

# ВЛИЯНИЕ ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА АНОМАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ ВТОРОГО РОДА

*П. В. Прудников\*, В. В. Прудников, Е. А. Носихин*

*Омский государственный университет  
644077, Омск, Россия*

Поступила в редакцию 1 октября 2007 г.

Исследуется влияние дефектов структуры на критическое поглощение и дисперсию скорости ультразвука в изингоподобных трехмерных системах. Осуществлено теоретико-полевое описание динамических эффектов распространения акустических волн в твердых телах при фазовых переходах с учетом как флуктуационного, так и релаксационного механизмов поглощения. Проведен расчет температурной и частотной зависимостей для скейлинговых функций коэффициентов поглощения и дисперсии скорости ультразвука в двухпетлевом приближении для однородной и структурно неупорядоченной систем, выделено их асимптотическое поведение в гидродинамической и критической областях. Показано, что наличие дефектов структуры приводит к более сильному, чем для однородной системы, увеличению коэффициента поглощения и дисперсии скорости звука по мере приближения к критической температуре уже в гидродинамической области. В критической области для структурно неупорядоченных систем должна наблюдаться как более сильная частотная, так и температурная зависимость акустических характеристик по сравнению с их однородными аналогами.

PACS: 64.60.ae, 64.60.Ht, 64.60.Cn, 71.23.-k, 43.35.+d

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Прогресс в понимании природы критических явлений во многом связан с теоретическим и экспериментальным изучением критической динамики в конденсированных средах. Однако до сих пор при описании неравновесного поведения систем при фазовых переходах остался целый ряд нерешенных вопросов. Это обусловлено тем, что исследование динамических свойств критических флуктуаций, характеризующихся аномально большими амплитудами и медленным затуханием, сталкивается с трудностями более сложными, чем при описании равновесных свойств. С качественной точки зрения это вызвано необходимостью учета взаимодействия флуктуаций параметра порядка с другими долгоживущими возбуждениями.

В динамике фазовых переходов существует ряд

физически важных процессов, определяемых поведением многоспиновой корреляционной функции и поэтому особенно сложных для теоретического описания. Это, например, тепловые процессы вблизи критической точки для системы жидкость–газ, поглощение энергии электромагнитного поля при явлениях магнитного резонанса, аномальное поглощение и рассеяние акустических волн в средах при фазовых переходах. Последние важны тем, что лежат в основе резонансных и ультразвуковых методов исследования критической динамики.

Уникальной особенностью ультразвуковых методов является то, что при температурах близких к температуре фазового перехода второго рода в магнитных системах и системах, демонстрирующих структурные фазовые переходы, происходит как аномально сильное поглощение, так и аномальное изменение скорости ультразвука, наглядно выявляемое экспериментально (рис. 1а и рис. 1б) [1, 2]. Оно обусловлено эффектами взаимодействия низко-

\*E-mail: prudnikp@univer.omsk.su

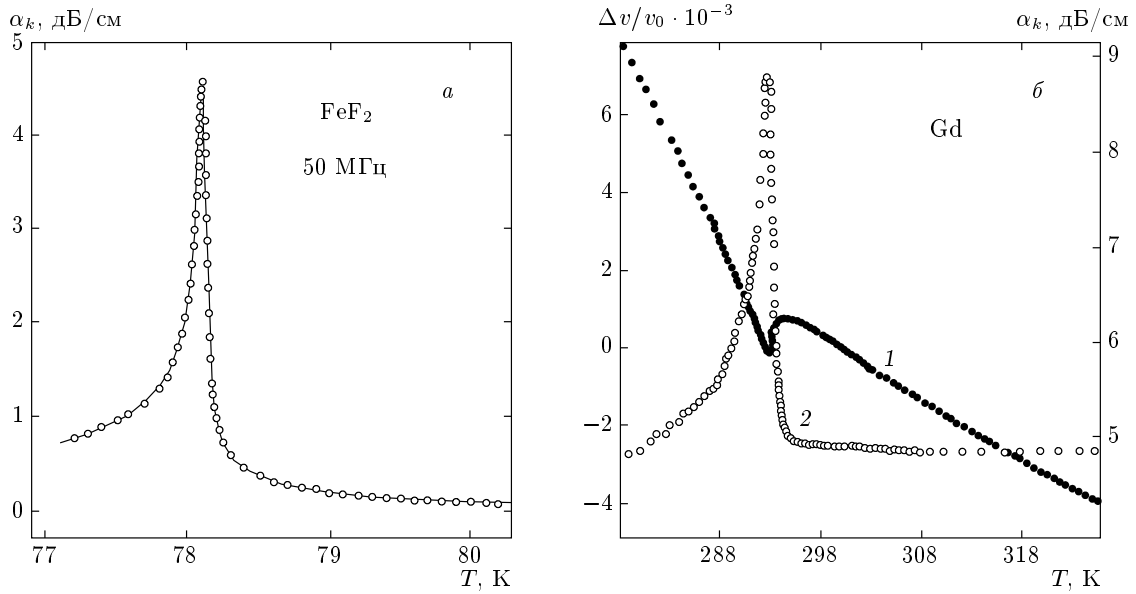


Рис. 1. Результаты экспериментальных исследований коэффициента поглощения ультразвука в образцах FeF<sub>2</sub> (а) [1] и коэффициентов поглощения и дисперсии ультразвука в гадолинии (б) [2]

частотных акустических колебаний с долгоживущими флуктуациями параметра порядка, которые посредством спин-фононного взаимодействия магнитоупругих мод создают случайную силу, приводящую к возмущению нормальных акустических мод. При этом можно выделить релаксационный и флуктуационный механизмы поглощения. Релаксационный механизм, обусловленный динамической линейной связью звуковых волн с параметром порядка [3], проявляется только в упорядоченной фазе, где статистическое среднее значение параметра порядка отлично от нуля. Поскольку релаксация параметра порядка вблизи точки фазового перехода происходит очень медленно, данный механизм играет существенную роль в диссипации низкочастотных акустических колебаний. Флуктуационный же механизм поглощения, определяемый квадратичной связью деформационных переменных в гамильтониане системы с флуктуациями параметра порядка, проявляется во всей критической температурной области. К настоящему времени существует значительное число работ, посвященных теоретическому описанию возникающих ультразвуковых аномалий в конденсированных средах при фазовых переходах [4–6] и дающих адекватное объяснение результатам экспериментальных исследований [7–9].

Одной из наиболее интересных и важных задач как с экспериментальной, так и теоретической точки зрения является задача исследования влияния де-

фектов структуры на характеристики распространения ультразвука в материалах, испытывающих фазовые превращения. Структурный беспорядок, обусловленный присутствием примесей или других дефектов структуры, играет важную роль в поведении реальных материалов и физических систем. Особенно интересно влияние замороженных дефектов структуры, чье присутствие может проявляться в виде случайного возмущения локальной температуры перехода, как это происходит, например, в ферро- и антиферромагнитных системах в отсутствие внешнего магнитного поля. Статистические особенности описания систем с замороженным беспорядком создают значительные трудности как для аналитического описания, так и для экспериментальных методов исследования поведения подобных систем. В соответствии с эвристическим критерием Харриса [10] влияние замороженных точечных дефектов становится существенным и приводит к новому типу критического поведения, если критический индекс теплоемкости однородной системы положителен. Исследования показали, что данный критерий выполняется только для изингоподобных систем. Таким образом, для систем с многокомпонентным параметром порядка, таких как XY-модель и модель Гейзенберга, влияние точечных дефектов структуры на критическое поведение оказывается несущественным. Поэтому наиболее актуальным с физической точки зрения является исследование влияния дефек-

тов структуры на критическое поведение систем с однокомпонентным параметром порядка, в которых наличие структурного беспорядка приводит к существенному изменению характеристик критического поведения.

Однако вопрос о влиянии дефектов структуры на характеристики распространения ультразвука в материалах, испытывающих фазовые превращения, оставался открытым до сих пор из-за сложности теоретического описания четырехспиновых корреляций флуктуаций параметра порядка, определяющих акустические характеристики. В работе [11] была предпринята попытка описания влияния точечных дефектов структуры на характеристики распространения ультразвука вблизи критической температуры с использованием  $\varepsilon$ -разложения в первом порядке приближения. Однако, как было показано в нашей работе [12], при описании данного явления в работе [11] были допущены ошибки и выделены неправильные диаграммы для учета динамических эффектов взаимодействия флуктуаций параметра порядка через поле дефектов и не рассмотрены диаграммы, дающие существенный вклад в коэффициент поглощения. Более того, проведенные ранее исследования по теоретико-полевому описанию однородных и неупорядоченных систем в двухпетлевом и более высоких порядках приближения с применением методов суммирования асимптотических рядов показали [13, 14], что результаты, получаемые в низшем порядке  $\varepsilon$ -разложения, в особенности, для неупорядоченных систем, можно рассматривать лишь в качестве грубой оценки. Таким образом, результаты, полученные в работе [11], требуют переоценки с позиций применения более точного подхода. С этой целью в данной работе осуществлено корректное теоретико-полевое описание влияния дефектов структуры на аномальное критическое поглощение и аномальное изменение скорости ультразвука для трехмерных изингоподобных сжимаемых систем без использования метода  $\varepsilon$ -разложения с учетом как флуктуационного [12], так и релаксационного механизмов поглощения.

## 2. МОДЕЛЬ

При фазовых переходах в сжимаемых системах важную роль играет связь параметра порядка с упругими деформациями. Как впервые было показано в работе [15], критическое поведение сжимаемых систем с квадратичной стрикцией неустойчиво относительно связи параметра порядка с акустическими

модами и реализуется фазовый переход первого рода, близкий ко второму. Однако, как было уточнено в работе [16], выводы работы [15] справедливы лишь в области низких давлений и начиная с некоторого порогового значения давления деформационные эффекты, индуцируемые внешним давлением, приводят к смене рода фазового перехода.

Гамильтониан неупорядоченной сжимаемой модели Изинга представим в виде

$$H = H_{el} + H_{op} + H_{int} + H_{imp}. \quad (1)$$

Вклад деформационных степеней свободы определяется следующим образом:

$$H_{el} = \frac{1}{2} \int d^d x \left( C_{11}^0 \sum_{\alpha} u_{\alpha\alpha}^2 + 2C_{12}^0 \sum_{\alpha, \beta} u_{\alpha\alpha} u_{\beta\beta} + 4C_{44}^0 \sum_{\alpha < \beta} u_{\alpha\beta}^2 \right), \quad (2)$$

где  $u_{\alpha\beta}(x)$  — компоненты тензора деформаций и  $C_{ij}^k$  — упругие постоянные. Использование приближения изотропности для  $H_{el}$  обусловлено тем, что в критической области характеристики поведения системы определяются изотропной фиксированной точкой ренормгрупповых преобразований, а эффекты анизотропии оказываются несущественными [17]. Магнитная составляющая  $H_{op}$  представлена в форме гамильтониана Гинзбурга–Ландау–Вильсона:

$$H_{op} = \int d^d x \left[ \frac{1}{2} \tau_0 S^2 + \frac{1}{2} (\nabla S)^2 + \frac{1}{4} u_0 S^4 \right], \quad (3)$$

где  $S(x)$  — спиновый параметр порядка;  $u_0$  — положительная константа взаимодействия;  $\tau_0 = (T - T_{0c})/T_{0c}$  — приведенная температура фазового перехода. Составляющая  $H_{int}$  задает спин-фонное взаимодействие

$$H_{int} = \int d^d x \left[ g_0 \sum_{\alpha} u_{\alpha\alpha} S^2 \right], \quad (4)$$

где  $g_0$  — параметр квадратичной стрикции. Влияние дефектов учитывается слагаемым

$$H_{imp} = \int d^d x \left[ \Delta\tau(x) S^2 \right] + \int d^d x \left[ h(x) \sum_{\alpha} u_{\alpha\alpha} \right], \quad (5)$$

где посредством случайных и гауссовски распределенных переменных  $\Delta\tau(x)$  и  $h(x)$  задаются флуктуации локальной температуры фазового перехода и случайные поля напряжений.

Для проведения вычислений удобно перейти к фурье-компонентам деформационных переменных по формуле

$$u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\beta}^{(0)} + V^{-1/2} \sum_{q \neq 0} u_{\alpha\beta}(q) \exp(iqx), \quad (6)$$

где  $q$  — волновой вектор,  $V$  — объем,  $u_{\alpha\beta}^{(0)}$  — тензор однородной деформации и  $u_{\alpha\beta}(q) = i/2 [q_\alpha u_\beta + q_\beta u_\alpha]$ . Введем разложение по нормальным координатам

$$\mathbf{u}(q) = \sum_\lambda \mathbf{e}_\lambda(q) Q_{q,\lambda},$$

где  $\mathbf{e}_\lambda(q)$  — вектор поляризации.

В последующем, проводя интегрирование в статистической сумме по недиагональным компонентам однородной части тензора деформации  $u_{\alpha\beta}^{(0)}$ , не существенным для критического поведения системы в упруго изотропной среде, получим гамильтониан системы в виде функционала для спинового параметра порядка  $S(q)$  и нормальных координат деформационных переменных  $Q_\lambda(q)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \frac{1}{2} \int d^d q (\tau_0 + q^2) S_q S_{-q} + \\ & + \frac{1}{2} \int d^d q d^d q_1 \Delta \tau_q S_{q_1} S_{q_1-q} + \\ & + a_0 \int d^d q q^2 Q_{q,\lambda} Q_{-q,\lambda} + \int d^d q q h_q Q_{q,\lambda} + \\ & + \frac{1}{4} u_0 \int d^d q_1 d^d q_2 d^d q_3 S_{q_1} S_{q_2} S_{q_3} S_{-q_1-q_2-q_3} - \\ & - w_0 \int d^d q (S_q S_{-q}) (S_q S_{-q}) - \\ & - g_0 \int d^d q d^d q_1 q Q_{-q,\lambda} S_{q_1} S_{q-q_1}, \quad (7) \end{aligned}$$

где

$$w_0 = \frac{3g_0^2}{2V(4C_{12}^0 - C_{11}^0)}, \quad a_0 = \frac{C_{11}^0 + 4C_{12}^0 - 4C_{44}}{4V}.$$

Релаксационная критическая динамика сжимаемых систем описывается динамическими уравнениями типа обобщенных уравнений Ланжевена:

$$\begin{aligned} \dot{S}_q = & -\Gamma_0 \frac{\partial \tilde{H}}{\partial S_{-q}} + \xi_q + \Gamma_0 h_S, \\ \ddot{Q}_{q,\lambda} = & -\frac{\partial \tilde{H}}{\partial Q_{-q,\lambda}} - q^2 D_0 \dot{Q}_{q,\lambda} + \eta_q + h_Q, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\Gamma_0$  и  $D_0$  — затравочные кинетические коэффициенты;  $\xi_q(x, t)$  и  $\eta_q(x, t)$  — гауссовски распределенные величины, имеющие характер случайной силы;

$h_S$  и  $h_Q$  — поля, термодинамически сопряженные соответственно спиновым и деформационным переменным.

В результате итерационного решения системы нелинейных уравнений (8) с гамильтонианом  $\tilde{H}(S, Q)$  может быть выделена функция отклика упругих переменных  $D(q, \omega)$ , определяемая как

$$D(q, \omega) = \frac{\delta [\langle Q_{q,\omega,\lambda} \rangle]}{\delta h_Q} = [\langle Q_{q,\omega,\lambda} Q_{-q,-\omega,\lambda} \rangle], \quad (9)$$

и функция отклика спиновых переменных

$$G(q, \omega) = \frac{\delta [\langle S_{q,\omega} \rangle]}{\delta h_S} = [\langle S_{q,\omega} S_{-q,-\omega} \rangle], \quad (10)$$

где  $\langle \dots \rangle$  обозначает статистическое усреднение по случайным ланжевеновским силам,  $[\dots]$  — усреднение по флуктуациям случайных полей  $\Delta \tau_{-q}$  и  $h_q$ , определяемых дефектами структуры,  $\omega$  — характеристическая частота ультразвуковых колебаний.

Используя представление Дайсона, функции отклика  $G(q, \omega)$  и  $D(q, \omega)$  можно представить в следующем виде:

$$G^{-1}(q, \omega) = G_0^{-1}(q, \omega) + \Pi(q, \omega), \quad (11)$$

$$D^{-1}(q, \omega) = D_0^{-1}(q, \omega) + \Sigma(q, \omega). \quad (12)$$

Затравочные функции отклика  $G_0(q, \omega)$  и  $D_0(q, \omega)$  задаются выражениями

$$D_0(q, \omega) = (\omega^2 - a_0 q^2 - i\omega D_0 q^2)^{-1},$$

$$G_0(q, \omega) = \left( \frac{i\omega}{\Gamma_0} + (\tau_0 + q^2) \right)^{-1}.$$

В низкотемпературной фазе в функции отклика появляется дополнительный релаксационный вклад

$$S_q = M \delta_{q,0} + \varphi_q \quad (13)$$

с намагниченностью

$$M = \begin{cases} 0, & T > T_c, \\ B |T - T_c|^\beta, & T < T_c, \end{cases} \quad (14)$$

где  $B$  — феноменологический релаксационный параметр,  $\varphi_q$  — флуктуационная часть параметра порядка.

Собственно-энергетическая часть  $\Sigma(q, \omega)$  функции отклика  $D(q, \omega)$  непосредственно связана с динамическими характеристиками распространения ультразвука [18]. Так, коэффициент поглощения звука определяется через мнимую часть  $\Sigma(q, \omega)$ :

$$\alpha(\omega, \tau) \sim \omega \operatorname{Im} \Sigma(0, \omega), \quad (15)$$

$$\Sigma(q, \omega) = 4g^2 \text{ (diagram)} - 96g^2u \text{ (diagram)} +$$

$$+ 12g^2u \text{ (diagram)} + 12g^2u \text{ (diagram)} + 12g^2u \text{ (diagram)} +$$

$$+ 16g^2v \text{ (diagram)} + 16g^2v \text{ (diagram)} + 16g^2v \text{ (diagram)} +$$

$$+ 16g^2v \text{ (diagram)} + 16g^2v \text{ (diagram)} + 16g^2v \text{ (diagram)}$$

$a$  —  $b$  ✕  $c$  > - <  $d$  ⊥

**Рис. 2.** Диаграммное представление  $\Sigma(q, \omega)$  в двухпетлевом приближении. Сплошной линии  $a$  соответствует  $G_0(q, \omega)$ , линии с крестом  $b$  —  $C_0(q, \omega) = 2\Gamma_0^{-1} [(\omega/\Gamma_0)^2 + (q^2 + \tau_0)^2]^{-1}$ , вершине с прерывистой линией ( $c$ ) соответствует  $v = [(\Delta\tau)^2]$  и линии  $d$  соответствует релаксационная вставка  $M^2\delta_{q,0}$

а дисперсия скорости звука выражается через ее действительную составляющую:

$$c^2(\omega, \tau) - c^2(0, \tau) \sim \text{Re}(\Sigma(0, \omega) - \Sigma(0, 0)). \quad (16)$$

Нами был проведен расчет  $\Sigma(q, \omega)$  в двухпетлевом приближении. Диаграммное представление  $\Sigma(q, \omega)$  показано на рис. 2. Данные фейнмановские диаграммы содержат  $d$ -мерное (в нашем случае  $d = 3$ ) интегрирование.

По мере приближения к критической точке корреляционная длина  $\xi$  стремится к бесконечности и когда  $\xi^{-1} \ll \Lambda$ , где  $\Lambda$  — параметр обрезания процедуры интегрирования по волновым векторам, характеристики системы демонстрируют свое асимптотическое скейлинговое поведение для волновых векторов  $q \ll \Lambda$ . Поэтому расчет данных величин можно проводить в пределе  $\Lambda \rightarrow \infty$ . Применение ренормгрупповой процедуры устраняет расходимости, возникающие в термодинамических переменных и кинетических коэффициентах при  $\Lambda \rightarrow \infty$ .

При расчете коэффициента поглощения (15) и дисперсии скорости ультразвука (16) для устранения расходимостей в  $\Sigma(q, \omega)$  при  $q \rightarrow 0$  нами был применен специальный метод согласования [19], обобщенный в работе [20] для описания динамического поведения системы. Так, используя скейлинговое соотношение для динамической функции отклика

$$D(q, \omega, \tau) = e^{(2-\eta)l} D\left(qe^l, \left(\frac{\omega}{\Gamma_0}\right)e^{zl}, \tau e^{l/\nu}\right), \quad (17)$$

мы можем провести расчет правой части уравнения для некоторого фиксированного значения  $l = l^*$ , при котором не все аргументы в функции отклика исчезают одновременно. Выбор  $l^*$  определяется из условия

$$\left[\left(\frac{\omega}{\Gamma_0}\right)e^{zl^*}\right]^{4/z} + \left[\left(\tau e^{l^*/\nu}\right)^{2\nu} + q^2 e^{2l^*}\right]^2 = 1, \quad (18)$$

которое позволяет достичь главную цель ренормгруппового преобразования, а именно, установить связь поведения системы в предкритическом режиме при малом значении приведенной температуры  $\tau$  с поведением системы в режиме, далеком от критического, с отсутствием расходимостей в  $\Sigma(q, \omega)$ . В работе [20] было показано, что условие согласования (18) обеспечивает инфракрасное обрезание для всех расходящихся величин. Исходя из условия (18), находится решение для  $l^*$  в виде функциональной зависимости от  $\omega$  и  $\tau$ , определяемой статическим критическим индексом  $\nu$  корреляционной длины и динамическим критическим индексом  $z$ ,

$$e^{l^*} = \tau^{-\nu} \left[1 + \left(\frac{y}{2}\right)^{4/z}\right]^{-1/4} \equiv \tau^{-\nu} F(y), \quad (19)$$

где введено обозначение  $y = \omega\tau^{-z\nu}/\Gamma_0$  как аргумента функции  $F(y)$ .

Из теории рассеяния ультразвука в твердых телах вблизи температуры фазового перехода известно [8, 9], что в асимптотическом пределе ( $\tau \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0$ ) выражение для мнимой составляющей  $\Sigma(\omega, \tau)$  может определяться скейлинговой функцией  $\phi(y)$ :

$$\frac{\text{Im} \Sigma(\omega, \tau)}{\omega} \sim \tau^{-\alpha-z\nu} \phi(y), \quad (20)$$

зависящей от единственной обобщенной переменной  $y$ . В то же время для мнимой составляющей собственно-энергетической части в соответствии с работой [18] справедливо следующее скейлинговое соотношение:

$$\frac{\text{Im} \Sigma(\omega)}{\omega} = \exp\left(\frac{l(\alpha + z\nu)}{\nu}\right) \frac{\text{Im} \Sigma(\omega e^{zl})}{\omega e^{zl}}.$$

Подстановка в правую часть данного соотношения выражения для  $e^{l^*}$  из (19) позволяет осуществить расчет скейлинговой функции  $\phi(y)$ .

Выражение для действительной составляющей  $\Sigma(\omega, \tau)$  в асимптотическом пределе ( $\tau \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0$ ) может быть также определено посредством другой скейлинговой функции  $f(y)$ :

$$\text{Re}(\Sigma(0, \omega) - \Sigma(0, 0)) = \tau^{-\alpha} (f(y) - f(0)). \quad (21)$$

При этом действительная составляющая собственной энергетической части удовлетворяет следующему скейлинговому соотношению:

$$\operatorname{Re}(\Sigma(0, \omega) - \Sigma(0, 0)) = e^{l\alpha/\nu} \operatorname{Re}(\Sigma(0, \omega e^{z l}) - \Sigma(0, 0)). \quad (22)$$

Рассчитанные нами в двухпетлевом приближении динамические скейлинговые функции имеют вид

$$\begin{aligned} \phi(y) = & \frac{g^{*2}\Gamma_0}{\pi} \frac{F^{\alpha/\nu+1/2\nu-z}}{y^2} \left[ 1 - \frac{(\Delta+1)^{1/2}}{\sqrt{2}} \right] - \\ & - \frac{g^{*2}v^*\Gamma_0}{12\pi^3} \frac{F^{\alpha/\nu-z}}{y^2} \ln \Delta - \frac{3g^{*2}u^*\Gamma_0^2}{\sqrt{2}\pi^2} \times \\ & \times \frac{F^{\alpha/\nu+1/\nu-2z}}{y^3} (\Delta-1)^{1/2} \left[ 1 - \frac{(\Delta+1)^{1/2}}{\sqrt{2}} \right] - \\ & - M^2 \frac{3g^{*2}u^*\Gamma_0}{2\pi} \frac{F^{\alpha/\nu-1/2\nu-z}}{y^2} \times \\ & \times \left[ 1 - \frac{(\Delta+1)^{1/2}}{\sqrt{2}\Delta} \right], \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(y) = & \frac{g^{*2}\Gamma_0^2}{\pi} \frac{F^{\alpha/\nu+1/2\nu-z}}{y} \left[ \frac{(\Delta-1)^{1/2}}{\sqrt{2}} \right] + \\ & + \frac{g^{*2}v^*\Gamma_0^2}{12\pi^3} \frac{F^{\alpha/\nu-z}}{y} \operatorname{arctg}(\Delta^2-1)^{1/2} - \\ & - \frac{3g^{*2}u^*\Gamma_0^3}{\pi^2} \frac{F^{\alpha/\nu+1/\nu-2z}}{y^2} \left[ \frac{(\Delta+1)^{1/2}}{\sqrt{2}} - 1 \right] - \\ & - M^2 \frac{3g^{*2}u^*\Gamma_0^2}{2\pi} \frac{F^{\alpha/\nu-1/2\nu-z}}{y} \left[ \frac{(\Delta-1)^{1/2}}{\Delta\sqrt{2}} \right], \quad (24) \end{aligned}$$

$$\Delta = \left[ 1 + \frac{y^2 F^{2z-2/\nu}}{4} \right]^{1/2},$$

где  $g^*$ ,  $u^*$  и  $v^*$  — значения вершин взаимодействия в фиксированной точке ренормгрупповых преобразований, соответствующей критическому поведению неупорядоченной сжимаемой модели Изинга [21]. Слагаемые, пропорциональные  $M^2$ , в формулах (23) и (24) описывают релаксационный вклад для скейлинговых функций коэффициента поглощения и дисперсии скорости звука. При дальнейших численных расчетах скейлинговых функций нами было использовано значение индекса  $\nu = 0.70$  из работы [21] для соответствующей фиксированной точки. Значение динамического индекса  $z = 2.1653$  было взято из работы [22], в которой был проведен ана-

лиз критической динамики для неупорядоченной модели Изинга в рамках релаксационной модели. Использование данного значения индекса  $z$  оправдано для случая неупорядоченных изингоподобных систем с отрицательным значением индекса теплоемкости, так как в критической динамике сжимаемых систем связь параметра порядка с упругими деформациями оказывается несущественной для релаксационных свойств параметра порядка.

### 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметра порядка во флуктуационной области  $\tau \rightarrow 0$  достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (23) и (24). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации мы применили обобщенный на трехпараметрический случай метод Паде–Бореля, используемый для суммирования асимптотических рядов. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$\begin{aligned} \phi(w, u, v) = & \sum_{i,j,k} c_{ijk} w^i u^j v^k = \\ = & \int_0^\infty e^{-t} B(wt, ut, vt) dt, \quad (25) \end{aligned}$$

$$B(w, u, v) = \sum_{i,j,k} \frac{c_{ijk}}{(i+j+k)!} w^i u^j v^k,$$

где введено обозначение  $w = g^2$ .

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} \tilde{B}(w, u, v, \lambda) = \\ = \sum_{k=0}^\infty \lambda^k \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} \frac{c_{i,j,k-i-j}}{k!} w^i u^j v^{k-i-j}, \quad (26) \end{aligned}$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке  $\lambda = 1$ . Данная методика была предложена и апробирована в работах [23] для описания критического поведения ряда систем, характеризующихся несколькими вершинами взаимодействия флуктуаций параметра порядка. Выявленное в работе [23] свойство сохранения симметрии системы в процессе применения паде-аппроксимант по переменной  $\lambda$  становится существенным при описании многовершинных моделей. В данной работе для вычисления

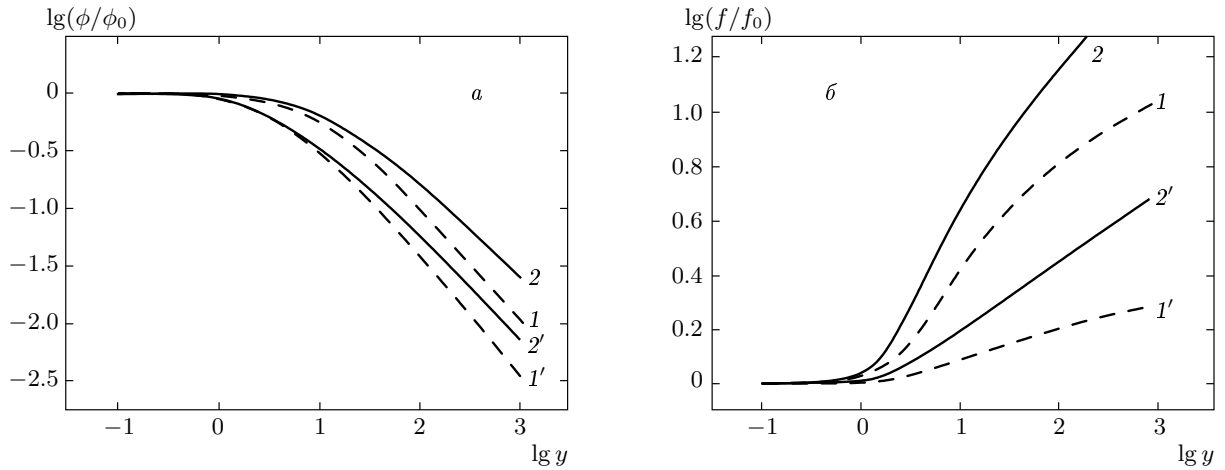


Рис. 3. Скейлинговые функции  $\phi(y)$  (а) и  $f(y)$  (б) для однородной (1) и неупорядоченной (2) систем при  $T > T_c$ , (1') и (2') соответственно при  $T < T_c$  ( $\phi_0 = \phi(0)$ ,  $f_0 = f(0)$ )

скейлинговых функций в двухпетлевом приближении мы использовали аппроксимант [1/1].

Рассчитанное с применением методов суммирования поведение динамических скейлинговых функций  $\phi(y)$  и  $f(y)$  для однородной и неупорядоченной систем представлено соответственно на рис. 3а и 3б в двойном логарифмическом масштабе. Для различных интервалов изменения переменной  $y$  в поведении  $\phi(y)$  и  $f(y)$  можно выделить следующие асимптотические области: значениям  $y \sim \omega\xi^z \sim (q\xi)^z \ll 1$  соответствует гидродинамическая область, а значениям  $y \sim \omega\xi^z \gg 1$  отвечает критическая область, определяющая поведение системы вблизи температуры фазового перехода ( $\tau = (T - T_c)/T_c \ll 1$ ). Как видно на рисунках, в гидродинамической области при  $y \ll 1$  наличие структурного беспорядка не сказывается на поведении скейлинговых функций  $\phi(y)$  и  $f(y)$ , а следовательно, и на поведении самой системы, но начинает проявляться уже в кроссоверной области  $10^{-1} < y < 10$  и оказывает существенное влияние в критической области  $y > 10$ .

Из выражений (15) и (20) непосредственно следует соотношение для коэффициента поглощения

$$\alpha(\omega, \tau) \sim \omega^2 \tau^{-\alpha - \nu z} \phi(y), \quad (27)$$

а из формул (16) и (21) — соотношение для дисперсии скорости звука

$$c^2(\omega, \tau) - c^2(0, \tau) \sim \tau^{-\alpha} (f(y) - f(0)). \quad (28)$$

Результаты проведенных расчетов асимптотических зависимостей коэффициента поглощения и дис-

персии скорости звука для критической и гидродинамической областей представлены в таблице. Показатели их частотной и температурной зависимостей для гидродинамического режима определялись для интервала  $10^{-3} \leq y \leq 10^{-1}$ , а критического режима — для интервала  $10 \leq y \leq 10^3$ . Следует отметить, что, согласно работе [20], реальной температурной области  $10^{-3} \leq \tau \leq 10^{-1}$  для ультразвуковых исследований фазовых превращений соответствует интервал  $1 \leq y \leq 10^2$ , т. е. он захватывает кроссоверную область и начало критической области (предкритический режим).

Из представленных в таблице результатов непосредственно следует, что должно наблюдаться аномально сильное поглощение ультразвука как для однородной, так и для неупорядоченной систем. При этом для неупорядоченной модели предсказывается более сильное, чем для однородной модели, увеличение коэффициента поглощения по мере приближения к температуре фазового перехода уже в гидродинамической области, в то время как в критической области для неупорядоченной системы должна наблюдаться как более сильная частотная, так и температурная зависимость коэффициента поглощения по сравнению с однородной.

Данные выводы находят подтверждение в модельном представлении на рис. 4 результатов численных расчетов температурного критического поведения коэффициента поглощения для однородной и неупорядоченной систем, проведенных при значениях параметров  $B = 0.3$  и  $\omega/\Gamma_0 = 0.0015$ . Данные значения параметров были выделены при со-

Асимптотическое поведение коэффициента поглощения и дисперсии скорости звука в критическом, предкритическом и гидродинамическом режимах для однородной и неупорядоченной систем

Коэффициент поглощения $\alpha(\omega, \tau)$					
Режим		Однородная		Неупорядоченная	
		$T < T_c$	$T > T_c$	$T < T_c$	$T > T_c$
Критический	$y = 10^1-10^3$	$\omega^{0.98} \tau^{-0.08}$	$\omega^{1.05} \tau^{-0.17}$	$\omega^{1.12} \tau^{-0.10}$	$\omega^{1.21} \tau^{-0.24}$
Предкритический	$y = 10^1-10^2$	$\omega^{1.08} \tau^{-0.21}$	$\omega^{1.20} \tau^{-0.37}$	$\omega^{1.22} \tau^{-0.25}$	$\omega^{1.37} \tau^{-0.48}$
Гидродинамический	$y = 10^{-3}-10^{-1}$	$\omega^2 \tau^{-1.38}$	$\omega^2 \tau^{-1.38}$	$\omega^2 \tau^{-1.44}$	$\omega^2 \tau^{-1.44}$
Дисперсия скорости звука $c^2(\omega, \tau) - c^2(0, \tau)$					
Режим		Однородная		Неупорядоченная	
		$T < T_c$	$T > T_c$	$T < T_c$	$T > T_c$
Критический	$y = 10^1-10^3$	$\omega^{0.11} \tau^{-0.25}$	$\omega^{0.34} \tau^{-0.54}$	$\omega^{0.26} \tau^{-0.31}$	$\omega^{0.49} \tau^{-0.66}$
Предкритический	$y = 10^1-10^2$	$\omega^{0.30} \tau^{-0.49}$	$\omega^{1.08} \tau^{-1.48}$	$\omega^{0.41} \tau^{-0.54}$	$\omega^{1.01} \tau^{-1.45}$
Гидродинамический	$y = 10^{-3}-10^{-1}$	$\omega^2 \tau^{-2.65}$	$\omega^2 \tau^{-2.65}$	$\omega^2 \tau^{-2.95}$	$\omega^2 \tau^{-2.95}$

поставлении рассчитанной температурной зависимости для коэффициента поглощения и результатов экспериментальных исследований в однородных образцах FeF<sub>2</sub> [1] (представлены точками на рис. 4), демонстрирующих изингоподобное поведение в критической области.

Для дисперсии скорости звука анализ представленных в таблице результатов расчета показывает, что структурная неупорядоченность в изингоподобных системах по сравнению с их однородными аналогами приводит к более сильной температурной зависимости дисперсии скорости звука, как в гидродинамической, так и критической областях, и характеризуется ростом показателя температурной зависимости (уменьшением по модулю) при движении от гидродинамической к критической области. В то же время для показателя частотной зависимости дисперсии скорости звука влияние структурного беспорядка носит обратный характер: в гидродинамической области значения показателей для данных двух типов систем совпадают, а в критической области дисперсия скорости звука для неупорядоченных систем характеризуется более сильной частотной зависимостью, чем для однородных. При этом величина данного показателя претерпевает очень сильное уменьшение при движении от гидродинамической к критической области.

Особенно важным результатом проведенных исследований нам представляется предсказываемое проявление динамических эффектов влияния дефектов структуры в аномальном поглощении и дисперсии скорости звука в более широком

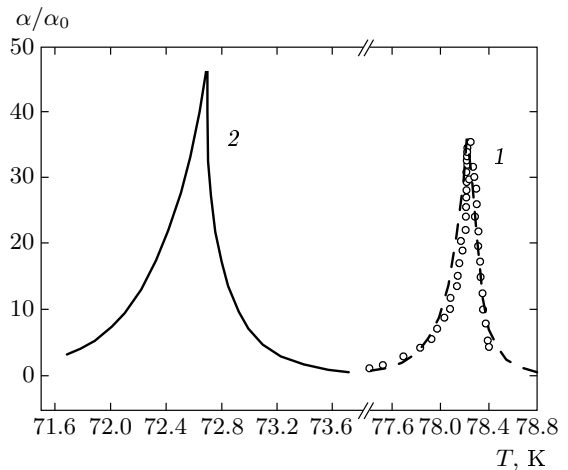


Рис. 4. Модельная температурная зависимость коэффициента поглощения для однородной (1) и неупорядоченной (2) систем при значениях параметров  $B = 0.3$  и  $\omega/\Gamma_0 = 0.0015$ . Точками представлены результаты экспериментальных исследований в однородных образцах FeF<sub>2</sub> [1]

температурном интервале относительно критической температуры (уже в гидродинамической области), чем в других экспериментальных методах [24], в которых для выявления данных эффектов необходимо проводить исследования в узком температурном интервале вплоть до  $\tau \approx 10^{-4}$ . Таким образом, полученные в данной работе результаты могут служить ориентиром для целенаправленных экспериментальных исследований динамических



эффектов влияния структурных дефектов на критическое поведение твердых тел акустическими методами посредством выделения особенностей проявления дефектов структуры через частотные и температурные зависимости коэффициентов поглощения и дисперсии скорости ультразвука.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-00666), а также в рамках программы Президента РФ (грант № МК-2508-2008.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Ikushima and R. Feigelson, *J. Phys. Chem. Sol.* **32**, 417 (1971).
2. Х. К. Алиев, И. Х. Камилов, А. М. Омаров, *ЖЭТФ* **95**, 1896 (1989).
3. Л. Д. Ландау, И. М. Халатников, *ДАН СССР* **96**, 496 (1954).
4. A. Pawlak, *Phys. Rev. B* **44**, 5296 (1991).
5. A. M. Schorgg and F. Schwabl, *Phys. Rev. B* **49**, 11682 (1993).
6. И. К. Камилов, Х. К. Алиев, *УФН* **168**, 953 (1998).
7. R. A. Ferrel, B. Mirhashem, and B. Bhattacharjee, *Phys. Rev. B* **35**, 4662 (1987).
8. T. J. Moran and B. Lüthi, *Phys. Rev. B* **4**, 122 (1971).
9. M. Suzuki and T. Komatsubara, *J. Phys. C* **15**, 4559 (1982).
10. A. V. Harris, *J. Phys. C* **7**, 1671 (1974).
11. A. Pawlak and B. Fechner, *Phys. Rev. B* **40**, 9324 (1989).
12. P. V. Prudnikov and V. V. Prudnikov, *J. Phys.: Condens. Matter.* **17**, L485 (2005).
13. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, and A. A. Fedorenko, *Phys. Rev. B* **62**, 8777 (2000); **63**, 184201 (2001).
14. Р. Фольк, Ю. Головач, Т. Яворский, *УФН* **173**, 175 (2003).
15. А. И. Ларкин, С. А. Пикин, *ЖЭТФ* **56**, 1664 (1969).
16. Y. Imry, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1304 (1974).
17. Ю. А. Изюмов, В. Н. Сыромятников, *Фазовые переходы и симметрия кристаллов*, Наука, Москва (1984).
18. H. Iro and F. Schwabl, *Sol. St. Comm.* **46**, 205 (1983).
19. D. R. Nelson, *Phys. Rev. B* **14**, 1123 (1976).
20. R. Folk, H. Iro, and F. Schwabl, *Z. Phys. B* **27**, 169 (1977).
21. В. В. Прудников, С. В. Белим, *ФТТ* **43**, 1299 (2001).
22. В. В. Прудников, С. В. Белим, А. В. Иванов и др., *ЖЭТФ* **114**, 972 (1988).
23. К. Б. Варнашев, А. И. Соколов, *ФТТ* **38**, 3665 (1996); A. I. Sokolov, K. B. Varnashev, and A. I. Mudrov, *Int. J. Mod. Phys. B* **12**, 1365 (1998); A. I. Sokolov and K. B. Varnashev, *Phys. Rev. B* **59**, 8363 (1999).
24. N. Rosov, C. Hohenemser, and M. Eibschutz, *Phys. Rev. B* **46**, 3452 (1992).