ЖЭТФ, 2008, том 133, вып. 4, стр. 900–905

ДИФФУЗИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ЦЕНТРАХ МАЛОГО РАДИУСА В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. П. Андреев, Т. В. Павлова *

Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 мая 2007 г.

Получены формулы для диффузии и проводимости электронов полупроводника, рассеивающихся в квантующем магнитном поле на нейтральных центрах, справедливые для примесного потенциала произвольной глубины. Вычисления проведены на основе формулы Кубо [1] с использованием волновых функций одноцентровой задачи рассеяния электрона в магнитном поле [2], полюсы амплитуды которых дают правильный спектр собственных и магнитопримесных состояний. Это позволило впервые получить точную зависимость коэффициента поперечной диффузии $D_\perp$ от продольной энергии ε электронов, определяемую рассеянием носителей на нейтральных примесях малого радиуса. Исследована зависимость $D_\perp(\varepsilon)$ при различных значениях напряженности магнитного поля и глубины примесного потенциала. Обсуждается возможность экспериментального наблюдения диффузии и проводимости с использованием ИК-лазеров.

PACS: 72.10.Fk, 72.20.My, 71.10.Ca

1. ВВЕДЕНИЕ

Расчет кинетических коэффициентов полупроводников в квантующих магнитных полях в борновском приближении по взаимодействию с примесями при малых энергиях носителей приводит к расходимостям, ликвидация которых требует постулирования конечной ширины электронных уровней [3] или выхода за рамки борновского приближения.

В работе [4] для поперечной проводимости впервые было показано, что выход за рамки борновского приближения при рассмотрении рассеяния электрона на центре малого радиуса в магнитном поле [5] автоматически приводит к устранению указанных расходимостей. Однако использованный в работе [5] алгоритм вычисления волновых функций не совсем корректен. В частности, полюсы найденной в [5] амплитуды рассеяния позволяют получить спектр магнитопримесных состояний электрона лишь в узких областях параметров: $a_0 < 0$, $|a_0|/l_H \ll 1$ (a_0 — длина рассеяния электрона на центре в отсутствие магнитного поля, $l_H = \sqrt{c\hbar/eH}$ — магнитная длина). Соответственно, сами волновые функции правильно описывают процесс рассеяния только в узких интервалах продольных энергий электрона, напряженностей магнитного поля и глубин потенциала примеси. Это, естественно, ограничивает и область применения полученных на их основе кинетических коэффициентов полупроводника.

В настоящей работе рассматривается поперечная диффузия газа невзаимодействующих между собой электронов, рассеивающихся в сильном магнитном поле ($\tau\omega_H \gg 1$, τ — время релаксации импульса электрона, ω_H — циклотронная частота) на хаотически расположенных нейтральных центрах. Радиус действия потенциала центра предполагается малым по сравнению с магнитной длиной и средним расстоянием между рассеивателями. Ограничений на глубину потенциала примеси не накладывается, т. е. перемешивание уровней Ландау индивидуальным центром может быть сколь угодно сильным. Вычисления проведены на основе формулы Кубо [6], согласно которой диагональная часть тензора поперечной диффузии определяется миграцией центра циклотронного движения. Разложение коэффициента диффузии по плотности примесных атомов [7] позволило свести задачу рассеяния электрона к одноцентровой. При расчете диффузии центра цикло-

*E-mail: tania.v.pavlova@gmail.com

тронного движения использованы волновые функции задачи рассеяния электрона в магнитном поле на короткодействующем примесном потенциале произвольной глубины [2], идея нахождения которых состоит в следующем. Поскольку внешнее магнитное поле является слабым в области действия центра притяжения, $r \lesssim r_c$ (r_c — радиус действия потенциала центра), это позволяет представить волновую функцию при $r \lesssim r_c$ как решение уравнения Шредингера для частицы в потенциале центра, которое удовлетворяет обычным условиям конечности в начале координат и содержит энергию как неизвестный параметр. В области $r \gg r_c$ можно не учитывать влияния потенциала центра, и задача допускает точное решение. При подстановке решений в правую и левую части интегрального уравнения для волновой функции с последующим переходом к пределу при $r \to 0$ приходим к уравнению, определяющему спектр связанных и квазисвязанных состояний. Волновые функции определяются интегральным уравнением, в правой части которого под интегралом стоят короткодействующий потенциал и найденная функция на расстояниях $r \lesssim r_c$. Полюсы амплитуды рассеяния полученных таким образом функций дают правильные значения энергии магнитопримесных и собственных состояний электрона для всех допустимых значений напряженности магнитного поля H и глубины примесного потенциала U. Это снимает ограничения на энергию электрона и указанные параметры в задаче рассеяния и, соответственно, при расчете кинетических коэффициентов полупроводников. В частности, использование волновых функций работы [2] при нахождении полуширины линии квантового циклотронного резонанса впервые позволило добиться хорошего качественного и количественного согласия с экспериментом [8, 9]. В настоящей работе получена и исследована зависимость коэффициента диффузии от продольной (вдоль магнитного поля) энергии электронов при различном соотношении между длиной рассеяния и магнитной длиной.

Кроме того, ниже вычислена поперечная статическая проводимость газа невырожденных электронов в магнитном поле, рассеивающихся на центрах нулевого радиуса. Последняя пропорциональна усредненному по продольной энергии электрона коэффициенту диффузии, впервые вычисленному в работе [4]. Показано, что несмотря на радикальные отличия зависимости амплитуды рассеяния электрона на индивидуальном центре от продольной энергии электрона в широких интервалах ее значений в настоящей статье и работе [5], в ультраквантовом пределе результаты работы [4] правильно описывают температурно-полевую зависимость поперечной проводимости.

Полученные результаты позволяют проводить анализ энергетического спектра нейтральной примеси по зависимости коэффициента диффузии от напряженности магнитного поля. Обсуждается возможность экспериментального наблюдения проводимости и диффузии в квантующих магнитных полях с помощью ИК-лазеров.

2. ПОПЕРЕЧНАЯ ДИФФУЗИЯ

Рассмотрим поперечную диффузию не взаимодействующих между собой электронов, рассеивающихся в скрещенных слабом электрическом и квантующем магнитном полях ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{e}_x$, $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$) на хаотически расположенных нейтральных примесях малого радиуса $r_c \ll l_H$. Согласно работе [6], диагональная часть тензора статической поперечной диффузии $D_\perp \equiv D_{yy}$ определяется миграцией координаты Y центра циклотронного движения:

$$D_\perp = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{2t} \operatorname{Sp}\left[\hat{Y}(t) - \hat{Y}(0)\right]^2. \qquad (1)$$

При проведении вычислений удобно использовать выражение (1) для коэффициента поперечной диффузии в $\mathbf{v}$-представлении [1, 4]:

$$D_\perp = \frac{\hbar}{2\pi} \times \\ \times \operatorname{Re}\left[\operatorname{Sp} \hat{v}_y \int\limits_{-\infty}^{\infty} dE \frac{1}{E-\hat{H}-i\delta}\ \hat{v}_y \frac{1}{E-\hat{H}+i\delta}\right], \qquad (2)$$

где $\hat{H}$ — полный гамильтониан системы в отсутствие электрического поля, $\hat{v}_y$ — оператор проекции скорости электрона. В приближении $\tau\omega_H \gg 1$ ток в системе есть произведение среднего по объему тока от одного рассеивателя на число рассеивателей в объеме. При нахождении тока от отдельного рассеивателя гамильтониан $\hat{H}$ надо заменить на гамильтониан одноцентровой задачи. В получившемся из формулы (2) выражении возьмем след по полной системе волновых функций $\Psi_\beta(\mathbf{r})$ одноцентровой задачи. Без ограничения общности можно рассматривать отдельный рассеиватель в начале координат [7]. Тогда формулу (2) можно переписать в виде

$$D_\perp = \frac{n_i}{\hbar} \times \\ \times \operatorname{Im}\left[\sum_{\beta'} \frac{(E_{\beta'}-E_\beta)^2}{E_{\beta'}-E_\beta+2i\delta}\left|\int \Psi^*_\beta(\mathbf{r})\hat{y}\Psi_{\beta'}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}\right|^2\right], \qquad (3)$$

где n_i — концентрация рассеивателей, E_β — энергия электрона.

Учитывая симметрию одноцентровой задачи рассеяния электрона в магнитном поле относительно направления $\mathbf{H}$, калибровку магнитного поля выберем аксиально симметричной:

$$A_\varphi = \rho H/2, \quad A_z = A_\rho = 0.$$

Отметим, что формулы для кинетических коэффициентов получены [1, 6] в калибровке Ландау, в которой одним из индексов чисел заполнения является координата центра циклотронного движения. Формула поперечной проводимости в аксиально-симметричной калибровке при слабом перемешивании уровней Ландау индивидуальным рассеивателем впервые была получена в работе [10]. Обобщение этой формулы на примесный потенциал произвольной глубины было дано в работе [11].

Волновые функции $\Psi_\beta(\mathbf{r})$ задачи рассеяния электрона с энергией E_β на короткодействующем центре произвольной глубины в магнитном поле были получены ранее [2]:

$$\Psi_{nmk}(\mathbf{r}) = \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}} R_{nm}(\rho) e^{ikz} - i\sqrt{2\pi} K_{nm}(\varepsilon) \times \\ \times \sum_{n'} \sqrt{\frac{(n'+|m|)!}{n'!}} \frac{e^{ik_{n'}|z|} e^{im\varphi} R_{n'm}(\rho)}{\sqrt{n-n'+\varepsilon}},$$

$$K_{nm}(\varepsilon) = \sqrt{\frac{(n+|m|)!}{n!}} \frac{(2|m|-1)!!(2|m|+1)!!}{|m|!} M_{nm}(\varepsilon),$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \frac{1}{\hbar\omega_H} \quad (0 \le \varepsilon \le 1),$$

$$k_{n'} = \frac{1}{l_H} \sqrt{2(n-n'+\varepsilon)},$$

$$E_\beta = \hbar\omega_H \left(N + \frac{1}{2} + \varepsilon \right), \quad N = n + \frac{|m|+m}{2}, \tag{4}$$

$\beta = (n, m, k)$, n — радиальное квантовое число, m — азимутальное квантовое число, N — номер зоны Ландау, $R_{nm}(\rho)$ — волновые функции поперечного движения электрона в магнитном поле в аксиально-симметричной калибровке [12], m^* — эффективная масса электрона, которая предполагается изотропной. Общая формула для функций $M_{nm}(\varepsilon)$ дана в работе [2]. Ниже нам понадобится только функция $M_{00}(\varepsilon)$:

$$M_{00}(\varepsilon) = \frac{a_0/\sqrt{2} l_H}{1 + \dfrac{a_0}{\sqrt{2} l_H} \left[\dfrac{i}{\sqrt{\varepsilon}} + \zeta\left(\dfrac{1}{2}, 1-\varepsilon \right) \right]}, \tag{5}$$

a_0 — длина рассеяния электрона с нулевым орбитальным моментом на центре в отсутствие магнитного поля, ζ — обобщенная дзета-функция Римана [13]. Полюсы амплитуды рассеяния, определяемой волновыми функциями (4), дают спектр связанных и квазисвязанных состояний электрона Ландау с произвольными m и n в короткодействующем потенциале изолированной примеси [14]. Полюсы функции $M_{00}(\varepsilon)$ дают спектр связанных магнитопримесных и собственных состояний электрона нулевой зоны Ландау с нулевой проекцией момента [13].

Вычисление матричных элементов оператора $\hat{y}$ в формуле (3) по волновым функциям (4) существенно упрощается при учете следующих обстоятельств:

а) слабое электрическое поле перемешивает только состояния носителей с проекциями момента, различающимися на единицу;

б) в квантующем магнитном поле основной вклад в диффузию дают состояния нулевой зоны Ландау;

в) рассеяние электрона на связанных состояниях на центре в магнитном поле с отличным от нуля моментом мало́: $|a_l|/l_H^{2l} \ll |a_0|$, где a_l — длина рассеяния электрона с моментом $l = 1, 2, 3, \ldots$

Вычисляя матричные элементы оператора $\hat{y}$ и проводя суммирование по квантовым числам β' с учетом указанных предположений, получаем коэффициент поперечной диффузии электронов с энергией ε продольного движения, рассеивающихся на короткодействующих центрах произвольной глубины в квантующем магнитном поле:

$$D_\perp(\varepsilon) = 4\sqrt{2}\pi n_i l_H^5 \omega_H \frac{|M_{00}(\varepsilon)|^2}{\sqrt{\varepsilon}}. \tag{6}$$

Коэффициент поперечной диффузии пропорционален вероятности рассеяния электронов на индивидуальном центре в магнитном поле (которая пропорциональна $|M_{00}|^2$), концентрации n_i рассеивателей и плотности состояний электрона (пропорциональной $\varepsilon^{-1/2}$). Из выражения (6) следует, что $D_\perp(\varepsilon) \propto \sqrt{\varepsilon} \to 0$ при $\varepsilon \to 0$ ($M_{00}(\varepsilon) \propto \sqrt{\varepsilon}$ при $\varepsilon \to 0$) и $D_\perp(\varepsilon) \propto (1-\varepsilon)/\sqrt{\varepsilon} \to 0$ при $\varepsilon \to 1$, т. е. когда полная энергия электрона совпадает с энергией уровней Ландау, диффузия электронов отсутствует.

Исследуем зависимость коэффициента диффузии (6) от продольной энергии ε носителей в предельных случаях слабого и сильного магнитного поля при положительной и отрицательной длинах рассеяния. Слабым будем считать такое поле, в котором радиус ларморовской орбиты много больше характерного размера электронного облака в отсутствие магнитного поля ($|a_0|/l_H \ll 1$), а сильным — противоположный предельный случай ($|a_0|/l_H \gg 1$). На-

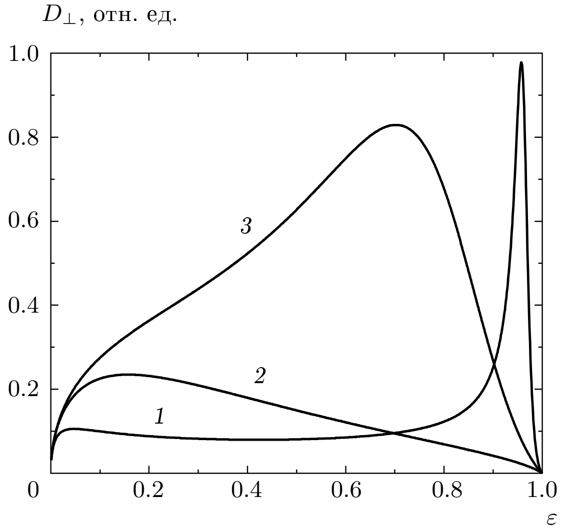

Рис. 1. Зависимость (6) коэффициента поперечной диффузии от энергии продольного движения носителей. Кривые построены при $\alpha = -0.2$ (*1*), 0.2 (*2*), 7 (*3*)

помним, что при $a_0 < 0$ в потенциале центра без магнитного поля уровня нет, а при $a_0 > 0$ в потенциале центра имеется собственное состояние. Рассмотрим следующие случаи.

1. Слабое магнитное поле, в примесном потенциале отсутствует собственное состояние ($a_0 < 0$, $|a_0|/l_H \equiv \alpha \ll 1$, α — безразмерная константа взаимодействия электрона с азимутальным квантовым числом $m = 0$ с центром в магнитном поле [15]). Под дном любой зоны Ландау имеется квазисвязанное (под дном зоны $N = 0$ — истинно связанное) магнитопримесное состояние с энергией продольного движения $E_\parallel = -\alpha^2\hbar\omega_H/2$ и шириной, пропорциональной $\alpha^3\sqrt{N}\hbar\omega_H$. При $\varepsilon = 1 - \alpha^2/2$ имеет место резонансное рассеяние электронов на магнитопримесных состояниях, приводящее к резкому пику на $D_\perp(\varepsilon)$ (рис. 1, кривая *1*). При этом коэффициент диффузии достигает максимального значения

$$D_\perp^{max}(\varepsilon) = 4\sqrt{2}\pi n_i l_H^5 \omega_H, \qquad (7)$$

а полуширина $\delta\varepsilon$ резонансного пика имеет порядок $\alpha^2/2$.

2. Слабое магнитное поле, в примесном потенциале находится собственное состояние ($a_0 > 0$, $\alpha \ll 1$). Квазисвязанные магнитопримесные уровни в верхних ($N \geqslant 1$) зонах Ландау отсутствуют. Под дном основной зоны имеется собственное связанное состояние электрона на центре с энергией $E_0 = -\hbar^2/m^* a_0^2$ с соответствующими поправками за счет магнитного поля [14]. Резонансное рассеяние отсутствует, и коэффициент диффузии не обнаруживает резонансного поведения (рис. 1, кривая *2*).

3. Сильное поле ($\alpha \gg 1$). Этому условию отвечает резонансная ситуация в яме без магнитного поля, при которой возникает перестройка спектра [2, 16]. При этом как сдвиги магнитопримесных уровней, так и их ширины в любой зоне Ландау определяются исключительно магнитным полем. Основное состояние имеет энергию $E_\parallel \approx -0.3\hbar\omega_H$ ниже дна нулевой зоны Ландау. Соответственно, коэффициент диффузии имеет максимум при продольной энергии электрона $\varepsilon \approx 0.7$ (рис. 1, кривая *3*).

3. ПОПЕРЕЧНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ

Вычислим статическую поперечную проводимость $\sigma_\perp \equiv \sigma_{yy}$ газа не взаимодействующих между собой электронов, рассеивающихся на хаотически расположенных короткодействующих центрах произвольной глубины в квантующем магнитном поле. Используя соотношение Эйнштейна, из формулы (6) для поперечной диффузии получаем

$$\sigma_\perp = \frac{4\pi\hbar^2 l_H^2 n_i e^2}{m^*} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial\rho}{\partial\varepsilon}\right) |M_{00}(\varepsilon)|^2, \qquad (8)$$

где ρ — функция распределения электронов по продольной энергии ε. Подынтегральное выражение в формуле (8) представляет собой произведение произвольной функции распределения электронов по продольной энергии $(-\partial\rho/\partial\varepsilon)$, плотностей начальных и конечных состояний электрона (каждая из которых пропорциональна $1/\sqrt{\varepsilon}$ — упругое рассеяние) и квадрата модуля амплитуды его рассеяния на индивидуальном центре в магнитном поле (пропорционального $|M_{00}(\varepsilon)|^2$). При малых продольных энергиях $|M_{00}(\varepsilon)|^2 \propto \varepsilon$ и логарифмическая расходимость интеграла в формуле (8), возникающая в борновском приближении по взаимодействию носителей с рассеивающими центрами при $\varepsilon \to 0$, ликвидируется.

В случае невырожденного электронного газа статистика носителей является больцмановской и поперечная проводимость (8) имеет вид

$$\sigma_\perp = \frac{\sqrt{2\pi} n_i n_T e^2 \hbar^2 a_0^2}{(m^* T)^{3/2}} \times$$
$$\times \int_0^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\exp\{-\hbar\omega_H \varepsilon/T\}}{\left[1 + \dfrac{a_0}{\sqrt{2} l_H}\zeta\left(\dfrac{1}{2}, 1-\varepsilon\right)\right]^2 + \dfrac{a_0^2}{2l_H^2}\dfrac{1}{\varepsilon}}, \qquad (9)$$

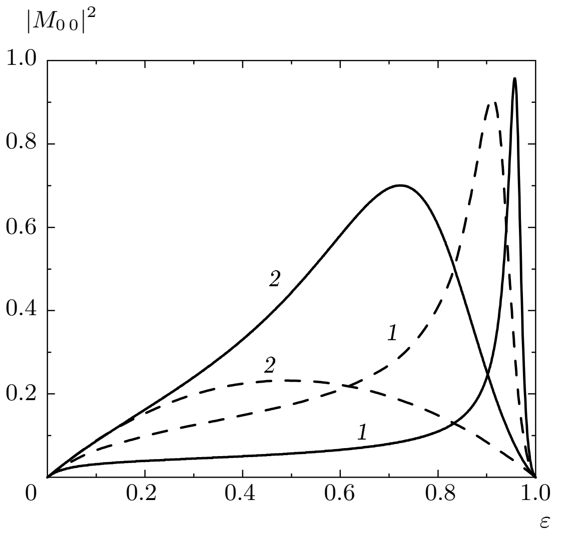

Рис. 2. Зависимость квадрата модуля амплитуды рассеяния электрона на короткодействующем центре в магнитном поле от энергии продольного движения. Кривые построены при $\alpha = -0.2$ (*1*), 7 (*2*). Сплошные кривые соответствуют формуле (5), штриховые — результатам работы [4]

где T — температура носителей, n_T — концентрация тепловых электронов.

Свободная от расходимости поперечная проводимость электронов в квантующем магнитном поле впервые была получена [4] для случая рассеивателей нулевого радиуса. Процесс рассеяния рассматривался с учетом всех зон Ландау, и в формулу для проводимости работы [4] вошла точная, а не борновская амплитуда f рассеяния электрона на центре в отсутствие магнитного поля, $f = -a_0$. Однако полюсы амплитуды рассеяния электрона в магнитном поле [5], использованной при вычислении проводимости, дают правильный спектр магнитопримесных состояний электрона только при $a_0 < 0$, $\alpha \ll 1$ (рис. 2). Соответственно, формула для проводимости работы [4] справедлива лишь в слабом магнитном поле при отрицательной длине рассеяния. Тем не менее в области квантующих магнитных полей за счет наличия под знаком интеграла произведения плотностей начальных и конечных состояний электрона на функцию распределения интеграл определяется малыми энергиями $\varepsilon \ll 1$. Благодаря этому, основной вклад в интеграл дает только рассеяние электронов с малыми энергиями на короткодействующих центрах, и формула для поперечной проводимости в случае рассеивателей нулевого радиуса [4] совпадает с выражением (9).

4. ОБСУЖДЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО НАБЛЮДЕНИЯ ДИФФУЗИИ И ПРОВОДИМОСТИ С ПОМОЩЬЮ ИК-ЛАЗЕРОВ

Рассмотренные в настоящей работе диффузию и проводимость газа электронов можно наблюдать, например, в полупроводниках типа A_3B_5 с малой изотропной эффективной массой носителей и с большими значениями диэлектрической проницаемости, легированных нейтральными примесями малого радиуса. При гелиевых температурах магнитное поле является квантующим при напряженностях $H \gtrsim 2$ кГс. Эта ситуация может быть реализована в эксперименте [17]. В обзоре [17] приведены результаты экспериментов по циклотронному резонансу при рассеянии носителей на нейтральных примесях в GaAs в квантующих магнитных полях. В описанных экспериментах в качестве источника электромагнитного излучения применяются ИК-лазеры. Для заброса носителей в зону проводимости используется ксеноновая лампа. Концентрация нейтральных примесей в исследованных образцах мала, так что выполняется приближение $\hbar/\tau \ll T$, в котором диффузия определяется рассеянием электронов на отдельном центре. Радиус действия потенциала нейтральных доноров в GaAs составляет $r_c = 9.9$ нм [17]. Для оценки коэффициента диффузии (6) в качестве a_0 можно взять значение амплитуды упругого рассеяния электрона нулевой энергии на атоме водорода[1)] $a_0 = -1.768 r_c$ [18]. Магнитное поле является сильным ($|a_0|/l_H \gg 1$) при $H \gg 20$ кГс, а слабым при $H \ll 20$ кГс. Например, в поле $H = 2$ кГс поперечная диффузия[2)] $D_\perp = 0.0054$ см^2/с. В слабом квантующем магнитном поле 2 кГс $< H <$ 20 кГс, отвечающем наличию магнитопримесных состояний с энергией, совпадающей с энергией носителей в поле

$$H = H_0 \equiv \frac{2c\hbar}{ea_0^2}(1-\varepsilon),$$

кривая диффузии имеет резкий пик и достигает максимального значения (7). При напряженности магнитного поля $H < H_0$ коэффициент диффузии является монотонно возрастающей функцией, про-

---

1) Квантующее магнитное поле выстраивает спины электронов в одном направлении вдоль поля, и доля синглетных состояний становится экспоненциально малой, что и обусловливает выбор триплетной длины рассеяния для оценки коэффициента диффузии.

2) Величина $D_\perp$ согласуется с экспериментальным значением подвижности $\mu = 16150$ см^2/В·с при рассеянии электронов на примесях в InAs при температуре $T = 1.25$ К [19].

порциональной $\sqrt{H}$, а при $H > H_0$ — монотонно убывающей функцией, пропорциональной $1/H$. Положение магнитопримесного уровня в потенциале нейтрального донора можно определить с хорошей точностью, поскольку ширина резонансного пика мала ($\delta E \ll \hbar\omega_H$). Соответственно, формула (6) позволяет не только рассчитать зависимость коэффициента диффузии от магнитного поля, но и решить обратную задачу: определить энергетический спектр примесного атома произвольной глубины по смене полевых зависимостей $D_\perp(H)$.

Авторы благодарны В. С. Лисице и Э. А. Маныкину за полезное обсуждение вопросов, рассмотренных в статье. Работа выполнена при частичной поддержке фонда «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **12**, 570 (1957).
2. S. P. Andreev and T. V. Pavlova, Laser Phys. **14**, 174 (2004).
3. E. N. Adams and T. D. Holstein, J. Phys. Chem. Sol. **10**, 254 (1959).
4. В. Г. Скобов, ЖЭТФ **38**, 1304 (1960).
5. В. Г. Скобов, ЖЭТФ **37**, 1467 (1959).
6. R. Kubo, H. Hasegawa, and N. Hashitsume, J. Phys. Soc. Jpn. **14**, 56 (1959).
7. С. П. Андреев, Письма в ЖЭТФ **30**, 665 (1979).
8. S. P. Andreev and T. V. Pavlova, Laser Phys. **12**, 1381 (2002).
9. S. P. Andreev and T. V. Pavlova, Laser Phys. **13**, 897 (2003).
10. С. П. Андреев, С. В. Ткаченко, ЖЭТФ **82**, 915 (1982).
11. Д. Г. Поляков, ЖЭТФ **84**, 749 (1983).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматгиз, Москва (1974), с. 525.
13. Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев, ЖЭТФ **49**, 257 (1965).
14. С. П. Андреев, В. М. Карнаков, В. Д. Мур, Письма в ЖЭТФ **37**, 155 (1983).
15. С. П. Андреев, УФН **143**, 213 (1984).
16. С. П. Андреев, ЖЭТФ **77**, 1056 (1978).
17. H. Kobori, T. Ohyama, and E. Otsuka, J. Phys. Soc. Jpn. **59**, 2141 (1990).
18. Г. Ф. Друкарев, *Столкновения электронов с атомами и молекулами*, Наука, Москва (1978), с. 158.
19. R. Sladek, Phys. Rev. **110**, 817 (1958).