym} \langle I_p \rangle (\Phi/\Phi_0),$  полученного выше из аналогии между устойчивым током и обычным Немонотонная зависимость амплитуды током.  $V_A$  квантовых осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  от амплитуды внешнего тока I<sub>0</sub> может быть объяснена как результат смещения сверхпроводящего перехода током I<sub>ext</sub>. Разность потенциалов не равна нулю,  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) \neq 0$  при  $R_{asym} \neq 0$  и  $\langle I_p \rangle (\Phi/\Phi_0) \neq 0$ . Выше температуры сверхпроводящего перехода сопротивление не равно нулю,  $R_{asym} \neq 0$ , но устойчивый ток равен нулю,  $I_p(\Phi/\Phi_0) = 0$ , в то время как ниже сверхпроводящего перехода  $I_p(\Phi/\Phi_0) \neq 0$ , но  $R_{asym} = 0$ . При малой амплитуде тока І<sub>0</sub> смещение температуры сверхпроводящего перехода  $T_c(I_{ext})$  не достигает температуры  $T < T_c(0)$ , при которой происходит измерение и поэтому  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) = 0$ . Квантовые осцилляции  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  начинают наблюдаться, когда  $I_0$  понижает температуру сверхпроводящего перехода до

температуры измерения  $T_c(I_0) \approx T < T_c(0)$ . При этом они начинают наблюдаться вначале при больших значениях магнитного поля, способствующего смещению температуры сверхпроводящего перехода в область низких температур (см. ниже рис. 11). Амплитуда  $V_A$  достигает максимума при  $I_0$ , соответствующей величине тока, смещающей переход на  $T - T_c(0)$ , и уменьшается с дальнейшим увеличением  $I_0$  вследствие исчезновения устойчивого тока до нормального состояния.

Второе объяснение, предложенное в [3], интерпретирует квантовые осцилляции  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  как результат выпрямления внешнего переменного тока вследствие асимметрии вольт-амперных характеристик (ВАХ) асимметричного кольца. Такое кольцо с геометрией, использованной как в [3], так и в данной работе, показано на рис. 1. Чтобы объяснить наблюдаемые осцилляции  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  знак и величина асимметрии ВАХ должны являться периодическими функциями магнитного поля. Такое периодическое изменение асимметрии объясняется в [3] как следствие суперпозиции внешнего *I*ext и устойчивого  $I_p(\Phi/\Phi_0)$  токов. Согласно данному объяснению устойчивый ток в кольце с неравными сечениями половинок (см. рис. 1) может быть найден как величина, пропорциональная разности критических токов, измеренных в противоположных направлениях.

Целью данной работы является проверка модели, объясняющей квантовые осцилляции  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ как следствие выпрямления переменного тока, и подробное исследование взаимосвязи между характером ВАХ, их асимметрией и эффективностью выпрямления в структурах с различной геометрией. Подробно исследуются зависимости от температуры максимальной амплитуды квантовых осцилляций  $V_{A,max}$ , амплитуды  $I_{0,max}$  тока  $I_{ext}$ , при которой она наблюдается и критической амплитуды тока  $I_{0c}$ . Получены зависимости устойчивого тока как величины, пропорциональной анизотропии критического тока, от магнитного поля и температуры.

Для выполнения поставленной задачи были, прежде всего, измерены ВАХ исследуемых систем при различных температурах. Результаты этих измерений приведены в п. 3.1. В п. 3.2 приведены результаты измерений магнитных зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  критического тока, измеренного при противоположных направлениях внешнего тока  $I_{ext}$ . В п. 3.3 показывается, что напряжение  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  есть результат выпрямления переменного тока на асимметричных кольцах, асимметрия ВАХ которых изменяется периодического изменения анизо-

тропии критических токов  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0).$ Подчеркивается, что вблизи Т<sub>c</sub>, где ВАХ обратимы, т.е. не наблюдается гистерезиса, механизм выпрямления может отличаться от того, который имеет место при более низких температурах, где наблюдается значительный гистерезис ВАХ. В п. 3.4 приведены результаты измерения температурных зависимостей максимальной амплитуды  $V_{A,max}$ квантовых осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , амплитуды тока, индуцирующего эти осцилляции, I<sub>0,max</sub>, а также эффективности выпрямления, определяемой как отношение этих величин. В п. 3.5 приводится сравнение наблюдаемой амплитуды осцилляций критического тока и его анизотропии с ожидаемой величиной амплитуды осцилляций устойчивого тока. В п. 3.6 рассматриваются качественные различия наблюдаемых осцилляций критического тока от ожидаемых. В Заключении отмечается, что полученные результаты, с одной стороны, позволяют объяснить наблюдавшиеся ранее явления, а с другой стороны, ставят новые проблемы, решение которых требует дальнейших исследований.

#### 2. ДЕТАЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследования проводились на алюминиевых наноструктурах в интервале температур Т = 1.19-1.3 К. Использовались пленочные структуры с температурой сверхпроводящего перехода  $T_c \approx 1.23\text{--}1.27~\mathrm{K},$  сопротивлением на квадрат около 0.5 Ом при 4.2 К и отношением сопротивлений  $R(300 \text{ K})/R(4.2 \text{ K}) \approx 3$ . Все кольца имели одинаковый диаметр 2r = 4 мкм, ширину  $w_w = 0.4$  мкм и  $w_n = 0.2$  мкм соответственно половинок кольца  $l_w$  и  $l_n$  (рис. 1), толщину d = 40-50 нм и соответственно сечения  $s_w = w_w d \approx 0.016$ –0.02 мкм<sup>2</sup> и  $s_n = w_n d \approx 0.008$ -0.01 мкм<sup>2</sup>. Измерения были проведены на четырех образцах: первые два представляли собой систему из 20 последовательно соединенных колец с шириной токовых контактов между кольцами  $w_{con} = 0.4$  мкм (в этой геометрии сигнал снимался с 18 колец) и  $w_{con} = 1$  мкм; вторая пара образцов представляла собой одиночные кольца, при этом ширина токовых контактов составляла  $w_{con} = 0.6$  мкм и  $w_{con} = 0.7$  мкм. Микроструктуры были изготовлены на подложке Si с использованием сканирующего электронного микроскопа JEOL-840A, который с помощью пакета программ «NANOMAKER» был преобразован в лабораторный электронный литограф.

Измерения проводились 4-контактным методом



**Рис.1.** Фотография структуры, использованной при измерениях. В данной структуре ширина половинок кольца  $w_w = 0.4$  мкм,  $w_n = 0.2$  мкм и контактов, по которым подводится внешний ток,  $w_{con} = 0.4$  мкм

в стеклянном гелиевом криостате, при использовании He<sup>4</sup> в качестве хладагента, откачка которого позволяла понижать температуру до 1.19 К. На токовые контакты подавался постоянный, пилообразный или синусоидальный ток от прецизионного источника тока Keithley 6221. Постоянный ток использовался для измерения зависимостей сопротивления образцов от магнитного поля R(B) (осцилляции Литтла – Паркса) и температуры R(T). Пилообразный ток использовался для записи ВАХ и зависимостей критического тока от температуры и магнитного поля  $I_c(T)$  и  $I_c(B)$ . Синусоидальный ток, наряду с пилообразным током, использовался для исследования эффекта выпрямления и получения зависимостей выпрямленного напряжения от магнитного поля  $V_{dc}(B)$ . Напряжение измерялось на потенциальных контактах инструментальным усилителем с коэффициентом усиления 1000 и приведенным ко входу уровнем шума 20 нВ в полосе частот от нуля до 1 Гц. Далее сигнал усиливался предусилителем SR560 (Stanford Research Systems), который использовался для дополнительного усиления и формирования требуемой полосы сигнала фильтрами низкой и высокой частот. Температура измерялась калиброванным термосопротивлением (R(300 K) = 1.5 кOm) с измерительным током 0.1 мкА. Усиленное напряжение с образца и сигналы, пропорциональные току образца, магнитному полю и температуре одновременно переводились в цифровой вид 16-разрядным аналого-цифровым преобразователем, имеющим восемь дифференциальных входов.

Магнитное поле B, перпендикулярное плоскости образца, создавалось медным соленоидом, расположенным вне криостата. Записывались зависимости измеряемых величин от величины тока Isol через соленоид. Величина магнитного поля, создаваемого током в соленоиде, определялась по калибровке  $B_{sol} = k_{sol} I_{sol}$ , сделанной с помощью датчика Холла,  $k_{sol} = 129 \ \Gamma c/A$ . Период  $B_0 = \Phi_0/S = 1.4$ –1.6 Гс всех периодических зависимостей  $R(B), V_{dc}(B), I_c(B)$  соответствовал площади кольца  $S = \pi r^2 = 14.8 - 13.0$  мкм<sup>2</sup>, использованного для измерения, где r = 2.2-2.0 мкм величина, близкая к внутреннему радиусу данного кольца. Для уменьшения магнитного поля Земли область криостата, в которой находился образец, экранировалась цилиндром из пермаллоя. Остаточное магнитное поле составляло  $B_{res} \approx 0.15$  Гс, т.е. примерно одну десятую периода Во. Вследствие неполного экранирования минимум сопротивления  $R(B_{sol})$  и нулевое значение выпрямленного напряжения  $V_{dc}(B_{sol})$  наблюдались при  $B_{sol} = -B_{res} \approx -0.15$  Гс. В статье измеренные зависимости приводятся как функции магнитного потока внутри кольца  $\Phi = SB = S(B_{sol} + B_{res}),$ создаваемого внешними полями  $B_{sol} + B_{res}$ . Точное значение площади S выбиралось из условия равенства периода осцилляций  $R(\Phi), V_{dc}(\Phi), I_{c}(\Phi)$ кванту магнитного потока  $\Phi_0$ . Точное значение остаточного магнитного поля B<sub>res</sub> выбиралось из условия минимума  $R(\Phi)$  при  $\Phi = 0, V_{dc}(\Phi) = 0$ при  $\Phi = 0$  и условия  $I_{c-}(\Phi) = I_{c+}(-\Phi)$ . Во всех случаях величина B<sub>res</sub> примерно одинакова. При построении зависимостей  $R(\Phi), V_{dc}(\Phi), I_c(\Phi)$ магнитный поток  $\Phi_I = \Phi_{Iext} + \Phi_{Ip}$ , создаваемый внешним током  $I_{ext}$  и устойчивым током  $I_p$ , не учитывался. Мы использовали приближение  $\Phi~=~\Phi_{ext}+\Phi_{I}~\approx~\Phi_{ext}~=~S(B_{sol}\,+\,B_{res}),$ так как при индуктивности  $L \approx 2 \cdot 10^{-11}$  Гн колец, использованных в нашей работе, и малой величине их критического и устойчивого токов в исследованном интервале температур поток, создаваемый внешним и устойчивым токами не превышает несколько сотых кванта потока. Более подробно эта проблема рассматривается в п. 3.6.

Зависимости  $R(B), V_{dc}(B), I_c(B)$  записывались при пилообразном изменении во времени тока через соленоид I<sub>sol</sub>(t) с частотой 0.01–0.1 Гц. Амплитуда изменения магнитного поля не превышала 100 Гс. Для записи осцилляций Литтла-Паркса использовался постоянный ток  $I_{ext} = 0.1-2$  мкА. Для получения зависимостей выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi)$  использовался синусоидальный или пилообразный ток  $I_{ext}(t)$  с амплитудой до 50 мкА и частотой 0.5-5 кГц. Ширина спектра выпрямленного напряжения, обусловленная изменением магнитного поля, не превышала 1 Гц, поэтому выпрямленное напряжение усиливалось в полосе частот от нуля до 10-30 Гц, что, с одной стороны, не приводило к искажению формы сигнала, а, с другой, предотвращало попадание переменного напряжения на выход усилителя.

Зависимость критического тока от магнитного поля  $I_{c+}(B)$ ,  $I_{c-}(B)$  измерялась из периодически повторяющихся ВАХ (10 Гц) в медленно меняющемся магнитном поле ( $\approx 0.01$  Гц) по следующему алгоритму: 1) проверялось условие нахождения структуры в сверхпроводящем состоянии, а затем 2) после превышения порогового напряжения (устанавливаемая величина которого превышала уровень наводок и шумов системы измерения и определяла минимальный измеряемый критический ток) определялись магнитное поле и критический ток с запаздыванием около 30 мкс. Таким образом последовательно измерялся критический ток в положительном  $I_{c+}$  и отрицательном  $I_{c-}$  направлениях измерительного тока  $I_{ext}$ . Для измерения одной зависимости  $I_{c+}(B)$ ,  $I_{c-}(B)$ , содержащей 1000 точек, требовалось около 100 с.

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБСУЖДЕНИЯ

Для проверки гипотезы о наблюдении квантовых осцилляций постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  как следствие выпрямления переменного тока необходимо исследовать ВАХ исследуемых структур и зависимость их анизотропии от магнитного поля.

#### 3.1. Вольт-амперные характеристики

Измерения показали, что наблюдаются ВАХ трех типов, которые важно выделить для описания процесса выпрямления. К первому типу мы относим обратимые ВАХ с плавной зависимостью напряжения от тока, рис. 2-4. Этот тип ВАХ наблюдается на всех структурах вблизи сверхпроводящего перехода: при измерениях на 18 кольцах с  $w_{con} = 0.4$  мкм при  $T > 0.993T_c$  (рис. 2), на 20 кольцах с  $w_{con} = 1$  мкм при  $T > 0.985T_c$  (рис. 3), на единичных кольцах при  $T > 0.997T_c$  (рис. 4). Ко второму и третьему типам мы относим ВАХ (получаемые в режиме источника тока) с гистерезисом (рис. 2-4). Третий тип характеризуется резким переходом всей структуры в резистивное состояние (рис. 2, 4). В отличие от этого, в ВАХ второго типа этот переход наблюдается в некотором интервале значений тока I<sub>ext</sub> (рис. 2, 3). ВАХ второго типа наблюдались при измерениях на системах 20 колец: в промежуточном интервале температур,  $0.993T_c > T > 0.985T_c$  на системе с  $w_{con} = 0.4$  мкм (рис. 2) и во всем интервале измерений ниже  $T < 0.985T_c$  на системе с  $w_{con} = 1$  мкм (рис. 3). При измерениях на одиночном кольце ВАХ второго типа не наблюдались (рис. 4). ВАХ третьего типа наблюдаются при низких температурах,  $T < 0.985 T_c$ , при измерениях на 18 кольцах с $w_{con} = 0.4$ мкм и  $T < 0.995 T_c$  на одном кольне.

Отличием структуры из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм от структуры с  $w_{con} = 0.4$  мкм является отсутствие ВАХ третьего типа, вплоть до самых низких температур, при которых мы проводили изме-



Рис.2. ВАХ системы 18 последовательно соединенных асимметричных колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм при температурах: 1 - T = 1.261 К  $\approx 0.995 T_c$ , 2 - T = 1.252 К  $\approx 0.988 T_c$ , 3 - T = 1.247 К  $\approx 0.984 T_c$ 



Рис. 3. ВАХ системы 20 последовательно соединенных асимметричных колец с  $w_{con} = 1$  мкм при температурах:  $1 - T > T_c$ , 2 - T = 1.222 К  $\approx 0.988T_c$ , 3 - T = 1.199 К  $\approx 0.969T_c$ 

рения (рис. 3). В противоположность этому ВАХ одиночных колец почти во всем интервале температур вплоть до  $T = 0.995T_c$ , относятся к третьему типу (рис. 4). При этом наблюдается резкое изменение сопротивления при переходе одиночного кольца не только в резистивное состояние, но и при обратном переходе из резистивного в сверхпроводящее состояние (рис. 4), что отличает единичные кольца от системы колец (см. рис. 2, 3). Различие наблюдается и в форме резистивных переходов: нижняя часть резистивного перехода единичного кольца является



Рис. 4. ВАХ единичного асимметричного кольца с  $w_{con} = 0.7$  мкм при температурах: 1 - T = 1.243 К  $\approx 0.999T_c$ , 2 - T = 1.241 К  $\approx 0.997T_c$ , 3 - T = 1.239 К  $\approx 0.995T_c$ 

более узкой по сравнению с резистивным переходом системы колец (см. ниже рис. 15). Эти качественные отличия резистивных характеристик одиночного кольца от длинной цепочки колец мы связываем с влиянием через эффект близости широких сверхпроводящих площадок, расположенных на расстоянии в несколько мкм от единичного кольца. Влияние эффекта близости на резистивные характеристики алюминиевых структур проявляется в аномальном росте сопротивления перед сверхпроводящим переходом (см. ниже рис. 15). Такая аномалия наблюдалась многими авторами [9] при измерениях на алюминиевых структурах с размерами, сравнимыми с корреляционной длиной  $\xi(T)$ . Эта аномалия, как и другие [9], не имеет к настоящему времени приемлемых объяснений и здесь требуются дополнительные исследования. В данной работе особенности резистивных характеристик алюминиевых структур, включая аномалию, приводятся только для лучшего понимания процесса выпрямления переменного тока, приводящего к  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ .

ВАХ третьего типа (кривые на рис. 2 и рис. 4) типичны для сверхпроводящих наноструктур с близким значением критического тока их элементов, когда переход в резистивное состояние происходит вследствие превышения плотности тока распаривания [4]

$$j_c = \frac{H_c(T)}{3\sqrt{6}\pi\lambda_L(T)} = \frac{H_c(0)}{3\sqrt{6}\pi\lambda_L(0)}(1 - T/T_c)^{3/2}.$$

Для алюминия с параметрами: термодинамическим критическим полем, экстраполированном к нулевой температуре,  $H_c(0) = 105$  Э и лондоновской глубине проникновения магнитного поля  $\lambda_L(0) = 50$  нм, плотность тока распаривания оценивается величиной  $j_c$  $= j_c(0)(1 - T/T_c)^{3/2} \approx 9 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2 \cdot (1 - T/T_c)^{3/2}.$ Экспериментальные зависимости критического тока от температуры в исследованном интервале  $T = 0.965 - 0.995T_c$  могут быть описаны зависимостью  $I_c(T) = I_c(0)(1 - T/T_c)^{3/2}$ , где  $I_c(0) \approx 1.4$  мА для системы 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм, минимальное сечение  $s_{con} \approx 0.016$  мкм<sup>2</sup>,  $I_c(0) \approx 3$  мА для системы 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм, минимальное сечение  $s_w + s_n \approx 0.03$  мкм<sup>2</sup>,  $I_c(0) \approx 5.5$  мА и  $I_c(0) \approx 4.3$  мА для единичных колец с  $w_{con} = 0.7$  мкм и  $w_{con} = 0.6$  мкм. Величина критической плотности тока систем колец  $(j_c(0) \approx 9\cdot 10^6 \ \mathrm{A/cm^2}$ для системы из 18 колец и  $j_c(0) \approx 10^7 \text{ A/см}^2$ для системы из 20 колец) близка к теоретическому значению. Критическая плотность тока единичных колец  $(j_c(0) \approx 2.3 \cdot 10^7 \text{ A/см}^2$  для кольца с  $w_{con} = 0.7$  мкм и  $j_c(0) \approx 1.8 \cdot 10^7 \text{ A/см}^2$  для кольца с  $w_{con} = 0.6$  мкм) имеет несколько большее значение. Повышенная величина критического тока в структурах из одного кольца может быть связана с влиянием широких сверхпроводящих берегов вследствие относительно малой длины структуры с минимальным сечением  $\approx 0.024$  мкм<sup>2</sup> по сравнению с корреляционной длиной  $\xi(T)$ .

Резкий переход в резистивное состояние сразу всей структуры и значительный гистерезис ВАХ связаны с немонотонной зависимостью плотности сверхпроводящего тока  $j_s = 2en_s v_s$  от скорости сверхпроводящих пар v<sub>s</sub> при скоростях, сравнимых со скоростью распаривания  $v_{sc} = \hbar/m\sqrt{3\xi(T)}$  [4]. Переход в нормальное состояние,  $n_s = 0$ , при достижении критического значения скорости сверхпроводящих пар,  $v_s = v_{sc}$ , любого участка структуры приводит к уменьшению концентрации пар n<sub>s</sub> в соседних участках на расстояниях порядка корреляционной длины  $\xi(T)$  и, как следствие, к увеличению скорости пар при данном токе  $I_{ext} = I_s = sj_s = s2en_sv_s$ . Увеличение скорости выше критического значения приводит к переходу этих соседних участков в нормальное состояние, если площадь их сечения не на много больше площади наименьшего сечения. Поэтому, когда плотность тока достигает плотности тока распаривания в одном из сегментов, в резистивное состояние переходит вся структура, даже длинная система из 18 последовательно соединенных колец с общей длиной 176 мкм (см. рис. 2). Влияние эффекта близости на скорость пар в соседних участках структуры должна ослабевать с увеличением сечения отдельных участков структуры и уменьшением равновесно плотности пар. Поэтому в структуре из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм ВАХ третьего типа не наблюдаются (рис. 3), а в системе из 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм наблюдается переход от третьего ко второму типу ВАХ с приближением к  $T_c$  (рис. 2).

Гистерезис наблюдается вследствие того, что при данном токе Iext появление ненулевой плотности сверхпроводящих пар n<sub>s</sub> может быть устойчивым, только если ее величина  $n_s > I_{ext}/2sev_{sc}$ . В противном случае пары должны ускоряться в электрическом поле до скорости распаривания и исчезать. Образование большой плотности пар на достаточно большой длине имеет небольшую вероятность, поэтому возвращение в сверхпроводящее состояние происходит при меньших значениях  $I_{ext}$ , чем переход в резистивное состояние (рис. 2–4). Гистерезис ВАХ наблюдается, если изменения плотности сверхпроводящих пар вследствие флуктуаций не превышает  $n_s = I_c/s 2ev_{sc}$ . Это имеет место при низких температурах, когда равновесная плотность пар велика и кинетическая энергия пар

$$E_{kin} = \frac{\lambda_L^2(T)\xi(T)}{2s}\mu_0 I_c^2(T),$$

соответствующая току распаривания  $I_c$ , в объеме, равном произведению сечения сверхпроводника *s* на корреляционную длину  $\xi(T)$ , много больше энергии термических флуктуаций  $k_BT$ . Вблизи  $T_c$  кинетическая энергия, соответствующая току распаривания  $I_c \propto (1 - T/T_c)^{3/2}$ , становится сравнимой с энергией термических флуктуаций

$$E_{kin} = \frac{\lambda_L^2(T)\xi(T)}{2s}\mu_0 I_c^2(T) \approx k_B T$$

Используя значения  $\lambda_L(0) = 50$  нм,  $\xi(T) = 170$  нм, s = 0.016 мкм<sup>2</sup>,  $I_c(T) = I_c(0)(1 - T/T_c)^{3/2} =$ = 1.4 мА  $\cdot (1 - T/T_c)^{3/2}$ , находим, что

$$E_{kin} = \frac{\lambda_L^2(0)\xi(0)}{2s} \mu_0 I_c^2(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \approx k_B T$$

при  $T \approx 0.993T_c$ , что соответствует температуре, при которой исчезает гистерезис ВАХ системы из 18 колец (рис. 2).

# 3.2. Зависимость критических токов $I_{c+}, I_{c-}$ от магнитного поля

Наши измерения показали, что участок ВАХ с гистерезисом, соответствующий уменьшению тока, не может являться причиной асимметрии ВАХ и ее периодического изменения с величиной магнитного поля. Для этого участка характерно отсутствие систематической асимметрии относительно нуля и заметного изменения с магнитным полем. В частности, величина тока I<sub>c.s</sub>, при котором происходит возвращение в сверхпроводящее состояние, не зависит ни от направления измерительного тока, ни от магнитного поля. В отличие от этого величина критического тока, соответствующего переходу в резистивное состояние, зависит как от направления измерительного тока, так и от величины магнитного поля. Эти величины, измеренные при противоположных направлениях  $I_{ext}$ , мы обозначаем  $I_{c+}$  и  $I_{c-}$  (рис. 2, 3). Для ВАХ третьего типа  $I_{c+}$  и  $I_{c-}$  соответствуют резкому переходу в резистивное состояние всей системы (рис. 2), а для второго типа — началу перехода (рис. 3). Методика получения зависимостей этих величин от магнитного поля  $I_{c+}(B), I_{c-}(B)$  описана в разд. 2.

Измерения, проведенные при разных температурах как на единичных кольцах, так и системах колец, показали периодическую зависимость критического тока  $I_{c+}(B)$ ,  $I_{c-}(B)$  от магнитного поля. Во всех случаях период В<sub>0</sub> = 1.4–1.6 Гс соответствовал кванту потока  $B_0 S = \Phi_0 \approx 20.7 \ \Gamma c \cdot MKM^2$  внутри кольца с площадью S = 14.8 - 13.0 мкм<sup>2</sup>. Так как одновременное изменение направления магнитного поля B и внешнего тока  $I_{ext}$  равнозначно повороту системы на 180°, который не должен приводить к изменению измеряемых величин, для всех значений В должно выполняться равенство  $I_{c+}(B) = I_{c-}(-B),$ где  $B = B_{sol} + B_{res}$   $(B_{sol} = k_{sol}I_{sol})$  — магнитное поле, создаваемое медным соленоидом, которое мы измеряли по величине тока I<sub>sol</sub> и остаточному магнитному полю B<sub>res</sub>. Для измеренных нами зависимостей равенство  $I_{c+}(B) = I_{c-}(-B)$  выполнялось при  $B_{res} \approx 0.15$  Гс, что соответствовало величине остаточного поля, полученного из других измерений. На всех рисунках приводятся зависимости критического тока и других величин от  $\Phi/\Phi_0 = S(B_{sol} + B_{res})/\Phi_0.$ 

Уровень шумов позволил нам уверенно наблюдать периодические зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  при уровне критического тока, превышающем 3 мкА (рис. 5). Вблизи  $T_c$ , где наблюдаются ВАХ первого типа, зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  не исследовались вследствие малости критического тока  $I_c < 3$  мкА. С другой стороны, ограничение по минимальной температуре около 1.19 К, которую можно было получить на нашей установке, не позволило нам наблюдать осцилляции при критическом токе большем 30 мкА. Наряду



Рис.5. Зависимости критических токов от магнитного поля  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные на системе из 18 асимметричных колец, при температурах: 1 - T = 1.234 K  $\approx 0.972T_c$ , 2 - T = 1.238 K  $\approx 0.975T_c$ , 3 - T = 1.241 K  $\approx 0.977T_c$ , 4 - T = 1.245 K  $\approx 0.981T_c$ , 5 - T = 1.250 K  $\approx 0.985T_c$ 



Рис. 6. Осцилляции критического тока в магнитном поле  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные на системе 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм, T = 1.245 K =  $0.981T_c$  (1); системе из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм, T = 1.209 K =  $0.984T_c$  (2); единичном кольце с  $w_{con} = 0.6$  мкм, T = 1.222 K =  $0.991T_c$  (3)

с периодической зависимостью наблюдается монотонное уменьшение критического тока с ростом магнитного поля (рис. 6). Несмотря на это, удалось наблюдать более 25 периодов осцилляций (рис. 6). Измерения, проведенные на системах 20 последовательно соединенных колец с шириной токовых контактов  $w_{con} = 0.4$  мкм и  $w_{con} = 1$  мкм и на оди-



Рис.7. Осцилляции анизотропии критического тока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные на системе из 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм, T = 1.247 K  $= 0.982T_c$  (1) и единичного кольца с  $w_{con} = 0.6$  мкм, T = 1.221 K  $= 0.991T_c$  (2)

ночных кольцах с  $w_{con} = 0.6$  мкм и  $w_{con} = 0.7$  мкм, показали, что нет качественного различия между зависимостями  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0),$  полученными на системе и единичном кольце (рис. 6). Вместе с тем наблюдается определенное влияние ширины токовых контактов  $w_{con}$ . Величина критического тока уменьшается с ростом магнитного поля в большей степени в структуре с большей шириной токовых контактов (рис. 6). Здесь следует напомнить, что другие параметры: ширина половинок колец  $w_w = 0.4$  мкм,  $w_n = 0.2$  мкм и его диаметр 2r = 4 мкм были одинаковы во всех структурах. Следует подчеркнуть качественное различие между зависимостями  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0),$  измеренными на структурах с шириной токовых контактов меньшей суммарной ширины половинок колец  $w_{con} = 0.4$  мкм <  $w_w + w_n = 0.6$  мкм и  $w_{con} = 1$ , 0.7; 0.6 мкм  $\geq w_w + w_n = 0.6$  мкм (рис. 6). В первом случае на зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ наблюдаются минимумы и плато (рис. 5, 6), в то время как во втором случае — минимумы и максимумы (рис. 6, 9).

Анизотропия критического тока

$$I_{c,an}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0) - I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$$

является периодической, знакопеременной функцией магнитного поля (рис. 7). Во всех исследованных нами случаях эта зависимость пересекает нулевое значение при  $\Phi = n\Phi_0$  и  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  (рис. 7). Мы обнаружили, что зависимости критического то-



Рис. 8. Взаимное смещение по оси  $\Phi/\Phi_0$  осцилляций  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренных при противоположных направлениях измерительного тока. Показаны данные измерений на системе из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм, при T = 1.209 К  $= 0.984T_c$  (1); системе из 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм, при T = 1.241 К  $= 0.978T_c$  (2)

ка, измеренного в противоположных направлениях, подобны или почти подобны, т. е. совпадают,

$$I_{c-}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0 + \Delta\Phi),$$

при сдвиге одной из зависимостей по оси магнитного поля на величину  $\Delta \phi = \Delta \Phi / \Phi_0 \leq 0.5$  (рис. 8). Анизотропия критического тока

$$\begin{split} I_{c,an}(\Phi/\Phi_0) &= I_{c+}(\Phi/\Phi_0) - I_{c-}(\Phi/\Phi_0) = \\ &= I_{c+}(\Phi/\Phi_0) - I_{c+}(\Phi/\Phi_0 + \Delta\phi), \end{split}$$

анизотропия ВАХ и все с этим связанные эффекты обязаны своим существованием этому сдвигу. Периодичность зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и большое число периодов, которое удается наблюдать, позволяют достаточно точно определить величину  $\Delta\phi$ , совмещая измеренные зависимости  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0 + \Delta\phi)$ . Так как эти зависимости измерялись одновременно, т. е. при каждом значении  $\Phi/\Phi_0$ измерялись последовательно  $I_{c+}$  и  $I_{c-}$ , то неопределенность в абсолютном значении  $\Phi/\Phi_0$  не может повлиять на точность определения относительного сдвига  $\Delta\phi$ . Поэтому можно гарантировать точность определения  $\Delta\phi$  достигающую  $0.02\Phi_0$ .

Зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные при разных температурах, подобны (см. рис. 5 и ниже рис. 18), и величина сдвига  $\Delta\phi$  не зависит от температуры. Сдвиг зависимостей, измеренных на единичных кольцах, равен половине кванта потока:  $\Delta \phi = 0.50 \pm 0.02$  на кольце с  $w_{con} = 0.6$  мкм и  $\Delta \phi = 0.48 \pm 0.05$  на кольце с  $w_{con} = 0.7$  мкм. Меньшая величина сдвига наблюдается для зависимостей, измеренных на системах из 20 колец. Мы не можем сейчас определенно утверждать, что есть принципиальное различие именно между единичным кольцом и системой колец. На системе с  $w_{con} = 1$  мкм  $\geq w_w + w_n = 0.6$  мкм, для которой зависимость  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  качественно не отличается от зависимостей, полученных на единичных кольцах, нами было проведено только единичное измерение, согласно которому  $\Delta \phi = 0.30 \pm 0.02$ . На системе с  $w_{con} = 0.4$  мкм нами были проведены подробные измерения при разных температурах (рис. 5, 8), которые показали, что  $\Delta \phi = 0.36 \pm 0.02$ . Но в данном случае нельзя определенно сказать, с чем связано отличие величины сдвига от  $\Delta \phi = 0.50$ : с количеством колец или с качественным отличием зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0),$  измеренных на структурах с  $w_{con} < w_w + w_n$  и  $w_{con} \geq w_w + w_n$ (рис. 6).

Очевидно, что наблюдаемая периодичность зависимостей критического тока от магнитного поля  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  связана с квантованием скорости сверхпроводящих пар в кольце (1). При возвращении кольца в сверхпроводящее состояние квантовое число n, определяющее циркуляцию импульса сверхпроводящих пар, принимает одно из целых значений. Величина  $n - \Phi/\Phi_0$ , не равная нулю при  $\Phi \neq n\Phi_0$ , определяет соотношение между скоростями  $v_{sn}$  и  $v_{sw}$  в половинках кольца

$$l_n v_{sn} - l_w v_{sw} = \frac{l}{2} (v_{sn} - v_{sw}) = \frac{2\pi\hbar}{m} \left( n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)$$

в соответствии с (1). Согласно этому соотношению, при измерительном токе

$$I_{ext} = I_n + I_w = s_n j_n + s_w j_w = 2en_s(s_n v_{sn} + s_w v_{sw}),$$

скорости должны быть равны: в узкой половинке кольца

$$v_{sn} = \frac{I_{ext}}{2en_s(s_n + s_w)} + \frac{2\hbar}{mr} \frac{s_w}{s_n + s_w} \left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$$

и в широкой

$$v_{sw} = \frac{I_{ext}}{2en_s(s_n + s_w)} - \frac{2\hbar}{mr} \frac{s_n}{s_n + s_w} \left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right).$$

Результаты измерения критического тока, приведенные в п. 3.1, свидетельствуют о том, что его величины соответствуют скорости распаривания  $v_{sc}$ , что

6 ЖЭТФ, вып. 6 (12)

и следовало ожидать для узкого сверхпроводящего канала [4]. Поэтому критический ток  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  должен соответствовать величине измерительного тока  $|I_{ext}|$ , при которой скорость сверхпроводящих пар достигает скорости распаривания в одном из элементов структуры. Если скорость достигает критического значения в узкой половинке кольца  $|v_{sn}| = v_{sc}$ , то

$$I_{c+}, I_{c-} = I_{c0} - 2I_{p,A} \left| n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right| \left( 1 + \frac{s_w}{s_n} \right), \quad (2a)$$

если в широкой половинке  $|v_{sw}| = v_{sc}$ , то

$$I_{c+}, I_{c-} = I_{c0} - 2I_{p,A} \left| n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right| \left( 1 + \frac{s_n}{s_w} \right),$$
 (2b)

где  $I_{c0} = 2en_s(s_n + s_w)v_{sc}$  — критический ток при  $\Phi/\Phi_0 = n; I_{p,A} = 2en_s(\hbar/mr)s_ns_w/(s_n + s_w)$  — величина, соответствующая амплитуде устойчивого тока при изменении  $n - \Phi / \Phi_0$  между -0.5 и 0.5. В соответствие с геометрией, изображенной на рис. 1, выражение (2a) применимо для  $I_{c+}$  при положительных значениях  $n - \Phi/\Phi_0$  и для  $I_{c-}$  при отрицательных значениях, а выражения (2b) — наоборот. Соотношения (2) получены, исходя из общепризнанного описания сверхпроводящего состояния как макроскопического квантового явления, в приближении малости ширины и сечения половинок кольца,  $w_n, w_w \ll 2r$ ,  $s_n, s_w < \lambda_L^2(T)$ . Мы исходили из выражения для квантования скорости (1), которое следует из квантования Бора циркуляции импульса сверхпроводящей пары

$$\oint dl \, p = \oint dl (mv + 2eA) = m \oint dl \, v + 2e\Phi = n2\pi\hbar.$$

Выражения (2) могут быть также получены из теории Гинзбурга–Ландау, исходя из выражения для плотности сверхпроводящего тока  $j_s = (2e/m)n_s(\hbar\nabla\varphi - 2eA)$  [4], здесь  $\varphi$  — фаза волновой функции, A — вектор потенциал.

Рассмотрим, что в измеренных нами зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  соответствует соотношениям (2), полученным согласно общепризнанным представлениям о сверхпроводящем состоянии, и что им противоречит. Первым и основным соответствием является периодичность ожидаемых (2) и наблюдаемых зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ . Так как разность энергий между разрешенными уровнями, определяемыми квантовым числом n, велика, намного больше энергии термических флуктуаций  $k_BT$ , наиболее низкий уровень, т.е. уровень с наименьшим значением  $(n - \Phi/\Phi_0)^2$  имеет подавляющую вероятность. Поэтому равновесная величина  $|n-\Phi/\Phi_0|$  в выражениях (2) является периодической функцией магнитного поля  $\Phi = SB$  с периодом  $\Phi_0$ . В соответствии с этим наблюдаются периодические зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (рис. 5, 6).

Вторым соответствием является качественное различие зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0),$  измеренных на структурах с  $w_{con}$  <  $w_w$  +  $w_n$  и  $w_{con} \geq w_w + w_n$  (рис. 5, 6). В структуре с сечением  $s_{con} = w_{con}d \ge (s_n + s_w) = (w_w + w_n)d,$ когда  $I_{ext}/(s_n + s_w) \ge I_{ext}/s_{con}$ , плотность тока в токовых контактах  $j_{s,con} = I_{ext}/s_{con}$  не может превысить плотность тока сразу в обеих половинках, так как  $I_{ext} = s_n j_n + s_w j_w$ . В этом случае скорость достигает критического значения вначале в одной из них и тогда верно одно из выражений (2). В отличие от этого случая в структуре с $s_{con} < (s_n + s_w)$  критическая скорость может достигаться сначала в токовых контактах при  $|I_{ext}| = 2en_s s_{con} v_{sc} < I_{c0} = 2en_s (s_n + s_w) v_{sc}$ . Эта величина не зависит от  $|n - \Phi/\Phi_0|$  поэтому измеряемый критический ток не должен зависеть от магнитного поля, когда  $|I_{ext}| = 2en_s s_{con} v_{sc}$  меньше критического тока (2), определяемого скоростью в одной из половинок кольца. Это соответствует наличию плато с  $I_{c+} = I_{c-} = I_{c,pl} = 2en_s s_{con} v_{sc}$  на зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренных на структуре с  $w_{con} = 0.4$  мкм  $< w_w + w_n = 0.6$  мкм (рис. 5, 6) и отсутствие плато на структурах с  $w_{con} = 1; 0.7; 0.6 \text{ мкм} \ge w_w + w_n = 0.6 \text{ мкм} (\text{рис. 6}).$ 

Уменьшение критического тока с ростом магнитного поля (рис. 6) также соответствует общепризнанным представлениям. Это связывается с уменьшением плотности сверхпроводящих пар n<sub>s</sub> в полосках конечной ширины [4]. Наблюдаемое уменьшение не только величины  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , но и амплитуды их осцилляций при больших значениях  $\Phi/\Phi_0$ (рис. 6), соответствует (2), так как величина не только критического  $I_{c0}$ , но и устойчивого  $I_{p,A}$  тока зависит от плотности пар n<sub>s</sub>. Влияние ширины токовых контактов  $w_{con}$  на уменьшения  $I_{c0}$  при больших  $\Phi/\Phi_0$  в структурах с  $w_{con} \ge w_w + w_n$  (рис. 6), является проявлением эффекта близости: большее подавление n<sub>s</sub> в токовых контактах с большей шириной приводит к подавлению n<sub>s</sub> в кольцах через эффект близости. Результаты наших измерений свидетельствуют о проявлении эффекта близости на расстояниях в несколько микрон. В структуре с контактными площадками шириной более 4 мкм, расположенными на расстоянии 2 мкм от кольца, сверхпроводимость подавляется уже в малых полях и удается наблюдать не более 5 периодов осцилляций. На подобной структуре, но с площадками, удаленными от

кольца на расстояние более 10 мкм удается наблюдать более 25 периодов осцилляций критического тока (рис. 6).

Четвертым соответствием является периодическая знакопеременная зависимость анизотропии критического тока от магнитного поля. Согласно (2) для структур с  $w_{con} \ge w_w + w_n$  анизотропия

$$I_{c,an} = I_{c+} - I_{c-} = 2I_{p,A} \left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \left(\frac{s_w}{s_n} - \frac{s_n}{s_w}\right).$$
(2c)

Знак анизотропии положителен при положительных значениях  $n - \Phi/\Phi_0$  в соответствии с геометрией, изображенной на рис. 1. Мы принимаем за положительное — направление справа налево для  $I_{ext}$  и по часовой стрелке для устойчивого тока

$$I_p = 2I_{p,A}(n - \Phi/\Phi_0).$$

Амплитуда I<sub>A,an</sub> наблюдаемых осцилляций анизотропии

$$I_{c,an}(T, \Phi/\Phi_0) = I_{A,an}(T)f_{an}(\Phi/\Phi_0)$$

линейно увеличивается с удалением от  $T_c$ ,

$$I_{A,an}(T) \propto (1 - T/T_c),$$

в соответствии с

$$I_{p,A} = n_s \cdot 2e \frac{s_n s_w}{s_n + s_w} \frac{\hbar}{mr} \propto n_s \propto \left(1 - \frac{T}{T_c}\right).$$

Величина  $I_{A,an}$  близка к ожидаемому значению  $(s_w/s_n - s_n/s_w)I_{p,A}$ . Более подробно об этом см. в п. 3.5.

При столь важных соответствиях измеренные нами зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  принципиально отличаются от ожидаемых зависимостей (2). В силу важности и принципиальности этих несоответствий мы посвящаем их рассмотрению отдельный п. 3.6. Определенным парадоксом является то, что несмотря на эти принципиальные различия, как ожидаемые (2с) так и наблюдаемые (рис. 7), осцилляции анизотропии критического тока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$ объясняют наблюдавшиеся [3] осцилляции выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ . В следующем п. 3.3 мы рассмотрим соответствие между измеренными осцилляциями  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ . В п. 3.4 приводятся результаты измерений зависимостей величин, характеризующих эффективность выпрямления, от температуры. Следует подчеркнуть, что эти зависимости соответствуют наблюдаемому изменению с температурой величины осцилляций критического тока. Чтобы еще больше подчеркнуть

странность несоответствия между ожидаемыми и наблюдаемыми осцилляциями  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  в п. 3.5 показывается, что наблюдаемые величины и температурные зависимости амплитуды  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$  соответствуют ожидаемым зависимостям устойчивого тока.

### 3.3. Квантовые осцилляции постоянного напряжения как следствие выпрямления переменного тока

Наблюдаемая асимметрия значений критического тока и ее периодическая зависимость от магнитного потока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0) - I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  позволяют объяснить эффект выпрямления и зависимость  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  выпрямленного напряжения от магнитного потока. Сравнение зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  с зависимостями  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , индуцированными как синусоидальным  $I_{ext}(t) = I_0 \sin(2\pi f t)$ , так и пилообразным переменным токами, показали, что максимумы  $|V_{dc}|(\Phi/\Phi_0)$  во всех случаях близки к минимумам  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (рис. 9). Положение максимумов  $|V_{dc}|(\Phi/\Phi_0)$  смещается от значений более близких к целым квантам потока,  $\Phi = (n + 0.14) \Phi_0, \ \Phi = (n + 0.86) \Phi_0,$  при малых амплитудах переменного тока, к значениям  $\Phi = (n + 0.25)\Phi_0, \ \Phi = (n + 0.75)\Phi_0, \ \text{соответствую-}$ щим середине между квантом потока и половиной кванта, при больших амплитудах Iext. Наблюдается подобие поведения квантовых осцилляций постоянного напряжения и квантовых осцилляций анизотропии критического тока  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) \propto -I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$ (рис. 10).

Выпрямленное напряжение, т. е. средняя величина напряжения по времени

$$V_{dc} = \Theta^{-1} \int_{\Theta} dt \, V \left( I_{ext}(t) \right),$$

может быть вычислена исходя из ВАХ  $V(I_{ext})$  (см. рис. 2–4) и зависимости внешнего тока от времени, например  $I_{ext}(t) = I_0 \sin(2\pi f t)$ . Результаты измерений ВАХ, приведенные в п. 3.1, и магнитных зависимостей анизотропии критического тока, приведенные в п. 3.5, позволяют описать количественно эффект выпрямления, приводящий к наблюдению квантовых осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ . Амплитуда осцилляций выпрямленного напряжения зависит от нескольких факторов, главными из которых являются соотношение между амплитудой внешнего тока  $I_0$  и критическими токами  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$  и  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , а также тип ВАХ.



Рис. 9. Сопоставление осцилляций критического тока  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , индуцированного переменным током с частотой f = 400 Гц и амплитудой 17.6 мкА, на единичном кольце при T = 1.216 К  $\approx 0.986T_c$ 



Рис.10. Сопоставление осцилляций в магнитном поле анизотропии критического тока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$  и постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , индуцированного переменным током с частотой f = 500 Гц и амплитудой 10.6 мкА, на системе из 20 колец при T = 1.209 К  $\approx 0.985T_c$ 

Постоянное напряжение  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  появляется, когда амплитуда внешнего тока  $I_0$  превышает наименьшее  $I_{c,min}$  из критических значений  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ и  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ . При больших значениях  $\Phi/\Phi_0$  это происходит при меньших амплитудах  $I_0$  (рис. 11), так как критический ток здесь подавлен магнитным полем (см. рис. 6, 9). Уменьшение амплитуды  $V_A$  с ростом  $I_0$  сразу после достижения максимума  $V_{A,max}$  при  $I_0 = I_{0,max}$  (рис. 11, 12), свя-



Рис.11. Осцилляции постоянного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , индуцированного переменным током с частотой f = 40 кГц и различной амплитудой  $I_0 = 8.85, 9.6, 9.9, 10.5, 12, 30$  мкА на системе из 18 колец при T = 1.234 К  $= 0.972T_c$ . Все зависимости кроме  $I_0 = 9.6$  мкА смещены по вертикали



Рис.12. Зависимости амплитуды  $V_A$  осцилляций выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  от амплитуды внешнего тока  $I_0$  системы из 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм при синусоидальном токе (1), при пилообразном токе (2) f = 40 кГц, T = 1.234 К  $\approx 0.972T_c$  и системы из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм при синусоидальном токе f = 1 кГц, T = 1.214 К  $\approx 0.989T_c$  (3)

зано с появлением напряжения противоположного знака при достижении  $I_0$  большего  $I_{c,max}$  из значений  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$  и  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ . Ширина пика в зависимости  $V_A(I_0)$  (рис. 12) соответствует величине амплитуды  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (рис. 5, 6) при ВАХ третьего типа. Для этого типа ВАХ со скачкообразным изменением и сильным гистерезисом (рис. 2, 4) следовало бы ожидать скачкообразного увеличения выпрямленного напряжения при  $I_0 = I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ . Отсутствие такого скачка связано, видимо, с наличием неконтролируемых шумов  $I_{noise}$ , вследствие которых реальный внешний ток  $I_{ext}(t) = I_0 \sin(2\pi f t) + I_{noise}(t)$  и его истинная амплитуда изменяются во времени и не всегда совпадает с  $I_0$ .

Характер зависимости  $V_A(I_0)$  не изменяется с изменением частоты внешнего тока  $I_{ext}(t)$ , его формы (синусоидальной или пилообразной) и типа ВАХ (рис. 12). Но ее параметры: высота и ширина пика  $V_A(I_0)$ , зависят как от формы тока  $I_{ext}(t)$ , так и типа ВАХ (рис. 12). Как и следовало ожидать, наибольшая амплитуда  $V_{A,max}$  наблюдается при ВАХ третьего типа и синусоидальном токе (рис. 12). При ВАХ второго типа ширина пика  $V_A(I_0)$  больше чем при ВАХ третьего типа (рис. 12).

При наличии гистерезиса ВАХ напряжение  $V(I_{ext}(t))$  имеет ненулевое значение в течение относительно большой части периода  $I_{ext}(t)$ , если даже амплитуда тока  $I_0$  только незначительно превышает значение критического тока  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ . Поэтому гистерезис увеличивает эффективность выпрямления. В приближении  $V \approx R_n I_{ext}(t)$  при уменьшении пилообразного тока  $I_{ext}(t)$  до перехода в сверхпроводящее состояние при  $I_{ext} = I_{c,s}$ (рис. 2, 4) максимальная амплитуда выпрямленного напряжения, наблюдаемая при  $I_0 \geq I_{0,max}$ , может быть оценена по формуле

$$V_{A,max} \approx \frac{R_n}{4} (2I_{c,max} - I_{c,min} - I_{c,s}) \approx \\ \approx \frac{R_n}{4} (I_{c,max} - I_{c,s} + I_{A,an}).$$

Для всех измеренных нами структур с ВАХ третьего типа величина гистерезиса больше величины анизотропии,  $I_{c,max} - I_{c,s} > I_{A,an}$ , даже при учете того, что  $I_{c,s}$  следует рассматривать как эффективное значение, соответствующее площади гистерезиса (рис. 2). Амплитуда анизотропии критического тока измеренная, например, при T = 1.234 К  $\approx 0.972T_c$ на системе 18 колец, с сопротивлением в нормальном состоянии  $R_n = 92$  Ом, равна  $I_{A,an} \approx 1$  мкА. Это соответствует при отсутствии гистерезиса

$$V_{A,max} \approx \frac{R_n I_{A,an}}{4} \approx 23 \text{ MKB},$$

что в несколько раз меньше максимальной амплитуды ( $V_{A,max} \approx 100 \text{ мкB}$ ) квантовых осцилля-



Рис.13. Квантовые осцилляции постоянного напряжения, индуцированного пилообразным переменным током с частотой f = 40 кГц и амплитудой 3.2 мкА на системе из 18 колец при температуре T = 1.263 К  $\approx 0.996T_c$ , соответствующей ВАХ первого типа, см. рис. 2

ций, которые при данной температуре индуцируют пилообразный ток. Оценки с учетом гистерезиса  $I_{c,max} - I_{c,s}$  дают величины  $V_{A,max}$ , близкие к измеряемым значениям.

Кроме количественного, имеется также важное качественное различие в характере квантовых осцилляций  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ , наблюдавшихся при наличии (рис. 11) и отсутствии гистерезиса ВАХ (рис. 13). Наличие гистерезиса означает, что в резистивном состоянии могут находиться не только участки структуры, в которых плотность тока превышает критическое значение  $(j > j_c)$ , но и соседние участки, в которых  $j < j_c$ . В этом случае устойчивый ток способствует переходу в резистивное состояние не только той половинки кольца, в которой он увеличивает плотность тока, например  $j_n = I_{ext}/(s_n + s_w) + I_p/s_n > j_c$ , но и в той, где он ее уменьшает,  $j_w = I_{ext}/(s_n + s_w) - I_p/s_w < j_c$ . Отсутствие гистерезиса ВАХ означает, что переход в резистивное состояние одной половинки кольца не приводит к переходу в него второй половинки, пока плотность тока в ней не достигнет критического значения.

# 3.4. Зависимость максимальной амплитуды V<sub>A,max</sub> квантовых осцилляций от температуры. Эффективность выпрямления

Известно, что величины критического  $I_c$  и устойчивого  $I_p$  токов уменьшаются с приближением к



Рис. 14. Температурные зависимости критического тока  $I_c$  ( $\blacksquare$ ), максимальной амплитуды  $V_{A,max}$  квантовых осцилляций постоянного напряжения и амплитуды  $I_{0,max}$  ( $\blacktriangle$ ) внешнего тока, индуцирующего  $V_{A,max}$  ( $\bigtriangleup$ ), измеренные на единичном кольце

критической температуре,  $T_c$ . Можно ожидать, что критическое значение амплитуды тока  $I_{0c} \approx I_c(T)$  и величина максимальной амплитуды  $V_{A,max}$  квантовых осцилляций  $V(\Phi/\Phi_0) = R_{asym}I_p(\Phi/\Phi_0)$  должны уменьшаться с приближением к  $T_c$  подобно  $I_c(T)$  и  $I_p(T)$ . Уменьшение критической амплитуды  $I_{0c}$  до нуля вблизи  $T_c$  означает, что в этой области температур шумы сколь угодно малой интенсивности могут индуцировать квантовые осцилляции  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ .

Здесь приводятся первые результаты измерений температурных зависимостей критической амплитуды  $I_{0c}(T)$ , максимальной амплитуды  $V_{A,max}(T)$ квантовых осцилляций и амплитуды внешнего тока  $I_{0,max}(T)$ , при которой наблюдается  $V_{A,max}(T)$ (рис. 12). Полученные результаты свидетельствуют о различии механизмов выпрямления в непосредственной окрестности  $T_c$  и при более низких температурах и позволяют более реально оценить возможность наблюдения шумов сколь угодно малой интенсивности.

Измерения, проведенные на единичных кольцах, показали, что, как и ожидалось, зависимости  $I_{0c}(T)$ и  $I_{0,max}(T)$  близки к зависимости критического тока  $I_c(T)$  (рис. 14). На этом рисунке показана только кривая  $I_{0,max}(T)$ , так как  $I_{0c}(T)$  подобна ей. Максимальная амплитуда  $V_{A,max}(T)$  квантовых осцилляций уменьшается с ростом T подобно  $I_{0,max}(T)$ при температурах, не близких к резистивному переходу. В интервале  $T = 0.95-0.99T_c$  отношение  $V_{A,max}/I_{0,max} = 0.79 \pm 0.03$  Ом (при сопротивлении кольца в нормальном состоянии  $R_n = 3.3$  Ом) не зависит от температуры с точностью до ошибки



Рис. 15. Температурные зависимости эффективности выпрямления  $Eff_{Re} = V_{A,max}/I_{0,max}R_n$ , измеренные на единичном кольце (1) и системе из 18 колец  $R_n = 92$  Ом (2). Показаны также резистивные переходы единичного кольца  $R_n = 3.3$  Ом (3), системы из 20 колец  $R_n = 58$  Ом (4) и системы из 2 колец  $R_n = 5.0$  Ом

измерений и резко уменьшается перед резистивным переходом (рис. 15). Наши измерения подтвердили увеличение амплитуды квантовых осцилляций с увеличением числа колец, наблюдавшееся в [3].

Для сравнения эффективности выпрямления в системах с различным числом N колец можно использовать отношение  $R_{eff} = V_{A,max}/I_{0,max}N$ , а также  $Eff_{Re} = V_{A,max}/I_{0,max}R_n$ , так как с увеличением числа колец увеличивается сопротивление  $R_n$  в нормальном состоянии. Наши измерения показали, что при низких температурах величины  $R_{eff}$  и  $Eff_{Re}$  не сильно различаются для единичного кольца и системы колец. Единичное кольцо:  $R_{eff} \approx 0.79$  Ом,  $Eff_{Re} \approx 0.24$  при T = (1.18-1.23) K =  $(0.95-0.99)T_c$ , система 18 колец  $R_{eff} \approx 1.1$  Ом,  $Eff_{Re} \approx 0.22$ при T = 1.240 K =  $0.977T_c$  (рис. 15), система 20 колец  $R_{eff} \approx 0.45$  Ом,  $Eff_{Re} = 0.16$  при  $T = 1.210 \text{ K} = 0.978 T_c$ . Большая эффективность выпрямления Eff<sub>Re</sub> наблюдается при низких температурах благодаря гистерезису ВАХ. Для ВАХ с гистерезисом второго и третьего типов большая эффективность наблюдается во втором случае. Это особенно наглядно видно при сравнении величин  $Eff_{Re}$ , измеренных на системе 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм, с ВАХ третьего типа при низких температурах (рис. 2) и системе из 20 колец с  $w_{con} = 1$  мкм, с ВАХ второго типа, рис. 3. Резкое уменьшение эффективности выпрямления  $Eff_{Re}$  с повышением темЖЭТФ, том **132**, вып. 6 (12), 2007

пературы (рис. 15), совпадает с изменением типа ВАХ (рис. 2–4). Несмотря на уменьшение эффективности выпрямления вблизи  $T_c$  наблюдаемое увеличение  $NR_{eff} = V_{A,max}/I_{0,max}$  с увеличением числа колец N подтверждает возможность использования систем с большим числом асимметричных сверхпроводящих колец как датчиков шумов с высокой чувствительностью [10].

# 3.5. Амплитуды осцилляций анизотропии критического тока и устойчивого тока

Согласно выражениям для критического тока (2), полученным в п. 3.2 на основе общепризнанных представлений, анизотропия критического тока структуры с  $s_w/s_n = 2$  и  $s_{con} \ge s_n + s_w$  должна быть равна

$$\begin{split} I_{c,an} &= \left(\frac{s_w}{s_n} - \frac{s_n}{s_w}\right) I_p = \left(\frac{s_w}{s_n} - \frac{s_n}{s_w}\right) I_{p,A}(T) \times \\ &\times 2\left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = 1.5 I_{p,A}(T) \cdot 2\left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right). \end{split}$$

Согласно этому соотношению, осцилляции анизотропии  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные при различных температурах, должны быть подобны  $I_{c,an}(T, \Phi/\Phi_0) = I_{A,an}(T)f_{an}(\Phi/\Phi_0)$ , а их амплитуда должна линейно уменьшаться с приближением к критической температуре  $I_{A,an} = I_{A,an}(0)(1-T/T_c)$ . Наши измерения подтвердили подобия осцилляций анизотропии критического тока, измеренного при разных температурах (рис. 16). Это позволяет нам сравнить температурные зависимости и величины амплитуд наблюдаемых и ожидаемых осцилляций, несмотря на их качественное различие.

Ожидаемая амплитуда анизотропии критического тока структуры с $s_{con} \geq s_n + s_w$ должна быть равна

$$I_{A,an}(T) = \left(\frac{s_w}{s_n} - \frac{s_n}{s_w}\right) I_{p,A}(T) = 1.5 I_{p,A}(T).$$

Исходя из этого соотношения, можно оценить амплитуду устойчивого тока из измеренных значений амплитуды анизотропии критического тока. Для структур с  $s_{con} < s_n + s_w$  нет простого соотношения между  $I_{c,an}(T, \Phi/\Phi_0)$  и  $I_p(T, \Phi/\Phi_0)$ , так как в этом случае при недостаточно большой величине устойчивого тока величина критического тока определяется его величиной в токовых контактах,  $I_{c+} = I_{c-} = I_{c,pl} = s_{con} j_c$ . Величине, на кототока может быть определяета по величине, на кото-



Рис. 16. Осцилляции анизотропии критического тока  $I_{c,an}(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные на единичном кольце с  $w_{con} = 0.7$  мкм, при различных температурах T = 1.211 K  $\approx 0.972T_c$ , T = 1.227 K  $\approx 0.983T_c$ и T = 1.235 K  $\approx 0.992T_c$ 

рую он уменьшает критический ток  $I_{c+}$  (или  $I_{c-}$ ) (рис. 5):

$$|I_p| = \frac{I_{c,pl}s_n}{s_{con}} - \frac{I_{c+}s_n}{s_n + s_w} = \frac{I_{c,pl}}{2} - \frac{I_{c+}}{3}$$

Амплитуда устойчивого тока, вычисленная согласно этим соотношениям, из полученных экспериментальных данных  $I_{A,an}(T)$  и  $I_{c,pl}/2 - I_{c+}/3$ , линейно уменьшается с приближением к критической температуре  $I_{p,A} = I_{p,A}(0)(1-T/T_c)$  (рис. 17). Это согласуется с линейным уменьшением амплитуды устойчивого тока

$$I_{p,A}(T) = n_s \cdot 2e \frac{s_n s_w}{s_n + s_w} \frac{\hbar}{mr} = n_s \cdot 2e \frac{2(s_n + s_w)}{9} \frac{\hbar}{mr},$$

пропорциональной плотности пар  $n_s \propto (1 - T/T_c)$ . Используя выражение для плотности критического тока  $j_c = n_s \cdot 2e(\hbar/m\sqrt{3}\xi(T))$  [4], амплитуду устойчивого тока можно выразить через величину критического тока

$$I_{p,A}(T) = I_c(T)\frac{2}{9}\frac{\sqrt{3}\xi(T)}{r} = I_c(0)\frac{2}{9}\frac{\sqrt{3}\xi(0)}{r}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$

для  $s_{con} \ge s_n + s_w$  и

$$I_{p,A}(T) = I_c(0)\frac{1}{3}\frac{\sqrt{3\xi(0)}}{r}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$

для  $(s_n + s_w)/s_{con} = 1.5$ . Это позволяет сравнить теоретические и полученные из измерений осцилляций критического тока значения устойчивого тока,



Рис.17. Температурные зависимости величин  $I_{A,an}/1.5$  и  $I_{c,pl}/2 - I_{c+}/3$ , которые должны соответствовать амплитуде осцилляций устойчивого тока: 1 — результаты измерений на единичном кольце с  $w_{con} = 0.7$  мкм, 2 — единичном кольце с  $w_{con} = 0.6$  мкм, 3 — системе из 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм. Значками показаны экспериментальные данные. Линии — зависимости  $I_{p,A}(T) = I_{p,A}(0)(1-T/T_c): 1-I_{p,A}(0) = 0.227$  мА,  $T_c = 1.246$  К,  $2 - I_{p,A}(0) = 0.179$  мА,  $T_c = 1.236$  К,  $3 - I_{p,A}(0) = 0.068$  мА,  $T_c = 1.263$  К, 4 — резистивный переход кольца с  $w_{con} = 0.7$  мкм

используя приведенные в п. 3.1 экспериментальные зависимости критического тока от температуры:

$$I_c(T) = I_c(0)(1 - T/T_c)^{3/2}$$

где  $I_c(0) = 5.5$  мА и  $I_c(0) = 4.3$  мА для единичных колец с  $w_{con} = 0.7$  мкм и с  $w_{con} = 0.6$  мкм и  $I_c(0) \approx 1.4$  мА для системы 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм.

Значения  $I_{p,A}(0) = 0.23$  мА,  $I_{p,A}(0) = 0.18$  мА и  $I_{p,A}(0) = 0.07$  мА, полученные из результатов измерения  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  кольца с  $w_{con} = 0.7$  мкм, кольца с  $w_{con} = 0.6$  мкм и системы 18 колец с  $w_{con} = 0.4$  мкм (рис. 17), близки к соответствующим значениям  $I_c(0)(2/9)(\sqrt{3\xi(0)}/r) =$ 2.1  $MA(\xi(0)/r), I_c(0)(2/9)(\sqrt{3}\xi(0)/r)$ = = 1.6 м $A(\xi(0)/r)$  и  $I_c(0)(1/3)(\sqrt{3}\xi(0)/r)$ = = = 0.8 мA( $\xi(0)/r$ ), при  $\xi(0)/r \approx 0.1$ . При радиусе r = 2 мкм колец, использованных при измерениях, это означает, что имеется соответствие между теоретическим значением амплитуды устойчивого тока и получаемым из измерений осцилляций критического тока, если величина корреляционной длины  $\xi(T) = \xi(0)(1 - T/T_c)^{-1/2}$ , экстраполированная к нулевой температуре,  $\xi(0) \approx 0.2$  мкм. Эта величина

не противоречит ожидаемой для алюминиевой пленочной структуры, использованной в нашей работе:  $\xi(0) = 0.13$  мкм в структуре с меньшим отношением сопротивлений [7] и  $\xi(0) = 1.6$  мкм для чистого алюминия.

Таким образом, можно констатировать, что наблюдается согласие между ожидаемой и наблюдаемой амплитудами осцилляций критического тока и их температурными зависимостями, и это при том, что поведение осцилляций качественно различно.

# 3.6. Качественное различие поведения ожидаемых и наблюдаемых осцилляций критического тока асимметричных сверхпроводящих колец

Главным отличием наблюдаемых зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (рис. 5, 6, 8) от ожидаемых (2) является подобие зависимостей критического тока, измеренного в противоположных направлениях, и положение экстремумов (рис. 8). Из условия квантования скорости сверхпроводящих пар (1) следует, что критический ток, независимо от направления измерения и асимметрии кольца, должен иметь максимальное значение при полном потоке внутри кольца  $\Phi = n\Phi_0$  и минимальное при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ . Полный магнитный поток  $\Phi = \Phi_{ext} + \Phi_I$  создается внешним магнитным полем  $\Phi_{ext} = B_{ext}S(B_{ext} = B_{sol} + B_{res})$ при наших измерениях, см. разд. 2) и токами  $I_w$ ,  $I_n$ , текущими в половинках кольца,  $\Phi_I = L_n I_n - L_w I_w$ ,  $L_w + L_n = L - L_w I_w$ индуктивность кольца,  $L_w \approx L_n \approx L/2$  — индуктивности половинок. В соответствии с условием квантования (1) токи в половинках равны

$$I_n = \frac{I_{ext}s_n}{s_w + s_n} + I_p = \frac{I_{ext}}{3} + I_p,$$
$$I_w = \frac{I_{ext}s_w}{s_w + s_n} - I_p = \frac{2I_{ext}}{3} - I_p$$

В симметричном кольце с  $s_w = s_n$  дополнительный поток создается только устойчивым током:  $\Phi_{Ip} = LI_p$ , в то время как в асимметричном кольце с  $s_w = 2s_n$  также внешним током

$$\Phi_{Iext} = \frac{L_n I_{ext} s_n}{s_w + s_n} - \frac{L_w I_{ext} s_w}{s_w + s_n} = -\frac{L I_{ext}}{6},$$
$$\Phi_I = L_n I_n - L_w I_w = \Phi_{Iext} + \Phi_{Ip}.$$

Напомним, что положительным значениям  $I_{ext}$ ,  $I_w$ ,  $I_n$  соответствует направление слева — направо, а  $I_p$  — по часовой стрелке. Поэтому при геометрии

рис. 1, на которую мы ориентируемся,  $\Phi_{Iext}$  и  $\Phi_{Ip}$  имеют одинаковые знаки, когда  $I_{ext}$  и  $I_p$  имеют разные знаки.

Существование дополнительного потока  $\Phi_I$ может привести к тому, что в зависимостях от внешнего магнитного поля положение экстремумов может быть смещено на величину Ф<sub>1</sub>. Устойчивый ток не влияет на положение экстремумов осцилляций критического тока  $I_c(\Phi_{ext}/\Phi_0)$  в симметричных кольцах. Многочисленные исследования симметричных сверхпроводящих квантовых интерферометров, т. е. тех же сверхпроводящих контуров, но с двумя переходами Джозефсона, являющимися основой ПТ-СКВИДа, SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) [11], свидетельствуют о том, что максимумы критического тока наблюдаются при  $\Phi = n\Phi_0$ , а минимумы при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ . То же наблюдается на симметричном алюминиевом кольце без переходов Джозефсона [12]. Асимметричные кольца до нас не исследовались, но есть исследования осцилляций критического тока асимметричных интерферометров [11, 13]. Наблюдаемое в этих работах отличие положений экстремумов магнитных зависимостей критического тока от  $\Phi = n\Phi_0$  и  $\Phi = (n + 0.5) \Phi_0$  связано с отличием полного потока  $\Phi = \Phi_{ext} + \Phi_I$  в интерферометре от измеряемого  $\Phi_{ext}$ . Вследствие асимметрии интерферометра измерительный ток  $I_{ext}$  создает дополнительный поток  $\Phi_{Iext}$ , знак которого изменяется с изменением знака  $I_{ext}$ . Поэтому экстремумы, например,  $I_{c+}(\Phi_{ext}/\Phi_0)$ наблюдаются при  $\Phi_{ext} = \Phi - |\Phi_{Iext}| = n\Phi_0 - |\Phi_{Iext}|$ и  $\Phi_{ext} = (n + 0.5)\Phi_0 - |\Phi_{Iext}|$ , а экстремумы  $I_{c-}(\Phi_{ext}/\Phi_0)$  при  $\Phi_{ext}$  =  $n\Phi_0$  +  $|\Phi_{Iext}|$  и  $\Phi_{ext} = (n + 0.5)\Phi_0 + |\Phi_{Iext}|$ , т.е. экстремумы зависимостей критического тока, измеренного в противоположных направлениях, смещены относительно друг друга на  $2|\Phi_{Iext}|$ .

Но это объяснение неприменимо к сдвигу  $\Delta \phi$ , наблюдаемому в нашей работе. Мы получили при разных температурах зависимости  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  для значений критического тока  $I_c$ от 3 мкА (рис. 5), до 30 мкА (рис. 18), что соответствует различающимся в 10 раз значениям  $|\Phi_{Iext}| = LI_c/6$ . Если бы наблюдаемый нами сдвиг  $\Delta \phi$  определялся бы величиной  $2|\Phi_{Iext}|$ , как это имеет место в [13], его величина должна была бы измениться в 10 раз при изменении  $I_c$  от 3 мкА до 30 мкА. Но все наши измерения показали, что  $\Delta \phi$ не зависит от величины  $I_c$  (рис. 18). При индуктивности  $L = 1.7 \cdot 10^{-11}$  Гн кольца, использованного в нашей работе, величины дополнительного потока  $\Phi_{Iext} = LI_{ext}/6 = 0.04\Phi_0$  при  $I_{ext} = 30$  мкА и



Рис. 18. Осцилляции критического тока  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  и сопротивления  $R(\Phi/\Phi_0)$ , измеренные на единичном кольце при различных температурах:  $1 - T = 1.2106 \text{ K} = 0.9716T_c$ ,  $2 - T = 1.2161 \text{ K} = 0.9760T_c$ ,  $3 - T = 1.2217 \text{ K} \approx 0.9805T_c$ ,  $4 - T = 1.2268 \text{ K} \approx 0.9846T_c$ ,  $5 - T = 1.2315 \text{ K} \approx 0.9883T_c$ ,  $6 - T = 1.2346 \text{ K} \approx 0.9909T_c$ ,  $7 - \Delta R(\Phi/\Phi_0)$ , измеренное при  $I_{ext} = 1$  мкА и  $T = 1.232 \text{ K} \approx 0.999T_c$ . Зависимость  $R(\Phi/\Phi_0)$  смещена по вертикали

 $\Phi_{Iext} = 0.004 \Phi_0$  при  $I_{ext} = 3$  мкА. Эта оценка подтверждает невозможность объяснить наблюдаемый нами сдвиг отличием полного потока  $\Phi$  от измеряемого  $\Phi_{ext}$ . Оценки свидетельствуют о том, что использование нами приближения  $\Phi \approx \Phi_{ext} = B_{ext}S$ является оправданным с точностью в несколько процентов  $\Phi_0$ . Магнитный поток  $\Phi_{Ip} = LI_p$ , создаваемый устойчивым током с максимальной амплитудой  $I_p = 7$  мкА (рис. 17), не превышает  $0.06\Phi_0$ .

Невозможность объяснить наблюдаемый сдвиг отличием полного потока в кольце от измеряемого потока делает его чрезвычайно загадочным явлением. Периодичность зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  не оставляет сомнения в том, что уменьшение критического тока связано с квантованием скорости (1). Согласно условию квантования (1) равновесная (соответствующая минимуму энергии) скорость сверхпроводящих пар имеет нулевое значение при  $\Phi = n\Phi_0$  и максимальное при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ как в симметричном, так и асимметричном кольце. Поэтому кажется невозможным объяснить смещение экстремумов на  $\pm \Delta \phi/2$  с появлением асимметрии в кольце. Результаты наших измерений осцилляций Литтла-Паркса  $\Delta R(\Phi/\Phi_0)$  в исследованных нами кольцах делают ситуацию совсем стран-



Рис. 19. Сравнение зависимостей критического тока: ожидаемой из (2) при  $I_c(0) = 7$  мкА,  $I_{p,A} = 1$  мкА и наблюдаемой на единичном кольце при T = 1.225 К  $\approx 0.991T_c$ 

ной. Измерения показали, что экстремумы сопротивления  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto v_s^2(\Phi/\Phi_0)$  асимметричного кольца, как и симметричного, наблюдаются при  $\Phi = n\Phi_0$  и  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  (рис. 18). Согласно общепризнанному объяснению [4], связывающему осцилляции сопротивления с квадратом скорости пар  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto v_s^2(\Phi/\Phi_0)$ , это означает, что  $v_s^2 = 0$ при  $\Phi = n\Phi_0$  и имеет максимальное значение при  $\Phi = (n + 0.5) \Phi_0$ . Но если осцилляции критического тока  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  также связаны с осцилляциями скорости пар  $|v_s|$ , то их максимумы должны наблюдаться при  $\Phi = n\Phi_0$ , а минимумы при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ , как и в симметричном кольце. При наблюдаемом нами подобии зависимостей  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0 + \Delta\phi)$  это означало бы отсутствие асимметрии ВАХ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0) = I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$  при  $\Delta \phi = 0$ , и осцилляций выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ . Таким образом, приходиться констатировать, что результаты измерений осцилляций сопротивления и критического тока, сделанных на одном и том же асимметричном кольце, противоречат друг другу, если исходить из общепризнанных представлений.

В ожидаемых зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (2) существование анизотропии критического тока обусловлено не их взаимным сдвигом, а отсутствием подобия (рис. 19). В интервалах  $n\Phi_0-(n+0.5)\Phi_0$  и  $(n+0.5)\Phi_0-n\Phi_0$  эти зависимости имеют разные наклоны вследствие разности сечений половинок кольца  $s_w = 2s_n$ , а при  $(n+0.5)\Phi_0$ разрыв вследствие изменения направления устойчивого тока (рис. 19). Отсутствие такого разрыва на наблюдаемых зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0), I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ (рис. 19), является еще одним важным отличием полученного результата от ожидаемого. Согласно выражениям (2a), (2b), полученным с использованием общепризнанных представлений, критический ток асимметричного кольца должен зависеть не только от величины, но и от направления устойчивого тока. Согласно условию квантования скорости (1) при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  должно быть два разрешенных состояния с минимальной энергией, *n* и *n* + 1. Разным значениям квантового числа *п* должны соответствовать состояния с равным по величине, но противоположно направленным устойчивым током  $I_p \approx n - \Phi/\Phi_0 = \pm 0.5$ . Измерение критического тока соответствует однократному измерению квантового состояния. При переходе кольца в сверхпроводящее состояние при  $\Phi = (n + 0.5) \Phi_0$  квантовое число принимает одно из значений n или n+1, которое не может измениться до перехода кольца в нормальное состояние при  $|I_{ext}| = I_{c+}$  или  $|I_{ext}| = I_{c-}$ . Так как состояния n и n + 1 имеют противоположные направления устойчивого тока I<sub>p</sub>, им должны соответствовать разные величины критического тока

$$I_{c+} = I_{c0} - I_{p,A} \left( 1 + \frac{s_w}{s_n} \right) = I_{c0} - 3I_{p,A},$$
$$I_{c+} = I_{c0} - I_{p,A} \left( 1 + \frac{s_n}{s_w} \right) = I_{c0} - 1.5I_{p,A}$$

наших колец с отношением  $s_w/s_n = 2$  (рис. 19). Так как все состояния, кроме  $I_p = I_{p,A}(n - \Phi/\Phi_0) =$  $= \pm 0.5I_{p,A}$ , запрещены, на зависимостях  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  должен наблюдаться разрыв, величина которого  $1.5I_{p,A}$  должна быть равна, согласно (2), половине амплитуды осцилляций критического тока (рис. 19). Но мы наблюдаем осцилляции  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$ ,  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$  (рис. 6, 8, 18), в которых, в отличные от ожидаемых (2), отсутствует разрыв при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  (рис. 19).

Этот результат однократного измерения является тем более странным, что многократные измерения свидетельствуют о наблюдении двух разрешенных состояний при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ . Здесь следует обратить внимание на то, что зависимости выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$  пересекают нуль при  $\Phi = n\Phi_0$  и  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$ (рис. 9–11), в то время как осцилляции сопротивления  $\Delta R(\Phi/\Phi_0)$  имеют при  $\Phi = n\Phi_0$  минимум, а при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  максимум (рис. 18). Выпрямленное напряжения соответствует многократным измерениям скорости пар  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s \rangle \propto \langle n - \Phi/\Phi_0 \rangle$ , а

сопротивление пропорционально квадрату этой скорости  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s^2 \rangle \propto \langle (n - \Phi/\Phi_0)^2 \rangle$ . Минимум  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s^2 
angle$  и  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s 
angle = 0$ при  $\Phi = n\Phi_0$  соответствуют вкладу только от одного уровня, но максимум  $\Delta R(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s^2 \rangle$ при  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0) \propto \langle v_s \rangle = 0$  невозможно объяснить без существования при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  двух состояний n, n + 1 с равной и противоположно направленной скоростью:  $\langle v_s \rangle \propto \langle n - \Phi/\Phi_0 \rangle \propto$  $\propto$  (1/2) + (-1/2) = 0, в то время как  $\langle v_s^2 \rangle \propto$  $\propto \langle (n - \Phi/\Phi_0)^2 \rangle \propto (1/2)^2 + (-1/2)^2 = 1/2.$  Обнаруженное нами несоответствие между результатами однократных и многократных измерений состояний макроскопической квантовой системы может иметь важное значение для проблемы квантовых вычислений [14], в частности, проблемы создания квантового бита на основе сверхпроводниковых наноструктур [15].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы ставили своей целью проверить довольно очевидные предположения о том, что 1) квантовые осцилляции выпрямленного напряжения  $V_{dc}(\Phi/\Phi_0)$ являются следствием периодического изменения в магнитном поле асимметрии ВАХ асимметричных сверхпроводящих колец и что 2) асимметрия ВАХ является следствием суперпозиции измерительного и устойчивого токов и ее периодическое изменение является следствием периодического изменения устойчивого тока  $I_p(\Phi/\Phi_0)$ . Полученные нами результаты не только подтвердили первое предположение, но и позволили объяснить изменение эффективности выпрямления с изменением амплитуды тока и температуры. Что касается второго предположения, то периодическая зависимость критического тока от магнитного поля не позволяет сомневаться в том, что асимметрия ВАХ обусловлена квантованием скорости сверхпроводящих пар, т.е. периодической зависимостью устойчивого тока. Ряд результатов подтверждает предположение об асимметрии ВАХ как следствии суперпозиции измерительного и устойчивого токов. Но подобие зависимостей  $I_{c+}(\Phi/\Phi_0)$  и  $I_{c-}(\Phi/\Phi_0)$ , их сдвиг относительно друг друга и отсутствие разрыва при  $\Phi = (n + 0.5)\Phi_0$  не только не соответствуют ожидаемой зависимости, но и противоречат результатам измерения осцилляций сопротивления Литтла-Паркса. Причину этого противоречия, возможно, удастся выяснить в процессе последующих исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Отделения информационных технологий и вычислительных систем РАН «Организация вычислений с использованием новых физических принципов» в рамках проекта «Квантовый бит на основе микрои наноструктур с металлической проводимостью», РФФИ (грант № 04-02-17068) и программы Президиума РАН «Низкоразмерные квантовые структуры».

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. A. Th. A. M. De Waele, W. H. Kraan, R. De Bruynouboter, and K. W. Taconis, Physica **37**, 114 (1967).
- С. В. Дубонос, В. И. Кузнецов, А. В. Никулов, В. А. Тулин, Тезисы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Микрои паноэлектроника 2001» (2001), Т. 2, с. 2–25;
   S. V. Dubonos, V. I. Kuznetsov, and A. V. Nikulov, in Proc. of 10<sup>th</sup> International Symposium «NANOSTRUCTURES: Physics and Technology», Ioffe Institute, St. Petersburg (2002), p. 350.
- С. В. Дубонос, В. И. Кузнецов, И. Н. Жиляев, А. В. Никулов, А. А. Фирсов, Письма в ЖЭТФ 77, 439 (2003).
- 4. М. Тинкхам, Введение в сверхпроводимость, Атомиздат, Москва (1980).
- H. J. Fink, V. Grünfeld, and A. López, Phys. Rev. B 35, 35 (1987).
- W. A. Little and R. D. Parks, Phys. Rev. Lett. 9, 9 (1962).

- 7. H. Vloeberghs et al., Phys. Rev. Lett. 69, 1268 (1992).
- 8. И. О. Кулик, ЖЭТФ 58, 2171 (1970).
- P. Santhanam, C. P. Umbach, and C. C. Chi, Phys. Rev. B 40, 11392 (1989); P. Santhanam et al., Phys. Rev. Lett. 66, 2254 (1991); V. V. Moshchalkov et al., Phys. Rev. B 49, 15412 (1994); C. Strunk et al., Phys. Rev. B 53, 11332 (1996); S. V. Dubonos, V. I. Kuznetsov, and A. V. Nikulov, E-print arhives, cond-mat/0305337.
- 10. V. L. Gurtovoi et al., in the Abstracts of the WOCSDICE 2005 «Compound Semiconductor Devices and Integrated Circuits», Cardiff, United Kingdom (2005), p. 97; in the Abstracts of the International Conference «Micro- and nanoelectronics — 2005» (ICMNE-2005), Zvenigorod, Moscow region, Russia (2005), p. 1–32.
- А. Бароне, Дж. Патерно, Эффект Джозефсона. Физика и применение, Мир, Москва (1984).
- D. S. Golubovic and V. V. Moshchalkov, Appl. Phys. Lett. 87, 142501 (2005).
- J. Clarke and J. L. Paterson, Appl. Phys. Lett. 19, 469 (1971); T. A. Fulton, L. N. Dunkleberger, and R. C. Dynes, Phys. Rev. B 6, 855 (1972).
- 14. К. А. Валиев, УФН 175, 3 (2005); К. А. Валиев, А. А. Кокин, Квантовые компьютеры: надежды и реальность, изд. Регулярная и хаотическая динамика, Москва — Ижевск (2002).
- Y. Makhlin, G. Schoen, and A. Shnirman, Rev. Mod. Phys. 73, 357 (2001).