

# ОБМЕН ПОПЕРЕЧНЫМИ ПЛАЗМОНАМИ И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЯДЕР НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

П. С. Штернин\*

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 12 января 2008 г.

Изучена электропроводность в замагниченных ядрах нейтронных звезд, обусловленная столкновениями заряженных частиц. Учтены обычные процессы обмена продольными плазмонами, а также процессы обмена поперечными плазмонами при столкновениях частиц. Обмен поперечными плазмонами важен для столкновений релятивистских частиц, но не учитывался ранее при расчете электропроводности. Показано, что его учет меняет электропроводность, в том числе ее температурную зависимость (так, температурная зависимость электросопротивления вдоль магнитного поля в пределе низких температур приобретает вид  $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^{5/3}$  вместо обычной зависимости  $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^2$  для вырожденных ферми-систем). Кратко описано влияние на электропроводность возможной сверхтекучести нейтронов и протонов в ядрах нейтронных звезд и обсуждены различные сценарии эволюции магнитных полей нейтронных звезд.

PACS: 97.60.Jd, 52.25.Fi, 52.27.Ny

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Нейтронные звезды представляют собой компактные объекты с радиусом  $R \sim 10\text{--}15$  км и массой около  $1.4M_{\odot}$ , где  $M_{\odot}$  — масса Солнца. Считается, что нейтронная звезда имеет тонкую легкую оболочку (несколько процентов массы звезды) и массивное ядро [1–5]. Оболочка (кора) звезды состоит из вещества, содержащего атомные ядра. Ядро звезды начинается при плотности вещества  $\rho \approx 0.5\rho_0$  ( $\rho_0 \approx 2.8 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> — ядерная плотность) и простирается до центра звезды. Оно содержит богатую нейтронами, сильновырожденную и однородную материю сверхъядерной плотности. Состав и уравнение состояния вещества ядер нейтронных звезд известны плохо, однако наблюдения нейтронных звезд могут позволить сделать выбор между различными теоретическими моделями. Это делает нейтронные звезды уникальными природными лабораториями, позволяющими исследовать свойства вещества в экстремальных условиях.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением моделей ядер нейтронных звезд, состоящих в основном из нейтронов ( $n$ ) с примесью протонов

( $p$ ), электронов ( $e$ ) и, возможно, мюонов ( $\mu$ ). Электроны и мюоны образуют почти идеальные вырожденные ферми-газы, причем электроны являются ультрарелятивистскими, а мюоны могут обладать произвольной степенью релятивизма. Нуклоны (нейтроны и протоны) образуют сильно неидеальную ферми-жидкость, которая может быть в сверхтекучем состоянии. Сверхтекучесть протонов приводит к сверхпроводимости вещества. При достаточно высокой плотности, в так называемом внутреннем ядре звезды, могут появляться другие частицы или элементарные возбуждения среды — гипероны, пионный или каонный конденсат, свободные кварки. Мы не будем рассматривать такие модели, однако заметим, что наши результаты допускают обобщение на случай гиперонного вещества.

Электропроводность недр нейтронных звезд необходима для изучения эволюции магнитных полей этих звезд. Время омического распада магнитного поля играет важную роль в теории пульсаров [6, 7]. Скорость превращения магнитной энергии в тепловую может быть важна для тепловой эволюции нейтронных звезд, в особенности магнитаров (см., например, работы [8, 9] и приведенные там ссылки).

Перенос заряда в ядрах нейтронных звезд обеспе-

\*E-mail: pshternin@gmail.com

чивается электронами, мюонами, протонами и, возможно, другими заряженными барионами. Данная работа посвящена той составляющей электропроводности, которая обусловлена электромагнитными столкновениями заряженных частиц. Электропроводность, определяемая нуклон-нуклонными столкновениями, здесь детально не рассматривается.

Электропроводность ядер нейтронных звезд изучалась во многих работах. В классической работе Бойма, Петика и Пайнса [10] вычислена электропроводность вещества, состоящего из нейтронов, протонов и электронов (*пре-вещества*). В этой же работе была получена оценка времени омического затухания магнитного поля в ядре нейтронной звезды, которое значительно больше возраста Вселенной. Яковлев и Шалыбков [11, 12] получили общие выражения для тензора электропроводности замагниченной многокомпонентной плазмы и применили их к модели свободных частиц в ядрах нейтронных звезд.

Вместе с тем в предыдущих вычислениях электропроводности в ядрах нейтронных звезд не был проведен корректный учет обмена поперечными плазмонами при столкновениях заряженных частиц. Важность этого эффекта была указана Гейзельбергом и Петиком в работе [13], посвященной транспортным свойствам вырожденной кварковой плазмы. Недавно мы изучили влияние этого эффекта на теплопроводность коры и ядра нейтронной звезды [14, 15]. Учет обмена поперечными плазмонами может понизить теплопроводность на несколько порядков. Влияние этого же эффекта на излучение нейтринных пар при электрон-электронных столкновениях было рассмотрено в работе [16].

Ниже мы рассчитаем электропроводность в ядрах нейтронных звезд с учетом обмена поперечными плазмонами.

## 2. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЯДЕР НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

### 2.1. Постановка задачи

Рассмотрим ядро нейтронной звезды, состоящее из нейтронов, протонов, электронов и мюонов (*пре-вещество*). В отсутствие магнитного поля основными переносчиками электрического тока являются электроны и мюоны. Электропроводность такой плазмы описывается проводимостью  $\sigma$  или электросопротивлением  $\mathcal{R} = 1/\sigma$ , которые определяются столкновениями электронов и мюонов между собой и с другими заряженными частицами (протонами). Электромагнитным взаимодействием заря-

женных частиц с нейтронами будем пренебрегать, предполагая, что нейтроны влияют на электропроводность только путем сильного взаимодействия с протонами. При наличии магнитного поля поперечное движение легких электронов и мюонов достаточно быстро замагничивается вращением этих частиц вокруг магнитных силовых линий, тогда как на движение массивных протонов магнитное поле влияет слабее. Поэтому протоны могут заметно влиять на электропроводность поперек магнитного поля. Достаточно сильные магнитные поля ( $B \gtrsim 10^{14}$  Гс) квантуют движение электронов и мюонов (уровни Ландау). Мы не будем учитывать эффекты квантования, ограничиваясь только учетом эффектов замагничивания.

Для плазмы в магнитном поле  $\mathbf{B}$ , параллельном оси  $z$ , электропроводность описывается тензорами проводимости и электросопротивления:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & \sigma_H & 0 \\ -\sigma_H & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\hat{\mathcal{R}} = \hat{\sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathcal{R}_{\perp} & \mathcal{R}_H & 0 \\ -\mathcal{R}_H & \mathcal{R}_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{R}_{\parallel} \end{pmatrix},$$

где  $\sigma_{\perp}$  и  $\sigma_{\parallel}$  — проводимость поперек и вдоль поля  $\mathbf{B}$ , а  $\sigma_H$  — холловская проводимость. Такой же смысл имеют составляющие тензора  $\hat{\mathcal{R}}$ . В неквантовом магнитном поле проводимость  $\sigma_{\parallel}$  и сопротивление  $\mathcal{R}_{\parallel}$  не зависят от  $\mathbf{B}$  и равны

$$\sigma_{\parallel} = \sigma_{\perp}(\mathbf{B} = 0), \quad \mathcal{R}_{\parallel} = \mathcal{R}_{\perp}(\mathbf{B} = 0) = 1/\sigma_{\parallel}.$$

Удобно ввести комплексные величины

$$\tilde{\sigma} = \sigma_{\perp} - i\sigma_H, \quad \tilde{\mathcal{R}} = \mathcal{R}_{\perp} - i\mathcal{R}_H = 1/\tilde{\sigma},$$

которые полностью определяют тензоры  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\mathcal{R}}$ . Прямой расчет электропроводности из кинетической теории дает тензор  $\hat{\sigma}$ , но уравнения эволюции магнитного поля содержат именно тензор  $\hat{\mathcal{R}}$ , который и представляет интерес для приложений.

Как уже отмечалось, нейтроны и протоны в ядрах нейтронных звезд могут находиться в сверхтекучем состоянии. Последовательное рассмотрение электропроводности нормальной составляющей вещества в сверхтекучем случае выходит за рамки настоящей работы. Мы ограничимся качественным рассмотрением в п. 3.3.

Общий анализ полученных решений будет проделан в разд. 3. В разд. 4 мы кратко опишем возможные сценарии эволюции магнитного поля в ядрах нейтронных звезд.

### 2.2. Формализм

Будем следовать методу расчета электропроводности многокомпонентной плазмы, использованному в работе [11], и применим его к рассматриваемой задаче. Исходим из системы кинетических уравнений Больцмана для функций распределения частиц в некантованном магнитном поле:

$$\frac{\partial F_c}{\partial t} + \mathbf{v}_c \cdot \frac{\partial F_c}{\partial \mathbf{r}_c} + e_c (\mathbf{E} + \mathbf{v}_c \times \mathbf{B}) \frac{\partial F_c}{\partial \mathbf{p}_c} = \sum_i I_{ci}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}$  — внешнее электрическое поле,  $e_c$ ,  $\mathbf{v}_c$  и  $p_c$  — заряд, скорость и импульс частицы сорта  $c$ ,  $F_c$  — функция распределения,  $I_{ci}$  — интеграл столкновений частиц сортов  $c$  и  $i$ , имеющий вид

$$I_{ci} = \frac{1}{(2\pi)^9(1 + \delta_{ci})} \times \sum_{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_2'} \int d^3 p_2 d^3 p_1' d^3 p_2' w_{ci}(12|1'2') \times [F_1' F_2'(1-F_1)(1-F_2) - F_1 F_2(1-F_1')(1-F_2')]. \quad (3)$$

Индексы «1» и «2» отвечают частицам до столкновения, а «1'» и «2'» — после столкновения;  $\mathbf{p}$  — импульс частицы,  $\sigma_k$  — спиновый индекс,  $w_{ci}$  — дифференциальная вероятность рассеяния  $12 \rightarrow 1'2'$ . Дельта-символ  $\delta_{ci}$  в знаменателе добавлен для того, чтобы избежать двукратного учета одних и тех же столкновений тождественных частиц (при  $i = c$ ). Здесь и далее, если не оговорено особо, используем систему единиц, в которой  $\hbar = c = k_B = 1$ . Следуя стандартному подходу, представим функцию распределения частиц в виде

$$F_c = f_c - \Phi_c \frac{\partial f_c}{\partial \varepsilon_c},$$

где

$$f_c = \left[ 1 + \exp \left( \frac{\varepsilon_c - \mu_c}{T} \right) \right]^{-1}$$

— равновесная ферми-дираковская функция распределения, неизвестная функция  $\Phi_c$  описывает слабое отклонение от равновесного состояния под действием электрического поля  $\mathbf{E}$ ,  $\varepsilon_c$  — энергия частицы,  $\mu_c$  — энергия Ферми. При использовании вариационного метода с простейшей пробной функцией величину  $\Phi_c$  можно представить в виде

$$\Phi_c = -\mathbf{u}_c \cdot \mathbf{p}_c, \quad (4)$$

где  $\mathbf{u}_c$  — неизвестный вектор, имеющий смысл дрейфовой скорости частиц  $c$ . Вообще говоря,  $\mathbf{u}_c$  является медленно меняющейся функцией энергии частицы,  $\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_c(\varepsilon_c)$ , однако в первом приближении

в сильновырожденной плазме достаточно положить  $\mathbf{u}_c = \text{const}$ .

Далее следует линеаризовать интегралы столкновений стандартным образом, умножить получившиеся линеаризованные кинетические уравнения на  $\mathbf{p}_c$  и проинтегрировать по

$$d\Gamma_1 = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\sigma_1} d^3 p_1.$$

Поскольку все частицы сильно вырождены, при вычислении интегралов в слабоменяющихся функциях можно поместить импульсы сталкивающихся частиц  $i$  на соответствующую ферми-поверхность ( $p_i = p_{Fi}$ ) и положить энергии частиц равными энергиям Ферми ( $\varepsilon_i = \mu_i$ ). Прделав это, Яковлев и Шалыбков [11] получили систему уравнений для нахождения дрейфовых скоростей  $\mathbf{u}_c$  в общем случае и привели явный вид решений для двух-, трех- и четырехкомпонентной плазмы.

Если электрическое поле направлено вдоль оси  $x$ , то дрейфовые скорости частиц перпендикулярны магнитному полю  $\mathbf{B}$ . Связь комплексной проводимости  $\tilde{\sigma}$  и дрейфовой скорости может быть написана в простом виде, если ввести циклическую скорость  $\tilde{u}_c = u_{cx} + iu_{cy}$ :

$$\tilde{j} \equiv j_x + ij_y = \sum_c e_c n_c \tilde{u}_c = \tilde{\sigma} E, \quad (5)$$

где  $j_x$  и  $j_y$  — составляющие плотности электрического тока,  $n_c$  — концентрация частиц сорта  $c$ . Таким образом, знание дрейфовых скоростей  $\mathbf{u}_c$  решает задачу электропроводности. Для *прем*-вещества решение, полученное Яковлевым и Шалыбковым, имеет вид<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{R}} &= \tilde{\sigma}^{-1} = \frac{d_0 + iBd_1 - B^2 d_2}{a_0 + iBa_1} + \frac{X_n^2}{S_{pn}} B^2, \\ a_0 &= e^2 (S_{ep} n_\mu^2 + S_{\mu p} n_e^2 + S_{e\mu} n_p^2), \\ a_1 &= -e^3 n_e n_\mu n_p, \\ d_0 &= S_{ep} S_{\mu p} + S_{e\mu} S_{\mu p} + S_{e\mu} S_{ep}, \\ d_1 &= -en_e (1 - 2X_e) S_{\mu p} - en_\mu (1 - 2X_\mu) S_{ep} - \\ &\quad - en_p (1 - 2X_e - 2X_\mu) S_{e\mu}, \\ d_2 &= e^2 [n_e n_\mu (1 - X_e - X_\mu)^2 - n_p (X_e^2 n_\mu + X_\mu^2 n_e)], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $e = |e|$  — элементарный заряд,  $X_i$  характеризует массовую долю частиц сорта  $i$ ,

$$X_i = \frac{m_i^* n_i}{\sum_j m_j^* n_j}, \quad \sum_i X_i = 1, \quad (7)$$

<sup>1)</sup> Отметим опечатку в формуле (34) работы [11]. В выражении для  $d_1$  перед последними тремя слагаемыми вместо знака «+» должен быть «-».

а  $m_i^*$  — эффективная масса частиц сорта  $i$ . Для электронов и мюонов, образующих почти идеальные газы, эффективная масса  $m_c^* = \mu_c/c^2$  отличается от массы покоя частиц  $m_c$  благодаря релятивистским эффектам. В условиях бета-равновесия имеем  $m_e^* = m_\mu^*$  [1]. Эффективные массы протонов и нейтронов отличаются от их масс покоя в основном благодаря многочастичным эффектам в ядерной ферми-жидкости. В выражениях (6) учтено, что заряд нейтронов равен нулю, а заряды электронов, протонов и мюонов одинаковы по абсолютной величине. Кроме того, в формулах пренебрегается взаимодействием электронов и мюонов с нейтронами.

В отсутствие мюонов выражение для электросопротивления упрощается:

$$\tilde{\mathcal{R}} = \tilde{\sigma}^{-1} = \frac{S_{ep} - ien_e(1 - 2X_e)B}{n_e^2 e^2} + \frac{X_n^2}{S_{pn}} B^2. \quad (8)$$

Фигурирующие в выражениях (6) и (8) величины  $S_{ci}$  представляют собой скорости (rate) передачи импульса при столкновениях частиц,

$$S_{ci} = -\frac{1}{3T(2\pi)^{12}} \int d^3 p_1 d^3 p_{1'} d^3 p_2 d^3 p_{2'} \times \\ \times W_{ci}(12|1'2')(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{q}) f_1 f_2 (1 - f_1')(1 - f_2'), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_2$$

— импульс, переданный при столкновении  $12 \rightarrow 1'2'$ , а

$$W_{ci}(12|1'2') = \sum_{\sigma_1 \sigma_2 \sigma'_1 \sigma'_2} w_{ci}(12|1'2')$$

— дифференциальная вероятность такого столкновения, просуммированная по спиновым состояниям сталкивающихся частиц.

Важно, что столкновения частиц одного сорта ( $S_{cc}$ ) не дают вклада в электропроводность. Причина этого хорошо известна и проста — такие столкновения не меняют электрического тока и поэтому не вызывают диссипации.

Таким образом, расчет  $\tilde{\sigma}$  или  $\tilde{\mathcal{R}}$  сводится к вычислению  $S_{ci}$  по формуле (9). Мы проделаем его с правильным учетом плазменного экранирования электромагнитного взаимодействия сталкивающихся частиц.

Поскольку электроны и мюоны сталкиваются друг с другом и с другими заряженными частицами (протонами) благодаря электромагнитному взаимодействию, расчет электропроводности, обусловленной столкновениями заряженных частиц, может быть выполнен точно. В итоге решение задачи об

электропроводности вдоль магнитного поля будет универсальным, применимым к широкому классу уравнений состояния ядер нейтронных звезд. Однако для определения электропроводности поперек поля нам потребуются вычисление величины  $S_{pn}$ , которая зависит от модели ядерных взаимодействий. Мы обсудим нейтрон-протонные столкновения в п. 2.5.

### 2.3. Столкновения заряженных частиц

Дифференциальная вероятность столкновения может быть представлена в виде

$$W_{ci}(12|1'2') = 4(2\pi)^4 \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) \times \\ \times \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2) |M_{ci}(12|1'2')|^2, \quad (10)$$

куда входят дельта-функции, обеспечивающие законы сохранения энергии и импульса, и квадрат матричного элемента оператора электромагнитного взаимодействия:

$$|M_{ci}|^2 \propto \left| \frac{J_{1'1}^{(0)} J_{2'2}^{(0)}}{q^2 + \Pi_l} - \frac{\mathbf{J}_{t1'1} \cdot \mathbf{J}_{t2'2}}{q^2 - \omega^2 + \Pi_t} \right|^2, \quad (11)$$

где  $\omega = \varepsilon'_1 - \varepsilon_1$  — энергия, переданная при столкновении;  $J_{i'i}^{(\nu)} = (J_{i'i}^{(0)}, \mathbf{J}_{i'i})$  — 4-ток перехода ( $\nu = 0, \dots, 3$ ). Два слагаемых в матричном элементе отвечают взаимодействию продольных и поперечных токов;  $\mathbf{J}_{t i' i}$  — составляющая тока перехода  $\mathbf{J}_{i' i}$ , перпендикулярная вектору  $\mathbf{q}$ , а продольная составляющая выражена через временную (зарядовую) компоненту плотности тока перехода  $J_{i'i}^{(0)}$  с помощью уравнения непрерывности. При столкновении тождественных частиц появляется дополнительный канал, связанный с рассеянием  $1 \rightarrow 2'$ ;  $1' \rightarrow 2$ . Однако столкновения тождественных частиц не дают вклада в электропроводность (см. выражения (6), (8)) и далее не рассматриваются.

Входящие в формулу (11) поляризационные функции  $\Pi_l$  и  $\Pi_t$  описывают плазменное экранирование электромагнитного взаимодействия, связанного с обменом продольными и поперечными плазмонами. Электромагнитное взаимодействие заряженных частиц в основном определяется далекими столкновениями, которые сопровождаются малой передачей импульса и энергии ( $q \ll p_{Fi}$ ,  $\omega \ll \mu_i$ ). Вследствие сильного вырождения вещества нейтронных звезд, характерные переданные энергии ( $\omega \sim T$ ) значительно меньше характерных переданных импульсов ( $\omega \ll qv_{Fi}$ ,  $v_{Fi}$  — скорость частицы сорта  $i$  на поверхности Ферми). В этом

случае достаточно использовать следующие асимптотические выражения для поляризационных функций [17]:

$$\Pi_l = \sum_i \frac{3\omega_i^2}{v_{Fi}^2} \equiv q_l^2, \quad (12)$$

$$\Pi_t = i \frac{\pi}{4} \frac{\omega}{q} \sum_i \frac{3\omega_i^2}{v_{Fi}} \equiv i \frac{\pi}{4} \frac{\omega}{q} q_t^2, \quad (13)$$

где суммирование проводится по всем типам заряженных частиц  $i$ , а  $\omega_i = \sqrt{4\pi e^2 n_i / m_i^*}$  — соответствующие плазменные частоты. Выражения (12) и (13) справедливы не только для почти идеальных ферми-газов электронов и мюонов, но и для сильно неидеальной ферми-жидкости протонов. Последнее верно, поскольку кинетическое уравнение для квазичастиц в ферми-жидкости при низких частотах  $\omega$  совпадает с обычным кинетическим уравнением для ферми-газов [18].

В выражениях (12) и (13) выделена асимптотическая зависимость от  $q$  и  $\omega$  и введены характерные «экранирующие» импульсы  $q_l$  и  $q_t$ , зависящие от состава плазмы:

$$q_l^2 = \frac{4\alpha}{\pi} \sum_i m_i^* p_{Fi}, \quad (14)$$

$$q_t^2 = \frac{4\alpha}{\pi} \sum_i m_i^* p_{Fi} v_{Fi} = \frac{4\alpha}{\pi} \sum_i p_{Fi}^2, \quad (15)$$

где  $\alpha \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры. В общем случае  $q_t < q_l$ , а в плазме ультррелятивистских частиц  $q_t \rightarrow q_l$ .

Здесь мы пренебрегаем влиянием внешнего магнитного поля на поляризационные свойства плазмы (на временную и пространственную дисперсию). Влияние магнитного поля на временную дисперсию мало при  $\hbar\omega_{Bi} \ll k_B T$  (когда «магнитная» энергия частиц, определяемая их гирочастотой  $\omega_{Bi} = eB/m_i^* c$ , много меньше тепловой энергии)<sup>2)</sup>, а влияние на пространственную дисперсию несущественно при  $a_{Bi} \gg q^{-1}$  (когда ларморовский радиус частиц  $a_{Bi} = v_{Fi}/\omega_{Bi}$  много больше длин волн возбуждаемых плазмонов). Первый критерий можно переписать в виде

$$B \ll 1.5 \cdot 10^{15} \text{ Гс} \frac{T}{10^8 \text{ К}} \frac{m_i^*}{1 \text{ ГэВ}}.$$

Для типичных условий в ядрах нейтронных звезд ( $T \sim 10^8 \text{ К}$ ,  $m_i^* \sim 0.2\text{--}1 \text{ ГэВ}$ ) это дает  $B \ll 10^{14} \text{ Гс}$ . Второй критерий в условиях сильновырожденного

<sup>2)</sup> Здесь используются обычные физические единицы.

вещества (в котором обычно  $\hbar q v_{Fi} \gg k_B T$ ) заведомо выполняется, когда выполнен первый.

Как видно из выражений (12) и (13), характер плазменного экранирования продольной и поперечной составляющих электромагнитного взаимодействия существенно различен. Взаимодействие, связанное с обменом продольными плазмонами, экранируется статическим, недиссипативным образом с характерным импульсом экранирования порядка  $q_l$ . Чисто мнимое выражение (13) для поляризационной функции  $\Pi_t$  означает, что поперечные плазмоны испытывают сильную диссипацию — бесстолкновительное затухание Ландау. Динамический характер затухания Ландау приводит к тому, что эффективный радиус взаимодействия, связанного с обменом поперечными плазмонами, в релятивистской вырожденной плазме становится значительно больше характерного дебаевского (томас-фермиевского) радиуса экранирования продольного электромагнитного взаимодействия. При вычислении электропроводности ядер нейтронных звезд в предыдущих работах [11, 12, 19] динамический характер экранирования при обмене поперечными плазмонами не учитывался. Предполагалось, что данное экранирование такое же, как и при обмене продольными плазмонами ( $\Pi_l = \Pi_t$ ). В плазме релятивистских частиц, когда ток-токовое взаимодействие становится существенным, это приближение может приводить к заметным неточностям. Учет затухания Ландау при вычислении электронной и мюонной теплопроводности ядер нейтронных звезд (в отсутствие магнитного поля) привел к уменьшению данной теплопроводности на несколько порядков [15].

Рассмотрим более подробно матричный элемент (11) электромагнитного взаимодействия заряженных частиц. Выражение для тока перехода свободных частиц имеет вид  $J_{i'i}^{(\nu)} = (\bar{u}_i' \gamma^\nu u_i)$ , где  $\gamma^\nu$  — гамма-матрица Дирака и  $u_i$  — нормированный биспинор ( $\bar{u}_i u_i = 2m_i$ ). Вычисляя спиновые суммы в приближении  $\omega \ll q$  и помещая все частицы на соответствующие ферми-поверхности, получим

$$|M_{ci}|^2 = \frac{16\pi^2 \alpha^2}{m_c^{*2} m_i^{*2}} \varphi, \quad (16)$$

где безразмерная функция  $\varphi$  может быть представлена в виде суммы трех слагаемых:

$$\varphi = \varphi_l + \varphi_t + \varphi_{lt}, \quad (17)$$

$$\varphi_l = \frac{(m_c^{*2} - q^2/4)(m_i^{*2} - q^2/4)}{(q^2 + q_l^2)^2}, \quad (18)$$

$$\varphi_t = [(p_{Fc}^2 - q^2/4)(p_{Fi}^2 - q^2/4) \cos^2 \phi + (p_{Fc}^2 + p_{Fi}^2)q^2/4] (q^6 + \Lambda^6)^{-1} q^2, \quad (19)$$

$$\varphi_{lt} = -2 \frac{\sqrt{(p_{Fc}^2 - q^2/4)(p_{Fi}^2 - q^2/4)}}{(q^2 + q_l^2)(q^6 + \Lambda^6)} \times m_c^* m_i^* q^4 \cos \phi. \quad (20)$$

Здесь  $\phi$  — угол между векторами  $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}'_1$  и  $\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}'_2$ . Функции  $\varphi_l$  и  $\varphi_t$  определяют вклад взаимодействий, связанных с обменом продольными или поперечными плазмонами, а  $\varphi_{lt}$  описывает интерференционный вклад. В знаменателе выражения (19) введен параметр  $\Lambda = (\pi\omega q_l^2/4)^{1/3}$ , который определяет характерный импульс, переданный при обмене поперечными плазмонами. Для сильновырожденного вещества, когда  $\omega \sim T \ll q_l$ , с учетом того, что  $q_t \lesssim q_l$ , получаем  $\Lambda \ll q_l$ . Это означает, что обмен поперечными плазмонами оказывается более эффективным, чем продольными.

Выражения (18)–(20) справедливы для столкновений свободных релятивистских частиц. Поэтому их нельзя непосредственно применять при рассмотрении столкновений электронов или мюонов с протонами, образующими неидеальную ферми-жидкость. Учтем, что протоны являются нерелятивистскими. Кроме того, считаем, что многочастичные эффекты можно учесть, вводя эффективную массу протонов  $m_p^*$ . При этих предположениях протонный ток перехода

$$J_{p2'2} \propto \frac{1}{2} (\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}'_2) m_p^* \delta_{\sigma_2 \sigma'_2}.$$

Использование такого выражения лишь незначительно меняет формулы для функций  $\varphi_\nu$ . Выражение (20) для  $\varphi_{lt}$  не претерпевает изменений, а для двух других функций получаем

$$\varphi_l^{cp} = \frac{(m_c^{*2} - q^2/4)m_p^{*2}}{(q^2 + q_l^2)^2}, \quad (21)$$

$$\varphi_t^{cp} = [(p_{Fc}^2 - q^2/4)(p_{Fp}^2 - q^2/4) \cos^2 \phi + (p_{Fc}^2 - q^2/4)q^2/4](q^6 + \Lambda^6)^{-1} q^2. \quad (22)$$

#### 2.4. Вычисление скорости передачи импульса

Перейдем теперь к вычислению интеграла в выражении (9), определяющего скорость передачи импульса при столкновениях заряженных частиц. Как уже указывалось, вычисление значительно упрощается вследствие сильного вырождения сталкивающихся частиц — в подынтегральных выражениях достаточно считать, что частицы находятся на поверхности ферми-сферы. Интегрирование по энергиям можно отделить от интегрирования по угловым переменным с помощью соотношения

$$d^3p = m^* p_F d\varepsilon d\Omega,$$

где  $d\Omega$  — элемент телесного угла в направлении импульса  $\mathbf{p}$ . Поскольку матричный элемент зависит только от переданной энергии  $\omega$ , интегрирование по трем оставшимся энергетическим переменным выполняется аналитически. Для выполнения углового интегрирования заметим, что вероятность столкновений зависит только от относительной ориентации импульсов сталкивающихся частиц. Поэтому можно сразу проинтегрировать по трем угловым переменным — положению одного из импульсов и азимутальному углу другого. Еще три угловых интегрирования могут быть сняты с помощью дельта-функции, обеспечивающей закон сохранения импульса. В качестве двух оставшихся переменных интегрирования по углам удобно выбрать величину переданного импульса  $q$  и угол  $\phi$ . В результате получим

$$S_{ci} = \frac{4\alpha^2}{3\pi^4 T} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^2 \exp(-\omega/T)}{[1 - \exp(-\omega/T)]^2} I_\Omega(\omega), \quad (23)$$

где

$$I_\Omega = \int_0^{q_m} \int_0^\pi dq d\phi q^2 \varphi \quad (24)$$

— угловой интеграл, а  $q_m = \min\{2p_{Fi}, 2p_{Fc}\}$  ограничивает передачу импульса при столкновении.

Заметим, что функция  $\varphi_{lt}$  не дает вклада в частоту столкновений, поскольку обращается в нуль при интегрировании по  $\phi$ . Поэтому  $I_\Omega$  можно представить как сумму только двух слагаемых, отвечающих различным типам экранирования:  $I_\Omega = I_{\Omega t} + I_{\Omega l}$ . Поскольку при типичных условиях параметр  $\Lambda$  мал, в интеграле  $I_{\Omega t}$  достаточно использовать так называемое малоугловое приближение и удерживать только главное слагаемое. В результате

$$I_{\Omega t} = \frac{\pi^2 p_{Fi}^2 p_{Fc}^2}{6\Lambda}. \quad (25)$$

При вычислении  $I_{\Omega l}$  также принято ограничиваться малоугловым приближением и оставлять только главное слагаемое по малому параметру  $q_l$ . Однако сравнение с результатами численного интегрирования показывает, что в некоторых случаях ошибка малоуглового приближения может быть значительной. Это связано с тем, что отношение  $q_l/q_m$  может составлять несколько десятков процентов. Полностью вычисляя угловые интегралы, получаем

$$I_{\Omega l} = \frac{\pi}{q_l} \left[ m_1^{*2} m_2^{*2} I_{l2} \left( \frac{q_m}{q_l} \right) - \frac{q_l^2}{4} (m_1^{*2} + m_2^{*2}) \times \right. \\ \left. \times I_{l4} \left( \frac{q_m}{q_l} \right) + \frac{q_l^4}{16} I_{l6} \left( \frac{q_m}{q_l} \right) \right], \quad (26)$$

где введены интегралы

$$I_{lk}(x) = \int_0^x \frac{x'^k}{(x'^2 + 1)^2} dx'. \quad (27)$$

Их явные выражения имеют вид

$$I_{12}(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \frac{x}{1+x^2}, \quad (28)$$

$$I_{14}(x) = x - \frac{3}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \frac{x}{1+x^2}, \quad (29)$$

$$I_{16}(x) = \frac{x^3}{3} - 2x + \frac{5}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \frac{x}{1+x^2}. \quad (30)$$

Если ограничиваться главным по отношению  $q_l/q_m$  слагаемым, то

$$I_{\Omega l} = \frac{\pi^2 m_c^{*2} m_i^{*2}}{4q_l}. \quad (31)$$

Выражение (26) получено с использованием функции (18), рассчитанной для свободных частиц. Как отмечалось в п. 2.3, при рассмотрении столкновений электронов или мюонов с протонами необходимо использовать несколько модифицированные функции  $\varphi_{cp}$ . Однако поправка, связанная с использованием выражения (21) вместо (18), имеет относительную величину порядка  $q_l^2/m_p^{*2}$ , что в условиях, соответствующих ядрам нейтронных звезд, всегда мало. Поэтому формулу (26) можно считать справедливой и при рассмотрении рассеяния электронов или мюонов на протонах. Для интеграла  $I_{\Omega l}$  важно только главное слагаемое в функции  $\varphi_t$ , которое, естественно, одинаково в выражениях (19) и (22).

Проводя интегрирование по  $\omega$ , окончательно получаем

$$S_{ci} = S_{ci,l} + S_{ci,t}, \quad (32)$$

$$S_{ci,l} = \frac{4}{9\pi^2} \alpha^2 T^2 I_{\Omega l} \approx \frac{1}{9} \alpha^2 T^2 \frac{m_c^{*2} m_i^{*2}}{q_l}, \quad (33)$$

$$S_{ci,t} = C_t \alpha^2 \frac{p_{Fc}^2 p_{Fi}^2}{q_t^{2/3}} T^{5/3}, \quad (34)$$

где

$$C_t = \frac{2}{9\pi^2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{1/3} \Gamma\left(\frac{8}{3}\right) \zeta\left(\frac{5}{3}\right) \approx 0.078.$$

Относительный вклад обмена поперечными и продольными плазмонами в частоту столкновений можно оценить как

$$\frac{S_{ci,t}}{S_{ci,l}} = \frac{9C_t}{\pi^2} \left(\frac{p_{Fi} p_{Fc}}{m_i^* m_c^*}\right)^2 \frac{q_l}{q_t} \left(\frac{q_t}{T}\right)^{1/3}. \quad (35)$$

Видно, что вклад обмена поперечными плазмонами растет с уменьшением температуры. Однако, благодаря релятивистскому множителю  $p_{Fc}/m_c^*$ , при столкновениях электронов или мюонов с нерелятивистскими протонами обмен поперечными плазмонами менее эффективен, чем при столкновениях с электронами и мюонами. Тем не менее при достаточно малых температурах электропроводность полностью определяется обменом поперечными плазмонами,  $S_{ci} \rightarrow S_{ci,t}$ . Динамический характер соответствующего плазменного экранирования приводит к тому, что температурная зависимость электропроводности в пределе низких температур существенно меняется — вместо стандартной для ферми-систем зависимости продольной проводимости  $\sigma_{\parallel} \propto T^{-2}$  имеем  $\sigma_{\parallel} \propto T^{-5/3}$  (и, соответственно,  $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^{5/3}$  вместо  $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^2$ ). Важность эффектов, связанных с затуханием Ландау, и модификация температурной зависимости проводимости была впервые указана Гейзельбергом и Петиком [13] при рассмотрении ультрарелятивистской кварковой плазмы.

## 2.5. Нейтрон-протонные столкновения

Для вычисления величины  $S_{pn}$ , описывающей нейтрон-протонные столкновения, воспользуемся результатами работы Байко, Хэснеля и Яковлева [20], посвященной нейтронной теплопроводности. Авторы использовали боннскую модель нуклон-нуклонных взаимодействий, которая точно воспроизводит результаты лабораторных экспериментов по нуклон-нуклонному рассеянию с энергиями столкновений в системе центра масс до 300 МэВ. Кроме того, авторы учли и многочастичные эффекты при нуклон-нуклонном рассеянии в плотном веществе. Для этого были использованы теоретические расчеты Ли и Маклейдта [21, 22], выполненные для симметричной ядерной материи в рамках подхода Дирака–Брюкнера. Сравнивая выражение (23) с результатами работы [20], получим, что величина  $S_{pn}$  может быть записана (в обозначениях работы [20]) как

$$S_{pn} = \frac{64 m_p^{*2} m_n^{*2} n_n T^2}{3 m_N^2} K_{p2} S_{p2}. \quad (36)$$

Здесь введена величина

$$S_{p2} = \frac{m_N^2}{16\pi^2} \iint dx dx' \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} \mathcal{Q}_{np} \quad (37)$$

размерности сечения, в которой

$$x = \frac{q}{2p_{Fn}}, \quad x' = \frac{q'}{2p_{Fn}},$$

$$a = \sqrt{x_0^2 - (0.25 + x_0^2 - x_0'^2)/x_0'}, \quad x_0 = \frac{p_{Fp}}{2p_{Fn}}$$

$\mathbf{q}' = \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_1$  и интегрирование ведется по разрешенной области изменения параметров  $x, x'$  [20]. Выбор переменных интегрирования продиктован удобством численного счета. Здесь  $m_N$  — масса свободного нуклона;  $Q_{np}$  — квадрат модуля матричного эле-

мента нейтрон-протонного рассеяния в вакууме (в обозначениях работы [20]),  $Q_{np} = |M_{np}|^2$ ;  $K_{p2}$  — поправочный коэффициент, учитывающий эффекты среды. В работе [20] величины  $S_{p2}$  и  $K_{p2}$  были вычислены и аппроксимированы аналитическими формулами

$$S_{p2} [\text{Мб}] = \frac{0.3830k_{Fp}^4}{k_{Fn}^{5.5}} \frac{1 + 102.0k_{Fp} + 53.91k_{Fn}}{1 - 0.7087k_{Fn} + 0.2537k_{Fn}^2 + 9.404k_{Fp}^2 - 1.589k_{Fn}k_{Fp}}, \quad (38)$$

$$K_{p2} = \left(\frac{m_N}{m_p^*}\right)^2 (0.0001313 + 1.248u^2 + 0.2403u^3 + 0.3257k_{Fp} + 0.5536uk_{Fp} - 0.3237u^4 + 0.09786u^2k_{Fp}), \quad u = k_{Fn} - 2.116, \quad (39)$$

где  $k_{Fn}$  и  $k_{Fp}$  — ферми-импульсы нейтронов и протонов (в единицах  $\text{фм}^{-1}$ ). Эти формулы справедливы в диапазоне изменения  $k_{Fn}$  от 1.1 до 2.6  $\text{фм}^{-1}$  и в диапазоне изменения  $k_{Fp}$  от 0.3 до 1.2  $\text{фм}^{-1}$ , что соответствует ядрам нейтронных звезд при  $0.5\rho_0 \lesssim \rho \lesssim 3\rho_0$ . Формальные ошибки аппроксимации величины  $S_{p2}$  не превышают 1%. Формальные ошибки аппроксимации коэффициента  $K_{p2}$  не превышают нескольких процентов.

Величина  $S_{p2}$ , вычисленная для рассеяния свободных протонов и нейтронов, не зависит от конкретного уравнения состояния плотного вещества. Поправочный коэффициент  $K_{p2}$  вычислен для одной модели нуклон-нуклонных взаимодействий и для значений  $m_n^* = m_p^* \equiv 0.8m_N$  эффективных масс нейтронов и протонов; он модельно-зависим [20].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Уравнения состояния

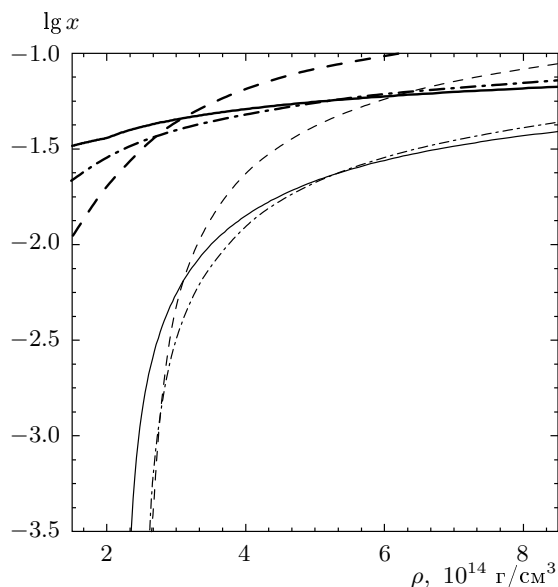
Проиллюстрируем полученные результаты на примере электропроводности в ядре нейтронной звезды, состоящей из нейтронов, протонов, мюонов и электронов. Выберем три представительных уравнения состояния плотного вещества, которые обозначим как APR, PAL II и PAL IV. На рис. 1 приведены логарифмы относительных концентраций электронов и мюонов ( $x_e = n_e/n_b$  и  $x_\mu = n_\mu/n_b$ , где  $n_b = n_n + n_p$  — концентрация барионов) в зависимости от плотности вещества. Напомним, что ядро звезды начинается с плотности  $\rho \approx 1.5 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ .

Уравнение состояния APR предложено Акмалем, Пандхарипанде и Равенхоллом [23]; оно основано на модели сильного взаимодействия Argonne

V18 +  $\delta v$  + UIX\*. Это уравнение состояния считается одним из самых разработанных и часто используется при моделировании нейтронных звезд. Мы выбрали одно уравнение состояния из этого семейства, обозначенное как APR I в работе [24]. Оно является достаточно жестким и приводит к максимальной массе  $M_{max} = 1.923M_\odot$  устойчивой нейтронной звезды (при центральной плотности  $\rho_{max} = 2.759 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3$ , причем гипероны в устойчивых нейтронных звездах отсутствуют). Пороговая плотность появления мюонов равна  $\rho_\mu \approx 2.28 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ .

Уравнение состояния PAL II основано на удобной полуаналитической феноменологической модели, предложенной Пракашем, Айнсворфом и Латтимером [25]. Авторы разработали ряд уравнений состояния такого типа, отличающихся значениями модуля сжатия  $K_0$  нормальной ядерной материи и законом изменения энергии симметрии  $S$  плотного вещества как функции концентрации  $n_b$  барионов (описываемой функцией  $F(u)$ , где  $u = n_b/n_0$  и  $n_0 \approx 0.16 \text{ фм}^{-3}$  — концентрация барионов в нормальной ядерной материи). Модуль сжатия определяет жесткость уравнения состояния, а энергия симметрии — долю протонов и, как следствие, других заряженных частиц — электронов и мюонов. Уравнение PAL II отвечает закону  $F(u) = 2u^2/(u+1)$ , который приводит к сравнительно большой доле протонов при  $u > 1$  и дает пороговую плотность появления мюонов  $\rho_\mu = 2.647 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$  (рис. 1). Для уравнений состояния семейства PAL [25] относительные концентрации частиц слабо чувствительны к величине  $K_0$ , поэтому электропроводность практически не зависит от  $K_0$ . Выбирая  $K_0 = 120, 180, 240 \text{ МэВ}$ , как предложено в работе [25], мы получим три раз-





**Рис. 1.** Относительные концентрации электронов  $x_e$  (жирные линии) и мюонов  $x_\mu$  (тонкие линии) в ядре нейтронной звезды в зависимости от плотности вещества для различных уравнений состояния: APR — сплошные линии, PAL II — штриховые и PAL IV — штрихпунктирные

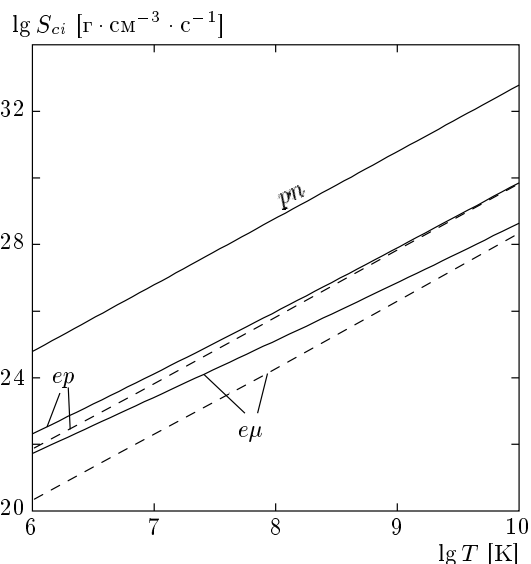
личных модификации уравнения состояния PAL II, от мягкой до жесткой, приводящие к совершенно разным моделям нейтронных звезд (с разными зависимостями масса–радиус и разными максимальными массами).

Уравнение состояния PAL IV относится к тому же классу уравнений состояния, что и PAL II [25], но отвечает функциональной зависимости  $F(u) = u^{0.7}$ , предложенной Пажем и Эпплгейтом [26]. При  $u > 1$  оно приводит к заметно меньшему относительному содержанию протонов, мюонов и электронов, чем уравнение состояния PAL II (рис. 1). Порог возникновения мюонов теперь равен  $\rho_\mu = 2.51 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ . При различных значениях  $K_0$  можно получить разнообразные модели нейтронных звезд.

Таким образом, выбранные уравнения состояния описывают большое количество возможных физических моделей *прем*-вещества в ядрах нейтронных звезд.

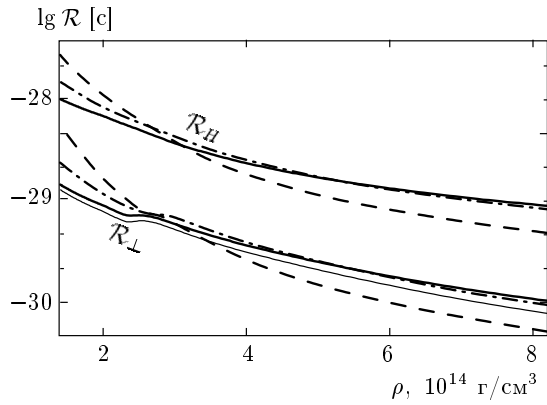
### 3.2. Электропроводность в несверхтекучем ядре звезды

На рис. 2 приведены температурные зависимости скорости передачи импульса при столкновениях различных частиц для вещества с уравнением состояния APR при  $\rho = 4 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$  (за порогом



**Рис. 2.** Скорости передачи импульса при столкновениях различных частиц в зависимости от температуры для вещества с уравнением состояния APR при  $\rho = 4 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ . Кривые  $pn$ ,  $ep$  и  $e\mu$  относятся к столкновениям протонов с нейтронами, электронов с протонами и электронов с мюонами. Штриховыми линиями показан вклад столкновений, обусловленных только обменом продольными плазмонами

возникновения мюонов). Показаны величины  $S_{ci}$  для электрон-протонных, электрон-мюонных и протон-нейтронных столкновений, дающих вклад в электропроводность. Величины  $S_{\mu p}$  для мюон-протонных столкновений не изображены, чтобы не загромождать рисунок; принципиально они не отличаются от  $S_{ep}$ . Штриховыми линиями показаны величины  $S_{ci,l}$ , вычисленные только с учетом обмена продольными плазмонами. Аналогичные величины использовались при расчете электропроводности ранее [12]. Отличие между правильными значениями  $S_{ci}$  и «продольными» значениями  $S_{ci,l}$  для электрон-мюонных столкновений значительно больше, чем для электрон-протонных. Это связано с тем, что протоны являются тяжелыми нерелятивистскими частицами. В электрон-протонных столкновениях влияние релятивистского эффекта (ток-токового взаимодействия посредством обмена поперечными плазмонами) выражено не так сильно (см. формулу (35)). При уменьшении температуры рост правильного значения  $S_{ci}$  становится более заметным. При этом температурная зависимость меняется от стандартной зависимости  $S_{ci} \propto T^2$ , обусловленной только обменом продольными



**Рис. 3.** Составляющие тензора электросопротивления в зависимости от плотности для разных уравнений состояния при  $T = 10^8$  К и  $B = 10^{10}$  Гс. Группы кривых  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$  отвечают поперечному и холловскому сопротивлению. Сплошные линии — уравнение состояния APR, штриховые — PAL II, штрихпунктирные — PAL IV. Тонкая сплошная линия отвечает электросопротивлению, вычисленному для уравнения состояния APR с учетом только вклада продольных плазмонов

плазмонами (штриховые кривые), до асимптотического поведения  $S_{ci} \propto T^{5/3}$ , обусловленного только обменом поперечными плазмонами. При низких температурах темп передачи импульса при электрон-мюонных столкновениях становится сравнимым с темпом при электрон-протонных столкновениях (в отличие от ситуации, когда учитываются только продольные плазмоны, рис. 2). Тем не менее электрон-мюонные столкновения практически не дают вклада в электропроводность. Это связано с наличием бета-равновесия (см. ниже).

Скорость передачи импульса при протон-нейтронных столкновениях рассчитывалась по формуле (36). При этом эффективные массы нейтронов и протонов положены равными  $0.8m_N$ . Величина  $S_{pn}$  на несколько порядков выше, чем  $S_{ep}$ ,  $S_{e\mu}$  и  $S_{\mu p}$ , что означает сильную связанность протонной и нейтронной подсистем. Основными переносчиками импульса являются, таким образом, электроны и мюоны<sup>3)</sup>.

На рис. 3 приведены поперечное ( $R_{\perp}$ ) и холловское ( $R_{\parallel}$ ) сопротивления для различных уравнений состояния в зависимости от плотности вещества при температуре  $T = 10^8$  К. Это типичная внутренняя температура нейтронной звезды среднего возраста  $t \sim 10^4$ – $10^5$  лет, в ядре которой запрещены процес-

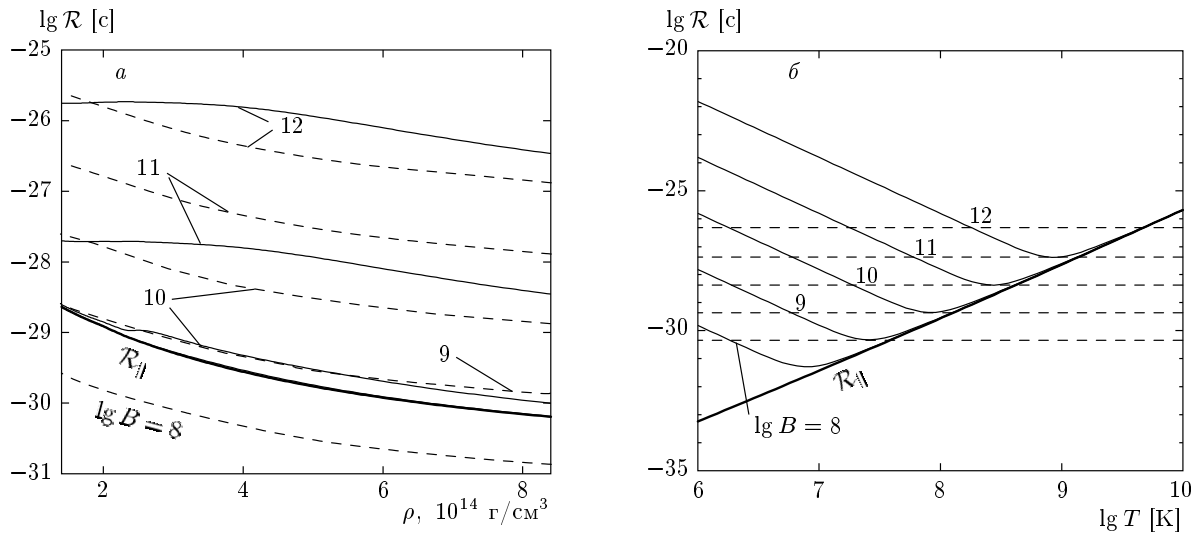
сы усиленного нейтринного энерговыделения типа прямого урка-процесса (см., например, работу [27]). Магнитное поле выбрано равным  $B = 10^{10}$  Гс. Продольное электросопротивление не показано, чтобы не загромождать рисунок; при выбранных параметрах оно не сильно отличается от поперечного. Видно, что в веществе с уравнением состояния PAL II сопротивление является наиболее низким (штриховые линии), а для уравнений состояния APR и PAL IV оно примерно одинаково (соответственно сплошная и штрихпунктирная линии). Это связано с большей относительной концентрацией заряженных частиц для уравнения состояния PAL II (см. рис. 1). Тонкой линией показаны результаты, полученные без учета обмена поперечными плазмонами для уравнения состояния APR. Видно, что во внутренней части ядра звезды учет обмена поперечными плазмонами повышает поперечное электросопротивление примерно в два раза. При дальнейшем уменьшении температуры в процессе остывания звезды это различие становится более существенным. Холловское сопротивление слабо зависит от эффективности столкновений заряженных частиц, поскольку определяется только концентрациями частиц (см. выражения (6) и (8)). На последующих рисунках все результаты представлены для уравнения состояния APR.

Учет обмена поперечными плазмонами влияет на электропроводность гораздо слабее, чем на электронно-мюонную теплопроводность (см. рис. 5 в работе [15]). Это обусловлено двумя причинами. Во-первых, затухание Ландау подавляет теплопроводность пропорционально сравнительно большому фактору  $T^{-1}$  (вместо  $T^{-1/3}$  для  $\sigma_{\parallel}$ ). Во-вторых, электропроводность обусловлена в основном столкновениями электронов и мюонов с протонами, для которых эффект не столь значителен (см. рис. 2). В то же время заметный вклад в электрон-мюонную теплопроводность вносят столкновения в подсистеме мюонов и электронов, которые практически не дают вклада в электропроводность. Последнее утверждение нуждается в обосновании. Рассмотрим выражение (6) в пределе относительно низких температур, когда величины  $S_{ci}$  становятся малы,  $S_{ci} \lesssim en_i B$ . В этом случае выражение для электросопротивления после алгебраических преобразований можно привести к виду

$$\tilde{R} = \tilde{\sigma}^{-1} = \frac{S_{ep} + S_{\mu p} - ien_p(1 - 2X_e - 2X_{\mu})B}{n_p^2 e^2} + \frac{X_n^2}{S_{pn}} B^2, \quad (40)$$

если предположить выполнение условия бе-

<sup>3)</sup> При отсутствии магнитного поля, когда движение заряженных частиц не замагничено.



**Рис. 4.** Компоненты тензора электросопротивления в зависимости от плотности вещества с уравнением состояния APR при  $T = 10^8$  К (а) и от температуры в веществе с уравнением состояния APR при плотности  $\rho = 4 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> (б) для различных значений индукции магнитного поля (величины  $\lg B$  указаны у кривых). Сплошные линии — поперечное электросопротивление, штриховые — холловское, жирная линия — продольное сопротивление  $\mathcal{R}_{\parallel}$

та-равновесия ( $n_e X_{\mu} = n_{\mu} X_e$ ). Отметим сходство выражений (40) и (8). Как видно, учет бета-равновесия приводит к исчезновению членов, содержащих  $S_{e\mu}$ , из низкотемпературного выражения для сопротивления. В пределе высоких температур величина  $S_{e\mu}$  мала сама по себе, см. рис. 2. Таким образом, электрон-мюонные столкновения дают вклад в поперечное и холловское сопротивления только в узком промежуточном интервале температур. Численные расчеты показывают, что этот вклад чрезвычайно мал. Также практически незаметным является вклад  $S_{e\mu}$  в продольное сопротивление (даже при очень низких температурах).

На рис. 4 приведены зависимости составляющих тензора электросопротивления от плотности и температуры для различных значений индукции магнитного поля ( $B = 10^8$ – $10^{12}$  Гс). Сплошными линиями показано поперечное сопротивление  $\mathcal{R}_{\perp}$ . Кривые, помеченные  $\mathcal{R}_{\parallel}$ , отвечают продольному сопротивлению, совпадающему с поперечным при  $B = 0$  (отметим, что на рис. 4а при  $B = 10^8$  Гс и  $B = 10^9$  Гс продольное и поперечное сопротивления неразличимы). Увеличение магнитного поля приводит к известному результату — увеличению поперечного и холловского сопротивлений (см., например, работу [28]). При достаточно больших магнитных полях и низких температурах поперечное электросопротивление полностью определя-

ется протон-нейтронными столкновениями (слагаемым  $X_n^2 B / S_{pn}$ , см. выражения (6), (8) и (40)). Это означает, что роль процессов обмена поперечными плазмонами, усиливающаяся при малых температурах (см. рис. 2), в поперечном сопротивлении выражена не сильно. Она может быть существенна лишь в переходном интервале температур между режимами растущего и убывающего сопротивлений. Следовательно, поперечное электросопротивление в сильном магнитном поле ( $B \gtrsim 10^{11}$  Гс, ср. рис. 4б и 2) нечувствительно к эффектам затухания Ландау.

Подчеркнем, что рост  $\mathcal{R}_{\perp}$  с увеличением магнитного поля является нетривиальным эффектом, связанным с присутствием в плазме нейтральных частиц (нейтронов), сталкивающихся с заряженными частицами (протонами). Этот эффект может кардинально ускорить омическую диссипацию магнитного поля в ядре нейтронной звезды [28, 29]. Указанное увеличение поперечного электросопротивления магнитным полем является общим свойством электропроводящих сред, содержащих нейтральные частицы [30]. Если в выражениях (6) и (8) искусственно пренебречь протон-нейтронными столкновениями, то мы немедленно получим неверный (в наших условиях) результат, согласно которому электросопротивление  $\mathcal{R}_{\perp} \approx \mathcal{R}_{\parallel}$  практически не зависит от  $B$  даже при сильной замагниченности электронов, мюонов и протонов (чрезвычайно слабая зависимость от магнитного поля будет определяться присутстви-

ем мюонов). При этом проводимость  $\sigma_{\perp}$  с ростом  $B$  будет становиться значительно меньше  $\sigma_{\parallel}$  благодаря замагниченности заряженных частиц вне зависимости от присутствия нейтральных частиц. Следовательно, обязательное подавление проводимости  $\sigma_{\perp}$  магнитным полем заведомо не гарантирует роста  $\mathcal{R}_{\perp}$ . Напомним еще раз, что именно электросопротивление (а не проводимость) определяет диффузию и затухание магнитного поля.

### 3.3. Электропроводность в сверхтекучем ядре звезды

Нейтроны и протоны в ядрах нейтронных звезд могут находиться в сверхтекучем состоянии (благодаря куперовскому спариванию под действием притягивательной составляющей нейтрон-нейтронного и протон-протонного взаимодействия [31]). Нейтронная и протонная сверхтекучести определяются критическими температурами перехода в сверхпроводящее состояние,  $T_{cn}$  и  $T_{cp}$ , которые зависят от плотности вещества. Расчеты величин  $T_{cn}$  и  $T_{cp}$  на основе микроскопических теорий модельно зависимы и дают значения критических температур в диапазоне  $10^8$ – $10^{10}$  К. Основная трудность состоит в описании многочастичных (поляризационных) эффектов в спаривательном взаимодействии нуклонов. Многочисленные расчеты показывают, что куперовское спаривание нейтронов в ядрах нейтронных звезд, как правило, происходит в состоянии  ${}^3P_2$  (с примесью состояния  ${}^3F_2$ ), а протонов — в состоянии  ${}^1S_0$ . Различие типов спаривания обусловлено разной концентрацией нейтронов и протонов в ядрах нейтронных звезд. Спаривание нейтронов в состоянии  ${}^1S_0$  возможно при менее высоких плотностях вещества, во внутренней коре нейтронной звезды, но исчезает в ядре звезды, где взаимодействие нейтронов в состоянии  ${}^1S_0$  становится отталкивательным. Расчеты предсказывают, что при сверхъядерных плотностях (во внутреннем ядре массивной нейтронной звезды) спаривательное взаимодействие нейтронов и протонов ослабевает и сверхтекучесть исчезает ( $T_{cn} \rightarrow 0$ ,  $T_{cp} \rightarrow 0$ ), однако характер исчезновения модельно зависим. Протонная сверхтекучесть означает протонную сверхпроводимость (по-видимому, второго рода, хотя и этот вопрос до конца не решен [32]).

Микроскопически возникновение сверхтекучести означает появление щели  $\Delta = \Delta(\rho, T)$  вблизи уровня Ферми в спектре энергии нейтронов или протонов:

$$\varepsilon = \mu + \text{sign}(\xi) \sqrt{\Delta^2 + \xi^2}, \quad (41)$$

где  $\xi \equiv v_F(p - p_F)$ , причем приведенное выражение справедливо при  $|\xi| \ll \mu$ . Ширина щели много меньше энергии Ферми ( $\Delta \ll \mu$ ) и меняется с температурой. Щель возникает после того, как температура падает ниже  $T_c$ . При  $T_c - T \ll T_c$  щель мала ( $\Delta \propto \sqrt{T_c - T} \ll T$ ), а при  $T \ll T_c$  она перестает зависеть от  $T$  и становится значительно больше тепловой энергии ( $\Delta \gg T$ ).

В условиях большой неопределенности теоретических значений  $T_{cn}$  и  $T_{cp}$  их удобно рассматривать как феноменологические параметры, которые можно варьировать в широких пределах. В частности, полезно выделить случаи, когда нейтроны сверхтекучи, а протоны нормальны ( $T_{cp} = 0$ ) и когда нейтроны нормальны, а протоны сверхтекучи ( $T_{cn} = 0$ ). Строгий количественный расчет электропроводности сверхтекучего вещества сложен и выходит за рамки данной работы. Ограничимся качественным анализом эффектов сверхтекучести в нескольких частных случаях.

Предположим вначале, что имеется только нейтронная сверхтекучесть, а протоны нормальны. В этом случае в нейтронной системе можно выделить нормальную и сверхтекучую составляющие, причем в кинетических процессах могут участвовать лишь нормальные нейтроны. Ограничимся рассмотрением низких температур  $T \ll T_{cn}$  ( $T \ll \Delta$ ), при которых концентрация нормальных нейтронов экспоненциально мала ( $X_n \propto \exp(-\Delta/T)$ ). В решениях (6) и (8) необходимо использовать именно концентрацию нормальных нейтронов, поскольку сверхтекучий конденсат прямо не взаимодействует с окружением. В результате эффективность столкновений различных частиц с нейтронами резко подавляется. Из таких столкновений основной вклад в электропроводность вносят протон-нейтронные столкновения, описываемые величиной  $S_{pn}$ . Основная трудность вычисления  $S_{pn}$  связана с адекватным учетом сильных протон-нейтронных столкновений в сверхтекучем случае. Хотя последовательное вычисление  $S_{pn}$  в сверхтекучем веществе сложно, можно утверждать, что в случае сильной нейтронной сверхтекучести  $S_{pn} \propto \exp(-\Delta/T) \rightarrow 0$ . Тогда нейтроны полностью выпадают из системы кинетических уравнений для нахождения электропроводности (см., например, работы [11, 12]; это следует и из явного вида решений (6) и (8), где нейтронный вклад описывается только комбинацией  $X_n^2/S_{pn}$ , стремящейся к нулю). Соответствующие поперечное и холловское электросопротивления (обозначенные «SF») изображены на рис. 5. Для сравнения там же приведены результаты для нормального вещества (помече-

ны буквой «N»). Замечательно, что в сверхтекучем случае поперечное электросопротивление практически совпадает с продольным. Как указано выше, это есть общее свойство проводящих сред, не содержащих нейтральных частиц (в данном случае сверхтекучие нейтроны присутствуют, но непосредственно не взаимодействуют с окружением). Небольшое различие между поперечным и продольным сопротивлениями связано с присутствием в плазме помимо электронов также и мюонов. Анализ асимптотического поведения решения (40) показывает, что в пределе низких температур поперечное сопротивление все же не совпадает с продольным, однако отличается от него не более чем на несколько процентов. Некоторое увеличение разницы между продольным и поперечным сопротивлениями при промежуточных температурах связано со слабым вкладом от электрон-мюонных столкновений (см. выражения (6) и (40)). При большой плотности, когда мюоны становятся ультрарелятивистскими, различие между мюонами и электронами пропадает и электрон-мюонные столкновения полностью перестают участвовать в электросопротивлении. Поэтому рис. 5 выполнен для плотности вещества вблизи границы появления мюонов. Изменение значения холловского сопротивления связано с изменением величин  $X_e$  и  $X_\mu$  в сверхтекучем случае по сравнению с нормальным.

Отметим, что кроме рассмотренных механизмов рассеяния частиц возможен также специфический механизм рассеяния электронов и мюонов на квантованных вихрях нейтронной жидкости в ядре вращающейся нейтронной звезды со сверхтекучестью нейтронов (см. работу [33] и ссылки в ней). Нейтроны, вовлеченные в вихревое движение и испытывающие эффект взаимного трения с протонами, увлекают за собой протоны. Возникают протонные вихри, сопутствующие нейтронным, на которых могут рассеиваться электроны и мюоны. Эффективную частоту рассеяния электронов на таких вихрях можно оценить по формулам (12), (24), (25) работы [33]. Для нейтронной звезды с периодом вращения в интервале 1 мс–1 с эта частота на много (типично, на десять) порядков меньше эффективных частот столкновений заряженных частиц, рассмотренных выше. Поэтому такой механизм рассеяния электронов и мюонов дает пренебрежимо малый вклад в транспортные свойства (электропроводность, теплопроводность, вязкость) плотного вещества вследствие относительно малого числа рассеивателей — нейтронных вихрей. Однако он чрезвычайно важен для обеспечения жесткого сцепле-

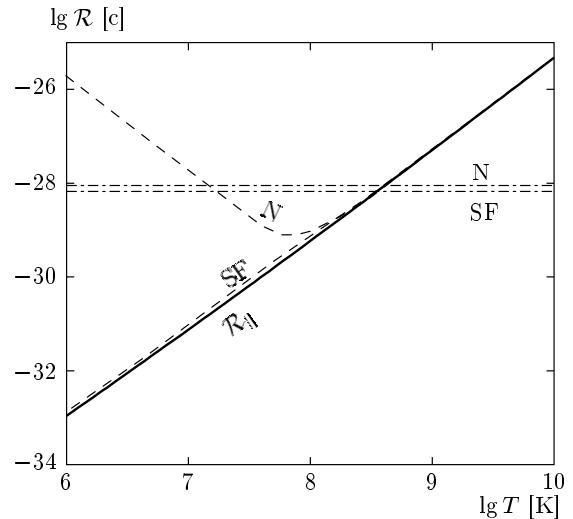


Рис. 5. Компоненты тензора электросопротивления в зависимости от температуры в сверхтекучем ядре нейтронной звезды при  $\rho = 2.8 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> и  $B = 10^{10}$  Гс (уравнение состояния APR). Кривые «N» относятся к нормальному веществу, кривые «SF» отвечают сильной нейтронной сверхтекучести. Сплошная линия — продольное электросопротивление, штриховые — поперечное, штрихпунктирные — холловское

ния сверхтекучей нейтронной жидкости с протонной и электронной составляющими плазмы в ядре нейтронной звезды [33]. Указанное сцепление играет решающую роль в теории глитчей — сбоев периодов вращения пульсаров.

Рассмотрим теперь случай протонной сверхтекучести при нормальных нейтронах. В этих условиях протонная жидкость содержит сверхтекучую (сверхпроводящую) и нормальную составляющие. Проводимость сверхтекучей составляющей становится бесконечной. Следуя наиболее часто принимаемой гипотезе, будем считать, что протонная жидкость образует сверхпроводник второго рода. Это означает, что при переходе в сверхпроводящее состояние магнитное поле не выталкивается из ядра вследствие эффекта Мейснера, а разбивается на трубки с квантованными магнитными потоками. При этом магнитное поле поддерживается вихрями сверхтекучего тока (вихрями Абрикосова). Ток нормальной составляющей плазмы (электронов, мюонов и нормальных протонов) продолжает диссипировать. Эволюция нормальных токов описывается электропроводностью нормальной составляющей плазмы, и эта электропроводность изменяется при переходе протонов в сверхпроводящее состояние.

Эффекты, связанные с появлением протонной сверхтекучести, проявляются в электропроводности нормальной компоненты вещества двояко. Во-первых, как и в случае нейтронной сверхтекучести, в процессах переноса будет участвовать только нормальная составляющая протонной жидкости. При  $T \ll T_{cp}$  концентрации нормальных протонов  $X_p \rightarrow 0$ . Поэтому нормальная составляющая плазмы (как и сверхтекучая) становится существенно заряженной. Исходные уравнения, описывающие электропроводность, останутся прежними, однако вид решений изменится по сравнению с (6) и (8). При этом, как и в случае нейтронной сверхтекучести, подавляются столкновения частиц с протонами (величины  $S_{ep}, S_{\mu p}, S_{pn} \rightarrow 0$ ). Во-вторых, изменяются экранирующие свойства плазмы. При уменьшении  $T$  ниже  $T_{cp}$  динамический характер экранировки электромагнитных взаимодействий, связанных с обменом поперечными плазмонами, заменяется на статический, полностью определяемый протонной составляющей плазмы. Это модифицирует и столкновения электронов с мюонами ( $S_{e\mu}$ ). Последовательный учет влияния протонной сверхтекучести на такие столкновения проведен в работе [15] в рамках задачи об электрон-мюонной теплопроводности. Аналогичное рассмотрение может быть проделано и в задаче об электропроводности.

Особенно интересно электросопротивление поперек магнитного поля, которое подвержено сильному влиянию протон-нейтронных столкновений. При этом необходимо вычисление величины  $S_{pn}$ , что сопряжено с теми же трудностями, что и в случае нейтронной сверхтекучести. Последовательное рассмотрение слабой протонной сверхтекучести ( $T \approx T_{cp}$ ) затруднительно. Случай сильной протонной сверхтекучести не представляется интересным, поскольку к этому моменту магнитное поле полностью определяется сверхтекучими токами, а нормальные токи, по-видимому, затухнут. Отметим, тем не менее, что при сильной протонной сверхтекучести электросопротивление будет определяться столкновениями электронов и мюонов с нейтронами. Эти столкновения, которые мы не учитывали, на несколько порядков менее эффективны, чем электрон-протонные [10, 12]. При этом можно показать, что продольное и поперечное сопротивления уменьшатся, а холловское изменится слабо.

Наконец, отметим, что если нейтронная и протонная сверхтекучести одновременно являются сильными ( $T \ll T_{cn}, T \ll T_{cp}$ ), то проводимость нормальной составляющей плазмы стремится к нулю. Если нет мюонов, этот факт очевиден. При наличии мю-

онов необходимо рассмотреть электропроводность двухкомпонентной  $e\mu$ -плазмы. Решая кинетическое уравнение, получим

$$\tilde{\sigma} = \frac{e^2(n_e X_\mu - n_\mu X_e)^2}{S_{e\mu} + ieB(n_e X_\mu^2 + n_\mu X_e^2)}. \quad (42)$$

В числителе этого выражения стоит величина, пропорциональная  $n_e^2 n_\mu^2 (m_e^* - m_\mu^*)^2$ . В условиях бета-равновесия имеем  $m_e^* = m_\mu^*$  и  $\tilde{\sigma} = 0$ . Однако установление бета-равновесия может происходить очень медленно. Релаксация нуклонного ядра нейтронной звезды к состоянию бета-равновесия под действием модифицированного или прямого урка-процесса рассматривалась, например, в работе [34]. Бета-процессы, ответственные за равновесие электронов и мюонов, происходят гораздо медленнее урка-процессов [35] и могут иметь очень большие времена релаксации. Расчеты соответствующих скоростей релаксации до сих пор не выполнены. При отсутствии бета-равновесия между электронами и мюонами, возможно,  $\tilde{\sigma} \neq 0$ .

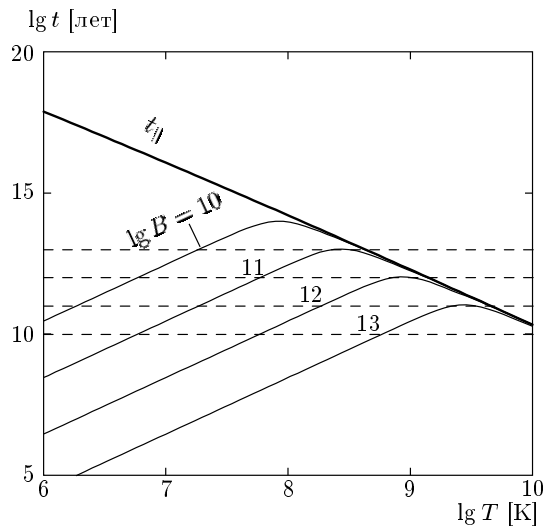
В любом случае для количественного рассмотрения влияния сверхтекучести на электропроводность необходимо подробное исследование протон-нейтронных столкновений в сверхтекучем веществе, что составляет отдельную задачу кинетики нейтронных звезд.

#### 4. СЦЕНАРИИ ЭВОЛЮЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЯДРАХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Полученные выше результаты изменяют составляющие тензора электросопротивления ядер нейтронных звезд (по сравнению с теми значениями, которые получались ранее без учета затухания Ландау). Тем не менее эти изменения являются скорее количественными, чем качественными. Они не могут кардинально повлиять на основные особенности эволюции магнитного поля в ядре нейтронной звезды, достаточно подробно исследованные на основе прежних формул для электросопротивления [28, 29, 36, 37]. Мы лишь кратко опишем эти особенности и проиллюстрируем их на рис. 6, построенном на основе новых значений электросопротивления.

Рассмотрим ядро нейтронной звезды с температурой  $T$ , содержащее крупномасштабное магнитное поле  $B$  (с характерным масштабом  $L \sim 10$  км порядка размеров ядра). Время  $t$  омической диссипации магнитного поля можно оценить по известной формуле

$$t \sim \frac{4\pi L^2}{c^2 \mathcal{R}}, \quad (43)$$



**Рис. 6.** Характерные времена  $t$  эволюции различных магнитных полей ( $B \ll 10^{10}$  Гс, а также  $B = 10^{10}, 10^{11}, 10^{12}, 10^{13}$  Гс) в ядре нейтронной звезды в зависимости от температуры ядра (уравнение состояния APR,  $\rho = 4 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>). Считается, что ядро звезды (или его существенная часть) содержит несверхтекучие протоны и нейтроны, а магнитное поле является крупномасштабным (с характерным масштабом  $L \sim 10$  км). Сплошные линии дают оценку времени омического затухания магнитного поля  $B$  при температуре  $T$ ; линия  $t_{\parallel}$  отвечает  $B \ll 10^{10}$  Гс, остальные линии дают время  $t_{\perp}$  омического затухания за счет поперечного электросопротивления при указанных значениях  $B$ . Штриховые линии изображают время  $t_H$  изменения конфигурации магнитного поля за счет холловского дрейфа

где  $\mathcal{R}$  — та составляющая тензора электросопротивления, которая ответственна за диссипацию. Поскольку электросопротивление зависит от температуры, скорость омической диссипации меняется в процессе остывания звезды. Строгий анализ должен учитывать совместную эволюцию температуры и магнитного поля в ядре звезды, что выходит за рамки данной статьи. Мы ограничимся оценками  $t$  при определенной температуре  $T$ , что позволяет строить качественные модели эволюции магнитного поля в остывающей звезде.

Если магнитное поле невелико ( $B \ll 10^{10}$  Гс, рис. 6), то оно почти не влияет на электросопротивление ( $\mathcal{R} = \mathcal{R}_{\parallel} \approx \mathcal{R}_{\perp}$  в (43)). В этом случае характерное время омического затухания магнитного поля дается кривой  $t_{\parallel}$ . В звезде с  $T \lesssim 10^8$  К это время огромно, значительно больше возраста Все-

ленной. Одиночная остывающая нейтронная звезда (которая и рассматривается в этом разделе) имеет температуру  $T \lesssim 10^8$  К лишь на начальном этапе остывания (пока ее возраст  $\lesssim 10^4$  лет). В более горячей звезде магнитное поле затухает быстрее, но звезда остается горячей слишком короткий промежуток времени, чтобы поле успело заметно затухнуть. Таким образом, если омическая диссипация вызвана электросопротивлением  $\mathcal{R}_{\parallel} = \mathcal{R}(B = 0)$ , то магнитное поле в ядре звезды практически не затухает. Этот фундаментальный вывод был сделан Боймом, Петиком и Пайнсом [10].

В действительности эволюция магнитного поля может протекать гораздо сложнее. Мы отметим влияние нескольких факторов, включая сверхпроводимость протонов, сверхтекучесть нейтронов и эффект Холла.

Если в ядре нейтронной звезды имеются области, где протоны являются сверхтекучими, то эволюция магнитного поля в таких областях может в основном определяться эффектами сверхпроводимости (см. п. 3.3 и, например, работу [38]). Эволюция возникающих при этом абрикосовских вихрей определяется многими факторами, в том числе и не связанными с электросопротивлением плазмы, и нами обсуждаться не будет. Отметим лишь, что, согласно ряду недавних расчетов критических температур протонной сверхпроводимости [39], поляризационные эффекты в сверхплотном веществе (обусловленные наличием большого количества нейтронов) сильно уменьшают критические температуры и могут привести к тому, что протонная сверхтекучесть не возникает вовсе или появляется лишь во внешнем тонком слое ядра вблизи границы с корой. Тогда основная часть ядра звезды остается несверхпроводящей и эволюция магнитного поля в нем определяется электросопротивлением вещества. Ниже рассмотрим именно этот сценарий.

Омическое затухание магнитного поля в несверхпроводящем ядре звезды кардинально зависит от сверхтекучести нейтронов. Как отмечено в п. 3.3, при наличии сверхтекучести нейтронов  $\mathcal{R}_{\perp}(B) \approx \mathcal{R}_{\parallel}$ . Другими словами, поперечное сопротивление  $\mathcal{R}_{\perp}(B)$  фактически не зависит от магнитного поля и остается столь же низким, что и  $\mathcal{R}_{\parallel}$ . В этом случае характерные времена затухания магнитного поля под действием  $\mathcal{R}_{\perp}$  и  $\mathcal{R}_{\parallel}$  остаются примерно одинаковыми и равными  $t_{\parallel}$  на рис. 6. Другими словами, магнитное поле любой величины практически не испытывает омического затухания за время жизни Вселенной, т. е. ядро звезды ведет себя как очень хороший проводник [28, 29].

Однако современные микроскопические теории предсказывают, что нейтронная сверхтекучесть может существовать лишь во внешнем ядре звезды, но исчезает во внутреннем ядре (см. работы [31, 32] и приведенные в них ссылки). Поэтому внешнее ядро может быть практически идеальным проводником, содержащим замороженное, почти не распадающееся магнитное поле. В то же время во внутреннем ядре звезды наличие несверхтекучей нейтральной составляющей плазмы (нейтронов) приводит к мощному росту  $\mathcal{R}_\perp$  (который усиливается с увеличением магнитного поля и/или с понижением температуры звезды). Этот эффект должен сопровождаться резким ускорением омической диссипации токов, перпендикулярных магнитному полю. Соответствующее время  $t_\perp$  дается формулой (43), в которой следует положить  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_\perp$ . Для полей  $B = 10^{10}, 10^{11}, 10^{12}, 10^{13}$  Гс времена  $t_\perp$  изображены на рис. 6. Видно, что магнитное поле  $B \sim 10^{10}$  Гс начнет быстро затухать, когда температура ядра звезды падает ниже  $T \approx 3 \cdot 10^7$  К. Магнитное поле  $B \sim 10^{13}$  Гс начнет затухать гораздо раньше, при  $T \sim 10^9$ , а при понижении температуры до уровня  $T \sim 10^7$  К характерное время затухания станет совсем «коротким»,  $t_\perp \sim 3 \cdot 10^6$  лет. Эффект увеличения поперечного электросопротивления в ядре нейтронной звезды может вызывать заметное затухание больших магнитных полей достаточно холодных нейтронных звезд возраста более  $10^6$  лет [28, 29, 36]. Джоулево тепло, выделяющееся при таком затухании, может быть важным источником подогрева холодных звезд. Тем самым оно может влиять на наблюдательные проявления холодных звезд — повышать среднюю эффективную температуру поверхности звезды или/и температуру вблизи магнитных полюсов (что может продлить активность нейтронной звезды как радиопульсара).

Следует отметить важную роль холловского электросопротивления  $\mathcal{R}_H$ . Непосредственно эта величина не вызывает диссипации магнитного поля (не входит в выражение для джоулевых потерь). Однако  $\mathcal{R}_H$  может приводить к изменению конфигурации магнитного поля, что влияет и на омическое затухание [37, 40]. Характерное время  $t_H$  изменения конфигурации поля под действием  $\mathcal{R}_H$  можно оценить по формуле (43), если подставить  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_H$ . Результаты оценки при  $B = 10^{10}, 10^{11}, 10^{12}, 10^{13}$  Гс приведены на рис. 6 штриховыми линиями. Видно, что время  $t_H$  практически не зависит от  $T$ , но обратно пропорционально магнитному полю  $B$ . Поле  $B = 10^{13}$  Гс изменяет свою конфигурацию под действием холловского дрейфа (при сде-

ланных предположениях) за время  $t_H \sim 10^{10}$  лет. Важно, что изменение конфигурации магнитного поля может сопровождаться дроблением масштабов (появлением мелкомасштабных составляющих поля), ускоряющих омическую диссипацию [37]. В то же время и омическая диссипация меняет конфигурацию магнитного поля и влияет на холловский дрейф. Поэтому приведенные на рис. 6 оценки  $t_\perp$  и  $t_H$  можно рассматривать скорее как верхние оценки этих величин. В целом самосогласованное моделирование эволюции магнитного поля в остывающей изолированной нейтронной звезде представляет собой сложную (до конца не решенную) задачу. При точном решении следует рассматривать эволюцию магнитного поля во всей звезде (в ядре, коре и магнитосфере [8, 9, 41–44]), хотя эволюция поля во внутреннем (несверхтекучем и несверхпроводящем) ядре может быть относительно независима (см. выше). Большой интерес представляет и эволюция магнитного поля в аккрецирующих нейтронных звездах [45].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели электропроводность ядер нейтронных звезд, состоящих из нейтронов, протонов, электронов и мюонов. Мы проанализировали все три составляющие тензора электросопротивления в неквантующем магнитном поле — продольное, поперечное и холловское сопротивления ( $\mathcal{R}_\parallel$ ,  $\mathcal{R}_\perp$  и  $\mathcal{R}_H$ ).

Основным результатом является пересмотр вклада столкновений заряженных частиц. Полученные результаты адекватно учитывают плазменное экранирование при обмене продольными и поперечными плазмонами в таких столкновениях. Результаты справедливы при произвольной степени релятивизма мюонов для произвольного уравнения состояния *pre- $\mu$* -вещества в ядре нейтронной звезды.

Основные свойства электросопротивления таковы.

1. В отсутствие сверхпроводимости протонов электросопротивление  $\mathcal{R}_\parallel$  вдоль магнитного поля  $B$  определяется релаксацией токов электронов и мюонов, главным образом, при столкновениях с протонами. Оно не зависит от  $B$  и не зависит от сверхтекучести нейтронов. Заметный вклад в  $\mathcal{R}_\parallel$  вносят столкновения частиц, обусловленные обменом поперечными плазмонами (что не учитывалось ранее). При температурах  $T \lesssim 10^7$  К обмен поперечными плазмонами (поглощение таких плазмонов под действием затухания Ландау) становится домини-



рующим. Благодаря этому температурная зависимость продольного электросопротивления приобретает вид  $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^{5/3}$  и заметно отличается от стандартной зависимости ( $\mathcal{R}_{\parallel} \propto T^2$ ) для вырожденных ферми-систем.

2. В то же время поперечное электросопротивление  $\mathcal{R}_{\perp}$  кардинально зависит от сверхтекучести нейтронов. В отсутствие сверхтекучести при достаточно сильном поле  $B$  и не слишком высоких температурах  $T$  оно значительно превосходит  $\mathcal{R}_{\parallel}$  и может резко ускорять омическую диссипацию поля. При этом  $\mathcal{R}_{\perp}$  растет с уменьшением температуры и увеличением поля ( $\propto B^2$ ). В данном режиме поперечное сопротивление обусловлено в основном диссипацией протонных токов при столкновениях протонов с нейтронами. Вследствие этого обмен поперечными плазмонами заметно влияет на поперечное сопротивление при существенно слабых полях  $B \lesssim 10^8$  Гс, когда переход к режиму роста сопротивления происходит при  $T \lesssim 10^7$  Гс. В случае сильной нейтронной сверхтекучести поперечное сопротивление резко убывает до уровня  $\mathcal{R}_{\parallel}$  и определяется затуханием электронных и мюонных токов при столкновениях мюонов и электронов с протонами.

3. Холловское сопротивление  $\mathcal{R}_H$  фактически не зависит от сверхтекучести нейтронов и от температуры и линейно растет с магнитным полем.

Электропроводность ядер нейтронных звезд необходима для изучения эволюции магнитных полей звезд. Основные аспекты этой проблемы описаны в разд. 4.

Затухание Ландау поперечных плазмонов при кулоновских столкновениях должно учитываться при рассмотрении любой задачи кинетики, связанной с кулоновскими столкновениями в релятивистской вырожденной плазме. В контексте теплопроводности процессы обмена поперечными плазмонами были учтены нами ранее [14, 15]. Влияние этих эффектов на нейтринное тормозное излучение рассматривалось в работе [16]. Изучение влияния затухания Ландау на сдвиговую вязкость коры и ядра нейтронной звезды также может быть проделано в рамках рассмотренного формализма.

Работа выполнена при поддержке фонда Династия, РФФИ (гранты №№ 08-02-00837, 05-02-22003) и программы «Ведущие научные школы РФ» (грант НШ 2600.2008.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Л. Шапиро, С. П. Тьюколски, *Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды*, Мир, Москва (1985).
2. J. M. Lattimer and M. Prakash, *Astrophys. J.* **550**, 426 (2001).
3. P. Haensel, in *Final Stages of Stellar Evolution*, ed. by C. Motch and J.-M. Hameury, EDP Sciences, Les-Ulis Cedex A (2003), p. 249.
4. J. M. Lattimer and M. Prakash, *Science* **304**, 536 (2004).
5. P. Haensel, A. Y. Potekhin, and D. G. Yakovlev, *Neutron Stars. 1. Equation of State and Structure*, Springer, New York (2006).
6. A. G. Lyne and F. Graham-Smith, *Pulsar Astronomy*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1998).
7. В. С. Бескин, УФН **169**, 1169 (1999).
8. J. A. Pons, B. Link, J. A. Miralles, and U. Geppert, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 071101 (2007).
9. D. N. Aguilera, J. A. Pons, and J. A. Miralles, arXiv:0710.0854.
10. G. Baym, C. J. Pethick, and D. Pines, *Nature* **224**, 673 (1969).
11. Д. Г. Яковлев, Д. А. Шалыбков, *Письма в Астрон. ж.* **16**, 202 (1990).
12. D. G. Yakovlev and D. A. Shalybkov, *Astroph. Space Sci.* **176**, 171, 191 (1991).
13. H. Heiselberg and C. J. Pethick, *Phys. Rev. D* **48**, 2916 (1993).
14. P. S. Shternin and D. G. Yakovlev, *Phys. Rev. D* **74**, 043004 (2006).
15. P. S. Shternin and D. G. Yakovlev, *Phys. Rev. D* **75**, 103004 (2007).
16. P. Jaikumar, C. Gale, and D. Page, *Phys. Rev. D* **72**, 123004 (2005).
17. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1978).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 2, Физматлит, Москва (2002).
19. E. Flowers and N. Itoh, *Astrophys. J.* **230**, 847 (1979).
20. D. A. Baiko, P. Haensel, and D. G. Yakovlev, *Astron. Astrophys.* **374**, 151 (2001).
21. G. Q. Li and R. Machleidt, *Phys. Rev. C* **48**, 1702 (1993).

22. G. Q. Li and R. Machleidt, *Phys. Rev. C* **49**, 566 (1994).
23. A. Akmal, V. R. Pandharipande, and D. G. Ravenhall, *Phys. Rev. C* **58**, 1804 (1998).
24. M. E. Gusakov, A. D. Kaminker, D. G. Yakovlev, and O. Y. Gnedin, *Mont. Not. Roy. Astron. Soc.* **363**, 555 (2005).
25. M. Prakash, T. L. Ainsworth, and J. M. Lattimer, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2518 (1988).
26. D. Page and J. H. Applegate, *Astrophys. J. Lett.* **394**, L17 (1992).
27. D. G. Yakovlev and C. J. Pethick, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **42**, 169 (2004).
28. P. Haensel, V. A. Urpin, and D. G. Yakovlev, *Astron. Astrophys.* **229**, 133 (1990).
29. D. G. Yakovlev, in *Strongly Coupled Plasma Physics*, ed. by H. M. Van Horn and S. Ichimaru, University of Rochester, Rochester (1993), p. 157.
30. А. М. Быков, И. Н. Топтыгин, *УФН* **177**, 149 (2007).
31. U. Lombardo and H.-J. Schulze, in *Physics of Neutron Star Interiors*, ed. by D. Blaschke, N. Glendenning, and A. Sedrakian, Springer, Berlin (2001), p. 30.
32. A. Sedrakian and J. W. Clark, in *Pairing in Fermionic Systems: Basic Concepts and Modern Applications*, ed. by A. Sedrakian, J. W. Clark, and M. Alford, World Sci., Hackensack (2006), p. 135.
33. M. A. Alpar, S. A. Langer, and J. A. Sauls, *Astrophys. J.* **282**, 533 (1984).
34. R. Ferna'ndez and A. Reisenegger, *Astroph. J.* **625**, 291 (2005).
35. D. G. Yakovlev, A. D. Kaminker, O. Y. Gnedin, and P. Haensel, *Phys. Rep.* **354**, 1 (2001).
36. V. A. Urpin and D. A. Shalybkov, *Astron. Astrophys.* **294**, 117 (1995).
37. В. А. Урпин, Д. А. Шалыбков, *Астрон. ж.* **72**, 374 (1995).
38. D. Konenkov and U. Geppert, *Astron. Astrophys.* **372**, 583 (2001).
39. M. Baldo and H.-J. Schulze, *Phys. Rev. C* **75**, 025802 (2007).
40. M. Rheinhardt and U. Geppert, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 101103 (2002).
41. U. Geppert, M. Küker, and D. Page, *Astron. Astrophys.* **426**, 267 (2004).
42. U. Geppert, M. Küker, and D. Page, *Astron. Astrophys.* **457**, 937 (2006).
43. J. A. Miralles, V. Urpin, and D. Konenkov, *Astrophys. J.* **503**, 368 (1998).
44. D. Page, U. Geppert, and F. Weber, *Nucl. Phys. A* **777**, 497 (2006).
45. V. Urpin, D. Konenkov, and U. Geppert, *Mont. Not. Roy. Astron. Soc.* **299**, 73 (1998).