

ТОЧЕЧНЫЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЛОСКОМУ СЛОЮ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

*А. В. Петрин**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 февраля 2008 г.

Рассматривается фокусировка электромагнитной волны от точечного источника после прохождения плоского слоя, заполненного веществом с отрицательным показателем преломления. В качестве точечного источника излучения рассматривается элементарный электрический диполь Герца, параллельный границам слоя и находящийся в воздухе (или вакууме). Строго показано, что электромагнитное излучение диполя после прохождения слоя с отрицательным показателем преломления фокусируется в некоторой области. Исследованы размеры области фокусировки. Результаты исследования позволяют заключить, что дифракционный предел не может быть преодолен при использовании однородных материалов с отрицательным преломлением.

PACS: 78.20.Ci, 78.67.-n, 41.20.Jb

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие возрос интерес к электродинамике материалов, характеризующихся отрицательными показателями преломления [1]. Благодаря достижениям в нанотехнологии композитных материалов, были созданы новые материалы, свойства которых могут быть объяснены наличием у них отрицательного показателя преломления [2, 3]. В некоторых работах [4, 5] был выдвинут тезис о том, что такие материалы с отрицательным преломлением позволяют преодолеть дифракционный предел оптических инструментов. Этот тезис имеет много возражений [6], которые не являются абсолютно бесспорными [7]. Тем не менее предложенная в работе [4] концепция о суперлинзе (в виде слоя вещества с отрицательным преломлением), позволяющей в идеальном случае полностью преодолеть дифракционный предел, нашла множество сторонников (см., например, работы [8–13] и цитированную там литературу). Однако сама концепция суперлинзы кажется весьма странной. Действительно, хорошо известно еще со времен Френеля, что размеры фокального пятна определяются только углом между крайними сходящимися лучами и длиной волны излучения в области фокусировки (см., например, учебник [14,

§ 55]). Размеры фокального пятна являются свойством сходящейся волны и не зависят от оптической системы, которая эту сходящуюся волну образовала. В случае суперлинзы сходящаяся волна находится вне слоя с отрицательным показателем преломления, и кажется разумным, что она должна фокусироваться в область обычных размеров. Несколько странно, что авторы упомянутых работ по суперлинзам не обсуждают это противоречие с хорошо установленными фундаментальными фактами. Тем не менее, чтобы разобраться в деталях этой запутанной проблемы, в данной работе рассмотрена задача распространения электромагнитной волны, излученной элементарным электрическим диполем Герца, расположенным в воздухе (или вакууме) параллельно границе слоя или, в частном случае, полупространства, заполненного материалом с отрицательным показателем преломления. Применяется строгий подход, восходящий к Зоммерфельду [15, 16].

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ДИПОЛЯ ГЕРЦА, ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЛОЮ ВЕЩЕСТВА С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрим (рис. 1) элементарный горизонтальный диполь (диполь Герца) с единичным моментом тока

*E-mail: a_petrin@mail.ru

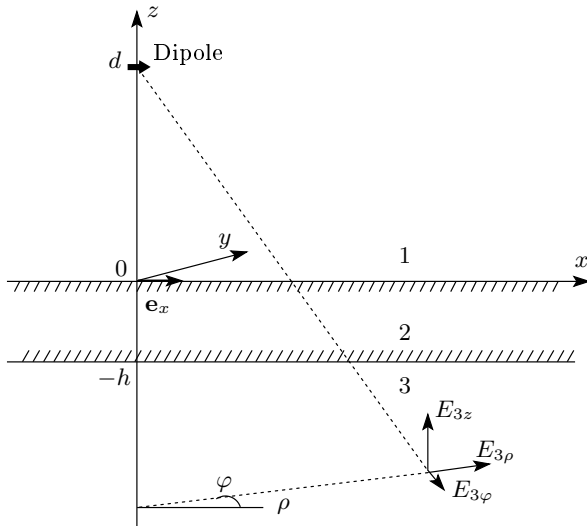


Рис. 1. Геометрия задачи. Среда 2 и/или 3 характеризуются отрицательным показателем преломления. Источник электромагнитного излучения — электрический диполь Герца расположен в среде 1 (вакуум или воздух, $\epsilon_1 = 1, \mu_1 = 1$)

$$\mathbf{J} = \delta(x)\delta(y)\delta(z - d) \mathbf{e}_x, \quad (1)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, \mathbf{e}_x — единичный вектор в направлении оси x , d — координата диполя по оси z . Заметим сразу, что в данной работе используется комплексное представление всех величин с временной зависимостью $e^{-i\omega t}$.

Задача распространения электромагнитных волн от диполя Герца, ориентированного параллельно плоской границе полупространства с поглощающей средой и положительными действительными частями диэлектрической и магнитной проницаемостей, подробно изложена в монографии [17]. В данной работе подход, развитый в [17], обобщается и применяется для решения задачи излучения диполя, параллельного слою с отрицательным показателем преломления.

Уравнения Максвелла в трех областях можно записать в виде

$$\text{rot } \mathbf{E}_j = i\omega \mathbf{B}_j, \quad (2)$$

$$\text{rot } \mathbf{B}_j = \mu_j(-i\omega \epsilon_j \mathbf{E}_j + \mathbf{J}), \quad (3)$$

где $j = 1$ для области 1 ($z > 0$), $j = 2$ для области 2 ($-h < z < 0$), $j = 3$ для области 3 ($z < -h$), h — толщина слоя.

Граничные условия на поверхностях слоя требуют непрерывности тангенциальных составляющих полей \mathbf{E} и $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$, а также нормальных составляющих полей $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ и \mathbf{B} (если на поверхностях

нет сторонних источников тока). Однако можно показать, что в случае гармонических полей достаточно потребовать только непрерывности тангенциальных составляющих \mathbf{E} и $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$.

Электрическое поле можно представить в виде фурье-разложения:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{i\xi x + i\eta y} \tilde{\mathbf{E}}(\xi, \eta, z). \quad (4)$$

Аналогичные выражения можно написать для \mathbf{B} и \mathbf{J} :

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{i\xi x + i\eta y} \tilde{\mathbf{B}}(\xi, \eta, z),$$

$$\mathbf{J}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{i\xi x + i\eta y} \tilde{\mathbf{J}}(\xi, \eta, z).$$

Используя преобразование Фурье, найдем из выражения (1) фурье-образ источника тока:

$$\tilde{\mathbf{J}}(\xi, \eta, z) = \delta(z - d) \mathbf{e}_x. \quad (5)$$

С использованием фурье-представлений полей уравнения Максвелла в трех областях можно записать в виде

$$i\eta \tilde{E}_{jz} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{jy} = i\omega \tilde{B}_{jx}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{jx} - i\xi \tilde{E}_{jz} = i\omega \tilde{B}_{jy}, \quad (7)$$

$$i\xi \tilde{E}_{jy} - i\eta \tilde{E}_{jx} = i\omega \tilde{B}_{jz}, \quad (8)$$

$$i\eta \tilde{B}_{jz} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{jy} = -i\omega \epsilon_j \mu_j \tilde{E}_{jx} + \delta_{1j} \mu_j \delta(z - d), \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{jx} - i\xi \tilde{B}_{jz} = -i\omega \epsilon_j \mu_j \tilde{E}_{jy}, \quad (10)$$

$$i\xi \tilde{B}_{jy} - i\eta \tilde{B}_{jx} = -i\omega \epsilon_j \mu_j \tilde{E}_{jz}, \quad (11)$$

где δ_{sp} — символ Кронекера (его можно и не писать).

Из уравнений (7) и (11) выразим \tilde{E}_{jz} и \tilde{B}_{jy} через \tilde{E}_{jx} и \tilde{B}_{jx} , а из (8) и (10) выразим \tilde{E}_{jy} и \tilde{B}_{jz} через \tilde{E}_{jx} и \tilde{B}_{jx} :

$$\tilde{E}_{jy} = \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(-\eta \xi \tilde{E}_{jx} + i\omega \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{jx} \right), \quad (12)$$

$$\tilde{E}_{jz} = \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(i\xi \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{jx} + \omega \eta \tilde{B}_{jx} \right), \quad (13)$$

$$\tilde{B}_{jy} = \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(-i\omega \epsilon_j \mu_j \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{jx} - \xi \eta \tilde{B}_{jx} \right), \quad (14)$$

$$\tilde{B}_{jz} = \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(-\eta \omega \epsilon_j \mu_j \tilde{E}_{jx} + i\xi \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{jx} \right), \quad (15)$$

где введены комплексные волновые числа для рассматриваемых областей по формуле $k_j^2 = \omega^2 \varepsilon_j \mu_j$, $j = 1, 2, 3$.

Подставляя полученные выражения (12)–(15) в (6) и (9), получаем

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \gamma_j^2\right) \tilde{E}_{jx} = \frac{k_j^2 - \xi^2}{i\omega\varepsilon_j} \delta(z - d), \quad (16)$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \gamma_j^2\right) \tilde{B}_{jx} = 0, \quad (17)$$

где $\gamma_j^2 = k_j^2 - \xi^2 - \eta^2$.

При фиксированных значениях ξ и η выражения (16) и (17) представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения относительно переменной z . Задача состоит в решении уравнений (16) и (17) относительно \tilde{E}_{jx} и \tilde{B}_{jx} в трех областях. По известным составляющим \tilde{E}_{jx} и \tilde{B}_{jx} остальные составляющие полей определяются из уравнений (12)–(15).

Решение должно не только удовлетворять уравнениям, но и граничным условиям на двух границах сред, $z = 0$ и $z = -h$.

Формулы (16) и (17) содержат функции $\gamma_j^2 = k_j^2 - \xi^2 - \eta^2$. Для нахождения решений этих уравнений необходимо выделить аналитические ветви функций γ_j в зависимости от комплексной переменной λ , где $\lambda^2 = \xi^2 + \eta^2$. Для вещественных волновых чисел имеем формулу [17]

$$\gamma_j(\lambda) = \begin{cases} \sqrt{k_j^2 - \lambda^2}, & \lambda^2 \leq k_j^2, \\ i\sqrt{\lambda^2 - k_j^2}, & \lambda^2 \geq k_j^2. \end{cases} \quad (18)$$

В общем случае поглощающей среды существуют две точки ветвления функции $\gamma_j(\lambda)$: точка

$$k_{j,1} = \omega \sqrt{|\varepsilon_j| |\mu_j|} \exp[i(\arg \varepsilon_j + \arg \mu_j)/2]$$

и точка $k_{j,2} = e^{i\pi} k_{j,1}$. Аналитической ветвью функции $\gamma_j(\lambda)$, пригодной, в том числе, для описания материалов с отрицательным показателем преломления, должна быть та же самая ветвь, что и для обычных материалов, как с поглощением, так и без него (при соответствующих значениях диэлектрической и магнитной проницаемостей). Эту ветвь можно определить как

$$\gamma_j(\lambda) = \sqrt{|k_{j,1} - \lambda|} \exp\left(\frac{i \arg(k_{j,1} - \lambda)}{2}\right) \times \sqrt{|k_{j,2} - \lambda|} \exp\left(\frac{i \arg(\lambda - k_{j,2})}{2}\right), \quad (19)$$

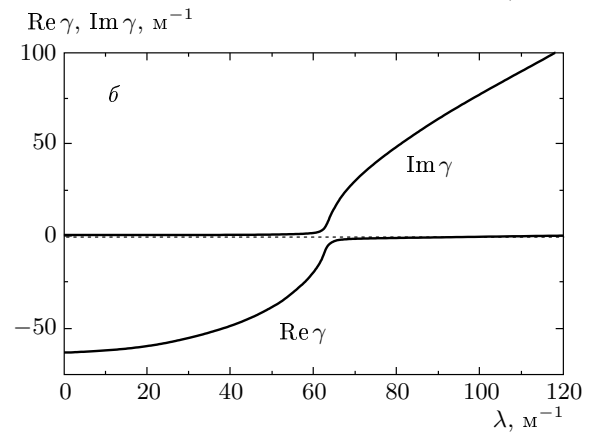
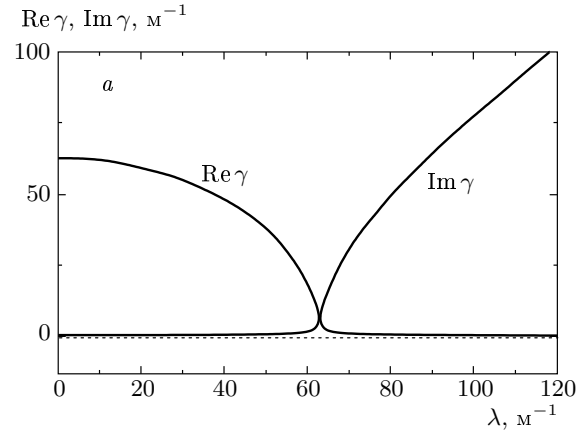


Рис. 2. Вещественная и мнимая части функции $\gamma(\lambda)$, описываемой формулой (19), для обычной среды с потерями с параметрами $\varepsilon = 1 + 0.01i$, $\mu = 1 + 0.01i$ (а) и для среды с потерями и отрицательным показателем преломления при $\varepsilon = -1 + 0.01i$, $\mu = -1 + 0.01i$ (б)

где функции $|\xi|$ и $\arg \xi$ — модуль и аргумент комплексной переменной ξ .

На рис. 2 показано, почему именно аналитическая ветвь (19) описывает правильно как обычную среду с потерями (в пределе бесконечно малыми), так и пассивную (вообще говоря, с потерями) среду с отрицательным показателем преломления. На рис. 2а показаны вещественная и мнимая части функции $\gamma(\lambda)$, описываемой формулой (19) для обычной среды с потерями с параметрами $\varepsilon = 1 + 0.01i$ и $\mu = 1 + 0.01i$. Величины мнимых частей проницаемостей выбраны только из соображения наглядности рисунка, частота равна 3 ГГц. Волны $e^{i\gamma z}$ с такой функцией $\gamma(\lambda)$ будут при положительных возрастающих z распространяться в направлении оси z с затуханием. На рис. 2б представлены вещественная и мнимая части функции $\gamma(\lambda)$,

описываемой формулой (19), но для среды с потерями и отрицательным преломлением с параметрами $\varepsilon = -1 + 0.01i$, $\mu = -1 + 0.01i$. Волны $e^{i\gamma z}$ с такой функцией $\gamma(\lambda)$ будут при положительных возрастающих z распространяться противоположно оси z ($\text{Re} < 0$), но затухать в направлении оси z , т.е. затухать при удалении от источника волны. Неправильный выбор аналитической ветви функции $\gamma(\lambda)$ часто приводит к нефизичным выводам, нарушающим причинно-следственные связи.

Решением уравнения (17) в области 1 является функция

$$\tilde{B}_{1x} = \mu_1 [C'_1 \exp(-i\gamma_1 z) + C_1 \exp(i\gamma_1 z)]. \quad (20)$$

Если k_1 — вещественная величина, то при $\lambda^2 = \xi^2 + \eta^2 > k_1^2$ из формулы (18) получаем

$$\tilde{B}_{1x} = \mu_1 \left[C'_1 \exp\left(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z\right) + C_1 \exp\left(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} z\right) \right]. \quad (21)$$

При $z > 0$ первый член экспоненциально возрастает, что противоречит здравому смыслу (поле от источника в свободном пространстве возрастает на бесконечности). Первый член при интегрировании по формуле (4) дает бесконечный интеграл. Поэтому $C'_1 = 0$, и при $z > 0$ получаем

$$\tilde{B}_{1x} = \mu_1 C_1 \exp(i\gamma_1 z). \quad (22)$$

Аналогично, можно показать, что в области 3 при $z < -h$ решением уравнения (17) будет

$$\tilde{B}_{3x} = \mu_3 C_3 e^{-i\gamma_3 z}. \quad (23)$$

В области 3 уравнение (16) для электрического поля будет также однородным, поэтому, рассуждая аналогично, при $z < -h$ получим

$$\tilde{E}_{3x} = S_3 \exp(-i\gamma_3 z). \quad (24)$$

Для области 2 будут существовать два линейно независимых решения, поэтому

$$\tilde{B}_{2x} = \mu_2 [C'_2 \exp(-i\gamma_2 z) + C_2 \exp(i\gamma_2(z+h))], \quad (25)$$

$$\tilde{E}_{2x} = S'_2 \exp(-i\gamma_2 z) + S_2 \exp(i\gamma_2(z+h)). \quad (26)$$

В области 1 уравнение (16) неоднородное. Частное решение этого уравнения есть

$$\left(\tilde{E}_{1x}\right)_p = -\frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 |z - d|),$$

поэтому общее решение равно

$$\tilde{E}_{1x} = S'_1 \exp(-i\gamma_1 z) + S_1 \exp(i\gamma_1 z) - \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 |z - d|).$$

Снова, повторяя рассуждения о невозрастании волны при $z \rightarrow \infty$, получим, что $S'_1 = 0$. В результате электрическое поле в области 1 будет иметь вид

$$\tilde{E}_{1x} = S_1 \exp(i\gamma_1 z) - \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 |z - d|). \quad (27)$$

Запишем условия непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей, \tilde{E}_x и \tilde{B}_x/μ , на двух границах, $z = 0$ и $z = -h$:

$$C_1 = C'_2 + C_2 e^{i\gamma_2 h} \quad \text{при } z = 0, \quad (28)$$

$$C'_2 e^{i\gamma_2 h} + C_2 = C_3 e^{i\gamma_3 h} \quad \text{при } z = -h \quad (29)$$

для магнитного поля и

$$S_1 - \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} e^{i\gamma_1 d} = S'_2 + S_2 e^{i\gamma_2 h} \quad \text{при } z = 0, \quad (30)$$

$$S'_2 e^{i\gamma_2 h} + S_2 = S_3 e^{i\gamma_3 h} \quad \text{при } z = -h \quad (31)$$

для электрического поля. Имеем четыре уравнения и восемь неизвестных. Поэтому надо добавить уравнения для непрерывности величин \tilde{E}_y и \tilde{B}_y/μ на двух границах. Но прежде, с помощью соотношений (28)–(31), исключим коэффициенты, описывающие поля в области 2, т.е. C'_2, C_2, S'_2, S_2 . Из (28) и (29) получим

$$C_2 = \frac{1}{2i \sin(\gamma_2 h)} \{C_1 - \exp[i(\gamma_3 - \gamma_2)h] C_3\}, \quad (32)$$

$$C'_2 = \frac{1}{2i \sin(\gamma_2 h)} \times \{-\exp(-i\gamma_2 h) C_1 + \exp(i\gamma_3 h) C_3\}, \quad (33)$$

а из (30) и (31) —

$$S'_2 = \frac{1}{2i \sin(\gamma_2 h)} \left\{ -\exp(-i\gamma_2 h) S_1 + \exp(i\gamma_3 h) S_3 + \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp[i(\gamma_1 - \gamma_2)h] \right\}, \quad (34)$$

$$S_2 = \frac{1}{2i \sin(\gamma_2 h)} \left\{ S_1 - \exp[i(\gamma_3 - \gamma_2)h] S_3 - \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 d) \right\}. \quad (35)$$

Подставляя полученные выражения (32)–(35) в граничные условия для тангенциальных составляющих полей \tilde{E}_{jy} и \tilde{B}_{jy}/μ_j , на границе $z = 0$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{B}_{jy}}{\mu_j} &= \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(-i\omega\varepsilon_j \frac{\partial \tilde{E}_{jx}}{\partial z} - \frac{\xi\eta\tilde{B}_{jx}}{\mu_j} \right), \\ \frac{\tilde{B}_{1y}}{\mu_1} &= \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} (-\xi\eta C_1 + \omega\varepsilon_1\gamma_1 S_1 + \omega\varepsilon_1\gamma_1 Q), \\ \frac{\tilde{B}_{2y}}{\mu_2} &= \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \left[-\xi\eta C_1 - i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) S_1 + \right. \\ &\quad \left. + i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \frac{\exp(i\gamma_3 h)}{\sin(\gamma_2 h)} S_3 + i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) Q \right], \end{aligned}$$

где введено обозначение

$$Q = \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1\omega\varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 d).$$

Тогда граничное условие для магнитного поля при $z = 0$ будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} (-\xi\eta C_1 + \omega\varepsilon_1\gamma_1 S_1 + \omega\varepsilon_1\gamma_1 Q) = \\ = \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \left[-\xi\eta C_1 - i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) S_1 + \right. \\ \left. + i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \frac{\exp(i\gamma_3 h)}{\sin(\gamma_2 h)} S_3 + i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) Q \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Действуя аналогично, получим граничное условие для магнитного поля на второй границе при $z = -h$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \left[-\xi\eta \exp(i\gamma_3 h) C_3 - \frac{i\omega\varepsilon_2\gamma_2}{\sin(\gamma_2 h)} S_1 + \right. \\ \left. + i\omega\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) \exp(i\gamma_3 h) S_3 + \frac{i\omega\varepsilon_2\gamma_2}{\sin(\gamma_2 h)} Q \right] = \\ = \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} [-\xi\eta \exp(i\gamma_3 h) C_3 - \\ - \omega\varepsilon_3\gamma_3 \exp(i\gamma_3 h) S_3]. \end{aligned} \quad (37)$$

Граничное условие для электрического поля на границе $z = 0$ получим, используя выражение

$$\tilde{E}_{jy} = \frac{1}{k_j^2 - \xi^2} \left(-\eta\xi\tilde{E}_{jx} + i\omega\frac{\partial\tilde{B}_{jx}}{\partial z} \right),$$

в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} (-\omega\gamma_1\mu_1 C_1 - \eta\xi S_1 + \eta\xi Q) = \\ = \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \left[i\omega\mu_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) C_1 - \right. \\ \left. - i\omega\mu_2\gamma_2 \frac{\exp(i\gamma_3 h)}{\sin(\gamma_2 h)} C_3 - \eta\xi S_1 + \eta\xi Q \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Наконец, граничное условие для электрического поля на границе $z = -h$ запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \left[\frac{i\omega\mu_2\gamma_2}{\sin(\gamma_2 h)} C_1 - i\omega\mu_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h) \times \right. \\ \left. \times \exp(i\gamma_3 h) C_3 - \eta\xi e^{i\gamma_3 h} S_3 \right] = \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} \times \\ \times [\omega\gamma_3\mu_3 \exp(i\gamma_3 h) C_3 - \eta\xi \exp(i\gamma_3 h) S_3]. \end{aligned} \quad (39)$$

Систему уравнений (36)–(39) можно представить в матричном виде: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{B}$, где матрица задачи имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = \xi\eta \left(\frac{1}{k_2^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right), \quad A_{21} = 0,$$

$$A_{31} = -\omega \left(\frac{\gamma_1\mu_1}{k_1^2 - \xi^2} + \frac{i\mu_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h)}{k_2^2 - \xi^2} \right),$$

$$A_{41} = \frac{i\omega\mu_2\gamma_2}{k_2^2 - \xi^2} \frac{1}{\sin(\gamma_2 h)},$$

$$A_{12} = 0, \quad A_{22} = \xi\eta \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \right) \exp(i\gamma_3 h),$$

$$A_{32} = \frac{i\omega\mu_2\gamma_2}{k_2^2 - \xi^2} \frac{\exp(i\gamma_3 h)}{\sin(\gamma_2 h)},$$

$$A_{42} = -\omega \left(\frac{\gamma_3\mu_3}{k_3^2 - \xi^2} + \frac{i\mu_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h)}{k_2^2 - \xi^2} \right) \exp(i\gamma_3 h),$$

$$A_{13} = \omega \left(\frac{\varepsilon_1\gamma_1}{k_1^2 - \xi^2} + \frac{i\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h)}{k_2^2 - \xi^2} \right),$$

$$A_{23} = -\frac{i\omega\varepsilon_2\gamma_2}{k_2^2 - \xi^2} \frac{1}{\sin(\gamma_2 h)},$$

$$A_{33} = \xi\eta \left(\frac{1}{k_2^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right), \quad A_{43} = 0,$$

$$A_{14} = -\frac{i\omega\varepsilon_2\gamma_2}{k_2^2 - \xi^2} \frac{\exp(i\gamma_3 h)}{\sin(\gamma_2 h)},$$

$$A_{24} = \omega \left(\frac{\varepsilon_3\gamma_3}{k_3^2 - \xi^2} + \frac{i\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h)}{k_2^2 - \xi^2} \right) \exp(i\gamma_3 h),$$

$$A_{34} = 0, \quad A_{44} = \xi\eta \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_2^2 - \xi^2} \right) \exp(i\gamma_3 h).$$

Правая часть матричного уравнения и вектор неизвестных коэффициентов равны

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^T = \left[\omega \left(\frac{i\varepsilon_2\gamma_2 \operatorname{ctg}(\gamma_2 h)}{k_2^2 - \xi^2} - \frac{\varepsilon_1\gamma_1}{k_1^2 - \xi^2} \right) Q, \right. \\ \left. - \frac{i\omega\varepsilon_2\gamma_2}{k_2^2 - \xi^2} \frac{Q}{\sin(\gamma_2 h)}, \xi\eta \left(\frac{1}{k_2^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right) Q, 0 \right], \end{aligned}$$

$$\mathbf{T}^T = [C_1, C_3, S_1, S_3].$$

Из уравнения $\mathbf{A} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{B}$ можно найти столбец коэффициентов $\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$ и, как частный случай, $C_3 = T_2, S_3 = T_4$, а значит, составляющие электрического и магнитного полей в области 3 по формулам

$$\tilde{E}_{3x} = S_3 \exp(-i\gamma_3 z),$$

$$\tilde{B}_{3x} = \mu_3 C_3 \exp(-i\gamma_3 z),$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{3y} &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} \left(-\eta \xi \tilde{E}_{3x} + i\omega \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{3x} \right) = \\ &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} (-\eta \xi S_3 + \gamma_3 \omega \mu_3 C_3) \exp(-i\gamma_3 z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{3y} &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} \left(-i\omega \varepsilon_3 \mu_3 \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{3x} - \xi \eta \tilde{B}_{3x} \right) = \\ &= \frac{\mu_3}{k_3^2 - \xi^2} (-\gamma_3 \omega \varepsilon_3 S_3 - \xi \eta C_3) \exp(-i\gamma_3 z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{3z} &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} \left(i\xi \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_{3x} + \omega \eta \tilde{B}_{3x} \right) = \\ &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} (\xi \gamma_3 S_3 + \omega \eta \mu_3 C_3) \exp(-i\gamma_3 z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{3z} &= \frac{1}{k_3^2 - \xi^2} \left(-\eta \omega \varepsilon_3 \mu_3 \tilde{E}_{3x} + i\xi \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_{3x} \right) = \\ &= \frac{\mu_3}{k_3^2 - \xi^2} (-\eta \omega \varepsilon_3 S_3 + \xi \gamma_3 C_3) \exp(-i\gamma_3 z). \end{aligned}$$

Зная фурье-составляющие полей, можно с помощью обратного преобразования Фурье найти сами составляющие. В результате, например, формула для $E_{3x}(x, y, z)$ — составляющей электрического поля в области 3 — имеет вид

$$\begin{aligned} E_{3x}(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \times \\ &\times \exp(i\xi x + i\eta y) [\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}]_4 \exp(-i\gamma_3 z). \quad (40) \end{aligned}$$

В частном случае диполя Герца, параллельного полупространству, когда среды 2 и 3 заполнены одним и тем же материалом ($\varepsilon_2 = \varepsilon_3, \mu_2 = \mu_3, k_2 = k_3, \gamma_2 = \gamma_3$), система уравнений (36)–(39) упрощается и сводится к уравнениям

$$C_3 = C_1, \quad S_1 = S_3 + Q,$$

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{\mu_3 \gamma_3}{k_3^2 - \xi^2} + \frac{\gamma_1 \mu_1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \omega C_1 + \\ & + \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \eta \xi S_3 = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \xi \eta C_1 + \\ & + \left(\frac{\varepsilon_3 \gamma_3}{k_3^2 - \xi^2} + \frac{\varepsilon_1 \gamma_1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \omega S_3 = -2 \frac{\omega \varepsilon_1 \gamma_1}{k_1^2 - \xi^2} Q. \end{aligned}$$

Из последних двух уравнений после подстановки

$$Q = \frac{k_1^2 - \xi^2}{2\gamma_1 \omega \varepsilon_1} \exp(i\gamma_1 d), \quad k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1, \quad k_3^2 = \omega^2 \varepsilon_3 \mu_3$$

получим в точности систему уравнений (3.14) из [17]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\mu_3 \gamma_3}{k_3^2 - \xi^2} + \frac{\gamma_1 \mu_1}{k_1^2 - \xi^2} \right) C_1 - \\ & - \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \eta \xi \frac{S_3}{\omega} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{1}{k_3^2 - \xi^2} - \frac{1}{k_1^2 - \xi^2} \right) \xi \eta C_1 - \\ & - \left(\frac{k_3^2 \gamma_3}{\mu_3 (k_3^2 - \xi^2)} + \frac{k_1^2 \gamma_1}{\mu_1 (k_1^2 - \xi^2)} \right) \frac{S_3}{\omega} = \exp(i\gamma_1 d). \end{aligned}$$

Можно показать, что явные выражения для коэффициентов имеют вид

$$\begin{aligned} C_1 &= - \frac{\xi \eta (\mu_1 \varepsilon_1 - \mu_3 \varepsilon_3)}{(\mu_1 \gamma_3 + \mu_3 \gamma_1) (\varepsilon_1 \gamma_3 + \varepsilon_3 \gamma_1)} \exp(i\gamma_1 d), \\ S_3 &= - \frac{\gamma_1 \mu_1 (k_3^2 - \xi^2) + \mu_3 \gamma_3 (k_1^2 - \xi^2)}{\omega (\mu_1 \gamma_3 + \mu_3 \gamma_1) (\varepsilon_1 \gamma_3 + \varepsilon_3 \gamma_1)} \exp(i\gamma_1 d). \end{aligned}$$

Тогда в рассматриваемом частном случае формула (40) переходит в явное выражение

$$\begin{aligned} E_{3x}(x, y, z) &= - \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \exp [i(\xi x + \eta y)] \times \\ &\times \frac{\gamma_1 \mu_1 (k_3^2 - \xi^2) + \mu_3 \gamma_3 (k_1^2 - \xi^2)}{\omega (\mu_1 \gamma_3 + \mu_3 \gamma_1) (\varepsilon_1 \gamma_3 + \varepsilon_3 \gamma_1)} \times \\ &\times \exp [i(\gamma_1 d - \gamma_3 z)]. \quad (41) \end{aligned}$$

Приведем еще явную формулу для y -компоненты электрического поля:

$$\begin{aligned} E_{3y}(x, y, z) &= - \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \exp [i(\xi x + \eta y)] \times \\ &\times \frac{\xi \eta (\gamma_1 \mu_1 + \mu_3 \gamma_3)}{\omega (\mu_1 \gamma_3 + \mu_3 \gamma_1) (\varepsilon_1 \gamma_3 + \varepsilon_3 \gamma_1)} \times \\ &\times \exp [i(\gamma_1 d - \gamma_3 z)]. \quad (42) \end{aligned}$$

Из выражений (41), (42), переходя к цилиндрическим координатам, можно найти составляющие электрического поля в цилиндрической системе координат [17] (т. е. в плоскости изображения, перпендикулярной оси z , распределение поля в которой будет в центре дальнейшего рассмотрения):

$$E_{z\rho} = -\frac{\cos\varphi}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega\mu_1\mu_3}{M} [J_0(\lambda\rho) + J_2(\lambda\rho)] + \frac{\gamma_1\gamma_3}{\omega N} [J_0(\lambda\rho) - J_2(\lambda\rho)] \right\} \times \exp[i(\gamma_1 d - \gamma_3 z)] \lambda d\lambda, \quad (43)$$

$$E_{z\varphi} = \frac{\sin\varphi}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega\mu_1\mu_3}{M} [J_0(\lambda\rho) - J_2(\lambda\rho)] + \frac{\gamma_1\gamma_3}{\omega N} [J_0(\lambda\rho) + J_2(\lambda\rho)] \right\} \times \exp[i(\gamma_1 d - \gamma_3 z)] \lambda d\lambda, \quad (44)$$

где $M = \mu_1\gamma_3 + \mu_3\gamma_1$, $N = \varepsilon_1\gamma_3 + \varepsilon_3\gamma_1$, J_n — функция Бесселя n -го порядка, (ρ, φ, z) — цилиндрические координаты (см. рис. 1).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ДИПОЛЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВУ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ, И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Проведены вычисления излучения диполя, параллельного полупространству, заполненному веществом с отрицательным показателем преломления (среда 3, а слой со средой 2 отсутствует). Исследовалось излучение, прошедшее в среду 3, с целью изучения фокусирующих свойств среды, т. е. нахождения поля диполя вблизи точки геометро-оптического изображения диполя. Компоненты электрических полей, параллельных плоскости изображения, рассчитывались по формулам (43), (44). Было проверено, что формулы (41), (42) дают для соответствующих компонент идентичные результаты, но из-за необходимости двойного интегрирования эти расчеты требуют заметно большего времени.

Компоненты электрического поля вычислялись для диполя, расположенного в точке с координатами $x = 0, y = 0, z = d = 1$ м. Частота излучения $f = \omega/2\pi = 3$ ГГц. В свободном пространстве эта

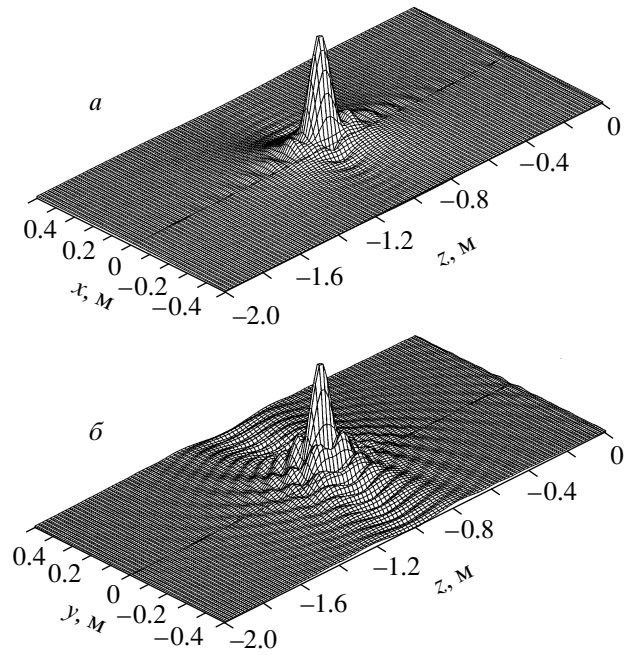


Рис. 3. Распределения нормированных на максимальные значения величин $|E_{z\rho}|_{\varphi=0}$ в плоскости xz (а) и $|E_{z\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$ в плоскости yz (б) в полупространстве с отрицательным преломлением для случая $\varepsilon'_3 = -1, \mu'_3 = -1$

частота соответствует длине волны $\lambda_0 = 0.1$ м. Все вычисления проводились для материалов с отрицательным показателем преломления, имеющих малое поглощение ($\varepsilon''_3 = 10^{-3}, \mu''_3 = 10^{-3}$), так как случай малого поглощения имеет первостепенное значение для возможных приложений.

Прежде всего, электрическое поле вычислялось для материала с $\varepsilon'_3 = -1, \mu'_3 = -1$. Согласно законам геометрической оптики [18], излучение диполя после преломления должно фокусироваться в зеркальной точке с координатами $x = 0, y = 0, z_{im} = -d$. Заметим, что при подстановке относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей в уравнения для полей необходимо их умножить соответственно на диэлектрическую ε_0 и магнитную μ_0 проницаемости вакуума. Распределения $|E_{z\rho}|_{\varphi=0}$ в плоскости xz (т. е. в E -плоскости диполя) и $|E_{z\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$ в плоскости yz (H -плоскости диполя) показаны на рис. 3. Видно, что излучение действительно фокусируется в пятно с центром в точке геометро-оптического изображения. Размеры пятна по уровню 0.707 амплитуды (0.5 мощности) равны $w_E \approx 0.0589$ м в E -плоскости и $w_H \approx 0.0422$ м в H -плоскости.

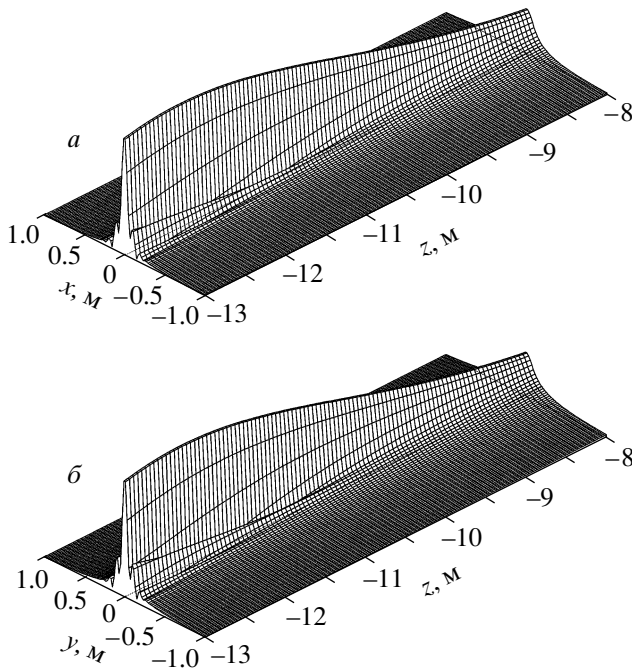


Рис. 4. То же, что на рис. 3 для случая $\epsilon'_3 = -10$, $\mu'_3 = -10$

Далее вычисления были проведены для материала с $\epsilon'_3 = -2$, $\mu'_3 = -2$. Разумно предположить, что пятно фокусировки переместится в точку с координатами $x = 0$, $y = 0$, $z_{im} = -2d = -2$ м согласно законам геометрической оптики. Так как длина волны в среде будет в два раза меньше, чем в вакууме, можно предположить, что и размеры пятна будут в два раза меньше. Вычисления показали, что это не так. Было найдено, что хотя положение пятна изображения по оси z , определяемое по максимуму поля, примерно соответствует геометрико-оптическому положению $z_{im} \approx -2.45$ м, размеры пятна в E - и H -плоскостях по уровню 0.707 амплитуды больше, чем ожидалось, и соответственно равны $w_E \approx 0.0675$ м и $w_H \approx 0.0621$ м.

После этого были проведены вычисления для материала с $\epsilon'_3 = -10$, $\mu'_3 = -10$. Снова, согласно законам геометрической оптики, можно предположить, что точка изображения имеет координаты $x = 0$, $y = 0$, $z = -10d = -10$ м, а пятно в десять раз меньше, чем в первом случае. И снова вычисления показали, что плоскость изображения сместилась в точку $z_{im} \approx -12.4$ м, а размеры пятна в E - и H -плоскостях диполя по уровню 0.707 амплитуды значительно больше ожидаемых, а именно, $w_E \approx 0.0701$ м и $w_H \approx 0.0662$ м. Для рассматриваемого случая $\epsilon'_3 = -10$, $\mu'_3 = -10$ распределения $|E_{z\rho}|_{\varphi=0}$ в плоскости xz (E -плоскости диполя)

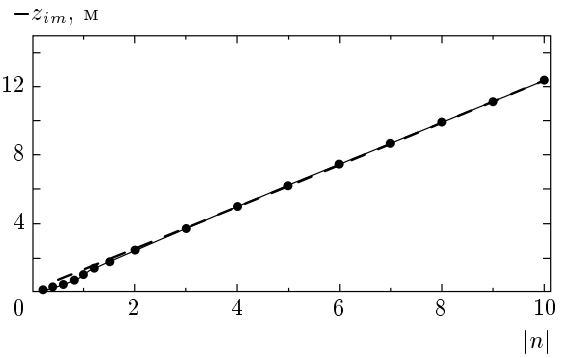


Рис. 5. Расстояние от плоской границы до изображения (т.е. до точки с максимальным сигналом) как функция модуля показателя преломления $|n| \approx \sqrt{|\epsilon_3||\mu_3|}$. Штрихами изображена аппроксимирующая данную зависимость функция $z_{im} = -1.243|n|d$ при больших значениях $|n|$

и $|E_{z\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$ в плоскости yz (H -плоскости диполя) показаны на рис. 4.

Отметим, что когда поглощение среды с отрицательным показателем преломления мало, как в рассматриваемом случае, и модуль показателя преломления $|n|$ велик, пятно изображения зависит не от отношения между $|\epsilon_3|$ и $|\mu_3|$, а только от величины произведения $|\epsilon_3\mu_3|$. Это можно увидеть из уравнений (43), (44), где свойства среды 3 представлены произведением $\epsilon_3\mu_3$. Это свойство было подтверждено непосредственно путем численного расчета: размеры изображения в случае $\epsilon'_3 = -10$, $\mu'_3 = -10$ практически такие же, как в случае $\epsilon'_3 = -100$, $\mu'_3 = -1$.

Была найдена зависимость расстояния между границей и плоскостью изображения (где наблюдается максимум электрического поля волны) от модуля комплексного показателя преломления $|n| \approx \sqrt{|\epsilon_3||\mu_3|}$, представленная на рис. 5. Для значений $|n| \geq 4$ кривая может быть аппроксимирована прямой $z_{im} = -1.243|n|d$.

Основываясь на полученной зависимости $z_{im} = z_{im}(|n|)$, размеры пятен w_E и w_H , нормированные на длину волны λ_0 в свободном пространстве, были вычислены как функции $|n|$. Кривые показаны на рис. 6. Функции $w_E = w_E(|n|)$ и $w_H = w_H(|n|)$ имеют минимум при $|n| = 1$ и при $|n| \rightarrow \infty$ стремятся к постоянным значениям, большим $\lambda_0/2$. Этот результат очень важен. Он означает, что использование плоской границы однородного материала с отрицательным показателем преломления как элементарной линзы не улучшает качества изображения, и поэтому такая линза не способна преодолеть дифракционный предел.

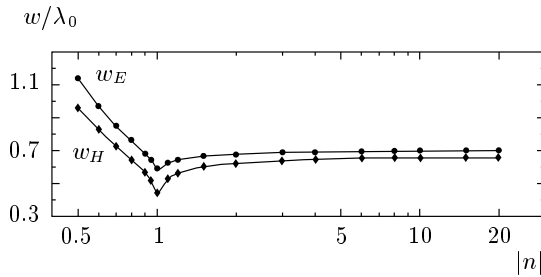


Рис. 6. Нормированные ширины изображения по половине мощности (или по уровню 0.707 амплитуды) в E - и H -плоскостях рассматриваемого диполя как функции $|n|$ (λ_0 — длина волны излучения в свободном пространстве)

Этому есть простое объяснение. Излучение диполя возбуждает некоторую поверхность границы раздела сред размерами $D \sim 2d$. Эта возбужденная поверхность в среде с отрицательным преломлением работает как линза (антенна) с эффективной апертурой порядка D . Длина волны в материале с отрицательным показателем преломления равна $\lambda_{NR} = \lambda_0/|n|$. Расстояние от такой линзы до плоскости изображения составляет $|z_{im}| \sim |n|d$ (как это было найдено для больших значений $|n|$). Однако хорошо известно, что размеры изображения могут быть оценены как

$$w \sim \frac{|z_{im}|\lambda_{NR}}{D} \sim \frac{|n|d\lambda_0/|n|}{D} \sim \frac{d\lambda_0}{D} \sim \frac{\lambda_0}{2} = \text{const.}$$

Таким образом, при больших значениях модуля показателя преломления $|n|$ размеры изображения практически постоянны и не зависят от $|n|$.

В работе [19] было показано, что при $\varepsilon_2'' \rightarrow 0$ и $\mu_2'' \rightarrow 0$ размеры области фокусировки меняются не более чем на 30 %, и то только в области $\varepsilon_2' \approx -1$, $\mu_2' \approx -1$, т. е. наши выводы об отсутствии суперразрешения остаются справедливыми и в предельном случае отсутствия потерь в материале с отрицательным показателем преломления.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ДИПОЛЯ, ПРОШЕДШЕГО ЧЕРЕЗ СЛОЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ, И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты предыдущего раздела показывают, что фокусировка излучения от точечного источника электромагнитного излучения при преломлении на границе раздела воздуха и полупространства с от-

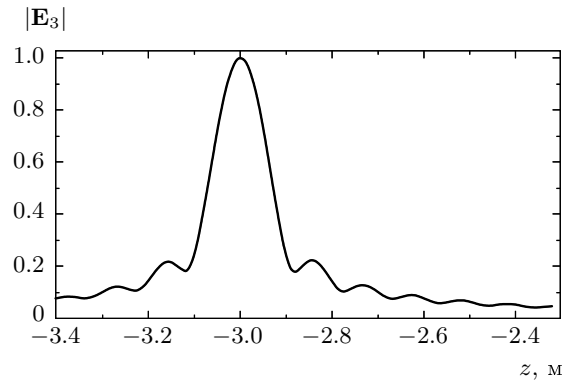


Рис. 7. Нормированное на максимальное значение распределение модуля электрического поля $|E_z| = |E_{3x}(0, 0, z)|$ вдоль оси z вблизи от точки геометро-оптического изображения $z_{im} = -3$ м

рицательным показателем преломления не позволяет достичь суперразрешения, предсказанного в работе [4]. Чтобы полностью закрыть этот вопрос, была рассмотрена фокусировка излучения, прошедшего от точечного источника через слой вещества с отрицательным показателем преломления. Согласно [4], такой слой представляет собой линзу.

Вычисления электрического поля были проведены для слоя вещества толщиной $h = 2$ м с параметрами $\varepsilon_2' = -1$, $\varepsilon_2'' = 10^{-3}$; $\mu_2' = -1$, $\mu_2'' = 10^{-3}$ (см. рис. 1). Среды 1 и 3 — это воздух, т. е. $\varepsilon_1' = \varepsilon_3' = 1$, $\varepsilon_1'' = \varepsilon_3'' = 0$; $\mu_1' = \mu_3' = 1$, $\mu_1'' = \mu_3'' = 0$. Частота излучения та же, что и в предыдущем разделе (3 ГГц). Согласно законам геометрической оптики [4, 18], излучение диполя после преломления должно фокусироваться в точке с координатами $x = 0$, $y = 0$, $z_{im} = -(d + h) = -3$ м. Вычисления электрического поля в области 3 проводилось по формуле (40). На рис. 7 показано распределение модуля электрического поля $|E_{3x}(0, 0, z)|$ вдоль оси z вблизи от точки $z_{im} = -3$ м геометро-оптического изображения. Видно, что максимум поля находится в точке $z_{im} = -3$ м. Однако размеры распределения порядка λ_0 . После этого были найдены распределения модуля электрического поля в плоскости изображения (в плоскости, проходящей через точку $z_{im} = -3$ м перпендикулярно оси z) на линиях пересечения с E - и H -плоскостями диполя.

Распределение модуля электрического поля $|E_z| = |E_{3x}(x, 0, z_{im})|$ вдоль линии пересечения плоскости xz (т. е. E -плоскости диполя) и плоскости изображения показано на рис. 8а. Аналогичное распределение $|E_z| = |E_{3x}(0, y, z_{im})|$ вдоль линии

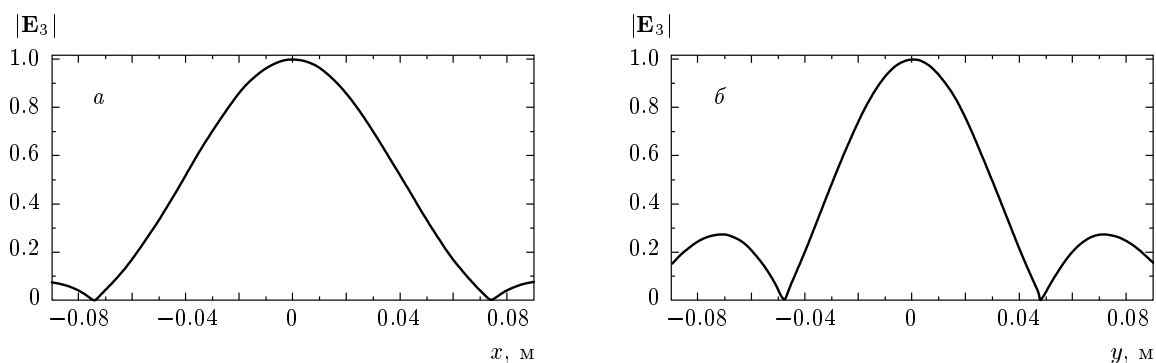


Рис. 8. Нормированные на максимальные значения распределения модулей электрических полей $|\mathbf{E}_3| = |E_{3x}(x, 0, z_{im})|$ (а) и $|\mathbf{E}_3| = |E_{3x}(0, y, z_{im})|$ (б) вдоль линий пересечения соответственно плоскости xz и плоскости yz с плоскостью, проходящей через точку изображения, $z_{im} = -3$ м

пересечения плоскости yz (H -плоскости диполя) и плоскости изображения показано на рис. 8б. На рис. 8 видно, что излучение действительно фокусируется в пятно с центром в точке геометрического изображения. Размеры пятна по уровню 0.707 амплитуды (0.5 мощности) равны $w_E \approx 0.0594$ м в E -плоскости и $w_H \approx 0.0432$ м в H -плоскости. Полученные результаты позволяют сделать важный вывод: распределение модуля электрического поля в плоскости изображения после преломления на второй границе немного расширилось. Другими словами, суперразрешения в такой системе не обнаружено.

Наконец, необходимо прямо указать причину ошибки работы [4], в которой и был выдвинут тезис о суперразрешении при преломлении электромагнитной волны в слое с отрицательным показателем преломления. Эта ошибка нетривиальна. В [4], как и в данной работе, электрическое поле в трех областях однородности среды представляется в виде фурье-разложения (4). Как было показано выше, вблизи и внутри слоя источников поля нет, поэтому при подстановке (4) и аналогичных выражений для магнитного поля и тока диполя в уравнения Максвелла получаются однородные уравнения для фурье-компонент поля, из которых следует, что в слое компонента $\tilde{\mathbf{E}}(\xi, \eta, z)$ при фиксированных ξ и η есть суперпозиция двух плоских волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси z . Автор работы [4] вводит коэффициенты отражения и прохождения таких плоских волн на границе раздела сред и находит коэффициент прохождения через слой. Из полученного коэффициента прохождения следует, что в материалах с отрицательным показателем преломления эванесцент-

ные (запредельные) моды чудесным образом усиливаются, что приводит к идеальному изображению объекта.

Ошибка состоит в том, что в этих рассуждениях волна в слое представляется в виде $\tilde{\mathbf{E}}_+(\xi, \eta) \times \exp(i\gamma_2 z) + \tilde{\mathbf{E}}_-(\xi, \eta) \exp(-i\gamma_2 z)$ (здесь γ_2 — функция (19) с подстановкой проницаемостей слоя — среды 2) по аналогии с обычными плоскими волнами, проходящими через слой, $C_+ \exp(ik_2 z) + C_- \exp(-ik_2 z)$ (k_2 — волновое число в слое). В обычной задаче, при падении на слой плоской волны, граничные условия для полей на двух границах как раз и дают коэффициент прохождения через слой. Однако если представить поле в слое в приведенном выше виде, то второй член после обратного фурье-преобразования (4) даст волну, идущую от верхней границы в сторону отрицательных значений z , но первый член ничему не соответствует — обратное фурье-преобразование для него не существует, так как интеграл расхожится (в области эванесцентных волн — растущая экспонента)! Неправильное представление волны в работе [4] перешло в формулу для коэффициента прохождения слоя и привело к тому, что слой вещества с отрицательным показателем преломления стал своеобразным генератором эванесцентных (запредельных) волн.

Правильное представление полей другое (см. (26)):

$$\tilde{\mathbf{E}}_+(\xi, \eta) \exp[i\gamma_2(z+h)] + \tilde{\mathbf{E}}_-(\xi, \eta) \exp(-i\gamma_2 z),$$

где величина h равна толщине слоя. Это представление не дает нефизичной генерации эванесцентных волн внутри слоя.

Итак, результаты исследований позволяют сделать однозначный вывод, что невозможно достичь суперразрешения (преодолеть дифракционный предел) некогерентных объектов, используя материалы с отрицательным показателем преломления.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
2. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
3. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, Science **292**, 77 (2001).
4. J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000).
5. A. N. Lagarkov and V. N. Kissel, Phys. Rev. Lett. **92**, 077401 (2004).
6. J. M. Williams, Phys. Rev. Lett. **87**, 249703 (2001).
7. J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **87**, 249704 (2001).
8. T. J. Cui, Q. Cheng, W. B. Lu et al., Phys. Rev. B **71**, 045114 (2005).
9. J. J. Chen, T. M. Grzegorzcyk, B. Wu et al., Phys. Rev. E **74**, 046615 (2006).
10. P. Alitalo and S. A. Tretyakov, Metamaterials **1**, 81 (2007).
11. Q. Cheng and T. J. Cui, Opt. Lett. **30**, 1216 (2005).
12. M. Scalora, G. D'Aguanno, N. Mattiucci et al., Opt. Express **15**, 508 (2007).
13. V. A. Podolskiy, N. A. Kuhta, and G. W. Milton, Appl. Phys. Lett. **87**, 231113 (2005).
14. Д. В. Сивухин, *Общий курс физики*, т. IV, Наука, Москва (1985).
15. A. Sommerfeld, Ann. Physik (Leipzig) **81**, 1135 (1926).
16. J. R. Wait, IEEE Antennas and Propagation Magazine **40**(5), 7 (1998).
17. R. W. P. King and G. S. Smith, *Antennas in Matter*, M. I. T. Press, Cambridge, MA (1981).
18. В. Г. Веселаго, УФН **173**, 790 (2003).
19. А. Б. Петрин, Письма в ЖЭТФ **87**, 550 (2008).