

# РЕНОРМГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕРАВНОВЕСНОЙ КРИТИЧЕСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ В КОРОТКОВРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ: ТРЕХПЕТЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

*В. В. Прудников\*, П. В. Прудников, И. А. Калашников, С. С. Циркин*

*Омский государственный университет  
644077, Омск, Россия*

Поступила в редакцию 6 ноября 2007 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание влияния неравновесных начальных значений параметра порядка на его эволюцию в критической точке. В рамках динамической диссипативной модели с использованием метода  $\varepsilon$ -разложения проведен расчет динамического критического индекса коротковременной эволюции  $\theta$  для систем с  $n$ -компонентным параметром порядка в трехпетлевом приближении. Численные значения индекса  $\theta$  для трехмерных систем были определены с использованием метода Паде–Бореля суммирования асимптотических рядов.

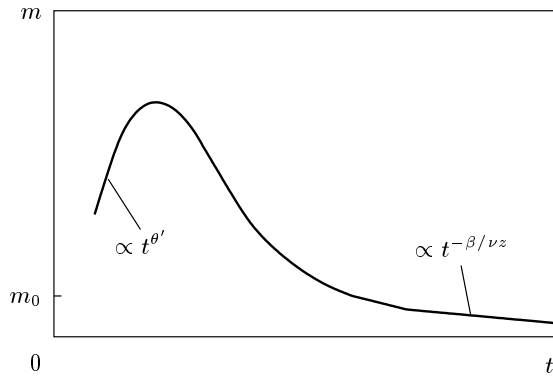
PACS: 64.60.Ak, 64.60.Fr, 64.60.Cn

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена изучению влияния неравновесных начальных состояний на эволюцию намагниченности  $m(t)$  ферромагнитной системы в критической точке. Известно [1], что аномальные особенности в явлениях критической динамики определяются прежде всего эффектами дальнедействующей корреляции долгоживущих флуктуаций ряда термодинамических переменных. Фундаментальный интерес, в связи с этим, представляет исследование процессов критической релаксации системы из начального неравновесного состояния, созданного, например, при температурах много больших критической и характеризуемого поэтому малой корреляционной длиной, в сильно коррелированное состояние при критической температуре. Как показано в работе [2], критическая эволюция системы из начального неравновесного состояния с малой намагниченностью  $m_0 = m(0) \ll 1$  приводит к универсальному скейлинговому поведению для  $m(t)$  на коротковременном этапе ее критической эволюции и характеризуется аномальным увеличением намагниченности системы со временем, описываемым степенным законом. Вычисление

показателя, характеризующего данную степенную временную зависимость намагниченности, было осуществлено в работе [2] методом ренормгруппы с применением метода  $\varepsilon$ -разложения в двухпетлевом приближении. Последующее исследование явления неравновесной критической релаксации трехмерной модели Изинга в коротковременном режиме методами компьютерного моделирования [3] подтвердило предсказание теории о степенном характере эволюции намагниченности ферромагнитных систем, однако определенное значение показателя  $\theta = 0.108(2)$  находится в неудовлетворительном соответствии с теоретическим значением  $\theta = 0.130$ , получаемым при непосредственной подстановке параметра  $\varepsilon = 1$  для случая трехмерных систем, или значением  $\theta = 0.138$ , получаемым при использовании метода Паде–Бореля для суммирования имеющегося очень короткого ряда теории по  $\varepsilon$ . В настоящей работе впервые осуществлен расчет динамического критического индекса коротковременной эволюции  $\theta$  в следующем трехпетлевом приближении ренормгрупповой теории в рамках метода  $\varepsilon$ -разложения и получено хорошее согласие с результатами компьютерного моделирования при применении метода Паде–Бореля для суммирования трехчленного ряда теории при  $\varepsilon = 1$ .

\*E-mail: prudnikov@univer.omsk.su



**Рис. 1.** Схематический график эволюции намагниченности в критической точке из начального состояния с намагниченностью  $m_0$

В соответствии с теорией скейлинга сингулярная часть потенциала Гиббса  $\Phi_{sing}(t, \tau, h, m_0)$ , определяющая состояние системы в критической области, характеризуется обобщенной однородностью относительно основных термодинамических переменных

$$\Phi_{sing}(t, \tau, h, m_0) = b\Phi_{sing}(b^{a_t}t, b^{a_\tau}\tau, b^{a_h}h, b^{a_m}m_0), \quad (1)$$

времени  $t$ , приведенной температуры  $\tau$ , поля  $h$  и начальной намагниченности  $m_0$ . Здесь  $b$  — фактор подобия,  $a_i$  — показатели подобия. Как следствие этого, в критической точке ( $\tau = 0, h = 0$ ) намагниченность  $m = -\delta\Phi/\delta h$  характеризуется следующей временной зависимостью:

$$m(t, m_0) = t^{-(a_h+1)/a_t} F_m(m_0 t^{-a_m/a_t}). \quad (2)$$

Разложение правой части в формуле (2) по малой величине  $m_0 t^{-a_m/a_t}$  приводит к степенной зависимости

$$m(t) \propto t^{-(a_h+a_m+1)/a_t} \propto t^\theta. \quad (3)$$

Все  $a_i$ , за исключением  $a_m$ , можно связать с известными критическими индексами, описывающими поведение системы без эффектов влияния неравновесных начальных состояний. Поэтому в работе [2] был введен новый независимый динамический критический индекс  $\theta$ , который, как было выявлено при ренормгрупповом описании неравновесного критического поведения системы, принимает положительные значения. Было показано, что при временах  $t > t_{cr} \propto m(0)^{-1/(\theta+\beta/\nu z)}$  начальный режим, характеризующийся увеличением намагниченности  $m(t)$ , переходит в традиционный режим критической релаксации системы к равновесному состоянию. Этот

этап критической релаксации характеризуется степенной временной зависимостью намагниченности  $m \propto t^{-\beta/\nu z}$  (см. рис. 1), где  $\beta, \nu$  — известные статические индексы, определяющие равновесное критическое поведение намагниченности и корреляционной длины, а  $z$  — динамический критический индекс, характеризующий критическое замедление времени релаксации системы. Можно показать, что при эволюции системы из начального упорядоченного состояния с  $m_0 = 1$  временная зависимость намагниченности в критической точке сразу определяется степенной зависимостью  $m \propto t^{-\beta/\nu z}$ .

## 2. МОДЕЛЬ

Для описания критического поведения однородных систем в состоянии равновесия используется модельный гамильтониан Гинзбурга–Ландау–Вильсона

$$H_{GL}[s] = \int d^d x \left\{ \sum_{\alpha=1}^n \frac{1}{2!} [(\nabla s_\alpha(\mathbf{x}))^2 + \tau s_\alpha^2(\mathbf{x})] + \frac{g}{4!} \left( \sum_{\alpha=1}^n s_\alpha^2(\mathbf{x}) \right)^2 \right\}, \quad (4)$$

где  $s(\mathbf{x})$  — поле  $n$ -компонентного параметра порядка,  $\tau$  — приведенная температура фазового перехода второго рода,  $g$  — амплитуда взаимодействия флуктуаций параметра порядка.

Пусть реализация в системе любой конфигурации параметра порядка в момент времени  $t$  определяется условием, что в начальный момент  $t = 0$  для системы с начальной намагниченностью  $m_0$  распределение для поля параметра порядка  $s(\mathbf{x}, 0) = s_0(\mathbf{x})$  характеризуется функцией распределения  $P[s_0] \sim \exp(-H_0[s_0])$ , где

$$H_0[s_0] = \int d^d x \frac{\tau_0}{2} (s_0(\mathbf{x}) - m_0(\mathbf{x}))^2. \quad (5)$$

Будем рассматривать наиболее интересный случай чисто релаксационной динамики параметра порядка (модель А) [1], для которого показатель  $\theta$  является принципиально новым и не может быть выражен через известные статические критические индексы и индексы равновесной динамики. Релаксационная динамика параметра порядка задается уравнением Ланжевена

$$\partial_t s_\alpha(x, t) = -\lambda \frac{\delta H_{GL}[s]}{\delta s_\alpha} + \zeta_\alpha(x, t), \quad (6)$$

где  $H_{GL}[s]$  — гамильтониан Гинзбурга–Ландау–Вильсона (4),  $\lambda$  — кинетический коэффициент,  $\zeta(x, t)$  — гауссова случайная сила, моделирующая короткоживущие возбуждения и задаваемая функционалом вероятности

$$P[\zeta] \sim \exp \left[ -\frac{1}{4\lambda} \int d^d x \int dt (\zeta(x, t))^2 \right], \quad (7)$$

$$\langle \zeta_\alpha(x, t) \rangle = 0,$$

$$\langle \zeta_\alpha(x, t) \zeta_\beta(x', t') \rangle = 2\lambda \delta_{\alpha\beta} \delta(x - x') \delta(t - t').$$

В рамках теоретико-полевого описания динамики критических явлений [4, 5] вводятся вспомогательное поле  $\tilde{s}(\mathbf{x})$  и производящий функционал для динамических корреляционных функций и функций отклика в виде

$$W[h, \tilde{h}] = \ln \left\{ \int \mathcal{D}(s, i\tilde{s}) \exp(-\mathcal{L}[s, \tilde{s}] - H_0[s_0]) \times \right. \\ \left. \times \exp \left( \int d^d x \int_0^\infty dt \sum_{\alpha=1}^n (\tilde{h}_\alpha \tilde{s}_\alpha + h_\alpha s_\alpha) \right) \right\}, \quad (8)$$

в котором функционал действия  $\mathcal{L}$  системы характеризуется выражением

$$\mathcal{L}[s, \tilde{s}] = \int_0^\infty dt \int d^d x \sum_{\alpha=1}^n \left\{ \tilde{s}_\alpha \left[ \dot{s}_\alpha + \lambda(\tau - \nabla^2) s_\alpha + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\lambda g}{6} s_\alpha \left( \sum_{\beta=1}^n s_\beta^2 \right) - \lambda \tilde{s}_\alpha \right] \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрение гауссовой составляющей функционала (9) при  $g = 0$  позволяет при граничном условии Дирихле ( $\tau_0 = \infty$ ) получить выражения для затравочной функции отклика  $G_0(p, t - t')$  и затравочной корреляционной функции  $C_0^{(D)}(p, t, t')$  [2]:

$$G_0(p, t - t') = \exp[-\lambda(p^2 + \tau)|t - t'|], \quad (10)$$

$$C_0^{(D)}(p, t, t') = C_0^{(e)}(p, t - t') + C_0^{(i)}(p, t + t'), \quad (11)$$

где

$$C_0^{(e)}(p, t - t') = \frac{1}{p^2 + \tau} \exp(-\lambda(p^2 + \tau)|t - t'|), \quad (12)$$

$$C_0^{(i)}(p, t + t') = -\frac{1}{p^2 + \tau} \exp(-\lambda(p^2 + \tau)(t + t')). \quad (13)$$

### 3. РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ

При ренормгрупповом анализе модели для устранения возникающих в пределе  $\tau \rightarrow 0$  при учете взаи-

модействия критических флуктуаций параметра порядка расходимостей в динамических корреляционных функциях и функциях отклика нами были применены процедура размерной регуляризации и схема минимальных вычитаний [6] с последующим перепределением параметров гамильтониана и мультипликативной перенормировкой полей функционала (8):

$$s \rightarrow Z_s^{1/2} s, \quad \tilde{s} \rightarrow Z_{\tilde{s}}^{1/2} \tilde{s}, \\ \lambda \rightarrow (Z_s/Z_{\tilde{s}})^{1/2} \lambda, \quad \tau \rightarrow Z_s^{-1} Z_\tau \mu^2 \tau, \quad (14) \\ g \rightarrow Z_g Z_s^{-2} \mu^\varepsilon g, \quad \tilde{s}_0 \rightarrow (Z_{\tilde{s}} Z_0)^{1/2} \tilde{s}_0,$$

где  $\varepsilon = 4 - d$ ,  $\mu$  — размерный параметр. Вычисление всех констант перенормировки  $Z_i$ , кроме  $Z_0$ , можно найти в работе [4]. Схема расчета  $Z_0$  и результаты ее расчета в двухпетлевом приближении приведены в работе [2]. В данной работе осуществлен расчет  $Z_0$  в следующем трехпетлевом приближении теории.

За счет введения в теорию начальных условий вида (5) возникает необходимость в перенормировке функции отклика  $\langle s(p, t) \tilde{s}_0(-p, 0) \rangle$ , задающей влияние начальных состояний системы. Поправочные слагаемые в собственно-энергетической части функции отклика, возникающие за счет эффектов взаимодействия флуктуаций параметра порядка, характеризуются приводимыми динамическими диаграммами Фейнмана, поскольку их вычисление осуществляется с использованием коррелятора (11), не обладающего свойством трансляционной инвариантности во времени. В работе [2] было введено следующее представление для данной функции отклика:

$$G_{1,1}^{(i)}(p, t) = \langle s(p, t) \tilde{s}_0(-p, 0) \rangle = \\ = \int_0^t dt' \bar{G}_{1,1}(p, t, t') \Gamma_{1,0}^{(i)}(p, t')_{[\tilde{s}_0]}. \quad (15)$$

Одночастичная вершинная функция  $\Gamma_{1,0}^{(i)}(p, t)_{[\tilde{s}_0]}$  с одной вставкой поля  $\tilde{s}_0$  в трехпетлевом приближении описывается диаграммами, представленными на рис. 2 и характеризуемыми требованием, чтобы они содержали хотя бы один коррелятор  $C_0^{(i)}$ . Множитель  $\bar{G}_{1,1}(p, t, t')$  определяется равновесной составляющей коррелятора  $C_0^{(e)}$  в формуле (11). Отметим, что он отличен от равновесной функции отклика  $G_{1,1}^{(eq)}(p, t - t')$  по причине интегрирования в формуле (15) по времени от начального момента с  $t = 0$  вместо  $t = -\infty$ . Однако между ними можно установить функциональную связь [7], если воспользоваться вместо функционала (5) функционалом  $H_{GL}[s_0]$  (4) с новой вершиной взаимодействия в функционале действия (9)

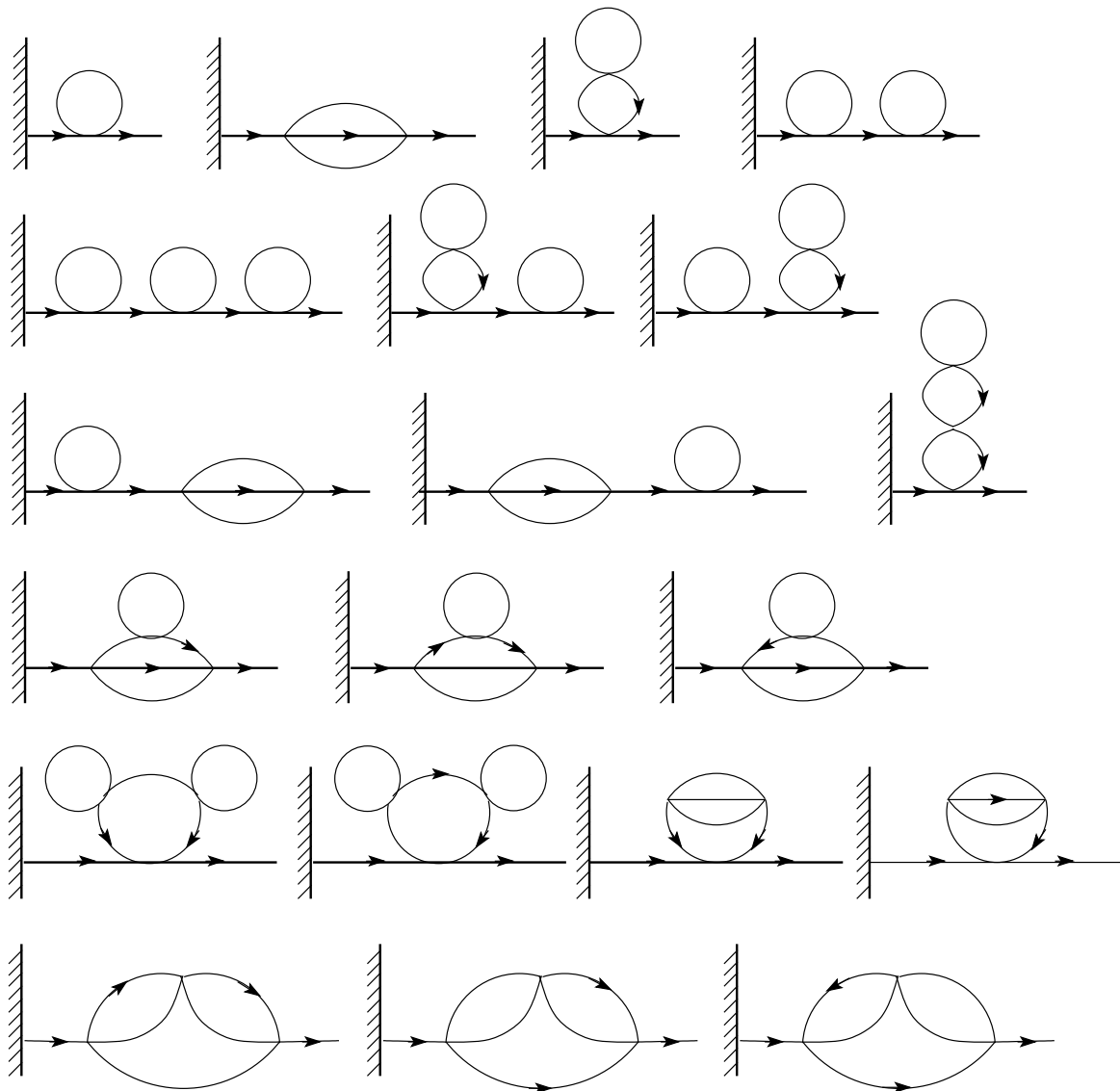


Рис. 2. Диаграммы, определяющие вклад в вершинные функции  $\Gamma_{1,0}^{(i)}$ . Линиям соответствуют затравочные корреляторы, линиям со стрелкой — затравочные функции отклика. «Поверхность»  $t = 0$  обозначена вертикальной чертой

$$\frac{\lambda g}{6} \int dt \int d^d x \sum_{\alpha, \beta=1}^n (\tilde{s}_{0\alpha} s_{0\alpha}) (s_{0\beta})^2. \quad (16)$$

$$G_{1,1}^{(eq)}(p, t - t') = \int_{t'}^t dt'' \bar{G}_{1,1}(p, t, t'') \Gamma_{1,0}^{(eq)}(p, t'')_{[\bar{s}(t'')]} \quad (17)$$

Решив интегральное уравнение

$$\delta(t - t') = \int_{t'}^t dt'' K(q, t'', t') \Gamma_{1,0}^{(eq)}(q, t)_{[\bar{s}(t'')]} \quad (18)$$

За счет усреднения по начальным полям возникает дополнительная вершинная функция  $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$ , локализованная на «поверхности»  $t = 0$ . Подобно (15), имеет место следующее выражение:

в каждом порядке теории найдем его ядро  $K(q, t'', t')$ , флуктуационные поправки к которому

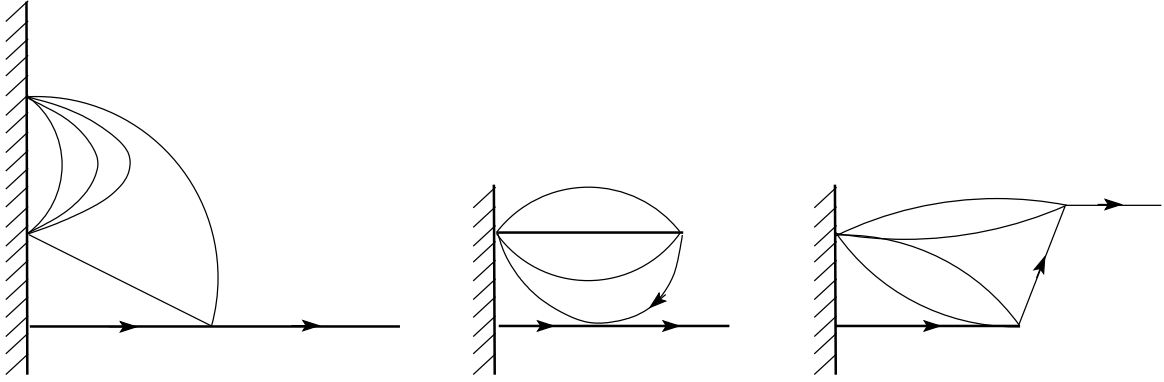


Рис. 3. Диаграммы, определяющие вклад в вершинную функцию  $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$ . Линиям соответствует равновесный коррелятор (12)

для данной модели возникают только в третьем порядке теории (рис. 3). Используя выражения (15) и (17), а также осуществляя перенормировку полей в соответствии с формулами (14), можно установить следующее выражение для определения перенормировочной константы  $Z_0$ :

$$Z_0^{-1/2} \int_0^\infty dt e^{-i\omega t} \hat{\Gamma}_{1,0}(q=0, t)_{[\bar{s}_0]}, \quad (19)$$

из требования устранения полюсов по  $\varepsilon$  в данном выражении в каждом порядке теории, т. е. конечности выражения (19) в пределе  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Последовательная реализация изложенной процедуры и расчет диаграмм с использованием метода  $\varepsilon$ -разложения позволили вычислить константу перенормировки  $Z_0$  в трехпетлевом приближении:

$$\begin{aligned} Z_0 = & 1 + \frac{n+2}{6} \frac{g}{\varepsilon} + \\ & + \frac{n+2}{12} \left[ \frac{n+5}{3} + \varepsilon \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \right) \right] \left( \frac{g}{\varepsilon} \right)^2 + \\ & + \frac{n+2}{216} \left[ (n+5)(n+6) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{6}(-19+9 \ln 2)(n+2) + \frac{1}{3}(-7+6 \ln 2)(n+8) \right) \varepsilon - \right. \\ & \left. - 1.18679(n+3.13882)\varepsilon^2 \right] \left( \frac{g}{\varepsilon} \right)^3. \quad (20) \end{aligned}$$

Инвариантность по отношению к ренормгрупповым преобразованиям обобщенной связной функции Грина

$$G_{N,\bar{N}}^{\bar{M}} \equiv \langle [s]^N [\bar{s}]^{\bar{N}} [\bar{s}_0]^{\bar{M}} \rangle$$

можно выразить дифференциальным ренормгрупповым уравнением Каллана – Симанчика [2, 6]:

$$\left\{ \mu \partial_\mu + \zeta \lambda \partial_\lambda + \kappa \tau \partial_\tau + \beta \partial_g + \frac{N}{2} \gamma + \frac{\tilde{N}}{2} \tilde{\gamma} + \frac{\tilde{M}}{2} (\tilde{\gamma} + \gamma_0) + \zeta \tau_0^{-1} \partial_{\tau_0^{-1}} \right\} G_{N,\bar{N}}^{\bar{M}} = 0. \quad (21)$$

Ренормгрупповые функции — коэффициенты в формуле (21) — характеризуются выражениями

$$\begin{aligned} \zeta & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 \ln \lambda = \frac{1}{2}(\tilde{\gamma} - \gamma), & \kappa & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 \ln \tau, \\ \gamma_0 & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 \ln Z_0, & \gamma & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 \ln Z_s, \\ \tilde{\gamma} & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 \ln Z_{\bar{s}}, & \beta & \equiv (\mu \partial_\mu)_0 g, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $(\partial_\mu)_0 \equiv (\partial/\partial\mu)_0$  обозначает дифференцирование с постоянными затравочными параметрами  $g, \lambda$  и  $\tau$ . Для коротковременного режима неравновесной критической релаксации принципиально новой является лишь ренормгрупповая функция  $\gamma_0$ , которая в трехпетлевом приближении, как показали наши расчеты, принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \gamma_0 = & -\frac{n+2}{6} g \left( 1 + \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \right) g - \right. \\ & \left. - 0.0988989(n+3.13882)g^2 \right) + O(g^4). \quad (23) \end{aligned}$$

Неподвижная точка ренормгрупповых преобразований  $g^*$  определяется из уравнения  $\beta(g^*) = 0$ . Общее решение дифференциального уравнения (21) методом характеристик в неподвижной точке характеризуется следующей скейлинговой формой [2]:

$$G_{N,\bar{N}}^M(\{x, t\}, \tau, \tau_0^{-1}, \lambda, g^*, \mu) = l^{(d-2+\eta_s)\frac{N}{2}+(d+2+\eta_s)\frac{\bar{N}}{2}+(d+2+\eta_s+\eta_0)\frac{M}{2}} \times G_{N,\bar{N}}^M(\{lx, l^{2+\zeta^*}t\}, \tau l^{-2+\kappa^*}, \tau_0^{-1}l^{2+\zeta^*}, \lambda, g^*, \mu), \quad (24)$$

где  $\eta_s = \gamma^*$ ,  $\eta_{\bar{s}} = \tilde{\gamma}^*$  и  $\eta_0 = \gamma_0^*$  — показатели аномальных размерностей. Можно связать функции в формуле (24) с критическими индексами, фигурирующими в скейлинговых соотношениях, например:

$$z = 2 + \zeta^*, \quad 1/\nu = 2 - \kappa^*, \quad \theta = - \left( \zeta^* + \gamma^* + \frac{\gamma_0^*}{2} \right) / (2 + \zeta^*), \quad (25)$$

и задающими динамический критический индекс  $z$ , критический индекс  $\nu$  корреляционной длины и критический индекс  $\theta$  неравновесной эволюции намагниченности. При определении значения индекса  $\theta$  нами были использованы результаты работы [8] по определению координаты устойчивой неподвижной точки  $g^*$  и работы [9] по расчету динамического критического индекса  $z$  для модели Изинга, уточнившей в трехпетлевом приближении для данной модели результаты работы [10]. Приведем выражение для динамического критического индекса:

$$z = 2 + \frac{\varepsilon^2}{2} \left( 6 \ln \frac{4}{3} - 1 \right) \frac{n+2}{(n+8)^2} \times \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{6(3n+14)}{(n+8)^2} - 0.4384812 \right) \right], \quad (26)$$

которое было получено нами как обобщение результатов работы [9] на случай системы с  $n$ -компонентным параметром порядка. В итоге выражение для критического индекса  $\theta$  принимает следующий вид:

$$\theta = \frac{(n+2)}{4(n+8)} \varepsilon \left( 1 + \frac{6\varepsilon}{(n+8)^2} \left( n+3+(n+8) \ln \frac{3}{2} \right) - \frac{7.2985}{(n+8)^4} \varepsilon^2 \left( n^3+17.3118n^2+153.2670n+383.5519 \right) \right) + O(\varepsilon^4). \quad (27)$$

#### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Ряды  $\varepsilon$ -разложения являются факториально сходящимися, но могут рассматриваться в их асимптотическом контексте [11]. Для получения физически разумных значений критических индексов для трехмерных систем при  $\varepsilon = 1$  применяются специально разработанные методы суммирования асимптотических рядов [12–17], из которых наиболее эффективными являются методы Паде–Бореля, Паде–Бореля–Лероя и конформного отображения. К

ряду  $\varepsilon$ -разложения (27) для индекса  $\theta$  нами был применен метод суммирования Паде–Бореля (ПБ).

Идея метода Паде–Бореля состоит в том, что ряд, например, для критического индекса  $\theta$

$$\theta(\varepsilon) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varepsilon^n \quad (28)$$

представляется интегралом

$$\theta(\varepsilon) = \int_0^{\infty} e^{-t} B(\varepsilon t) dt, \quad B(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n x^n, \quad (29)$$

$$B_n = \frac{c_n}{n!}.$$

Величина  $B(x)$  в выражении (29) носит название борелевского образа. Борелевский образ, в отличие от исходного ряда (28) с нулевым радиусом сходимости, характеризуется уже конечным радиусом сходимости, определяемым параметрами асимптотического  $n$ -го члена ряда (29) при  $n \gg 1$ . К борелевскому образу  $B(x)$  затем применяется аппроксимация Паде, состоящая в использовании для  $B(x)$  рациональной функции вида

$$[L/M] = \sum_{i=0}^L a_i x^i \left\{ \sum_{j=0}^M b_j x^j \right\}^{-1}, \quad M \geq 1, \quad (30)$$

разложение которой в ряд Тейлора (в окрестности точки  $x = 0$ ) совпадает с разложением борелевского образа до тех пор, пока это возможно. Функция вида (30) имеет  $L + 1$  коэффициентов в числителе и  $M + 1$  коэффициентов в знаменателе, так что весь набор коэффициентов определяется с точностью до общего множителя и для определенности полагают  $b_0 = 1$ . В результате получается всего  $L + M + 1$  свободных параметров. Это означает, что в общем случае коэффициенты разложения функции  $[L/M]$  в ряд Тейлора должны совпадать с соответствующими коэффициентами ряда (28). Если ряд имеет конечное число  $N$  членов, то на аппроксиманты  $[L/M]$  накладывается условие  $L + M \leq N$ .

В нашем случае трехчленного ряда для индекса  $\theta$  при суммировании была использована аппроксиманта  $[2/1]$ , выбор которой в данном порядке теории в соответствии с исследованиями работы [17] более предпочтителен для достижения более точного значения суммы. В итоге это позволило получить результаты, представленные в таблице.

Проведенное в таблице сопоставление значений индекса  $\theta$  с результатами численного исследования модели Изинга [3] и XY-модели [18] методом коротковременной динамики наглядно демонстрирует,

Результаты расчета индекса  $\theta$  для модели Изинга и XY-модели и их сравнение с результатами компьютерного моделирования

Метод вычисления	Значение индекса $\theta$	
	модель Изинга	XY-модель
<b>Двухпетлевое приближение</b>		
Подстановка $\varepsilon = 1$	0.130	0.154
Суммирование Паде–Бореля	<b>0.138</b>	<b>0.170</b>
<b>Трехпетлевое приближение</b>		
Подстановка $\varepsilon = 1$	0.0791	0.0983
Суммирование Паде–Бореля	<b>0.1078(22)</b>	<b>0.1289(23)</b>
<b>Компьютерное моделирование</b>	<b>0.108(2) [3]</b>	<b>0.144(10) [18]</b>

что результаты расчета в трехпетлевом приближении находятся в гораздо лучшем согласии с результатами компьютерного моделирования, чем результаты двухпетлевого приближения.

Таким образом, в данной работе при теоретико-полевом рассмотрении неравновесной критической релаксации систем, описываемых наиболее интересной динамической моделью А в классификации Гальперина–Хоэнберга, показано, что начиная только с трехпетлевого приближения в теории данных процессов возникает дополнительная вершинная функция  $\Gamma_{1,0}^{(eq)}$ , локализованная на «поверхности» начальных состояний с временем  $t = 0$  и обуславливающая флуктуационные поправки в динамической функции отклика за счет влияния начальных неравновесных состояний. В результате, лишь учет данных флуктуационных поправок, отражающих влияние начальных неравновесных состояний, позволяет адекватно описывать процессы релаксации и при применении метода  $\varepsilon$ -разложения получать для независимого динамического критического индекса  $\theta$ , задающего эволюцию системы в коротковременном режиме, значения, согласующиеся с результатами компьютерного моделирования.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом № МК-8738.2006.2 в рамках программы Президента РФ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. C. Hohenberg and B. I. Halperin, Rev. Mod. Phys. **49**, 435 (1977).
2. H. K. Janssen, B. Schaub, and B. Schmittmann, Z. Phys. **73**, 539 (1989).
3. A. Jaster, J. Mainville, L. Schulke, and B. Zheng, J. Phys. A: Math. Gen. **32**, 1395 (1999).
4. I. D. Lawrie and V. V. Prudnikov, J. Phys. C **17**, 1655 (1984).
5. R. Bausch, H. K. Janssen, and H. Wagner, Z. Phys. **24**, 113 (1976).
6. А. Н. Васильев, *Квантовополовая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике*, ПИЯФ, Санкт-Петербург (1998).
7. K. Oerding and H. K. Janssen, J. Phys. A: Math. Gen. **26**, 3369 (1993).
8. H. Kleinert, J. Neu, U. Schulte-Frohlinde, K. G. Chetyrkin et al., Phys. Lett. B **272**, 39 (1991).
9. Н. В. Антонов, А. Н. Васильев, ТМФ **60**, 59 (1984).
10. C. De Dominicis, J. de Phys. **37**, Suppl. 1, C1-247 (1976).
11. К. Вильсон, Дж. Когут, *Ренормализационная группа и  $\varepsilon$ -разложение*, Мир, Москва (1975).
12. G. A. Baker, B. G. Nickel, M. S. Green et al., Phys. Rev. Lett. **36**, 1351 (1976); Phys. Rev. B **17**, 1365 (1978).
13. J. C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, Phys. Rev. Lett. **39**, 95 (1977); Phys. Rev. B **21**, 3976 (1980).
14. S. A. Antonenko and A. I. Sokolov, Phys. Rev. B **51**, 1894 (1995).
15. Д. И. Казаков, О. В. Тарасов, Д. В. Ширков, ТМФ **38**, 15 (1979); Д. И. Казаков, В. С. Попов, ЖЭТФ **122**, 675 (2002).
16. И. М. Суслов, ЖЭТФ **120**, 5 (2001).
17. А. С. Криницын, В. В. Прудников, П. В. Прудников, ТМФ **147**, 137 (2006).
18. Е. А. Гергердт, В. Ю. Колесников, В. В. Прудников и др., Вестник ОмГУ, № 4, 28 (2007).