ЖЭТФ, 2008, том 133, вып. 6, стр. 1304–1313

КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ПОЗИТРОНОВ В НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

Л. И. Меньшиков *

Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 августа 2007 г.

Получены кинетические уравнения для функции распределения позитронов по скоростям в накопительных кольцах с электронным охлаждением. Рассчитаны сила трения и компоненты тензора диффузии позитронов по скоростям. Получена стационарная функция распределения позитронов при их электронном охлаждении в позитронных накопительных кольцах. Показано, что эта функция при достаточно сильном магнитном поле практически совпадает с таковой для электронов.

PACS: 29.27.Bd

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод электронного охлаждения [1] (см. обзоры [2, 3]) успешно применяется для уменьшения фазового объема пучков тяжелых частиц с массой $M \gg m$, где m — масса электрона (далее охлаждаемые частицы будем иногда называть частицами M). Задача охлаждения позитронов, когда $M = m$, является новой. Она возникла в проектах получения и изучения свойств атомов антиводорода и позитрония (см. обзор [4], а также работы [5, 6]). К настоящему времени достаточно хорошо развита теория охлаждения тяжелых частиц. В этом случае коллективные эффекты и парные столкновения дают сравнимые вклады в силу трения [3, 4]. Напротив, для позитронов основную роль играют коллективные эффекты, что усложняет анализ кинетики их охлаждения. Вероятно поэтому теория охлаждения позитронов еще не завершена. К настоящему времени опубликовано лишь несколько работ по этой теме [4–9]. Учитывая важную роль охлаждения позитронов [4–6], в данной работе мы вновь возвращаемся к этому вопросу с целью вывести строгие кинетические уравнения для позитронов и получить основные следствия из них. Другая цель — привести сводку формул, достаточных для практических расчетов кинетики замедления позитронов, с краткими их выводами. Такие формулы необходимы как для конструирования позитронных накопительных колец, так и для планирования экспериментов с позитронами и атомами позитрония. И, наконец, третья цель — изложить новые результаты, относящиеся к достаточно интересной области — физике анизотропной плазмы.

2. КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ЛЕГКИХ ЧАСТИЦ. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В накопительном кольце с характерной длиной дорожки $L_R \sim 20$ м позитроны за время удержания будут совершать 10^3–10^5 оборотов, взаимодействуя на каждом обороте с охлаждающим пучком электронов на длине кулера $L_C \sim 3$ м. Энергия позитронов и электронов в лабораторной системе примерно 10 кэВ, плотность электронов $n \sim 10^8$–10^9см^{-3}. Продольная и поперечная температуры электронов составляют соответственно $T_\parallel \sim 1$–10 K и $T_\perp \sim 1000$ K. Таким образом, функция распределения электронов по скоростям $\mathbf{v}$ является «сплющенной» [10]:

$$\begin{gathered} dn = f(\mathbf{v})\, d^3v, \quad f(\mathbf{v}) = G_e(v_\perp) g(v_\parallel), \\ G_e(v_\perp) = \frac{1}{2\pi\Delta_\perp^2} \exp\left(-\frac{v_\perp^2}{2\Delta_\perp^2}\right), \\ g(v_\parallel) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Delta_\parallel} \exp\left(-\frac{v_\parallel^2}{2\Delta_\parallel^2}\right), \end{gathered} \tag{1}$$

*E-mail: mleonid1954@mail.ru

где $\Delta_\perp = \sqrt{T_\perp/m}$, $\Delta_\parallel = \sqrt{T_\parallel/m}$, причем

$$T_\perp/T_\parallel \gg 1. \tag{2}$$

«Сплющенность» вместе с «замагниченностью», определяемой условием

$$\overline{r}_H < R_\parallel, \tag{3}$$

позволяют получить ионные пучки со сверхнизкими температурами $T \approx T_\parallel$ [2,3,11]. Здесь $R_\parallel = \sqrt{T_\parallel/4\pi ne^2} = \Delta_\parallel/\omega_p$ — дебаевский размер («радиус») экранирования зарядов в продольном направлении ($R_\perp = \sqrt{T_\perp/4\pi ne^2} = \Delta_\perp/\omega_p$ — аналогичный размер для поперечного направления, $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2/m}$ — плазменная частота), $\overline{r}_H = \Delta_\perp/\omega_H$ — средний ларморовский радиус электронов, $\omega_H = eH/mc$ — ларморова частота электронов. Действительно, при условии (3), которое выполняется в магнитном поле $H > 500$ Гс, ларморовский радиус электронов можно считать равным нулю. Траектории ионов при этом практически прямолинейны, а электроны могут двигаться только вдоль силовых линий магнитного поля. В этом случае ионы обмениваются своей продольной и поперечной энергией с энергией продольного движения электронов и не обмениваются с энергией поперечного движения. Отсюда ясно, что для ионов при $t \to \infty$ устанавливается стационарное максвелловское изотропное распределение по скоростям с температурой $T_\parallel$.

Все необходимые сведения о кинетике замедления позитронов содержатся в их функции распределения $\Phi(\mathbf{V}, t)$ по скоростям $\mathbf{V}$. В данной работе предполагается, что электронная плазма идеальна:

$$\xi_\parallel \equiv T_\parallel \overline{R}/e^2 \gg 1, \tag{4}$$

где $\overline{R} = n^{-1/3}$ — среднее расстояние между электронами. Согласно фундаментальному выводу Боголюбова [12], в этом случае, вследствие дальнодействующего характера кулоновских взаимодействий, к описанию плазмы и находящихся в ней заряженных частиц применима система уравнений Власова–Максвелла, т. е. приближение самосогласованного поля. Согласно работам [13,14], это поле можно разделить на два слагаемых — крупно- и мелкомасштабное — и провести усреднение по быстрым флуктуациям мелкомасштабного поля, что дает в правой части уравнения Власова столкновительный член в форме Ландау. С учетом поляризации плазмы, т. е. более крупных масштабов, этот член переписывается в виде интеграла столкновений Балеску–Ленарда, в результате чего уравнение Власова принимает вид уравнения Фоккера–Планка (см., например, [15, § 9.4] и [16, § 47]). Физическая причина — малость изменений скорости $\Delta\mathbf{V}$ при отдельных актах рассеяния. Это и есть искомое уравнение для $\Phi(\mathbf{V}, t)$:

$$\begin{gathered}\frac{\partial\Phi(\mathbf{V},t)}{\partial t} + \frac{q}{M}[\mathbf{V}\times\mathbf{H}]\nabla_{\mathbf{V}}\Phi(\mathbf{V},t) = \mathrm{St}\,\Phi,\\ \mathrm{St}\,\Phi = -\frac{\partial j_\alpha}{\partial V_\alpha},\end{gathered} \tag{5}$$

где $q = e$ — заряд позитронов, $\mathrm{St}\,\Phi$ — столкновительный член,

$$j_\alpha = A_\alpha(\mathbf{V})\Phi(\mathbf{V},t) - D_{\alpha\beta}(\mathbf{V})\frac{\partial\Phi(\mathbf{V},t)}{\partial V_\beta} \tag{6}$$

— плотность потока позитронов в пространстве скоростей, $D_{\alpha\beta}(\mathbf{V})$ — компоненты тензора диффузии частиц M в пространстве скоростей, $\alpha, \beta, \ldots = x, y, z$ — декартовы компоненты, по повторяющимся индексам идет суммирование,

$$A_\alpha(\mathbf{V}) = F_\alpha^{(1)}/M. \tag{7}$$

Здесь $\mathbf{F}^{(1)}(\mathbf{V})$ — «динамическая» сила [17,18]. Связь ее с обычной силой $\mathbf{F}$, действующей на частицу M в электронном облаке, устанавливается из следующих рассуждений [19]. Рассмотрим пучок частиц M с начальным распределением

$$\Phi(\mathbf{V}', t=0) = \delta(\mathbf{V}' - \mathbf{V}). \tag{8}$$

В момент времени $t > 0$ скорость пучка равна

$$\mathbf{V}(t) = \langle\mathbf{V}'\rangle = \int d^3V'\,\mathbf{V}'\Phi(\mathbf{V}',t),$$

а ускорение —

$$\begin{aligned}a_\alpha &= \frac{dV_\alpha(t)}{dt} = \frac{F_\alpha}{M} = \frac{d}{dt}\int d^3V' V'_\alpha\Phi(\mathbf{V}',t) = \\ &= \int d^3V' V'_\alpha \frac{\partial\Phi(\mathbf{V}',t)}{\partial t} = -\int d^3V' V'\frac{\partial j_\alpha}{\partial V'_\alpha} = \\ &= \int d^3V' j_\alpha = \int d^3V' \times \\ &\times \left[A_\alpha(\mathbf{V}')\Phi(\mathbf{V}',t) - D_{\alpha\beta}(\mathbf{V}')\frac{\partial\Phi(\mathbf{V}',t)}{\partial V'_\beta}\right] = \\ &= \int d^3V' A_\alpha(\mathbf{V}')\Phi(\mathbf{V}',t) + \\ &\qquad + \int d^3V'\Phi(\mathbf{V}',t)\frac{\partial D_{\alpha\beta}(\mathbf{V}')}{\partial V'_\beta}\end{aligned}$$

(для упрощения опущены очевидные слагаемые, содержащие магнитное поле, т. е. сила Лоренца). Отсюда и из выражения (8) при $t = 0$ получаем

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{(1)} + \mathbf{F}^{(2)}, \tag{9}$$

где $F_\alpha^{(2)} = M\,\partial D_{\alpha\beta}(\mathbf{V})/\partial V_\beta$.

Компоненты тензора диффузии частиц M в пространстве скоростей, $D_{\alpha\beta}(\mathbf{V})$, при $\mathbf{H} \neq 0$ имеют весьма сложный вид и вычислены в работе [20]. Однако в знании всех компонент нет необходимости, поскольку нас интересует случай азимутальной и аксиальной симметрии:

$$\Phi = \Phi(\mathbf{V}, t) = \Phi(V_\perp, V_\parallel, t) = \Phi(V_\perp, -V_\parallel, t).$$

С учетом соотношения $[\mathbf{V} \times \mathbf{H}]\nabla_{\mathbf{V}}\Phi(V_\perp, V_\parallel, t) = 0$ уравнения (5) и (6) запишем в виде

$$\frac{\partial\Phi(\mathbf{V}, t)}{\partial t} = \mathrm{St}\,\Phi, \tag{10}$$

$$\mathrm{St}\,\Phi = -\frac{\partial j_\alpha}{\partial V_\alpha} = -\frac{\partial j_\parallel}{\partial V_\parallel} - \frac{1}{V_\perp}\frac{\partial}{\partial V_\perp}(V_\perp j_\perp), \tag{11}$$

$$\begin{aligned} j_\parallel &= A_\parallel\Phi(\mathbf{V}, t) - D_\parallel\frac{\partial\Phi}{\partial V_\parallel} - D_{LT}\frac{\partial\Phi}{\partial V_\perp}, \\ j_\perp &= A_\perp\Phi(\mathbf{V}, t) - D_\perp\frac{\partial\Phi}{\partial V_\perp} - D_{LT}\frac{\partial\Phi}{\partial V_\parallel}. \end{aligned} \tag{12}$$

Коэффициенты $A_\parallel$ и $A_\perp$ — продольное и поперечное «динамические» ускорения, $D_\parallel = D_{\alpha\beta}h_\alpha h_\beta$ и $D_\perp = D_{\alpha\beta}\hat{V}_{\perp\alpha}\hat{V}_{\perp\beta}$ — проекции тензора коэффициентов диффузии позитронов на продольное и поперечное по отношению к магнитному полю направления, h_α и $\hat{V}_{\perp\alpha}$ — декартовы компоненты единичных векторов соответственно $\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{H}/H$ и $\hat{\mathbf{V}}_\perp = \mathbf{V}_\perp/V_\perp$, $D_{LT} = D_{\alpha\beta}\hat{V}_{\perp\alpha}h_\beta$ — недиагональный элемент матрицы коэффициентов диффузии $D_{\alpha\beta}$, ответственный за продольно-поперечную релаксацию и описывающий установление равновесия между продольной и поперечной степенями свободы движения позитронов. Ниже показано, что в интересующем нас случае (2) слагаемыми с D_{LT} в уравнениях (12) можно пренебречь, поэтому далее полагаем

$$\begin{aligned} j_\parallel &\approx A_\parallel\Phi(\mathbf{V}, t) - D_\parallel\frac{\partial\Phi}{\partial V_\parallel}, \\ j_\perp &\approx A_\perp\Phi(\mathbf{V}, t) - D_\perp\frac{\partial\Phi}{\partial V_\perp}. \end{aligned} \tag{13}$$

Время удержания позитронов в накопительном кольце велико по сравнению с временем релаксации их функции распределения в процессе электронного охлаждения. По этой причине особый интерес представляет стационарная функция распределения $\Phi(\mathbf{V})$ позитронов, которая будет устанавливаться практически во всех опытах с позитронами. Из выражений (11) и (12) ясно, что она является решением эллиптического уравнения

$$\mathrm{St}\,\Phi(\mathbf{V}) = 0. \tag{14}$$

Ниже будет показано, что $D_{\alpha\beta}(\mathbf{V}) \propto 1/M^2$, поэтому для тяжелых частиц слагаемым $\mathbf{F}^{(2)}$ в соотношении (9) можно пренебречь. Напротив, при $M = m$ разница между действительной силой $\mathbf{F}$ и динамической силой $\mathbf{F}^{(1)}$ становится существенной, поскольку $|\mathbf{F}^{(1)}| \sim |\mathbf{F}^{(2)}|$. Чтобы избежать ошибок при расчете силы трения для позитронов, необходимо разобраться в физическом смысле отдельных слагаемых в правой части соотношения (9), что будет сделано в следующем разделе.

3. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ СЛАГАЕМЫХ В ФОРМУЛЕ (9)

Прежде чем переходить к сложному случаю анизотропной плазмы в отличном от нуля магнитном поле, кратко рассмотрим гораздо более простой случай торможения частицы в изотропной идеальной плазме,

$$T_\perp = T_\parallel \equiv T, \quad \xi = T\overline{R}/e^2 \gg 1, \tag{15}$$

при нулевом магнитном поле. Силу трения удобно разбить на два слагаемых:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_c, \tag{16}$$

где $\mathbf{F}_b$ — вклад от парных столкновений частицы M с электронами, происходящих с прицельными параметрами $\rho < \overline{R}$, $\mathbf{F}_c$ — вклад от коллективных взаимодействий, когда электрон и частица M взаимодействуют на расстояниях $\rho > \overline{R}$.

Согласно [18],

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_b^{(1)} + \mathbf{F}_b^{(2)} = \frac{1}{\mu}\,\mathbf{I}. \tag{17}$$

Здесь

$$\mathbf{F}_b^{(1)} = \frac{\mathbf{I}}{m}, \quad \mathbf{F}_b^{(2)} = \frac{\mathbf{I}}{M}, \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M},$$

$$\mathbf{I} = 4\pi n e^2 q^2 \Lambda_b \nabla_{\mathbf{V}}\Phi(\mathbf{V}),$$

$\Phi(\mathbf{V}) = \int d^3v\, f(\mathbf{v})/u$ — «первый потенциал Трубникова», $\mathbf{u} = \mathbf{V} - \mathbf{v}$, $\Lambda_b = \ln(\overline{R}/R_T)$ — кулоновский логарифм для парных столкновений частиц M с электронами, $R_T = e^2/T$ — томсоновский радиус. В формуле (17) $\mathbf{F}_b^{(2)}$ — вклад в динамическую силу от парных столкновений. Такая сила действует на частицу M, движущуюся в плазме со скоростью $\mathbf{V}$ прямолинейно и равномерно: $\mathbf{R}(t) = \mathbf{V}t$. Другими словами, $\mathbf{F}_b^{(1)}$ — сила, действующая на бесконечно тяжелую частицу ($M \to \infty$), на движение которой по этой причине электроны не оказывают влияния. Сила $\mathbf{F}_b^{(2)}$ имеет другой смысл. При ее расчете электрическое поле частицы M «отключается» и электроны движутся так, как будто бы она отсутствует. Под действием электрических полей электронов частица M отклоняется от траектории $\mathbf{R}(t) = \mathbf{V}t$.

Рассчитаем теперь коллективное слагаемое. В приближении самосогласованного поля

$$\mathbf{F}_c = \mathbf{F}_c^{(1)} + \mathbf{F}_c^{(2)}. \tag{18}$$

Здесь [17–19]

$$\mathbf{F}_c^{(1)} = \frac{q^2}{2\pi^2}\int d^3k \frac{\mathbf{k}}{k^2}\,\mathrm{Im}\,\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k},\mathbf{k}\cdot\mathbf{V})} \approx \approx \frac{4\pi q^2 e^2 n\Lambda_c}{m}\nabla_{\mathbf{V}}\Phi(\mathbf{V}) \tag{19}$$

— коллективная динамическая сила, $\Lambda_c = \ln(r_D/\overline{R}) \gg 1$ — кулоновский логарифм для коллективных взаимодействий, $r_D = \sqrt{T/4\pi n e^2}$ — дебаевский радиус,

$$\varepsilon(\mathbf{k},\omega) = \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k},\omega)\hat{k}_\alpha\hat{k}_\beta = = 1 + \frac{\omega_p^2}{k^2}\int d^3v \frac{\mathbf{k}\cdot\nabla_{\mathbf{v}} f(\mathbf{v})}{\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} + i0} = = 1 + \frac{m\omega_p^2}{Tk^2}\left[1 - Z\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}\,k\Delta}\right)\right] \tag{20}$$

— продольная диэлектрическая проницаемость изотропной плазмы, $\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k},\omega)$ — тензор диэлектрической проницаемости при значениях волнового вектора и частоты возмущающего поля, равных соответственно $\mathbf{k}$ и ω [15, 16, 19, 21], $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$, $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2/m}$ — плазменная частота,

$$Z(x) = X(x) - iY(x),$$

$$X(x) = 2x\exp(-x^2)\int_0^x dt\,\exp(t^2),$$

$$Y(x) = \sqrt{\pi}\,x\exp(-x^2).$$

Отметим, что в выражении (19) и ниже даются приближенные выражения, справедливые для идеальной плазмы (4).

Последнее слагаемое в формуле (18) — это флуктуационная часть полной коллективной силы [15, 16, 19, 21–23]

$$\left(\mathbf{F}_c^{(2)}\right)_\alpha = M\frac{\partial D_{\alpha\beta}(V)}{\partial V_\beta} = F_c^{(2)}\hat{V}_\alpha, \quad F_c^{(2)} \approx \frac{4\pi n e^2 q^2\Lambda_c}{M}\Phi'(V). \tag{21}$$

Здесь

$$D_{\alpha\beta}(\mathbf{V}) = \frac{2nq^2e^2}{M^2}\int d^3v\, f(\mathbf{v})\int d^3k \times \times \frac{k_\alpha k_\beta\delta(\mathbf{k}\cdot\mathbf{u})}{k^4|\varepsilon(\mathbf{k},\mathbf{k}\cdot\mathbf{V})|^2} \approx \frac{2\pi n q^2 e^2\Lambda_c}{M^2}\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial V_\alpha\,\partial V_\beta} \tag{22}$$

— тензор коэффициентов диффузии частицы M в пространстве скоростей в изотропной плазме, $\langle u\rangle = \int d^3v\, f(\mathbf{v})u$ — «второй потенциал Трубникова».

Из выражений (18), (19) и (21) находим коллективную силу трения

$$\mathbf{F}_c = \frac{4\pi n e^2 q^2\Lambda_c}{\mu}\nabla_{\mathbf{V}}\Phi(\mathbf{V}), \tag{23}$$

а из соотношений (16), (17) и (23) получаем окончательное выражение для полной силы трения:

$$\mathbf{F} = \frac{4\pi n e^2 q^2\Lambda}{\mu}\nabla_{\mathbf{V}}\Phi(\mathbf{V}). \tag{24}$$

Отметим два замечательных и важных для дальнейшего обстоятельства:

1) исчезновение промежуточного размера $\overline{R}$ из суммарной силы (24) и появление результирующего кулоновского логарифма

$$\Lambda = \Lambda_b + \Lambda_c = \ln\frac{\overline{R}}{R_T} + \ln\frac{r_D}{\overline{R}} = \ln\frac{r_D}{R_T};$$

2) объединение масс тормозящейся частицы (M) и частиц плазмы (m) в их приведенную массу μ в формуле для полной силы трения. Обстоятельство 1 хорошо известно в физике плазмы [15–19, 21]: каждая частица плазмы находится во флуктуирующем электрическом поле, созданном всеми другими частицами, а парные столкновения можно рассматривать как наиболее кратковременные флуктуации. Обстоятельство 2 важно в методическом отношении: оно позволяет рассматривать только более простые для расчета коллективные взаимодействия. Парные столкновения автоматически учитываются, если в получающихся логарифмически расходящихся выражениях проводить обрезание не на наименьшем «коллективном» размере $\overline{R}$, а на наименьшем «парном» размере R_T. Это существенно упрощает расчет в наиболее сложном, но важном в практическом отношении случае отличного от нуля магнитного поля ($\mathbf{H} \neq 0$), для которого применимость этой процедуры доказана в работе [24] (с той разницей, что для «замагниченной» плазмы (3) вместо R_T следует взять $\overline{r}_H$). Более того, ниже показано,

что роль парных столкновений становится все менее существенной как раз в наиболее важных для замедления позитронов случаях: а) с ростом магнитного поля; б) с ростом степени анизотропии $T_\perp/T_\parallel$; в) с уменьшением массы частицы M. Обстоятельство 2 довольно удивительно, поскольку оно справедливо и для коллективных взаимодействий, когда частица M взаимодействует одновременно с большим числом частиц плазмы. Причина состоит в специфике кулоновского взаимодействия. В следующем разделе показано, однако, что эффект замены массы электрона на приведенную массу имеет место только в отсутствие магнитного поля.

В заключение данного раздела укажем аналог соотношения Эйнштейна в пространстве скоростей,

$$\left(\mathbf{F}_c^{(1)}\right)_\alpha = -\frac{M^2}{T}\,D_{\alpha\beta}V_\beta, \tag{25}$$

которое следует из выражений (19), (22). Как и должно быть, согласно соотношения (25) максвелловская функция распределения частиц M является равновесной, поскольку, как видно из формул (6) и (7), при этом $j_\alpha = 0$.

4. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИЛА ДЛЯ ПОЗИТРОНА

В данном разделе будут рассчитаны динамические силы

$$F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = MA_\perp(V_\parallel, V_\perp),$$

$$F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = MA_\parallel(V_\parallel, V_\perp)$$

для замагниченной плазмы при выполнении условия (3). Для анализа кинетики замедления позитронов необходимо знать эти силы при произвольных значениях $V_\parallel$ и $V_\perp$.

Из физических соображений ясно, что, вследствие равенства масс и зарядов электронов и позитронов, стационарная функция распределения позитронов $\Phi(\mathbf{V})$ не должна отличаться существенно от электронной функции распределения $f(\mathbf{v})$ из (1). Таким образом, в типичном случае ларморовские радиусы электронов и позитронов (r_{Hp}) сравнимы:

$$r_{Hp} \sim \overline{r}_H. \tag{26}$$

Добавим, что $\overline{r}_H \sim R_\parallel$ для типичных параметров кулеров. В зависимости от величины прицельного параметра ρ_0 столкновения ларморовских «кружков» (расстояние между прямыми, по которым движутся ларморовские кружки до столкновения позитрона с электроном), имеются две характерные области: область коллективных взаимодействий,

$$\rho_0 > \overline{R}, \tag{27}$$

и область парных столкновений,

$$\rho_0 < \overline{R}. \tag{28}$$

Последнюю из них можно разбить еще на две области: область неперекрывающихся ларморовских кружков,

$$\overline{r}_H < \rho_0 < \overline{R}, \tag{29}$$

и область перекрывающихся ларморовских кружков,

$$\rho_0 < \overline{r}_H. \tag{30}$$

Поскольку позитрон испытывает столкновения различных типов, для полной силы справедлива формула (16). В данном разделе будет рассчитана коллективная сила $\mathbf{F}_c$, соответствующая области взаимодействия (27). Как объяснено в конце разд. 1, полная сила получается из $\mathbf{F}_c$, если в качестве наименьшего размера обрезания логарифмически расходящихся выражений взять $\overline{r}_H$.

Позитрон движется по винтовой линии $\mathbf{R}(t) = V_\parallel t\mathbf{h} + \mathbf{R}_\perp(t)$, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/H$, для которой фурье-компонента плотности сторонних зарядов равна

$$\rho_{ext}(\mathbf{k},\omega) = 2\pi q \sum_{S=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \omega_H S) J_S(k_\perp r_{Hp}), \tag{31}$$

где $\Omega = \omega - k_\parallel V_\parallel$, J_S — функция Бесселя. Вследствие малости ларморовского радиуса позитронов и при выполнении условия (3) можно оставить только монопольное ($S = 0$), дипольные ($S = \pm 1$) и опустить квадрупольные и другие слагаемые ($|S| \geq 2$):

$$\rho_{ext}(\mathbf{k},\omega) \approx \rho_M + \rho_d. \tag{32}$$

Здесь

$$\rho_M(\mathbf{k},\omega) \approx 2\pi q\delta(\Omega) \tag{33}$$

— плотность заряда при нулевом размере ларморовского кружка позитрона,

$$\rho_d(\mathbf{k},\omega) \approx 2\pi q J_1(k_\perp r_{Hp})\left[\delta(\Omega-\omega_H)+\delta(\Omega+\omega_H)\right] \tag{34}$$

— «дипольная» плотность заряда, создаваемая вращающимся позитроном.

В соответствии с выражением (32) коллективную силу запишем в виде

$$\mathbf{F}_c^{(1)} = \mathbf{F}_{c\parallel}^{(1)} + \mathbf{F}_{c\perp}^{(1)}. \tag{35}$$

Ниже показано, что основной вклад в $\mathbf{F}_{c\parallel}^{(1)}$ вносит вся область коллективного взаимодействия в k-пространстве ($k_\perp \sim |k_\parallel| < 1/\overline{R}$), поэтому, принимая во внимание соотношения (3) и (26), имеем $k_\perp r_{Hp} < \overline{r}_H/\overline{R} \ll 1$. В монопольном слагаемом (33) можно положить аргумент функции Бесселя равным нулю. Мы убедимся, что основной вклад в $\mathbf{F}_{c\perp}^{(1)}$ вносит лишь часть коллективной области, а именно,

$$k_\perp \sim 1/r_{Hp} \sim 1/\overline{r}_H, \quad |k_\parallel| \ll k_\perp, \tag{36}$$

поэтому в формуле (34) оставлена функция Бесселя.

Плотность (33) описывает точечный заряд q, движущийся со скоростью $V_\parallel$ вдоль магнитного поля, поэтому, аналогично (19), имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{F}_{c\parallel}^{(1)} = F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp)\mathbf{h}, \\ F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = \frac{q^2}{2\pi^2}\int \frac{d^3k\, k_\parallel}{k^2}\,\mathrm{Im}\,\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}, k_\parallel V_\parallel)}.\end{gathered} \tag{37}$$

Расчет $F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp)$ для замагниченных электронов при произвольном значении $V_\parallel$ проводится при помощи выражения для продольной диэлектрической проницаемости плазмы в магнитном поле [19, 24]:

$$\varepsilon(\mathbf{k},\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{k^2}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\int d^3v\, J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_H}\right) \times \\ \times \frac{k_\parallel \dfrac{\partial f(\mathbf{v})}{\partial v_\parallel} + \dfrac{l\omega_H}{v_\perp}\dfrac{\partial f(\mathbf{v})}{\partial v_\perp}}{\omega - i0 - l\omega_H - k_\parallel v_\parallel}. \tag{38}$$

В области частот $|\omega| \sim \omega_p$, которая наиболее существенна для $\mathbf{F}_{c\parallel}^{(1)}$, слагаемыми с $l \neq 0$ в (38), которые экспоненциально малы, можно пренебречь. Опуская выкладки, приведем выражение для продольной силы, справедливое при произвольных значениях $V_\parallel$:

$$F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = \\ = -\frac{2q^2e^2n}{m\Delta_\parallel^2}\left[-\varphi(1-X) + \frac{1}{2}Y\ln(p_1^2+p_2^2)\right], \tag{39}$$

где

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\,\frac{p_1}{p_2}, \quad p_1 = 1 + \frac{R_\parallel^2(1-X)}{\overline{R}^2 D},$$

$$p_2 = R_\parallel^2 Y/\overline{R}^2 D, \quad D = (1-X)^2 + Y^2,$$

а функции $X(x)$ и $Y(x)$ определены в разд. 3. При $V_\parallel \ll \Delta_\parallel$ имеем

$$F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) \approx -\frac{\sqrt{2\pi}\, q^2e^2nV_\parallel}{m\Delta_\parallel^3}\ln\left(1 + \frac{R_\parallel^2}{\overline{R}^2}\right).$$

Из выражения (39) следует, что при $V_\parallel \gg \Delta_\parallel \ln(T_\perp/T_\parallel)$

$$F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) \approx -\frac{2\pi q^2e^2n}{mV_\parallel^2}. \tag{40}$$

В последнем предельном случае основной вклад в силу дает резкий пик подынтегрального выражения в (37), т. е. окрестность нуля функции $\varepsilon(\mathbf{k}, k_\parallel V_\parallel)$. По физическому смыслу это соответствует черенковскому испусканию частицей M плазмонов. При меньших скоростях трение возникает вследствие диссипации энергии внутри дебаевского облака, происходящей по механизму затухания Ландау.

Теперь рассчитаем поперечную силу $\mathbf{F}_{c\perp}^{(1)}$. Начнем с вычисления работы этой силы в единицу времени:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_\perp}{dt} + \frac{dE_\parallel}{dt} = q\langle \mathbf{V}\cdot\mathbf{E}_p\rangle,$$

где $\mathbf{E}_p$ — собственное электрическое поле плазмы,

$$\begin{gathered}E_\perp = \frac{mV_\perp^2}{2}, \quad E_\parallel = \frac{mV_\parallel^2}{2}, \\ \frac{dE_\perp}{dt} = q\langle \mathbf{V}_\perp\cdot\mathbf{E}_p\rangle, \quad \frac{dE_\parallel}{dt} = q\langle V_\parallel E_{p\parallel}\rangle,\end{gathered} \tag{41}$$

угловыми скобками обозначено усреднение по ларморовскому периоду, что дает соотношения

$$\frac{dE_\parallel}{dt} = V_\parallel F_\parallel^{(1)}(V_\parallel, V_\perp),$$

$$\frac{dE_\perp}{dt} = V_\perp F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = 4\pi q^2 \times \\ \times \sum_{S=-\infty}^{\infty}\omega_H S\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{k^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{1}{\varepsilon_S}\right)J_S^2(k_\perp r_{Hp}) \approx \\ \approx 4\pi q^2\omega_H\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{k^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_{-1}}\right) \times \\ \times J_1^2(k_\perp r_{Hp}), \tag{42}$$

где $\varepsilon_S \equiv \varepsilon(\mathbf{k}, k_\parallel V_\parallel + \omega_H S)$, $S = \pm 1$.

Сила трения $\mathbf{F}_{c\parallel}^{(1)}$ направлена вдоль магнитного поля, поэтому она уменьшает энергию $E_\parallel$ продольного движения позитрона. Усредненная сила $\mathbf{F}_{c\perp}^{(1)}$ не влияет на $E_\parallel$ и, согласно второму выражению в (42), уменьшает $E_\perp$, т.е. она направлена поперек магнитного поля:

$$\mathbf{F}_{c\perp}^{(1)} = F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp)\hat{\mathbf{V}}_\perp, \quad \hat{\mathbf{V}}_\perp = \frac{\mathbf{V}_\perp}{V_\perp},$$

$$F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = \frac{4\pi q^2\omega_H}{(2\pi)^3} \times \\ \times \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{1}{k^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_{-1}}\right)J_1^2(k_\perp r_{Hp}).$$

С логарифмической точностью порядка $1/\ln(T_\perp/T_\parallel)$ получим

$$F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) = = -\frac{4q^2e^2n}{mV_\perp V_\parallel}\Phi\left(\frac{V_\perp}{\Delta_\perp}\right) G_1\left(\frac{V_\parallel}{\sqrt{2}\,\Delta_\parallel}\right), \quad (43)$$

где

$$G_1(x) = X(x)(\varphi_1 - \varphi_2) + Y(x)(\kappa_1 + \kappa_2),$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{X - (X^2+Y^2)\delta/x}{Y},$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}\frac{Y}{\dfrac{(X^2+Y^2)\delta}{x}Y + X},$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{2}\ln\left\{\left[1 - \frac{Xx}{(X^2+Y^2)\delta}\right]^2 + \left[\frac{Xx}{(X^2+Y^2)\delta}\right]^2\right\},$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{2}\ln\left\{\left[1 + \frac{Xx}{(X^2+Y^2)\delta}\right]^2 + \left[\frac{Xx}{(X^2+Y^2)\delta}\right]^2\right\},$$

$$\delta = \frac{\omega_p^2\Delta_\perp}{2\sqrt{2}\,\omega_H^2\Delta_\parallel},$$

$$\Phi(z) = 2\int_0^\infty \frac{d\beta}{\beta^3} J_1^2(z\beta)\exp(-\beta^2) I_1(\beta^2),$$

$I_1(\beta^2)$ — модифицированная функция Бесселя.

В предельном случае $V_\parallel \gg \Delta_\parallel \ln(T_\perp/T_\parallel)$ имеем

$$F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp) \approx -\frac{2\pi q^2 e^2 n}{mV_\perp V_\parallel}, \quad (44)$$

что соответствует черенковскому испусканию «быстрых» циклотронных волн с законом дисперсии $\omega(\mathbf{k}) \approx \sqrt{\omega_H^2 + \omega_p^2 \sin^2\alpha}$, где α — угол между векторами $\mathbf{H}$ и $\mathbf{k}$.

Основной вклад в $F_\perp^{(1)}(V_\parallel, V_\perp)$ возникает от области в пространстве волновых векторов:

$$k_\perp \sim \frac{1}{r_{pH}} \sim \frac{1}{\overline{r}_H}, \quad |k_\parallel| \ll k_\perp, \quad \sin^2\alpha = \frac{k_\perp}{k} \approx 1. \quad (45)$$

Она соответствует пространственной области, в которой расстояние ρ_0 между центрами орбит взаимодействующих позитрона и электрона и расстояние z между ними вдоль магнитного поля составляют соответственно

$$\rho_0 \sim r_{pH} \sim \overline{r}_H, \quad |z| \sim \frac{1}{|k_\parallel|} = \frac{2\omega_H\Delta_\parallel}{\omega_p^2}. \quad (46)$$

Такие электроны по отношению к позитрону находятся внутри тонкого цилиндра радиуса порядка r_{pH}, на расстоянии примерно $d \gg r_{pH}$ от позитрона. Поскольку $d \gg r_{pH}$, эти электроны расположены в области (27) коллективных взаимодействий, чем обеспечивается справедливость результата (43), полученного в приближении самосогласованного поля.

Асимптотические выражения (40), (44) впервые были получены в работе [9].

5. СТАЦИОНАРНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЗИТРОНОВ

В установившемся состоянии для позитронов справедливо соотношение

$$\overline{E}_\parallel \ll \overline{E}_\perp, \quad \overline{E}_\parallel \sim T_\parallel, \quad \overline{E}_\perp \sim T_\perp, \quad (47)$$

поэтому из (13) и (14) заключаем, что

$$|j_\parallel| \sim \frac{\Delta_\parallel}{\Delta_\perp}|j_\perp| \ll |j_\perp|. \quad (48)$$

Принимая во внимание соотношения (47), (48) приближенное решение уравнения (14) запишем в виде

$$\Phi(\mathbf{V}) \approx G(V_\perp) g_0(V_\parallel; V_\perp), \quad (49)$$

где функция $g_0(V_\parallel; V_\perp)$ распределения позитронов по продольным скоростям удовлетворяет уравнению

$$A_\parallel(V_\parallel, V_\perp) g_0(V_\parallel; V_\perp) - - D_\parallel(V_\parallel, V_\perp)\frac{\partial g_0(V_\parallel; V_\perp)}{\partial V_\parallel} = 0 \quad (50)$$

и условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_0(V_\parallel; V_\perp)\, dV_\parallel = 1.$$

Точкой с запятой в аргументе g_0 отмечено то обстоятельство, что $|\partial g_0/\partial V_\parallel| \gg |\partial g_0/\partial V_\perp|$, благодаря чему и возникает решение уравнения (14) в виде (49). По сути, приближение (49) соответствует методу разделения быстрых и медленных переменных (в качестве примера см. задачу об атоме в сверхсильном магнитном поле [25, 26]). Уравнение для функции $G(V_\perp)$ распределения позитронов по поперечным скоростям получается в результате интегрирования уравнения (14) по $dV_\parallel$:

$$A_\perp(V_\perp) G(V_\perp) - D_\perp(V_\perp)\frac{dG(V_\perp)}{dV_\perp} = 0, \quad (51)$$

$$A_\perp(V_\perp) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dV_\| g_0(V_\|; V_\perp) \times \\ \times \left[A_\perp(V_\|, V_\perp) + \frac{\partial D_\perp(V_\|, V_\perp)}{\partial V_\perp} \right] - \frac{dD_\perp(V_\perp)}{dV_\perp},$$

$$D_\perp(V_\perp) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dV_\| g_0(V_\|; V_\perp) D_\perp(V_\|, V_\perp).$$

Решение уравнения (50) имеет вид

$$g_0(V_\|; V_\perp) = B(V_\perp) \exp\left[\int\limits_0^{V_\|} \frac{A_\|(V'_\|, V_\perp)}{D_\|(V'_\|, V_\perp)} dV'_\| \right] = \\ = B(V_\perp) \exp\left[\int\limits_0^{V_\|} \frac{F_\|^{(1)}(V'_\|, V_\perp)}{MD_\|(V'_\|, V_\perp)} dV'_\| \right], \quad (52)$$

где $B(V_\perp)$ — нормировочная постоянная, зависящая от $V_\perp$ как от параметра. Аналогично из уравнения (51) имеем

$$G(V_\perp) = C_0 \exp\left[\int\limits_0^{V_\perp} dV'_\perp \frac{A_\perp(V')}{D_\perp(V')} \right] = \\ = C_0 \exp\left[\int\limits_0^{V_\perp} dV'_\perp \frac{A_\perp(V')}{MD_\perp(V')} \right], \quad (53)$$

где C_0 — другая нормировочная постоянная, определенная условием

$$\int G(V_\perp)\, d^2V_\perp = 2\pi \int\limits_0^{\infty} G(V_\perp) V_\perp dV_\perp = 1.$$

В рассматриваемом здесь анизотропном случае (см. условие (2)) несложный расчет приводит к выводу, что для коэффициентов $A_\|$, $D_\|$, $A_\perp$, $D_\perp$ выполняется соотношение, подобное (25):

$$F_\|^{(1)}(V_\|, V_\perp) = -\frac{M^2 V_\|}{T_\|} D_\|(V_\|, V_\perp), \\ F_\perp^{(1)}(V_\|, V_\perp) = -\frac{M^2 V_\perp}{T_\perp} D_\perp(V_\perp). \quad (54)$$

Из соотношений (52), (53) заключаем, что стационарное распределение позитронов ($M = m$) совпадает с электронным и дается выражениями

$$g_0(V_\|; V_\perp) = g(V_\|) = \left(\frac{M}{2\pi T_\|} \right)^{1/2} \times \\ \times \exp\left(-\frac{MV_\|^2}{2T_\|} \right), \\ G(V_\perp) = G_e(V_\perp) = \\ = \frac{M}{2\pi T_\perp} \exp\left(-\frac{MV_\perp^2}{2T_\perp} \right). \quad (55)$$

Этот вывод не является неожиданным. Действительно, как говорилось в разд. 2, передачей энергии поперечного движения электронов в энергию продольного движения позитронов (LT-переходы) можно пренебречь. В этом приближении обмен энергией происходит только при LL- и TT-переходах. Напомним, что движение по каждому из этих направлений (поперечному и продольному) характеризуется равновесным максвелловским распределением электронов с соответствующими температурами, что ведет к установлению такого же распределения для позитронов. Ввиду достаточной ясности этого утверждения и из-за недостатка места мы не приводим здесь доказательства соотношений (54).

В заключение данного раздела оценим погрешность результата (55). В первом приближении по малому коэффициенту D_{LT} вместо приближенного уравнения (50) получаем более общее уравнение

$$A_\|(V_\|, V_\perp) g_0(V_\|; V_\perp) - D_\|(V_\|, V_\perp) \frac{\partial g_0(V_\|; V_\perp)}{\partial V_\|} - \\ - D_{LT} \left(-\frac{MV_\perp}{T_\perp} \right) g_0(V_\|; V_\perp) = 0. \quad (56)$$

Вследствие адиабатичности столкновений по отношению к поперечному движению вклад в коэффициент D_{LT} для замагниченных электронов со сплющенным распределением (1) от дальних столкновений экспоненциально мал (по этому поводу см. также обзор [27]). Основной вклад в них вносит область прицельных параметров (30), когда возможны парные столкновения, в которых адиабатический инвариант может не сохраняться. В дрейфовом приближении [28] имеем (см. также [16, § 60])

$$D_{LT} \approx \frac{2\pi n q^2 e^2 \Lambda_1 V_\perp V_\|}{M^2 (V_\perp^2 + V_\|^2)^{3/2}}, \quad \Lambda_1 = \ln \frac{\overline{R}}{\overline{r}_H}. \quad (57)$$

Из выражений (56) и (57) получаем соотношение для продольной температуры $T_{p\|}$ позитронов:

$$\frac{1}{T_{p\|}} - \frac{1}{T_\|} \sim -\frac{D_{LT}}{D_\| \sqrt{T_\perp T_\|}}.$$

Отсюда получаем оценку

$$\frac{T_{p\|}-T_{\|}}{T_{\|}} \sim \left(\frac{T_{\|}}{T_{\perp}}\right)^{3/2}, \qquad (58)$$

означающую, что результат (49), (55) достаточно точен. Коэффициенты D_{LT} и $D_{\|}$ обусловлены соответственно парными столкновениями и коллективными процессами, поэтому по смыслу результат (58) описывает уменьшение роли парных столкновений с ростом анизотропии $T_{\perp}/T_{\|}$.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В настоящее время в ряде лабораторий сооружаются позитронные накопительные кольца с электронным охлаждением. Такие установки предназначены для получения и проведения разнообразных опытов с атомами позитрония и антиводорода. В данной статье получены и проанализированы кинетические уравнения, описывающие поведение функции распределения позитронов при охлаждении. Это важно для конструирования установок и планирования экспериментов с пучками указанных атомов, поскольку эта функция определяет их угловой и энергетический разброс, скорость их образования и другие важные характеристики. Показано, что роль коллективных эффектов в электронном охлаждении возрастает а) при уменьшении массы замедляющейся частицы; б) с ростом анизотропии (2) электронного облака; в) с ростом магнитного поля. Отсюда вытекает, что поведение позитронов в кулерах практически полностью определяется коллективными эффектами. Это отличие от случая замедления тяжелых частиц требует разработки новой теории, начало которой положено в ряде работ последнего времени, а также в данной работе.

Диссипация энергии частицы происходит в пределах дебаевской сферы по механизму затухания Ландау, суть которого в следующем. Вместе с частицей перемещается по плазме область, в которой движение электронов возмущено полем частицы. Образование этого облака можно понимать как излучение и поглощение частицей виртуальных, не уходящих на бесконечность, плазмонов. Часть энергии этого коллективного движения переходит в энергию одночастичного хаотического теплового движения, что порождает действующую на частицу силу трения. При движении частицы вдоль магнитного поля со скоростью, превышающей $\Delta_{\|}$, основным механизмом потери энергии частицей становится испускание реальных плазмонов, распространяющихся на расстояния, намного превышающие дебаевский радиус, что есть черенковское излучение плазмонов. Эти механизмы играют основную роль в потере продольной энергии позитронов в облаке замагниченных электронов. Энергия поперечного движения позитронов теряется и восполняется в результате испускания и поглощения реальных и виртуальных циклотронных волн. Этот процесс не существен в случае ионов и является новым для теории электронного охлаждения: в отличие от ионов, позитроны вращаются в магнитном поле в резонансе с электронами, что приводит к новому коллективному резонансному механизму передачи поперечной энергии. В статье получены кинетические коэффициенты, характеризующие обмен продольной и поперечной энергией. Установлен своеобразный характер экранирования переменной части электромагнитного поля позитрона, вращающегося в облаке электронов. Это поле сосредоточено в «трубе», вытянутой вдоль магнитного поля и определяемой пространственной областью (46). Вне трубы поле убывает по степенному закону. В трубе по механизму затухания Ландау происходит поглощение основной части энергии поперечного движения позитрона. Небольшая часть энергии «вытекает» из трубы, попадает в квазистатическую зону, где, вследствие действия эффектов запаздывания, создаются расходящиеся циклотронные волны. Этот эффект экранирования поля вращающегося заряда, на наш взгляд, объясняет отмеченное в работе [29] подавление циклотронного излучения на основной гармонике в плазме с анизотропным распределением (2).

В статье вычислены компоненты динамической силы трения и коэффициенты продольной и поперечной диффузии позитронов в пространстве скоростей. Они необходимы для анализа кинетики их замедления в кулерах. Показано, что в результате замедления в накопительном кольце устанавливается стационарная функция распределения позитронов, практически совпадающая с электронной. Данный результат справедлив для наиболее интересного в практическом отношении замагниченного электронного пучка со сплющенным распределением (1), (2). При уменьшении магнитного поля условие (3) нарушается, поэтому в этом случае стационарное распределение позитронов существенно отличается от электронного.

Результаты, приведенные и проанализированные в данном обзоре, важны для планирования экспериментов с позитронными пучками, характерными для установки ЛЕПТА [6].

Автор благодарит И. Н. Мешкова, А. О. Сидорина, А. В. Смирнова, Г. В. Трубникова, Е. М. Сыресина, С. Л. Яковенко, Б. А. Трубникова, В. Д. Шафранова, В. И. Ильгисониса, В. С. Лисицу и В. П. Пастухова за полезные обсуждения работы на разных ее этапах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Будкер, Атомная энергия **22**, 346 (1967).
2. И. Н. Мешков, ЭЧАЯ **25**, 1487 (1994).
3. В. В. Пархомчук, А. Н. Скринский, УФН **170**, 473 (2000).
4. И. Н. Мешков, ЭЧАЯ **28**, 495 (1997).
5. I. Meshkov and A. Skrinsky, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **379**, 41 (1996).
6. I. N. Meshkov and A. O. Sidorin, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **391**, 216 (1997).
7. I. Meshkov, A. Sidorin, E. Syresin et al., Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **411**, 145 (2000).
8. A. Artamonov, Ya. Derbenev, and E. Saldin, Part. Accel. **23**, 79 (1998).
9. A. S. Artamonov and Ya. Derbenev, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **284**, 248 (1989).
10. Г. И. Будкер, А. Ф. Булышев, Н. С. Диканский, в сб. *Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц*, т. 1, Наука, Москва (1977), с. 236; Препринт №76-92, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск (1976).
11. В. И. Куделайнен, В. А. Лебедев, И. Н. Мешков и др., ЖЭТФ **83**, 2056 (1982).
12. Н. Н. Боголюбов, *Проблемы динамической теории в статистической физике*, Гостехиздат, Москва–Ленинград (1946); Н. Н. Боголюбов, *Избранные труды по статистической физике* Изд-во МГУ, Москва (1979), с. 5.
13. N. Rostoker, Nucl. Fusion **1**, 101 (1961).
14. Ю. Л. Климонтович, В. П. Силин, ЖЭТФ **42**, 286 (1962).
15. А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Лекции по электродинамике плазмоподобных сред*, Изд-во МГУ, Москва (1999).
16. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
17. Б. А. Трубников, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 1, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, Москва (1963), с. 3.
18. Б. А. Трубников, *Теория плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1996).
19. В. Д. Шафранов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 3, под ред. М. А. Леонтовича Госатомиздат, Москва (1963), с. 3.
20. N. Rostoker and M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids **3**, 1 (1960).
21. А. А. Арцимович, Р. З. Сагдеев, *Физика плазмы для физиков*, Атомиздат, Москва (1979).
22. Ф. Хинтон, в сб. *Основы физики плазмы*, т. 1, под ред. А. А. Галеева, Р. Судана, Энергоатомиздат, Москва (1983), с. 152.
23. В. В. Железняков, *Излучение в астрофизической плазме*, Янус-К, Москва (1997).
24. D. Montgomery, G. Joyce, and L. Turner, Phys. Fluids **17**, 2201 (1974).
25. R. J. Elliott and R. Loudon, J. Phys. Chem. Sol. **15**, 196 (1960).
26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1974).
27. Л. И. Меньшиков, Р. Ландуа, УФН **173**, 283 (2003).
28. С. Т. Беляев, в сб. *Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций*, т. 3, Изд-во АН СССР, Москва (1958), с. 104.
29. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Изв. вузов, Радиофизика **1**, 59 (1958).