

АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ МАССОПЕРЕНОСА В НЕИДЕАЛЬНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМАХ (ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ)

О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, О. Ф. Петров, В. Е. Фортков*

*Институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 декабря 2007 г.

Представлены результаты экспериментального исследования процессов массопереноса для протяженных систем макрочастиц, формирующихся в лабораторной плазме высокочастотного емкостного разряда. Проведена проверка справедливости соотношения Грина–Кубо и применимости уравнения Ланжевена для описания динамики пылевых частиц в лабораторной плазме. Предложена методика для одновременного определения параметров пылевой компоненты плазмы, таких как температура макрочастиц, их коэффициент трения и характерная частота колебаний. Выполнены оценки параметра неидеальности исследуемых систем и минимальной величины зарядов пылевых частиц. Приведено сравнение измеренных характеристик пылевой подсистемы (коэффициентов диффузии, парных корреляционных функций, зарядов и коэффициентов трения макрочастиц) с существующими теоретическими и численными данными.

PACS: 52.27.Gr, 52.27.Lw, 82.70.Dd

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение транспортных процессов в неидеальных системах представляет значительный интерес в различных областях науки и техники (физика плазмы, медицинская промышленность, физика и химия полимеров и т. д.) [1–14]. В настоящее время для прогнозирования транспортных свойств таких систем и описания процессов переноса используются различные полуэмпирические модели, основанные на аналогиях между жидкостью и твердым телом (например, теория «скачков»), и/или компьютерное моделирование динамики частиц с различными модельными потенциалами их взаимодействия, наиболее приближенными к исследуемым условиям.

Диффузия является основным процессом массопереноса, который определяет энергетические потери (диссипацию) в системе частиц, а также отражает ее фазовое состояние и природу потенциала межчастичного взаимодействия. Коэффициент диффузии является одним из фундаментальных параметров, определяющих различные динамические

характеристики системы (процессы распространения волн, условия формирования неустойчивостей и т. д.). Исследования коэффициентов диффузии пылевых частиц в плазме в последнее время вызывает значительный интерес [6–14]. Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные частицы вещества микронных размеров (пыль, макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе (например, в космосе, в верхних слоях атмосферы и т. д.) и образуется в ряде технологических процессов [6, 7]. Лабораторная пылевая плазма является хорошей экспериментальной моделью для исследования свойств неидеальных систем [6–14]. Диссипация кинетической энергии пылевых частиц в слабоионизованной плазме обусловлена в основном их столкновениями с нейтралами окружающего газа. Большинство экспериментов по изучению свойств пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов. Микронные пылевые частицы в газоразрядной плазме могут приобретать значительный (отрицательный) электрический заряд и формировать квазистационарные пылевые структуры, подобные жидкостям или твердому телу.

*E-mail: xeniya.adamovich@gmail.com

В зависимости от условий эксперимента такие структуры могут быть близки к однородным трехмерным системам или иметь сильно неізотропный квазидвумерный характер, как, например, отдельные пылевые слои (обычно от одного до десяти) в приэлектродной области высокочастотного разряда [6–14]. В отличие от реальных жидкостей, пылевые частицы могут быть сняты видеокамерой, что позволяет проводить исследования процессов массопереноса в неидеальных системах на кинетическом уровне. Такие исследования могут сыграть существенную роль как для проверки существующих, так и для разработки новых аналитических моделей строения жидкости.

Для моделирования процессов переноса в неидеальных средах используют методы молекулярной динамики, основанные на интегрировании обратимых уравнений движения частиц или на решении уравнений Ланжевена, учитывающих необратимость исследуемых процессов [1–5]. Поскольку диссипация оказывает значительное влияние на динамику макрочастиц в лабораторной плазме, корректное моделирование требует решения системы дифференциальных уравнений (уравнений движения) с силой Ланжевена F_{ran} , которая учитывает различные стохастические процессы, приводящие к установлению равновесной температуры T макрочастиц. В этом случае смещение j -й частицы, $x_j = x_j(t)$, за время t на одну степень свободы в однородной среде под воздействием некоторой систематической внешней силы F можно записать как

$$M \frac{d^2 x_j}{dt^2} = -M \nu_{fr} \frac{dx_j}{dt} + F + F_{ran}. \quad (1)$$

Здесь M — масса частицы, $F = dU/dx$, U — потенциальная энергия частицы, ν_{fr} — коэффициент трения. В условиях локального равновесия среднее значение случайной силы $\langle F_{ran}(t) \rangle = 0$, а ее автокорреляционная функция $\langle F_{ran}(0)F_{ran}(t) \rangle = 2B\delta(t)$ описывает дельта-коррелированный гауссов процесс [2, 5]. Здесь $\delta(t)$ — дельта-функция. Поскольку

$$M \langle (dx_j/dt)^2 \rangle = \langle MV_x^2 \rangle \equiv T,$$

величина $B = T\nu_{fr}M$ в соответствии с флуктуационно-диссипативной теоремой. В отсутствие корреляции между медленным смещением частицы и «быстрым» стохастическим воздействием для временных корреляционных функций параметров системы частиц также должны выполняться следующие соотношения:

$$\langle F_{ran}(t)V_x(0) \rangle = 0, \quad \langle F_{ran}(t)x_j(t) \rangle = 0.$$

Для удобства анализа характера миграции частиц и эволюции процессов массопереноса во времени t можно ввести следующие обозначения:

$$D_{G-K}(t) = \int_0^t \langle V_x(0)V_x(t) \rangle dt, \quad (2a)$$

$$D_{msd}(t) = \langle (x_j)^2 \rangle / 2t, \quad (2b)$$

где усреднение $\langle \langle \rangle \rangle$ проводится по ансамблю, состоящему из N частиц, и по всем отрезкам времени длительностью t за полное время измерений. (Необходимость последнего определяется требованием корректного определения средних характеристик сильно коррелированных жидкостных систем.) В случае малых отклонений системы от состояния статистического равновесия при $t \rightarrow \infty$ первое из указанных соотношений (2a) является частным случаем известных формул Грина–Кубо, а второе (2b) описывает тепловой массоперенос частиц через единичную площадку среды. Для систем, находящихся в состоянии статистического равновесия, как для случая газов, так и для жидкостей и твердых тел, с ростом времени обе эти функции $D_{G-K}(t)$, $D_{msd}(t)$ должны стремиться к одинаковому постоянному значению $D = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t)$, которое соответствует стандартному определению коэффициента диффузии частиц. Аналитические выражения для данных функций (и, соответственно, для величины D) могут быть получены на основе решения уравнения (1) только для двух предельных случаев: для невзаимодействующих «броуновских» частиц и для одномерного гармонического осциллятора [2, 5, 8, 15].

В пренебрежении межчастичным взаимодействием ($F = 0$) автокорреляционную функцию скоростей можно найти путем формального решения задачи (1) [5, 15]:

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle = \frac{T}{M} \exp(-\nu_{fr}t). \quad (3)$$

Функции эволюции массопереноса в этом случае будут иметь вид

$$D_{G-K}(t) = D_0 (1 - \exp(-\nu_{fr}t)), \quad (4a)$$

$$D_{msd}(t)/D_0 = 1 - (1 - \exp(-\nu_{fr}t)) / \nu_{fr}t, \quad (4b)$$

где $D \equiv D_0 = T/\nu_{fr}M$. Таким образом, для таких частиц при $t \rightarrow \infty$ (при $\nu_{fr}t \gg 1$) функция $D_{G-K}(t) = D_{msd}(t) \rightarrow D_0$, в то время как на малых временах ($\nu_{fr}t \ll 1$) проявляется баллистический характер движения частицы: $\langle x^2 \rangle \equiv \langle x_j^2 \rangle \approx Tt^2/M$ и $D_{msd}(t) = \langle x^2 \rangle / 2t \propto t$.

Аналитическое решение уравнения (1) можно получить также для частицы в идеальном кристалле, если возвращающую силу $F = -M\omega_c^2 x_j$, действующую на частицу в узле решетки, можно характеризовать единственной частотой ω_c [8, 14]:

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle = \frac{T}{M} \exp\left(-\frac{\nu_{fr}t}{2}\right) \times \left(\text{ch}(\nu_{fr}t\psi) - \frac{\text{sh}(\nu_{fr}t\psi)}{2\psi} \right). \quad (5)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2а), (2б) в этом случае можно записать в виде

$$\frac{D_{G-K}(t)}{D_0} = \frac{\exp(-\nu_{fr}t/2)}{\psi} \text{sh}(\nu_{fr}t\psi), \quad (6a)$$

$$\frac{D_{msd}(t)}{D_0} = \frac{1 - \exp(-\nu_{fr}t/2)}{2\xi_c^2\nu_{fr}t} \times \left(\text{ch}(\nu_{fr}t\psi) + \frac{\text{sh}(\nu_{fr}t\psi)}{2\psi} \right), \quad (6b)$$

где $\psi = (1 - 8\xi_c^2)^{1/2}/2$, $\xi_c = \omega_c/\nu_{fr}$ (см. Приложение). Легко увидеть, что на малых временах наблюдения ($\nu_{fr}t \ll 1$) для частицы в узле кристаллической решетки также характерен баллистический режим движения. При $t \rightarrow \infty$ функция $D_{G-K}(t) = D_{msd}(t) \rightarrow 0$, поскольку среднеквадратичное смещение такой частицы от ее положения равновесия становится постоянным и соответствует смещению гармонического осциллятора $\langle x^2 \rangle = T/M\omega_c^2$.

В случае жидких сред точные аналитические соотношения для функций $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle$, $D_{G-K}(t)$ и $D_{msd}(t)$ получить невозможно. Тем не менее, следует отметить две интересные особенности таких систем, которые подтверждаются результатами их моделирования методом броуновской динамики (с использованием уравнения Ланжевена) для частиц с различными изотропными парными потенциалами U_{ip} их взаимодействия. Первая особенность заключается в наличии определенных связей между функциями массопереноса, которые справедливы как для невзаимодействующих «броуновских» частиц и гармонического осциллятора, так и для частиц жидкости [14]:

$$D_{G-K}(t) = \frac{d\{tD_{msd}(t)\}}{dt} \equiv \frac{1}{2} \frac{d\langle x^2 \rangle}{dt}, \quad (7a)$$

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle = \frac{d^2\{tD_{msd}(t)\}}{dt^2} \equiv \frac{1}{2} \frac{d^2\langle x^2 \rangle}{dt^2}. \quad (7b)$$

Вторая особенность состоит в том, что эволюция функций $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle$, $D_{G-K}(t)$ и $D_{msd}(t)$, описывающих протекание процессов массопереноса в жидкостных системах, на малых временах наблюдения ($t < 2/\omega_c$) соответствует их поведению в случае гармонического осциллятора (5), (6а), (6б) с частотой ω_c , пропорциональной второй производной парного потенциала U_{ip} в точке l_p (l_p — среднее межчастичное расстояние), а именно

$$\omega_c = \{|a_0 U''_{ip}(l_p)|/\pi M\}^{1/2}. \quad (8)$$

Здесь $a_0 \equiv 2$ для трехмерных систем, формирующих в процессе кристаллизации объемно-центрированную кубическую (ОЦК) решетку [8, 12], и $a_0 \approx 2.7$ для двумерной структуры, формирующей в процессе кристаллизации решетку гексагонального типа [13, 14].

В случае локального статистического равновесия пылевой подсистемы анализ поведения любой из перечисленных функций $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle$, $D_{msd}(t)$, $D_{G-K}(t)$ на малых временах наблюдения может быть использован для диагностики пылевой компоненты плазмы. Искомые параметры частиц, такие как их температура T , характерная частота ω_c и коэффициент трения ν_{fr} , могут быть получены путем наилучшего согласования между экспериментальными данными и соответствующим аналитическим решением для гармонического осциллятора. В свою очередь, информация об этих параметрах позволяет оценить величину эффективного параметра неидеальности Γ^* и параметра масштабирования ξ , которые отвечают за динамику макрочастиц в анализируемой системе [8, 12–14]:

$$\Gamma^* = a_1 l_p^2 U''(l_p)/2T, \quad (9)$$

$$\xi = |a_2 U''(l_p)|^{1/2} (2\pi M)^{-1/2} \nu_{fr}^{-1}, \quad (10)$$

где $a_1 = a_2 \equiv 1$ для трехмерных систем; $a_1 = 1.5$, $a_2 = 2$ для двумерного случая.

Следует отметить, что анализ движения пылевых частиц в плазме на основе результатов моделирования их стохастической динамики марковскими (или винеровскими) случайными процессами требует проверки не только условия локального равновесия исследуемых систем, но и пригодности самой численной модели для описания движения анализируемых частиц. Основные возражения сводятся к возможному влиянию граничных условий, внешних полей и сильных межчастичных взаимодействий на характер миграции частиц и обмен их энергией со средой (термостатом) в условиях реального эксперимента [5]. В частности, при анализе экспериментов с

пылевой плазмой часто возникающие вопросы касаются влияния открытости плазменно-пылевой системы, влияния неравномерности распределения стохастической энергии макрочастиц по степеням свободы, а также возможности использовать величину этой энергии в качестве основной термодинамической характеристики, описывающей кинетическую температуру пылевой компоненты плазмы и характеризующую обмен энергией частиц с термостатом. Таким образом, корректное использование численных данных для анализа динамики пылевых подсистем в плазме требует проверки предположения о диффузионном характере миграции частиц (при $t \rightarrow \infty: \langle x^2 \rangle \propto t, D_{G-K}(t) = D_{msd}(t) \equiv D$), а также проверки соответствующих связей (7а), (7б), которые являются следствием моделирования динамики системы частиц при помощи упомянутых уравнений Ланжевена.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Эксперименты проводились для монодисперсных частиц (плотностью $\rho_p \approx 1.5 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, радиусами $a_p \approx 2.75 \text{ мкм}$ и $a_p \approx 6.37 \text{ мкм}$) в приэлектродном слое высокочастотного разряда в аргоне с давлением $P = 0.03\text{--}0.5 \text{ Торр}$ при мощности разряда $W \approx 2\text{--}30 \text{ Вт}$. Схема установки приведена на рис. 1. В вакуумную камеру были помещены два плоских электрода. Нижний, заземленный, электрод представлял собой металлический диск диаметром 19 см; верхний, расположенный на высоте 5 см от нижнего, был изготовлен в форме кольца, внешний диаметр которого $d_{out} = 19 \text{ см}$, а внутренний $d_{int} = 5 \text{ см}$. В ходе эксперимента вакуумная камера заполнялась инертным газом, а на электроды по-

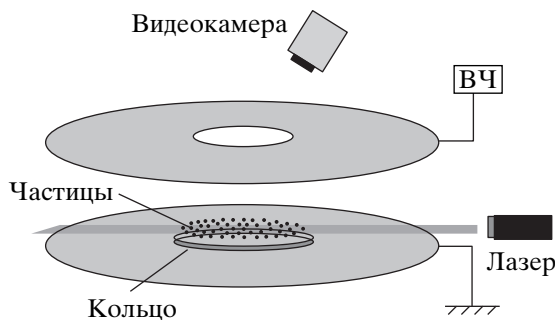


Рис. 1. Упрощенная схема установки для экспериментов в емкостном высокочастотном разряде (ВЧ)

давалось напряжение от высокочастотного генератора с несущей частотой 13.56 МГц. В разряд через отверстие в верхнем электроде из специального контейнера вбрасывались пылевые частицы. Попадая в разряд, эти частицы приобретали отрицательный заряд и зависали в приэлектродном слое. Для предотвращения ухода частиц в горизонтальном направлении на нижнем электроде устанавливалось кольцо диаметром 5 см и высотой 0.2 см, формирующее потенциальную ловушку для облака пылевых частиц. Для визуализации пылевое облако подсвечивалось плоским лучом гелий-неонового лазера ($\lambda = 633 \text{ нм}$). Подсветка лазером осуществлялась в двух режимах. В первом использовался расфокусированный лазерный луч, который позволял установить геометрические размеры всей пылевой структуры, находящейся внутри электростатической ловушки. Второй режим подсветки использовался для более детального изучения горизонтального сечения пылевого облака (см. рис. 1). В этом случае луч лазера представлял собой так называемый «лазерный нож», ширина которого составляла приблизительно 2.5 см, а характерная толщина в области перетяжки — около 200 мкм. Регистрация положения пылевых частиц осуществлялась высокоскоростной CMOS-видеокамерой (частота кадров $f_{vc} = 500 \text{ с}^{-1}$). Время одного эксперимента при неизменных условиях составляло 5–10 с. Видеозапись обрабатывалась при помощи специальной программы, которая позволяла идентифицировать положения отдельных пылевых частиц в поле зрения видеосистемы.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В зависимости от условий экспериментов пылевые структуры формировали от одного до нескольких (~ 10) пылевых слоев, а пылевое облако представляло собой диск диаметром около 5 см, толщиной до 1 см. Наблюдаемые пылевые структуры являлись системами жидкостного и кристаллического типов, со средним межчастичным расстоянием l_p приблизительно от 500 до 1000 мкм.

В результате обработки видеозаписей горизонтального сечения пылевого облака были получены автокорреляционные функции скоростей макрочастиц,

$$\langle V(0)V(t) \rangle = (\langle V_x(0)V_x(t) \rangle + \langle V_y(0)V_y(t) \rangle) / 2,$$

функции массопереноса $D_{G-K}(t), D_{msd}(t)$, их коэффициенты диффузии D , парные корреляционные функции $g(l)$ и концентрация. Отклонения измеряемых параметров частиц по двум регистрируемым

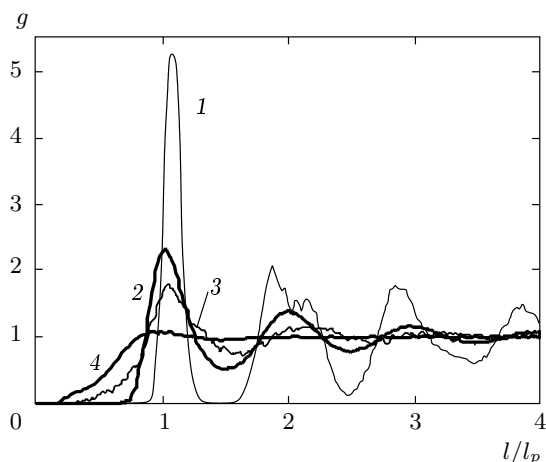


Рис. 2. Результаты измерений парной корреляционной функции $g(l/l_p)$ в различных экспериментах: 1 — $a_p = 6.37$ мкм, монослой, $P = 0.03$ Торр; 2 — $a_p = 2.755$ мкм, монослой, $P = 0.35$ Торр; 3 — $a_p = 6.37$ мкм, многослойная система, $P = 0.11$ Торр; 4 — $a_p = 2.755$ мкм, многослойная система, $P = 0.04$ Торр

степеням свободы (x, y) были незначительны и находились в пределах (0.5–3) %:

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle \approx \langle V_y(0)V_y(t) \rangle, \quad \langle V_x(0)^2 \rangle \approx \langle V_y(0)^2 \rangle, \\ \langle x^2 \rangle \approx \langle y^2 \rangle,$$

а величина их средней скорости $\langle V_x(t) \rangle \approx \langle V_y(t) \rangle \equiv 0$.

Иллюстрация экспериментальных корреляционных функций $g(l)$ для частиц разных размеров, формирующих пылевые монослои и многослойные системы, представлена на рис. 2. Величина максимума g_{max} функций $g(l)$ и среднее межчастичное расстояние l_p , которое определялось путем анализа положения этого максимума, даны в таблице для различных экспериментов. Погрешность определения величины l_p для всех случаев составляла менее 5 %. Случайная погрешность определения g_{max} по результатам усреднения плотности вероятности для анализируемых частиц в течение полного времени эксперимента также не превышала 5 %. Тем не менее, следует отметить возможность более значительного искажения величины пиков $g(l)$ как за счет ограниченного числа пылевых частиц в поле зрения видеокamеры, так и за счет возможности одновременной регистрации макрочастиц соседнего слоя (если наблюдаемая структура является многослойной системой).

Результаты измерений автокорреляционных функций скоростей частиц, $\langle V(0)V(t) \rangle$, и функций

массопереноса, $D(t) = D_{G-K}(t)$ и $D(t) = D_{msd}(t)$, для различных экспериментов представлены на рис. 3, 4, где показаны нормированные значения данных величин: $\langle V(0)V(t) \rangle / V_T^2$ и $D(t)/D_0$, где $V_T^2 = T/M$ — среднеквадратичная скорость стохастического «теплового» движения частиц. Значения V_T^2 и ν_{fr} представлены в таблице, а техника их определения обсуждается в следующем разделе.

Для большинства анализируемых экспериментов движение пылевых частиц носило диффузионный характер: с ростом времени наблюдения t $D_{G-K}(t) \approx D_{msd}(t) \rightarrow D$; за исключением наблюдений кристаллических пылевых структур, когда с ростом времени t величина среднего квадратичного смещения частиц от их положения равновесия $\langle x^2 \rangle \approx \langle y^2 \rangle \rightarrow \text{const}$, а коэффициент $D \rightarrow 0$. Измеренная величина коэффициента диффузии D приведена в таблице. Отклонения значений коэффициентов диффузии, определяемых из соотношения Грина–Кубо, $D = D_{G-K}(t \rightarrow \infty)$ (2а), от значений, определяемых путем анализа среднеквадратичного смещения частиц, $D = D_{msd}(t \rightarrow \infty)$ (2б), составляли не более 5 %, что соответствовало случайной погрешности. Примерно такую же величину (≤ 5 %) дают оценки систематической погрешности определения величины D , связанной с конечным временем эксперимента. В рассматриваемых экспериментах время t_D достижения постоянного значения $D (\pm 5 \%)$ для функций $D_{G-K}(t)$ и $D_{msd}(t)$ составляло от 1 с до 10 с, в зависимости от давления P буферного газа (с ростом P время t_D росло). Необходимо отметить, что при низких давлениях P ($\xi_c \geq 1$) функция $D_{msd}(t)$ быстрее достигает своего постоянного значения D , чем функция $D_{G-K}(t)$ (см. рис. 4а, в, г). При более высоких значениях P , когда функция $D_{G-K}(t)$ не испытывает заметных осцилляций ($\xi_c \ll 1$), она быстрее стремится к своему постоянному значению, чем $D_{msd}(t)$, что позволяет измерять коэффициент диффузии D макрочастиц по формуле Грина–Кубо за существенно меньшее время (см. рис. 4б).

Результаты проверки соотношений (7а), (7б) между автокорреляционными функциями скоростей частиц, $\langle V(0)V(t) \rangle$, функциями массопереноса, $D_{G-K}(t)$ и $D_{msd}(t)$, и их среднеквадратичным смещением $\langle \Delta l^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$ приведены на рис. 3, 4. Во всех случаях получено хорошее совпадение измеренных функций $\langle V(0)V(t) \rangle$, $D_{G-K}(t)$ и функций, рассчитанных по измерениям $\langle \Delta l^2 \rangle$ при помощи упомянутых соотношений. Это, в свою очередь, является подтверждением корректного описания движения пылевых частиц в условиях эксперимента

Параметры пылевой компоненты плазмы для различных экспериментов

P , Торр	l_p , мм	g_{max}	V_T^2 , мм ² /с ²	D , мм ² /с	ν_{fr} , с ⁻¹	ω_c , с ⁻¹	Γ_{3d}/Γ_{2d}	Z_{min}
$a_p = 2.75$ мкм, монослой								
0.11	1	2.75	0.803	0.0025	30.5	9.7	92/102	5605
0.19	0.84	2.55	0.720	0.002	50.8	9.8	72/80	4303
0.35	0.92	2.35	0.949	0.002	98	8.8	54/60	4478
0.5	0.75	2.7	1.468	0.00135	143	16.3	80/89	6119
$a_p = 2.75$ мкм, многослойная система								
0.04	1.1	1.1	26.3	0.81	11	13.2	6.3/7	8800
0.06	1	1.08	20.1	0.58	15.5	10.23	4.1/4.6	5912
0.1	0.57	1.095	20.7	0.3	34	22.44	6.2/6.9	5581
0.14	0.6	1.05	43.1	0.66	44	15.62	1.6/1.8	4195
$a_p = 6.37$ мкм, монослой								
0.03	1	5.25	0.45	$\rightarrow 0$	3.5	13.0	293/326	26311
0.05	1	2.45	1.78	0.022	6	12.5	69/77	25396
0.08	0.88	2.75	1.23	0.01	8.4	13.5	90/100	22642
0.42	0.57	4.9	0.73	$\rightarrow 0$	44	27.3	262/291	23852
$a_p = 6.37$ мкм, многослойная система								
0.05	0.92	1.28	12.94	0.449	7	14	10/11	24964
0.07	0.82	1.74	4.51	0.095	8.2	16.4	31.5/35	24742
0.08	0.85	2	2.90	0.048	8.25	15	44/49	23883
0.11	0.88	1.66	4.97	0.12	11.8	13.1	21/23	21968

Примечание. Жирным шрифтом выделены результаты экспериментов, которые отражены на рисунках.

в рамках стохастической модели, заданной системой уравнений Ланжевена. Таким образом, обмен кинетической энергии $K \propto MV_T^2$ стохастического движения пылевых частиц находится в полном соответствии с флуктуационно-диссипативной теоремой, а величина V_T^2 соответствует кинетической температуре пылевых частиц и является основной характеристикой, определяющей равновесную динамику анализируемых систем.

4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ

Параметры макрочастиц, такие как среднеквадратичная скорость V_T^2 их стохастического «теплого» движения, характерная частота ω_c и коэффициент трения ν_{fr} , представлены в таблице. Пе-

речисленные параметры были получены путем достижения наилучшего согласования между измеренными функциями $\langle V(0)V(t) \rangle$, $D_{msd}(t)$ и $D_{G-K}(t)$ и соответствующими аналитическими решениями (5), (6а), (6б) для гармонического осциллятора при помощи метода последовательных итераций. Результаты данной процедуры для различных экспериментов показаны на рис. 3, 4. Погрешности восстановленных параметров составляли приблизительно (5–7) % для величины V_T^2 , не более 10 % для коэффициента трения ν_{fr} и менее 5 % для величины ω_c . Следует отметить, что малость погрешности полученных результатов обусловлена, во-первых, высоким временным разрешением видеокамеры, регистрирующей частицы (частота кадров $f_{vc} = 500 \text{ с}^{-1}$), и, во-вторых, усреднением полученных временных зависимостей среднеквадратичного смещения и авто-

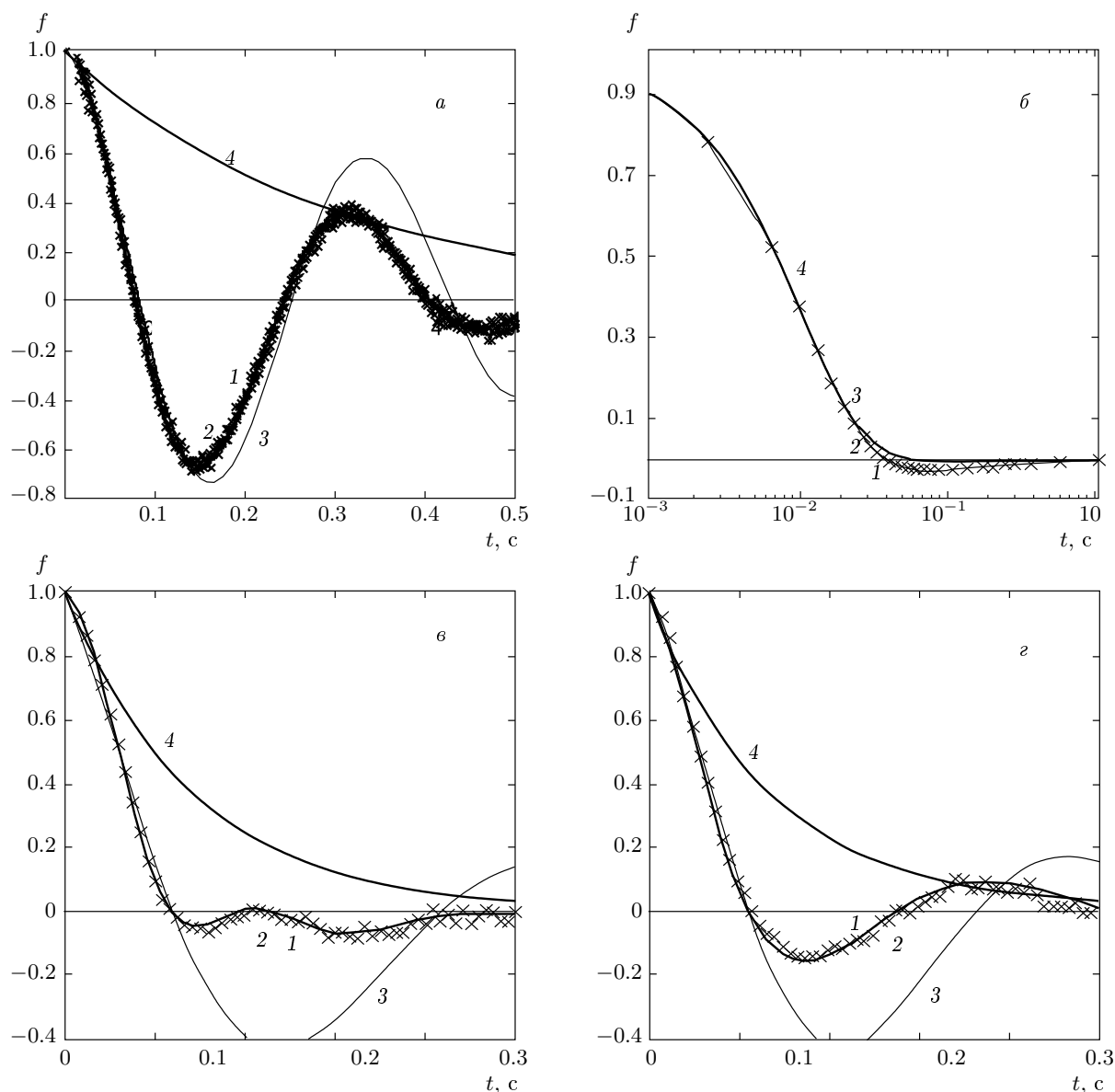


Рис. 3. Результаты измерений автокорреляционной функции скоростей макрочастиц $f(t) = \langle V(0)V(t) \rangle / V_T^2$ (кривые 1, линии), а также ее значения (кривые 2, \times), полученные по формуле (76), для различных экспериментов: *a* — $a_p = 6.37$ мкм, монослой, $P = 0.03$ Торр; *б* — $a_p = 2.755$ мкм, монослой, $P = 0.35$ Торр; *в* — $a_p = 6.37$ мкм, многослойная система, $P = 0.11$ Торр; *г* — $a_p = 2.755$ мкм, многослойная система, $P = 0.04$ Торр. Кривые 3 — автокорреляционная функция скоростей $f(t)$ для гармонического осциллятора (5) с параметрами, указанными в таблице; кривые 4 — функция $f(t)$ для не взаимодействующих частиц (3)

корреляционных функций скоростей частиц. В результате усреднения данных функций по ансамблю и по всем отрезкам времени заданной длительности полученные кривые были достаточно гладкими, чтобы численные операции над ними не вносили заметной ошибки.

Для сокращения процедуры подгонки экспериментальных данных теоретическими кривыми начальные значения для ω_c и ν_{fr} выбирались в соответствии с аналитическими аппроксимациями для зависимости максимума D_{max} функции $D_{msd}(t)$ и положения этого максимума t_{max} от парамет-

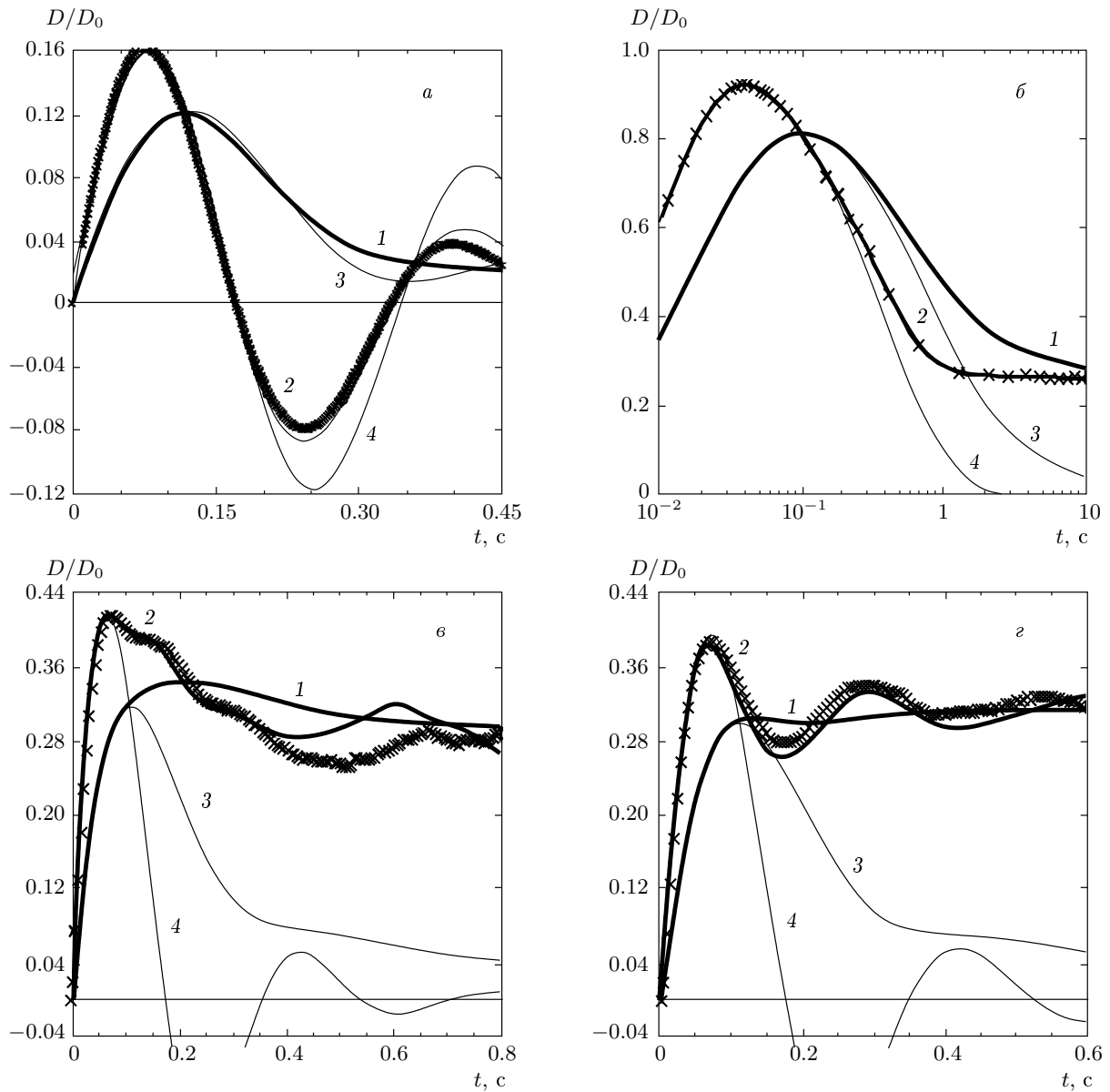


Рис. 4. Результаты измерений функций массопереноса $D(t)/D_0$: кривые 1 — $D(t) \equiv D_{msd}(t)$; кривые 2, сплошные линии — $D(t) \equiv D_{G-K}(t)$ (2а); кривые 2, \times — $D(t) \equiv D_{G-K}(t)$ (7а) для различных экспериментов: а — $a_p = 6.37$ мкм, монослой, $P = 0.03$ Торр; б — $a_p = 2.755$ мкм, монослой, $P = 0.35$ Торр; в — $a_p = 6.37$ мкм, многослойная система, $P = 0.11$ Торр; г — $a_p = 2.755$ мкм, многослойная система, $P = 0.04$ Торр. Кривые 3 (6б) и кривые 4 (6а) — соответствующие аппроксимирующие функции для гармонического осциллятора с параметрами, указанными в таблице

ра $\xi_c = \omega_c/\nu_{fr}$, которые были предложены в работах [8, 13]:

$$D_{max} \approx D_0/(1 + 2\xi_c), \quad (11)$$

$$t_{max}\nu_{fr} \approx 4\sqrt{2}\pi/(1 + 8\sqrt{2}\xi_c). \quad (12)$$

Точность данных аппроксимаций составляет около 5%. Следует отметить, что формула (12) может

быть также полезна при выборе частоты кадров f_{vc} видеокамеры (регистрирующей положения макрочастиц) и длительности измерений t_D , необходимых для корректного восстановления (определения) параметров и коэффициентов диффузии D пылевых частиц. Так, частота кадров f_{vc} должна быть много больше величины $1/t_{max}$, а соответствующая дли-

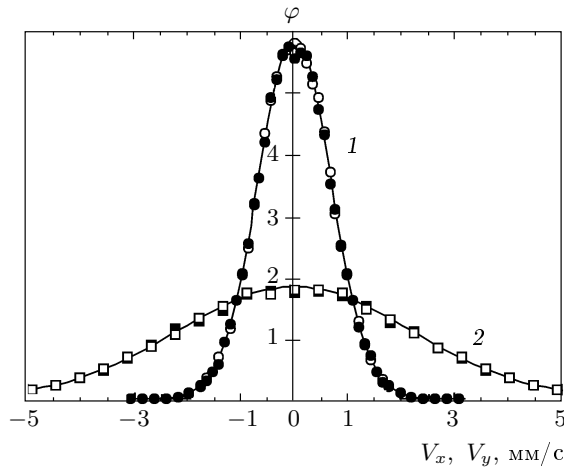


Рис. 5. Измеренные функции распределения скоростей частиц $\varphi(V_x)$ (\bullet , \blacksquare) и $\varphi(V_y)$ (\circ , \square) для частиц радиуса $a_p = 6.37$ мкм и различных условий эксперимента: \bullet , \circ — монослой, $P = 0.03$ Торр; \blacksquare , \square — многослойная система, $P = 0.11$ Торр. Также представлена их наилучшая аппроксимация функциями Максвелла с параметром $V_T^2 = T/M = 0.46$ (1), 4.8 (2) $\text{мм}^2/\text{с}^2$

тельность t_D измерений коэффициента D должна удовлетворять условию: $t_D \gg t_{max}$. Предварительная оценка значений ω_c и ν_{fr} в условиях эксперимента может быть сделана в рамках существующих теоретических моделей.

Величина восстановленной среднеквадратичной скорости пылевых частиц $V_T^2 = T/M$ (см. таблицу) находилась в соответствии с результатами ее определения из измерений спектров распределения скоростей частиц $\varphi(V_x)$ и $\varphi(V_y)$, путем наилучшей аппроксимации этих спектров функциями Максвелла (см. рис. 5). Отличие величин V_T^2 , полученных двумя различными способами, составляло не более 5–7% и в большинстве случаев соответствовало величине случайной погрешности. Исключением являлись только два эксперимента с частицами радиуса $a_p = 2.75$ мкм при давлениях газа $P = 0.35, 0.5$ Торр, когда величина $\xi_c \ll 1$ ($\xi_c \approx 0.1$). В обоих случаях измерения среднеквадратичной скорости частиц путем «подгонки» спектров их скоростей функциями Максвелла давали величину V_T^2 , на (10–15)% меньшую, чем результаты ее восстановления на основе аналитических решений (5), (6а), (6б) для гармонического осциллятора.

Результаты восстановления коэффициента трения ν_{fr} в зависимости от давления P окружающего газа для пылевых частиц различных размеров a_p

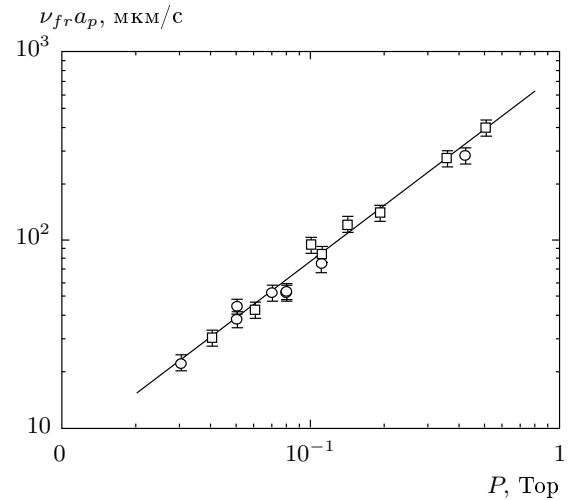


Рис. 6. Результаты восстановления коэффициента трения ν_{fr} в зависимости от давления P окружающего газа для пылевых частиц различных размеров $a_p = 6.37$ (\circ), 2.755 (\square) мкм, а также значение ν_{fr} в свободномолекулярном приближении (линия). Указаны максимальные ошибки при восстановлении ν_{fr} (10%)

приведены на рис. 6. Там же показаны значения ν_{fr} , полученные в свободномолекулярном приближении для случая полной аккомодации нейтралов на поверхности частиц [16]:

$$\nu_{fr} = (8 + \pi) \frac{n_n (T_n m_n / 8\pi)^{1/2}}{a_p \rho_p}, \quad (13)$$

где n_n, T_n, m_n — соответственно концентрация, температура и масса молекул газа. Для аргона при комнатной температуре формулу (13) можно записать в виде [17]

$$\nu_{fr} [\text{с}^{-1}] \approx \frac{1144P [\text{Торр}]}{a_p [\text{мкм}] \rho_p [\text{г/см}^3]}.$$

Результаты восстановления коэффициента ν_{fr} хорошо согласуются с его теоретическими оценками в рамках свободномолекулярной модели, что соответствует условиям экспериментов, поскольку в этих условиях длина свободного пробега молекул аргона ($l_n [\text{мкм}] \approx 73/P [\text{Торр}]$, [17, 18]) всегда много больше радиуса a_p пылевых частиц.

Прямая проверка корректности величины восстановленных характерных частот ω_c требует предварительной информации о форме потенциала взаимодействия U_{ip} между пылевыми частицами в плазме (см. (8)). Косвенной проверкой восстановленных

значений ω_c является сопоставление величины эффективного параметра $\Gamma^* = F(\omega_c, V_T^2, l_p)$ (9) и результатов измерений максимума g_{max} корреляционной функции $g(l)$ и коэффициентов диффузии D пылевых частиц. Величина параметра Γ^* , полученная путем совместного решения уравнений (8) и (9) с использованием результатов измерений параметров пылевых частиц (ω_c, V_T^2, l_p), представлена в таблице. Для случая пылевого монослоя значение $\Gamma^* = \Gamma_{2d}$ определялось в двумерном приближении задачи ($a_0 = 2.7, a_1 = 1.5, a_2 = 2$). Для многослойной системы частиц были выполнены оценки для двух предельных случаев: для случая трехмерной системы, $\Gamma^* = \Gamma_{3d}$ ($a_0 = 2, a_1 = a_2 \equiv 1$); для двумерного случая, $\Gamma^* = \Gamma_{2d}$ ($a_0 = 2.7, a_1 = 1.5, a_2 = 2$). Грубая оценка погрешности величин полученных значений Γ^* может быть сделана путем прямого сложения погрешностей за счет ошибок определения входящих в него параметров (ω_c, V_T^2, l_p), она равна приблизительно 30 %.

Сравнение экспериментальных зависимостей максимума g_{max} функции $g(l)$ и нормированного коэффициента диффузии $D^* = D(\nu_{fr} + \omega^*)M/T$ от параметра Γ^* с результатами, полученными путем численного решения задачи для трехмерных систем [12] и монослоя частиц [13, 14], показано на рис. 7. Легко увидеть, что измеренные зависимости $g_{max}(\Gamma^*)$ хорошо согласуются с численными данными (см. рис. 7а). Различия между ними находятся в пределах экспериментальной ($\sim 5\%$, см. разд. 3) и численной ($\sim 5\%$ [12–14]) ошибок определения значения g_{max} . Величина погрешностей показана на рис. 7а в виде доверительного интервала 5%. Измеренная зависимость $D^*(\Gamma^*)$ также хорошо согласуется с численными данными для всех анализируемых экспериментов (рис. 7б). Отклонения между экспериментальными и численными значениями величины D^* находятся в пределах ошибки ее измерений ($\sim 10\%$, см. разд. 3) и погрешности δ_{cal} определения коэффициента D путем численного моделирования; δ_{cal} растет от 7% до 15% при изменении Γ^* от приблизительно 100 до 5 [12–14] (см. рис. 7б).

Зависимости восстановленных значений параметра Γ^* от измеренных скоростей пылевых частиц V_T^2 показаны на рис. 8 для различных экспериментов. Легко увидеть, что для всех случаев величина параметра Γ^* в значительной мере определяется величиной тепловой скорости частиц. При этом для экспериментов с пылевым монослоем величина Γ^* имеет большие значения, а температура пылевой компоненты ($T = V_T^2 M$) заметно ниже, чем для частиц,

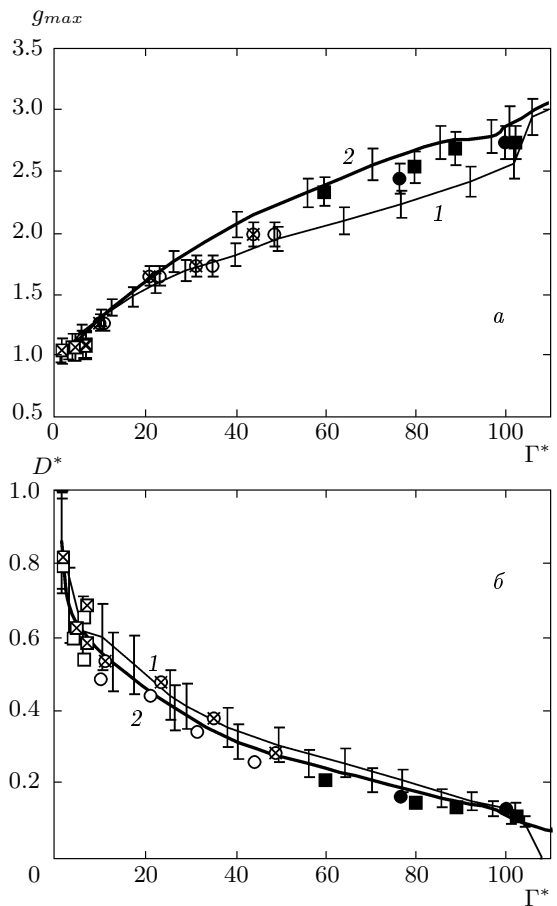


Рис. 7. Максимум g_{max} (а) корреляционной функции $g(l)$ и значения нормированного коэффициента диффузии $D^* = D(\nu_{fr} + \omega^*)M/T$ (б) в зависимости от параметра Γ^* для: 1 — трехмерных систем [12], 2 — монослоя частиц [13, 14]. Значки — результаты измерений g_{max} и D^* для частиц радиуса $a_p = 6.37$ (\circ, \bullet, \otimes), 2.755 ($\square, \blacksquare, \boxtimes$) мкм, формирующих пылевой монослой (\bullet, \blacksquare) или многослойную структуру ($\circ, \square, \otimes, \boxtimes$). Для многослойной структуры величина параметров ω^* и Γ^* оценивалась для двух предельных случаев: \circ, \square — трехмерная система $\Gamma^* = \Gamma_{3d}$; \otimes, \boxtimes — двумерная структура, $\Gamma^* = \Gamma_{2d}$

формирующих многослойные пылевые структуры.

Величина минимального заряда пылевой частицы $Z = Z_{min}$, приобретаемого ею в плазме, может быть получена в пренебрежении экранированием межчастичного взаимодействия окружающей плазменной компонентой. Так, в предположении кулоновского межчастичного взаимодействия величина $Z_{min} \approx \omega_c \{ \pi M l_p^3 / 5.4 \}^{1/2}$ (см. (8)). Значения Z_{min} показаны в таблице и приведены на рис. 9 в виде зависимости от числа Кнудсена $Kn_i = l_{in} / a_p$. Здесь

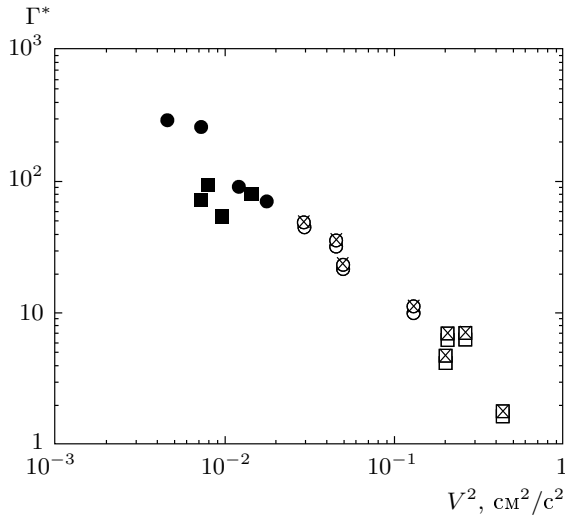


Рис. 8. Зависимости восстановленного параметра Γ^* от измеренного квадрата скорости пылевых частиц V_T^2 для частиц радиуса $a_p = 6.37$ (\circ, \bullet, \otimes), 2.755 ($\square, \blacksquare, \boxtimes$) мкм, формирующих монослой (\bullet, \blacksquare), $\Gamma^* = \Gamma_{2d}$ или многослойную структуру, $\Gamma^* = \Gamma_{3d}$ (\circ, \square), Γ_{2d} (\otimes, \boxtimes)

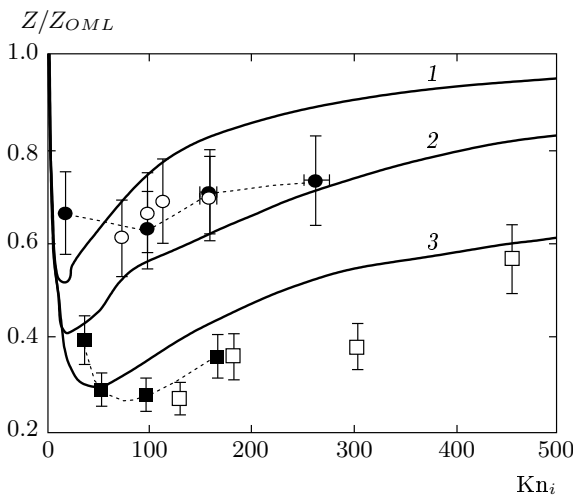


Рис. 9. Зависимости Z/Z_{OML} от параметра $Kn_i = l_{in}/a_p$ для аргона ($T_e = 3$ эВ, $e^2 Z_{OML}/a_p T_e \approx 2.7$). Сплошные линии — аппроксимация при $a_p/\lambda = 0.07$ (1), 0.023 (2), 0.007 (3). Значки — экспериментальные оценки Z_{min}/Z_{OML} для частиц с $a_p = 6.37$ (\circ, \bullet), 2.755 (\square, \blacksquare) мкм, формирующих пылевую монослой (\bullet, \blacksquare) или многослойную структуру (\circ, \square)

$l_{in} = (8T_i/\pi m_i \nu_{in}^2)^{1/2}$ — длина свободного пробега ионов при их столкновениях с нейтралами окружающего газа, $\nu_{in} [c^{-1}] \approx 8 \cdot 10^6 P$ [Торр] — эффективная частота таких столкновений для однозарядовых ионов аргона [17], $T_i \approx 0.026$ эВ — их температура, m_i — их масса. Погрешность такой оценки Z_{min} определяется экспериментальными ошибками параметров ω_c, l_p и составляет около 13%. (При наличии экранирования пылевых зарядов величина Z_{min} может быть заметно меньше реального заряда макрочастиц.)

Для оценки заряда Z макрочастиц в пылевой плазме наиболее часто используют приближение ограниченных орбит (Orbit Motion Limited, OML) [19, 20], которое имеет место только для случая слабостолкновительной плазмы (при $Kn_i \gg 1, \lambda/a_p \gg 1, l_{in}/\lambda \gg 1$, где λ — радиус Дебая). Численное моделирование зарядки уединенной пылевой частицы для условий газоразрядной плазмы, где температура электронов ($T_e \approx 1-5$ эВ) много больше температуры ионной компоненты ($T_i \approx 0.026$ эВ) и $\lambda \approx \lambda_{Di} = \{T_i/4\pi e^2 n_i\}^{1/2}$, показывает, что OML-приближение хорошо описывает величину приобретаемого заряда Z при условии $l_{in}/\lambda > 100$, а при $l_{in}/\lambda < 0.3$ для расчета величины Z ионный ток может быть задан в дрейфовом приближении [19, 20]. В промежуточном случае заряд пылевых частиц может быть получен из уравнения баланса ионного I_i и электронного I_e токов на ее поверхность: $I_e = I_i$, где электронный ток может быть записан в OML-приближении как

$$I_e = \pi R^2 \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e \exp \left(-\frac{e^2 Z}{RT_e} \right), \quad (14)$$

а ионный ток может быть представлен в виде

$$I_i \approx C_n \pi R^2 \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_i \frac{e^2 Z}{RT_i}. \quad (15)$$

Здесь $n_{e(i)}$ и $m_{e(i)}$ — концентрация и масса электронов (ионов), $n_e \approx n_i$, а коэффициент C_n задается соотношением [20]

$$C_n = (1 - (1 - \exp(-Q_n))/Q_n) Kn_i, \quad (16)$$

где

$$Q_n = \frac{2(1 + 4\pi\lambda/l_{in})}{Kn_i}.$$

(При этом $C_n = 1$ для OML-приближения и $C_n = Kn_i$ для диффузионного режима.) Отклонения зарядов макрочастиц, полученных при помощи такой аппроксимации, от данных численного моделирования в большинстве случаев не превышает 10%.

Результаты совместного решения уравнений (14)–(16) показаны на рис. 9 в виде функций $Z(\text{Kn}_i)$ для различных отношений $a_p/\lambda = 0.07, 0.023, 0.007$ ($n_i \approx 10^7\text{--}5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$), $T_e = 3 \text{ эВ}$, типичных для условий рассматриваемых экспериментов [17, 18]. Количественное сравнение представленных аппроксимаций $Z(\text{Kn}_i)$ с экспериментальными данными, $Z_{min}(\text{Kn}_i)$, некорректно не только потому, что оценки зарядов пылевых частиц Z_{min} были сделаны в пренебрежении их экранирования, но и в силу неполного соответствия соотношения (15) условиям экспериментов. Корректное применение формулы (15) требует малости дрейфовой V_{id} скорости ионов по сравнению с их тепловой скоростью $V_{it} = (8T_i/\pi m_i)^{1/2}$. Минимальную величину поля в области левитации пылевых частиц можно оценить из условия баланса сил как $E = Mg/eZ_{OML} \approx 5\text{--}30 \text{ В/см}$, где $e^2 Z_{OML}/a_p T_e \approx 2.7$. Тогда для условий экспериментов дрейфовая скорость ионов аргона сравнима или больше их тепловой скорости $V_{it} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ [17]: $E/P \approx 5\text{--}100 \text{ В/см.Торр}$, $V_{id} \approx (2\text{--}5) \cdot 10^4 \text{ см/с}$ для $a_p \approx 2.75 \text{ мкм}$; $E/P \approx 50\text{--}1000 \text{ В/см.Торр}$, $V_{id} \approx (5\text{--}20) \cdot 10^4 \text{ см/с}$ для $a_p \approx 6.37 \text{ мкм}$. Несмотря на это, следует отметить наличие хорошего качественного согласия между аналитическими аппроксимациями $Z(\text{Kn}_i)$ и экспериментальными зависимостями $Z_{min}(\text{Kn}_i)$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено экспериментальное исследование процессов массопереноса для пылевых структур, формирующихся в лабораторной плазме высокочастотного емкостного разряда. Эксперименты проводились для монодисперсных частиц различных размеров ($a_p \approx 2.75, 6.37 \text{ мкм}$) в широком диапазоне параметров неидеальности пылевой подсистемы. В результате обработки видеозаписей горизонтального сечения пылевого облака были получены: автокорреляционные функции скоростей частиц, $\langle V(0)V(t) \rangle$, функции массопереноса $D_{G-K}(t)$, $D_{msd}(t)$, коэффициенты диффузии D , парные корреляционные функции $g(l)$ и концентрация пылевых частиц. Коэффициенты диффузии D определялись из соотношения Грина–Кубо и путем анализа среднеквадратичного смещения частиц. Различия между значениями коэффициентов D , полученными двумя различными способами, составляли не более 5% и находились в пределах экспериментальной погрешности. Таким образом, анализируемые пылевые под-

системы находились в условиях, близких к условиям локального статистического равновесия.

Во всех случаях было получено хорошее совпадение измеренных функций $\langle V(0)V(t) \rangle$, $D_{G-K}(t)$ и функций, рассчитанных по измерениям среднеквадратичного смещения частиц при помощи соотношений (7а), (7б), что является подтверждением корректного описания движения пылевых частиц в условиях эксперимента в рамках стохастической модели, заданной системой уравнений Ланжевена.

Предложена методика определения параметров пылевой компоненты плазмы, таких как среднеквадратичная скорость $V_T^2 = T/M$ стохастического «теплого» движения пылевых частиц, характерная частота ω_c и коэффициент трения ν_{fr} . Параметры макрочастиц были получены путем наилучшего согласования между измеренными функциями $\langle V(0)V(t) \rangle$, $D_{msd}(t)$, $D_{G-K}(t)$ и соответствующими аналитическими решениями для гармонического осциллятора. Информация об этих параметрах (T , ω_c , ν_{fr}) позволила оценить эффективный параметр неидеальности Γ^* и минимальную величину заряда пылевых частиц. Корректность определения параметров макрочастиц при помощи предлагаемой методики была проверена путем сравнения измеренных характеристик пылевой подсистемы (коэффициентов диффузии, парных корреляционных функций, зарядов и коэффициентов трения макрочастиц) с существующими теоретическими и численными данными.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-08-00290), Программы Президиума РАН и Фонда содействия отечественной науке.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Функции эволюции массопереноса для случая гармонического осциллятора

Рассмотрим уравнение движения пылевой частицы (1) для случая гармонического осциллятора ($F = -M\omega_c^2 x_j$):

$$M \frac{d^2 x_j}{dt^2} = -M\nu_{fr} \frac{dx_j}{dt} - M\omega_c^2 x_j + F_{ran}. \quad (\text{A.1})$$

Умножим обе части этого уравнения на $x = x_j$. После преобразований и усреднения, учитывая, что $\langle F_{ran} x \rangle = 0$, а $M \langle (dx/dt)^2 \rangle \equiv T$, получаем уравнение [12]

$$M \frac{d^2 \langle x^2 \rangle}{dt^2} = -M \nu_{fr} \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt} - 2M \omega_c^2 \langle x^2 \rangle + 2T, \quad (\text{A.2})$$

решение которого имеет вид

$$\langle x^2 \rangle = \frac{D_0}{\xi_c^2 \nu_{fr}} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\nu_{fr} t}{2}\right) \times \right. \\ \times \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\psi}\right) \exp(\nu_{fr} t \psi) + \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\psi}\right) \exp(-\nu_{fr} t \psi) \right] \right\} \quad (\text{A.3})$$

(см. обозначения в тексте статьи). В случае, когда $1 - 8\xi_c^2 > 0$ (т.е. величина ψ — действительная), для любого z

$$\text{sh } z = \frac{\exp z - \exp(-z)}{2}, \quad \text{ch } z = \frac{\exp z + \exp(-z)}{2}.$$

Таким образом, выражение для функции эволюции массопереноса, $D_{msd}(t)$, примет вид (6б):

$$\frac{D_{msd}(t)}{D_0} = \frac{1 - \exp(-\nu_{fr} t/2)}{2\xi_c^2 \nu_{fr} t} \times \\ \times \left(\text{ch}(\nu_{fr} t \psi) + \frac{\text{sh}(\nu_{fr} t \psi)}{2\psi} \right).$$

Если $1 - 8\xi_c^2 < 0$, величина ψ — мнимая. Поскольку для любого z в этом случае $\text{sh}(iz) = i \sin z$, $\text{ch}(iz) = \cos z$, выражение для функции эволюции массопереноса легко получить из формулы (6б) путем замены гиперболических функций на тригонометрические:

$$\frac{D_{msd}(t)}{D_0} = \frac{1 - \exp(-\nu_{fr} t/2)}{2\xi_c^2 \nu_{fr} t} \times \\ \times \left(\cos(\nu_{fr} t \psi^*) + \frac{\sin(\nu_{fr} t \psi^*)}{2\psi^*} \right),$$

где $\psi^* = (8\xi_c^2 - 1)^{1/2}/2$. Если же $1 - 8\xi_c^2 = 0$ и $\psi = 0$ (случай аperiodического движения пылевой частицы), решение можно представить в виде

$$\frac{D_{msd}(t)}{D_0} = \frac{1 - \exp(-\nu_{fr} t/2)(1 + \nu_{fr} t/2)}{2\xi_c^2 \nu_{fr} t}.$$

Для поиска автокорреляционной функции скоростей $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle \equiv \langle V_x(t_0)V_x(t_0 + \tau) \rangle$ введем следующие обозначения:

$$V_x(t_0) \equiv V_0, \quad V_x(t_0 + \tau) \equiv V,$$

$$X(t_0) = x, \quad X(t_0 + \tau) \equiv x + \Delta x,$$

и запишем уравнение (A.1) в виде двух соотношений для двух различных моментов времени: $t = t_0$

и $t = t_0 + \tau$. Умножая эти соотношения на V и V_0 , получим соответственно

$$MV \frac{dV_0}{dt} = -M \nu_{fr} V V_0 - M \omega_c^2 V x + V F_{ran}(t_0),$$

$$MV_0 \frac{dV}{dt} = -M \nu_{fr} V V_0 - M \omega_c^2 V_0 (x + \Delta x) + \\ + V_0 F_{ran}(t_0 + \tau).$$

Складывая данные уравнения и усредняя их по ансамблю частиц и по всем отрезкам времени $t = \tau$, принимая во внимание при этом, что $\langle x \Delta x \rangle = 0$, а корреляционные функции случайной силы [2, 5]

$$\langle F_{ran}(t_0 + \tau)V(t_0) \rangle = 0,$$

$$\langle F_{ran}(t_0)V(t_0 + \tau) \rangle = \nu_{fr} M \langle V(t_0)V(t_0 + \tau) \rangle,$$

получим уравнение

$$\frac{d \langle V_0 V \rangle}{dt} = -\nu_{fr} \langle V_0 V \rangle - \omega_c^2 \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt}. \quad (\text{A.4})$$

Уравнению (A.4) удовлетворяет функция (см. (76))

$$\langle V_0 V \rangle = \frac{1}{2} \frac{d^2 \langle x^2 \rangle}{dt^2}. \quad (\text{A.5})$$

Таким образом, уравнение (A.4) может быть переписано в виде

$$\frac{d^2 \langle V_0 V \rangle}{dt^2} = -\nu_{fr} \frac{d \langle V_0 V \rangle}{dt} - 2\omega_c^2 \langle V_0 V \rangle,$$

а функция $\langle V_0 V \rangle = 0$ может быть представлена как

$$\langle V_0 V \rangle = \frac{T}{m} \exp\left(-\frac{\nu_{fr} t}{2}\right) \times \\ \times \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\psi}\right) \exp(\nu_{fr} t \psi) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\psi}\right) \exp(-\nu_{fr} t \psi) \right].$$

Отсюда при $1 - 8\xi_c^2 > 0$ получаем для функции эволюции массопереноса, $D_{G-K}(t)$ (6а):

$$\frac{D_{G-K}(t)}{D_0} = \frac{\exp(-\nu_{fr} t/2)}{\psi} \text{sh}(\nu_{fr} t \psi),$$

а в случае $1 - 8\xi_c^2 < 0$ ($\text{ch}(iz) = \cos z$, см. выше) решение принимает вид

$$\frac{D_{G-K}(t)}{D_0} = \frac{\exp(-\nu_{fr} t/2)}{\psi^*} \text{sh}(\nu_{fr} t \psi^*).$$

Соответственно, в аperiodическом случае, $1 - 8\xi_c^2 = 0$, имеем

$$\frac{D_{G-K}(t)}{D_0} = \nu_{fr} t \exp\left(-\frac{\nu_{fr} t}{2}\right).$$

Изложенные выше решения для функций массопереноса ($D_{msd}(t)$, $D_{G-K}(t)$) и автокорреляционной функции скоростей частиц ($\langle V_0 V \rangle$) были проверены численно в работах [8, 14], а также успешно прошли экспериментальную проверку как для случая $1 - 8\xi_c^2 > 0$, так и для случая $1 - 8\xi_c^2 < 0$ (см. настоящую работу).

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. И. Френкель, *Кинетическая теория жидкостей*, Наука, Ленинград (1975).
2. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
3. R. Balescu, *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*, Wiley Interscience, Chichester (1975).
4. N. K. Ailawadi, *Phys. Rep.* **57**, 241 (1980).
5. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
6. G. E. Morfill, V. N. Tsytovich, and H. Thomas, *Plasma Phys. Rep.* **29**, 1 (2003).
7. M. H. Thoma, M. Kretshmer, H. Rothermel et al., *Amer. J. Phys.* **73**, 420 (2005).
8. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Форттов, *ЖЭТФ* **127**, 1153 (2005).
9. O. S. Vaulina, O. F. Petrov, V. E. Fortov et al., *Plasma Phys. Rep.* **29**, 606 (2003).
10. S. Nunomura, D. Samsonov, S. Zhdanov et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 015003 (2006).
11. S. Ratynskaia, K. Rypdal, C. Knapek et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 105010 (2006).
12. O. S. Vaulina and S. V. Vladimirov, *Plasma Phys.* **9**, 835 (2002).
13. O. S. Vaulina and I. E. Drangevski, *Phys. Scripta* **T73**, 577 (2006).
14. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, *ЖЭТФ* **133**, 1091 (2008).
15. S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.* **15**, 1 (1943).
16. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
17. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
18. Ю. П. Райзер, М. Н. Шнейдер, М. Н. Яценко, *Высокочастотный емкостной разряд. Физика. Техника эксперимента. Приложения*, Изд-во МФТИ, Наука, Физматлит, Москва (1995).
19. А. В. Зобнин, А. П. Нефедов, В. А. Синельников, В. Е. Форттов, *ЖЭТФ* **118**, 554 (2000).
20. О. С. Ваулина, А. Ю. Репин, О. Ф. Петров, К. Г. Адамович, *ЖЭТФ* **129**, 1118 (2006).