ЖЭТФ, 2008, том 134, вып. 4 (10), стр. 627–636

ВЛИЯНИЕ ФОТОН-НЕЙТРИННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСТЫВАНИЕ МАГНИТАРА

Д. А. Румянцев[*], *М. В. Чистяков*[**]

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия

Поступила в редакцию 21 марта 2008 г.

Рассмотрено влияние сильно замагниченной плотной плазмы на фотон-нейтринные процессы $\gamma e^{\pm} \to e^{\pm}\nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$; получены инвариантные амплитуды реакций $\gamma e^{\pm} \to e^{\pm}\nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. В частном случае холодной плазмы вычислены вклады рассматриваемых процессов в нейтринную светимость. Показано, что при таких условиях вклад в нейтринную излучательную способность процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ будет сильно подавлен по сравнению с вкладами фотонейтринного процесса и процесса конверсии фотона. Исходя из возможной модификации кривой охлаждения нейтронной звезды за счет изменения нейтринной светимости в сильном магнитном поле, делается предположение об ограничении на величину индукции магнитного поля во внешней коре магнитара.

PACS: 95.30.Cq, 14.70.Bh, 13.15.+g

1. ВВЕДЕНИЕ

Изолированные нейтронные звезды с магнитными полями, значительно превышающими критическое значение $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс [1)], называемые также магнитарами, являются одними из самых удивительных образований в нашей Вселенной. Недавние наблюдения [1–4] позволяют, в частности, отождествить некоторые астрофизические объекты (SGR и AXP) с магнитарами. В окрестности таких объектов возможно существование как сильного магнитного поля 10^{14}–10^{16} Гс [5–7], так и относительно горячей и плотной электрон-позитронной плазмы [5]. Кроме того, в недрах магнитаров, так же как и в обычных нейтронных звездах, по-видимому, присутствует сверхплотная материя из электронов, протонов, нейтронов и других, возможно даже экзотических, частиц [8].

Понимание определяющей роли квантовых процессов в динамике магнитаров стало важнейшим стимулом прогресса в астрофизике элементарных частиц — одной из бурно развивающихся физических наук. Особенно важно учитывать воздействие внешнего поля и плазмы на квантовые процессы, где в конечном и начальном состояниях присутствуют электрически нейтральные частицы, такие как фотоны и нейтрино. Воздействие внешнего поля на такие процессы обусловлено как чувствительностью заряженных фермионов (в первую очередь, электронов как частиц с наибольшим удельным зарядом) к влиянию поля, так и тем фактом, что сильно замагниченная плазма существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и кинематику процессов с их участием.

Поскольку в магнитарах при умеренно больших значениях плотности и температуры ($T \lesssim 2$ МэВ, $\rho \lesssim 10^{11}$ г/см^3) [2)] замагниченная среда является прозрачной для нейтрино, определяющую роль в нейтринном охлаждении будут играть процессы, в которых нейтрино-антинейтринная пара находится в конечном состоянии. Наибольший интерес среди таких процессов представляют аннигиляция электрон-позитронных пар, $e^+e^- \to \nu\bar{\nu}$, фотонейтринный процесс, $\gamma e^{\pm} \to e^{\pm}\nu\bar{\nu}$, конверсия фотона в пару нейтрино–антинейтрино, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$, а также процесс двухфотонной аннигиляции, $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Древес-

[*] E-mail: rda@uniyar.ac.ru
[**] E-mail: mch@uniyar.ac.ru

[1)] Используется естественная система единиц $c = \hbar = k = 1$, m — масса электрона. Везде в работе $e > 0$ — элементарный заряд.

[2)] Такие условия могут иметь место, например, во внешней коре молодой нейтронной звезды [9].

ный процесс с участием пары e^+e^- при различных физических условиях достаточно подробно рассматривался в литературе (см., например, обзор [9] и цитированные там работы). Другой древесный процесс, $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$, детально исследовался в плазме без магнитного поля в относительно недавней работе [10]. Двухвершинный петлевой процесс $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ ранее рассматривался в двух предельных случаях сильного магнитного поля без плазмы [11] и в слабо замагниченной плазме (распад плазмона) [12]. Однако детальный анализ и фотонейтринного процесса, и процесса конверсии фотона в сильно замагниченной плазме не проводился. Еще один механизм нейтринного охлаждения, который может представлять интерес — трехвершинный петлевой процесс $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Как было отмечено в работе [13], в случае зарядово несимметричной плазмы ($\mu \neq 0$) амплитуда этого процесса будет пропорциональна величине магнитного поля, которое является дополнительным катализирующим фактором.

В настоящей работе рассматриваются процессы нейтринного охлаждения в присутствии сильно замагниченной плазмы с учетом дисперсии и перенормировки волновых функций фотонов, когда величина $\sqrt{eB}$ считается много большей, чем характерные параметры среды: температура T, химический потенциал μ и энергии фотонов и электронов. Более аккуратное соотношение между величиной магнитного поля и параметрами плазмы может быть записано в виде

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e^-} - n_{e^+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \qquad (1)$$

где n_{e^-}, n_{e^+} — концентрации электронов и позитронов. В этом случае электроны и позитроны плазмы находятся на основном уровне Ландау. Такие условия могут, в частности, реализовываться в модели вспышки SGR [6, 14], когда горячая ($T \sim 1$ МэВ) плазма, будучи захвачена сильным магнитным полем, заполняет область размером порядка самой нейтронной звезды или область во внешней части коры нейтронной звезды с сильным магнитным полем. В последнем случае концентрация электронов связана с плотностью вещества ρ следующим образом:

$$n_{e^-} \approx \frac{m^3}{2\pi^2}\,\frac{\rho_6\, Z}{A}, \quad \rho_6 = \frac{\rho}{10^6 \text{ г/см}^3}\,, \qquad (2)$$

так что при $Z = 26$, $A = 56$, полях $B \gtrsim 5 \cdot 10^{15}$ Гс и температурах $T < m$ условие (1) выполняется вплоть до значений плотности вещества порядка 10^{10} г/см^3.

Структура работы следующая. В разд. 2 рассмотрены дисперсионные свойства фотона в замагниченной среде. В разд. 3 мы получаем амплитуды процессов $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Результаты вычислений нейтринной светимости представлены в разд. 4. В разд. 5 обсуждаются возможные приложения полученных результатов к проблеме остывания магнитаров.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ФОТОНОВ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Поскольку мы будем рассматривать процессы в замагниченной плазме, необходимо правильно учитывать влияние среды на фотоны, участвующие в реакции. Это удобно делать в терминах нормальных (собственных) фотонных мод. В свою очередь, поляризационные и дисперсионные свойства нормальных мод напрямую связаны соответственно с собственными векторами и собственными значениями поляризационного оператора. В случае сильно замагниченной плазмы собственные значения поляризационного оператора могут быть получены из результатов работ [15–18] и представлены в следующем виде:

$$\mathcal{P}^{(1)}(q) \approx -\frac{\alpha}{6\pi}\left[q_\perp^2 + \sqrt{q_\perp^4 + \frac{(6N\omega)^2 q^2}{q_\parallel^2}}\right] - q^2\Lambda(B), \qquad (3)$$

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) \approx -\frac{2eB\alpha}{\pi}\left[H\left(\frac{q_\parallel^2}{4m^2}\right) + \mathcal{J}(q_\parallel)\right] - q^2\Lambda(B), \qquad (4)$$

$$\mathcal{P}^{(3)}(q) \approx -\frac{\alpha}{6\pi}\left[q_\perp^2 - \sqrt{q_\perp^4 + \frac{(6N\omega)^2 q^2}{q_\parallel^2}}\right] - q^2\,\Lambda(B), \qquad (5)$$

где

$$\Lambda(B) = \frac{\alpha}{3\pi}\left(1.792 - \ln\frac{B}{B_e}\right),$$

$$N = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dp_z\,[f_-(E) - f_+(E)]\,,$$

$$\mathcal{J}(q_\parallel) = 2q_\parallel^2 m^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E}\,\frac{f_-(E) + f_+(E)}{(q_\parallel^2)^2 - 4(pq)_\parallel^2}\,,$$

$$E = \sqrt{p_z^2 + m^2},$$

$$f_{\pm}(E) = [e^{(E \pm \mu)/T} + 1]^{-1}$$

— функции распределения электронов (позитронов),

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \le z \le 1, \quad (6)$$

$$H(z) = -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1. \quad (7)$$

В пределе сильно вырожденной плазмы ($T \ll \mu$) интегралы $\mathcal{J}(q_\|)$ и N вычисляются и могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathcal{J}(q_\|) = -\frac{1}{2\sqrt{z(1-z)}} \times \left(\operatorname{arctg} \frac{v_F - v_\phi + z v_F (v_\phi^2 - 1)}{(v_\phi^2 - 1)\sqrt{z(1-z)}} + \operatorname{arctg} \frac{v_F + v_\phi + z v_F (v_\phi^2 - 1)}{(v_\phi^2 - 1)\sqrt{z(1-z)}} \right), \quad 0 \le z \le 1, \quad (8)$$

$$\mathcal{J}(q_\|) = -\frac{1}{4\sqrt{z(z-1)}} \times \left(\ln \frac{v_F - v_\phi + (v_\phi^2 - 1)\left(z v_F - \sqrt{z(z-1)}\right)}{v_F - v_\phi + (v_\phi^2 - 1)\left(z v_F + \sqrt{z(z-1)}\right)} + \ln \frac{v_F + v_\phi + (v_\phi^2 - 1)\left(z v_F - \sqrt{z(z-1)}\right)}{v_F + v_\phi + (v_\phi^2 - 1)\left(z v_F + \sqrt{z(z-1)}\right)} \right) - \frac{i\pi\theta(v_F|v_\phi| - 1)}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \quad (9)$$

$$z = \frac{q_\|^2}{4m^2}, \quad v_F = \frac{\sqrt{\mu^2 - m^2}}{\mu}, \quad v_\phi = \frac{\omega}{q_z},$$

$$N = 2p_F = 2\sqrt{\mu^2 - m^2}.$$

Здесь 4-векторы с индексами $\perp$ и $\|$ относятся соответственно к подпространствам Евклида $\{1,\ 2\}$ и Минковского $\{0,\ 3\}$, когда поле $\mathbf{B}$ направлено вдоль оси z, и определяются следующим образом: $(ab)_\perp = (a\Lambda b) = a_\alpha \Lambda_{\alpha\beta} b_\beta$, $(ab)_\| = (a\tilde{\Lambda} b) = a_\alpha \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} b_\beta$, где введены матрицы

$$\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}, \quad \widetilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta},$$

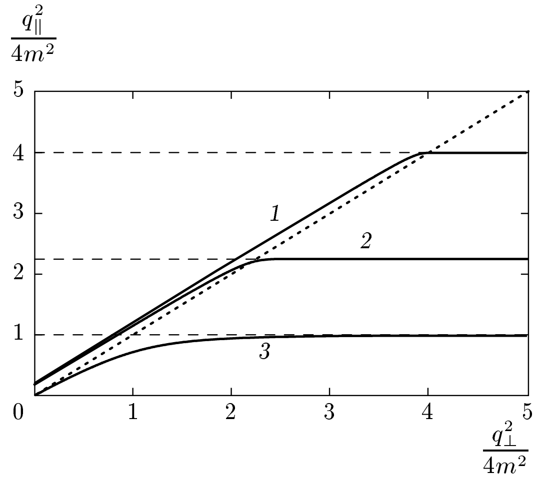

Рис. 1. Закон дисперсии фотона моды 2, распространяющегося поперек магнитного поля при $B/B_e = 200$ в вырожденной ($T = 0$) плазме для различных значений химического потенциала: $\mu = 1$ (*1*), 0.75 (*2*), 0.5 (*3*) МэВ. Пунктирная линия — вакуумный закон дисперсии, $q^2 = 0$

связанные соотношением

$$\widetilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} = \operatorname{diag}(1, -1, -1, -1),$$

$\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ — безразмерный тензор внешнего магнитного поля, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}/2$ — дуальный тензор.

Из анализа решений уравнений дисперсии

$$q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0, \quad \lambda = 1, 2, 3, \quad (10)$$

следует, что в замагниченной плазме и в однопетлевом приближении, так же как и в чистом магнитном поле, физическими являются моды с $\lambda = 1, 2$ и векторами поляризации[3)]

$$\varepsilon_\alpha^{(1)} = \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\alpha^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\|^2}}. \quad (11)$$

Следует подчеркнуть, однако, что совпадение векторов поляризации в плазме и чистом магнитном поле является приближенным, с точностью до вкладов $O(1/\beta)$ и $O(\alpha^2)$. В этом приближении закон дисперсии фотона моды $\lambda = 1$ практически не отличается от вакуумного, $q^2 \approx 0$. С другой стороны, дисперсионные свойства фотона моды 2 существенно отличаются от замагниченного вакуума. На

[3)] Символы 1 и 2 соответствуют продольной ($\|$) и поперечной ($\perp$) поляризациям в чистом магнитном поле [19] и E- и O-модам в замагниченной плазме [6].

рис. 1 представлен закон дисперсии фотона моды 2 для предельного случая вырожденной ($T = 0$) плазмы. Как можно видеть из рис. 1, в представлении замагниченной плазмы в противоположность случаю чистого магнитного поля для фотона моды 2 возможна ситуация, когда в кинематической области $q_{\|}^2 \le 4\mu^2$ этот фотон может иметь положительное значение q^2. Это связано с появлением в плазме собственных колебаний с частотой ω_{pl}, которая определяется из уравнения

$$\omega_{pl}^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_{pl}, \mathbf{k} = 0) = 0. \qquad (12)$$

Этот факт приводит к изменению кинематики различных фотон-нейтринных процессов. Так, в области $q_{\|}^2 < 4\mu^2$ становится возможным процесс конверсии фотона в пару нейтрино–антинейтрино, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$.

Отметим еще одну интересную особенность вырожденной замагниченной плазмы. Как видно из формул (7) и (9), в области значений импульсов $|q_z| < 2p_F$ плазменный вклад в мнимую часть собственного значения поляризационного оператора (4) становится отрицательным, тогда как аналогичный вклад магнитного поля остается все время положительным. Этот факт приводит к смещению порога рождения пар e^+e^- из области $q_{\|}^2 \approx 4m^2$ в область (см. рис. 1)

$$4m^2 \le q_{\|}^2 \le \le 2\left(\mu^2 - p_F|q_z| + \mu\sqrt{(p_F - |q_z|)^2 + m^2}\right), \qquad (13)$$

и корневая сингулярность в выражении для $\mathcal{P}^{(2)}$ переходит в логарифмическую. Такое поведение дисперсионной кривой в окрестности резонанса напрямую связано с кинематикой рождения пар в замагниченной вырожденной плазме. Действительно, в такой плазме на энергию и импульс электрона мы должны наложить очевидные дополнительные условия, соответственно $E \ge \mu$ и $|p_z| \ge p_F$. Учитывая их в законе сохранения энергии и z-компоненты импульса для процесса $\gamma \to e^+e^-$, мы вновь придем к результату (13).

Из формулы (4) следует, что собственное значение поляризационного оператора $\mathcal{P}^{(2)}$ становится большим вблизи порога рождения электрон-позитронной пары (см. рис. 1), что указывает на необходимость учета перенормировки волновой функции фотона этой поляризации:

$$\varepsilon_\alpha^{(2)}(q) \to \varepsilon_\alpha^{(2)}(q)\sqrt{Z_2}, \quad Z_2^{-1} = 1 - \frac{\partial\mathcal{P}^{(2)}(q)}{\partial\omega^2}. \qquad (14)$$

В заключение этого раздела отметим еще одну из характерных особенностей и чисто магнитного поля, и сильно замагниченной плазмы, состоящую в следующем: только фотоны одной поляризации (мода 2) из двух возможных будут определять лидирующие по внешнему полю вклады в амплитуды процессов $\gamma e^\pm \to e^\pm\nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Этот факт непосредственно следует из структуры матрицы плотности для электронов в сильном магнитном поле (см., например [11]) и будет нами использован ниже при вычислении амплитуд.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУД

При вычислении амплитуд процессов $\gamma e^\pm \to e^\pm\nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ будем рассматривать случай относительно малых передач импульса по сравнению с массой W-бозона, $|q^2| \ll m_W^2$. Тогда слабое взаимодействие нейтрино с электронами можно описывать в локальном пределе эффективным лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\left[\bar{e}\gamma_\alpha(C_V + C_A\gamma_5)e\right] j_\alpha, \qquad (15)$$

где

$$C_V = \pm 1/2 + 2\sin^2\theta_W, \quad C_A = \pm 1/2.$$

Здесь верхний знак соответствует электронному нейтрино ($\nu = \nu_e$), когда в реакции происходит обмен W- и Z-бозонами. Нижний знак соответствует μ- и τ-нейтрино, когда присутствует лишь обмен Z-бозонами; $j_\alpha = \bar{\nu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$ — ток левых нейтрино.

Для вычисления амплитуды фотонейтринного процесса $\gamma e^\pm \to e^\pm\nu\bar{\nu}$ в пределе сильно замагниченной плазмы удобно использовать амплитуду процесса рассеяния $\gamma^{(2)}e \to \gamma^{(2)}e$. Последняя вычисляется обычным образом с использованием решений уравнения Дирака для электронов на основном уровне Ландау и выражения для пропагатора электрона в сильном магнитном поле и может быть представлена в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{\gamma^{(2)}e\to\gamma^{(2)}e} = -\frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{-Q_{\|}^2}}\,\frac{\varepsilon_\alpha^{*(2)}(q')\varepsilon_\beta^{(2)}(q)\,T_{\alpha\beta}}{q_{\|}^2 + 2(pq)_{\|}} + + (q \leftrightarrow -q', \varepsilon_\alpha \leftrightarrow \varepsilon_\beta). \qquad (16)$$

Здесь

$$T_{\alpha\beta} = -(q\tilde{\Lambda})_\alpha(Q\tilde{\varphi})_\beta - (q'\tilde{\Lambda})_\beta(Q\tilde{\varphi})_\alpha + + (q\tilde{\varphi}q')\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} + \varkappa(Q\tilde{\varphi})_\alpha(Q\tilde{\varphi})_\beta,$$

$$Q_\alpha = (q - q')_\alpha, \quad \varkappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\|}^2},$$

$$Q_\parallel^2 = (q-q')_\parallel^2 < 0,$$

$q_\alpha = (\omega, \mathbf{k})$ и $q'_\alpha = (\omega', \mathbf{k}')$ — векторы соответственно 4-импульсов фотона и нейтринной пары.

Исходя из вида лагранжиана (15), путем замены вектора поляризации одного из фотонов на вектор нейтринного тока

$$\varepsilon_\alpha^{(2)} \to j_\alpha \frac{G_F}{\sqrt{2}e}, \quad T_{\alpha\beta} \to C_V\, T_{\alpha\beta} + C_A\, \tilde{\varphi}_{\alpha\sigma} T_{\sigma\beta}, \quad (17)$$

получим

$$\mathcal{M}_{\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}} = 2\sqrt{2}\, G_F\, m\, e \times$$
$$\times \left[C_V\,(q\tilde{\varphi}j) + C_A\,(q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}j)\right] \frac{\sqrt{q_\parallel^2(|Q_\parallel^2| + 4m^2)}}{(qq')_\parallel^2 - \varkappa^2(q\tilde{\varphi}q')^2}. \quad (18)$$

Амплитуда процесса конверсии фотона, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$, может быть получена из амплитуды процесса $\nu \to \nu\gamma$ [20] и представлена в виде

$$\mathcal{M}_{\gamma \to \nu\bar{\nu}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}e}\left[C_V\,(q\tilde{\varphi}j) + C_A\,(q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}j)\right] \times$$
$$\times \frac{\mathcal{P}^{(2)}(q)}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (19)$$

Наконец, амплитуда процесса с двумя фотонами, $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$, в случае зарядово несимметричной сильно замагниченной плазмы может быть записана следующим образом [13]:

$$\mathcal{M}_{\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}} = \frac{G_F\sqrt{2}\,\pi}{e}\, eB\, \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \times$$
$$\times \left[C_V\,(q\tilde{\varphi}j) + C_A\,(q\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}j)\right] \Pi^{(0)}(q, q', q''), \quad (20)$$

где

$$\Pi^{(0)}(q, q', q'') = \frac{\sqrt{q'^2_\parallel q''^2_\parallel}}{(q'\tilde{\varphi}q'')} \times$$
$$\times \Big[\mathcal{J}_\perp^{(-)}(q_\parallel, q'_\parallel) - \mathcal{J}_\perp^{(-)}(-q'_\parallel, -q_\parallel) -$$
$$- \mathcal{J}_\perp^{(-)}(-q''_\parallel, q'_\parallel) - (q' \leftrightarrow q'')\Big], \quad (21)$$

$$\mathcal{J}_\perp^{(-)}(q_\parallel, q'_\parallel) =$$
$$= 2m^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E}\, \frac{f_-(E) - f_+(E)}{[q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel][q'^2_\parallel + 2(pq')_\parallel]}. \quad (22)$$

Заметим, что интеграл (22) зависит от разности функций распределения электронов и позитронов, и в случае относительно горячей плазмы ($T \gtrsim \mu$) амплитуда (20) будет подавляться фактором μ/T, тогда как в амплитудах (18) и (19) этого не происходит.

4. НЕЙТРИННАЯ СВЕТИМОСТЬ

Как уже отмечалось ранее, наблюдаемой величиной в астрофизике является потеря энергии из единицы объема звезды в единицу времени, обусловленная выходом нейтрино (нейтринная излучательная способность — emissivity). Она определяется через амплитуды процессов $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ следующим образом:

$$Q_{\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}} = (2\pi)^3 \sum_i \int |\mathcal{M}_{\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}}|^2\, Z_2\, \times$$
$$\times\, \delta^{0,2,3}(q + p_1 - p_2 - p' - p'')(E'_i + E''_i)\frac{d^3q}{2(2\pi)^3\omega} \times$$
$$\times\, f(\omega)\, \frac{1}{L_x}\, \frac{dp_{1y}\,dp_{1z}}{2(2\pi)^2 E_1}\, \frac{dp_{2y}\,dp_{2z}}{2(2\pi)^2 E_2} \times$$
$$\times \left[f_-(E_1)(1 - f_-(E_2)) + f_+(E_1)(1 - f_+(E_2))\right] \times$$
$$\times\, \frac{d^3p'}{2(2\pi)^3 E'_i}\, \frac{d^3p''}{2(2\pi)^3 E''_i}, \quad (23)$$

$$Q_{\gamma \to \nu\bar{\nu}} = (2\pi)^4 \sum_i \int |\mathcal{M}_{\gamma \to \nu\bar{\nu}}|^2 Z_2\, \delta^4(q - p' - p'') \times$$
$$\times (E'_i + E''_i)\frac{d^3q}{2(2\pi)^3\omega} f(\omega)\, \frac{d^3p'}{2(2\pi)^3 E'_i}\, \frac{d^3p''}{2(2\pi)^3 E''_i}, \quad (24)$$

$$Q_{\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}} = \frac{(2\pi)^4}{2} \times$$
$$\times \sum_i \int |\mathcal{M}_{\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}}|^2\, Z'_2 Z''_2\, \delta^4(q' + q'' - p' - p'') \times$$
$$\times (E'_i + E''_i)\frac{d^3q'}{2(2\pi)^3\omega'} f(\omega')\, \frac{d^3q''}{2(2\pi)^3\omega''} f(\omega'') \times$$
$$\times\, \frac{d^3p'}{2(2\pi)^3 E'_i}\, \frac{d^3p''}{2(2\pi)^3 E''_i}. \quad (25)$$

Здесь E'_i, E''_i — энергии нейтрино и антинейтрино определенного типа $i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$; E_1, E_2 — энергии соответственно начального и конечного электрона (позитрона), $E_i = \sqrt{p_{iz}^2 + m^2}$,

$$f(\omega) = [\exp(\omega/T) - 1]^{-1}$$

— функция плотности равновесного фотонного газа при температуре T, L_x — элемент нормировочного объема.

При интегрировании (23) по импульсам нейтрино нужно учесть, что в фотонейтринном процессе не сохраняется компонента импульса вдоль оси x.

Поэтому удобно ввести в (23) еще один интеграл по 4-импульсу нейтринной пары q', содержащий необходимую $\delta^{(4)}$ - функцию:

$$1 = \int d^4q'\, \delta^{(4)}(q' - p' - p''). \tag{26}$$

С учетом этого замечания можно частично проинтегрировать правые части (23)–(25), используя явные выражения для амплитуд (18)–(20). В итоге получим

$$Q_{\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar\nu} = \frac{G_F^2 \alpha\, eB\, m^2}{24\pi^5} \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2}\right] \times$$

$$\times \int \frac{d^3q\, Z_2}{(2\pi)^3\omega} q_\parallel^2 f(\omega) \times$$

$$\times \int dq'_z \omega' q'^6_\parallel \frac{|Q_\parallel^2| + 4m^2}{[(q\tilde\Lambda q')^2 - \varkappa^2 (q\tilde\varphi q')^2]^2} \theta(q'^2_\parallel) \int \frac{dp_{1z}}{E_1 E_2} \times$$

$$\times [f_-(E_1)(1 - f_-(E_2)) + f_+(E_1)(1 - f_+(E_2))], \tag{27}$$

где

$$\omega' = \omega + E_1 - E_2, \quad E_2 = \sqrt{m^2 + (p_{1z} + q_z - q'_z)^2},$$

$$Q_{\gamma \to \nu\bar\nu} = \frac{G_F^2}{48\pi^2\alpha} \int \frac{d^3q\, Z_2}{(2\pi)^3} f(\omega)\, q^4 \times$$

$$\times \left[\overline{C_V^2} q^2 + \overline{C_A^2} q_\perp^2\right] \theta(q^2), \tag{28}$$

$$Q_{\gamma\gamma \to \nu\bar\nu} = \frac{G_F^2 \alpha^2 (eB)^2}{48\pi^3} \int \frac{d^3q'\, Z'_2}{(2\pi)^3\omega'} \times$$

$$\times f(\omega') \int \frac{d^3q''\, Z''_2}{(2\pi)^3\omega''} f(\omega'') \times$$

$$\times (\omega' + \omega'')\, |\Pi^{(0)}(q' + q'', q', q'')|^2\, (q' + q'')_\parallel^2 \times$$

$$\times \left[\overline{C_V^2}(q' + q'')^2 + \overline{C_A^2}(q' + q'')_\perp^2\right]. \tag{29}$$

Здесь константы $\overline{C_V^2} = 0.93$ и $\overline{C_A^2} = 0.75$ появляются в результате суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов ν_e, ν_μ, ν_τ, величина $\Pi^{(0)}(q, q', q'')$ определяется формулой (21).

Отметим, что при интегрировании по импульсам фотонов в выражениях (27)–(29) важно учитывать нетривиальный закон дисперсии фотона в сильном магнитном поле, который определяется поляризационным оператором фотона. Кроме того, в общем случае необходимо также учитывать большие радиационные поправки, которые сводятся к перенормировке волновой функции фотона, Z_2, Z'_2, что сильно затрудняет вычисление светимостей.

Однако, если ограничиться рассмотрением случая холодной ($T \ll \mu$) плазмы, выражения для светимостей (27)–(29) можно сильно упростить. Анализ показывает, что при $T \ll m$ интегралы по импульсам фотонов будут, в основном, набирать свою величину в области вблизи плазменной частоты, $\omega_{pl}^2 = (2\alpha eB/\pi) v_F$ (см. (12)). Тогда в этой области $Z_2 \approx Z'_2 \approx 1$ и закон дисперсии для фотона второй моды может быть приближенно записан в виде

$$\omega^2 = q_\perp^2 + q_z^2 + \omega_{pl}^2. \tag{30}$$

Учитывая (30), рассмотрим нейтринные светимости для каждого процесса в отдельности.

4.1. Процесс $\gamma e \to e \nu \bar\nu$

В случае вырожденной плазмы выражение для светимости (27) можно значительно упростить, если воспользоваться известным соотношением для произведения статистических факторов:

$$f_-(E_1)(1 - f_-(E_2)) \approx$$

$$\approx \frac{Q_0}{1 - \exp(-Q_0/T)} \delta(E_1 - \mu), \tag{31}$$

где $Q_0 = \omega - \omega'$.

Подставляя (30) и (31) в (27) и интегрируя, получим

а) в случае нерелятивистской плазмы, $\mu \approx m$,

$$Q_{\gamma e \to e\nu\bar\nu} \approx \frac{16\pi\, G_F^2\, \alpha\, eB}{4725 m} \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2}\right] \frac{T^9}{p_F} \approx$$

$$\approx 1.3 \cdot 10^{19} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} \frac{B}{B_e} \left(\frac{T}{m}\right)^8 \frac{T}{p_F}; \tag{32}$$

б) в случае релятивистской плазмы, $\mu \gg m$,

$$Q_{\gamma e \to e\nu\bar\nu} \approx \frac{32\, G_F^2\, m^2 \alpha\, eB}{3(2\pi)^{11/2}} \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2}\right] \times$$

$$\times \mu^5 \left(\frac{T}{\omega_{pl}}\right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{pl}}{2\mu} + 1\right) \times$$

$$\times \int\limits_0^1 dx (1 - x) \frac{(\omega_{pl}/2\mu)^2 - x^2}{1 - \exp\left[-\dfrac{\mu}{T}\left(\dfrac{\omega_{pl}}{2\mu} - x\right)\right]}. \tag{33}$$

Отметим, что светимость (32) в случае низких температур сильно подавлена фактором $(T/m)^8$.

4.2. Процесс $\gamma \to \nu\bar{\nu}$

После подстановки соотношения (30) в (28) и интегрирования по телесному углу, получаем

$$Q_{\gamma\to\nu\bar{\nu}} = \frac{G_F^2}{96\pi^4\alpha}\omega_{pl}^4 \int\limits_0^\infty \frac{dk\,k^2}{\exp\left(\frac{1}{T}\sqrt{k^2+\omega_{pl}^2}\right)-1} \times \left[\overline{C_V^2}\,\omega_{pl}^2 + \frac{2}{3}\,\overline{C_A^2}\,k^2\right]. \quad (34)$$

Стоящий в правой части (34) интеграл до конца вычисляется в двух предельных случаях:
а) нерелятивистская плазма, $\mu \approx m$,

$$Q_{\gamma\to\nu\bar{\nu}} \approx \frac{G_F^2}{48\pi^4\alpha}\,\omega_{pl}^4\,T^5 \times \left[\overline{C_V^2}\,\zeta(3)\,\left(\frac{\omega_{pl}}{T}\right)^2 + 8\,\overline{C_A^2}\,\zeta(5)\right], \quad (35)$$

где $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана;
б) релятивистская плазма, $\mu \gg m$,

$$Q_{\gamma\to\nu\bar{\nu}} \approx \frac{G_F^2}{384\pi^{9/2}\alpha}\,\omega_{pl}^9\,\left[\overline{C_V^2}\left(\frac{2T}{\omega_{pl}}\right)^{3/2} + \overline{C_A^2}\left(\frac{2T}{\omega_{pl}}\right)^{5/2}\right]\exp\left(-\frac{\omega_{pl}}{T}\right). \quad (36)$$

4.3. Процесс $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$

В случае вырожденной плазмы интеграл $\mathcal{J}_\perp$ (формула (22)) вычисляется и величина $\Pi^{(0)}$ может быть представлена в виде

$$\Pi^{(0)}(q,q',q'') = \frac{4m^2\sqrt{q_\parallel'^2 q_\parallel''^2}}{q_\parallel^2 q_\parallel'^2 (q-q')_\parallel^2 + 4m^2(q\tilde{\varphi}q')^2} \times \left[F\left(\frac{q_\parallel'^2}{4m^2}, \frac{q_z'}{2m}, v_F\right) + F\left(\frac{q_\parallel''^2}{4m^2}, \frac{q_z''}{2m}, v_F\right) - F\left(\frac{q_\parallel^2}{4m^2}, \frac{q_z}{2m}, v_F\right)\right], \quad (37)$$

где

$$F(x,z,v_F) = \ln\frac{x(1-x)+\left(xv_F - z\sqrt{1-v_F^2}\right)^2}{x(1-x)+\left(xv_F + z\sqrt{1-v_F^2}\right)^2}.$$

Тем не менее, даже с учетом результата (37), выражение для светимости (29) все еще выглядит громоздко и неудобно для дальнейшего анализа. Его можно значительно упростить в рассмотренных выше пределах нерелятивистской и релятивистской плазмы. Из формулы (37) получим

$$\Pi^{(0)}(q,q',q'') \approx \frac{2}{m}\,v_F\,\sqrt{q_\parallel'^2 q_\parallel''^2} \times \frac{q_z\omega^2 - q_z'\omega'^2 - q_z''\omega''^2}{\omega^2\omega'^2\omega''^2}, \quad \mu \approx m, \quad (38)$$

$$\Pi^{(0)}(q,q',q'') \approx \frac{2}{m}\,\left(\frac{m}{\mu}\right)^3 \times \frac{q_z' q_\parallel'^2 + q_z'' q_\parallel''^2 - q_z q_\parallel^2 - 4q_z q_z' q_z''}{q_\parallel^2\sqrt{q_\parallel'^2 q_\parallel''^2}}, \quad \mu \gg m. \quad (39)$$

После подстановки (38) и (39) в (29) и несложных вычислений получим для нейтринной светимости следующие выражения:

$$Q_{\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}} \approx 1.15\cdot 10^{15}\,\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\cdot\text{с}} \times v_F^2\left(\frac{B}{B_e}\right)^2\left(\frac{T}{m}\right)^7, \quad \mu \approx m, \quad (40)$$

$$Q_{\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}} \approx \frac{3G_F^2\,\alpha^2\,(eB)^2}{2\pi^5 m^2}\,\left(\frac{m}{\mu}\right)^6\omega_{pl}^3\,T^4 \times \left[\overline{C_V^2} + \overline{C_A^2}\left(\frac{T}{\omega_{pl}}\right)\right]\exp\left(-\frac{2\omega_{pl}}{T}\right), \quad \mu \gg m. \quad (41)$$

Анализ полученных результатов показывает, что нейтринная светимость за счет процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ сильно подавлена по сравнению со светимостью за счет процессов $\gamma e \to e\nu\bar{\nu}$ и $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ как в случае нерелятивистской (подавляющий фактор v_F^2), так и в случае релятивистской плазмы (подавляющий фактор $(m/\mu)^6$) в достаточно широком интервале температур ($10^8 \lesssim T \lesssim 3\cdot 10^9$ K), плотностей ($10^6 \lesssim \rho \lesssim 10^{10}$ г/см^3) и магнитных полей ($B \lesssim 10^{16}$ Гс). Таким образом, возможное влияние процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ на скорость остывания магнитара оказывается несущественным.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Обсудим полученные результаты. На рис. 2 представлены вклады в нейтринную светимость процессов $\gamma e \to e\nu\bar{\nu}$ и $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в зависимости от плотности вещества во внешней части коры нейтронной звезды для четырех значений температуры T и трех значений индукции магнитного поля B. Кроме того, для сравнения представлены нейтринные светимости за счет процессов аннигиляции пар e^+e^- (рис. 2*а*) и

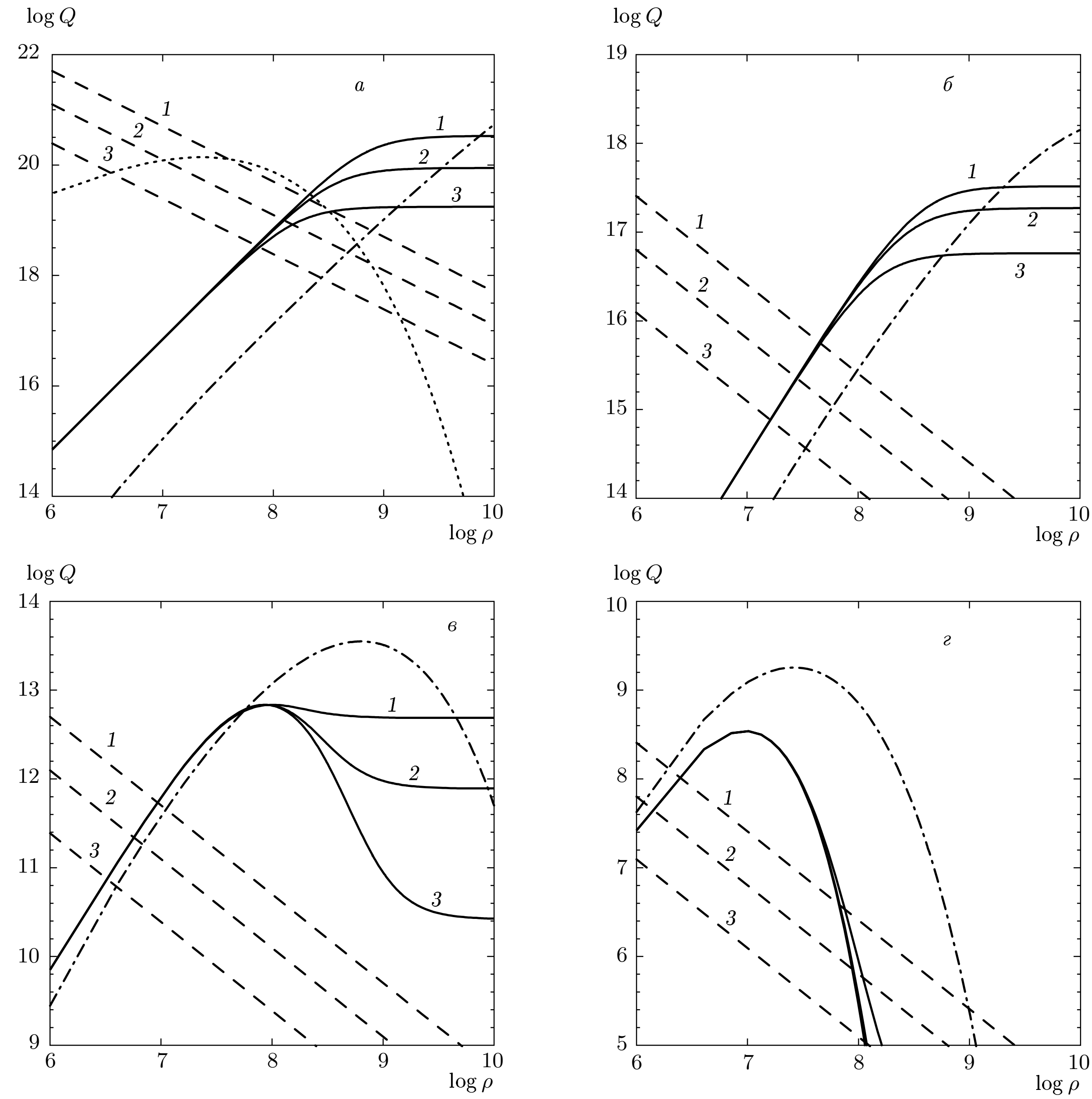

Рис. 2. Зависимости вкладов различных процессов в нейтринную светимость (эрг·см$^{-3}$·с$^{-1}$) от плотности вещества (г·см$^{-3}$) в наружном слое замагниченной коры нейтронной звезды при $T = 3 \cdot 10^9$ (*а*), 10^9 (*б*), $3 \cdot 10^8$ (*в*), 10^8 (*г*) К и $B = 10^{16}$ (*1*), $5 \cdot 10^{15}$ (*2*), $2.2 \cdot 10^{15}$ (*3*) Гс. Сплошные линии — процесс $\gamma \to \nu\bar{\nu}$, штриховые — фотонейтринный процесс, пунктирные — аннигиляция пар e^+e^- при $B = 0$ [9], штрихпунктирные — процесс распада плазмона [9]. На рис. 2*б–г* процесс аннигиляции пар не изображен в силу его малого вклада в нейтринную светимость при данных параметрах

распада плазмона (рис. 2*а–г*)[4]. Из рис. 2 видно, что в области малых плотностей $10^6 \lesssim \rho \lesssim 10^8$ г/см^3 основной вклад в нейтринную светимость будет давать фотонейтринный процесс, тогда как при плотностях $10^8 \lesssim \rho \lesssim 10^{10}$ г/см^3 начинает доминировать процесс конверсии фотона, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Это обусловлено тем, что в области малых плотностей процесс конверсии кинематически подавлен малостью плазменной частоты (см. разд. 2 и формулы (35), (36)). При плотностях, превышающих 10^{10} г/см^3, химический потенциал согласно (1) будет больше или порядка $\sqrt{eB}$, начинают возбуждаться следующие

[4] По данным обзора [9].

уровни Ландау и полученные формулы становятся неприменимыми.

Если опираться на модель остывания нейтронных звезд, рассмотренную в обзоре [9], нейтринные процессы в коре нейтронной звезды определяют ее охлаждение в начальной стадии эволюции ($t \lesssim 10$ лет). А именно, в период $10^{-2} \lesssim t \lesssim 10$ лет, когда температура упадет ниже $5 \cdot 10^9$ К, в обычной нейтронной звезде с массой около $1.5M_\odot$ и магнитным полем $B \lesssim B_e$ доминирующим процессом будет распад плазмона. С другой стороны, как видно из рис. 2*а,б*, при достаточно сильных полях ($B \gtrsim 5 \cdot 10^{15}$ Гс) и температурах порядка 10^9 К нейтринная светимость за счет процессов $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$ и $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ значительно превышает светимость, вычисленную без магнитного поля [9]. Этот факт может изменить поведение кривой охлаждения магнитара в течение первых десяти лет после его образования и, возможно, звезда в этот период будет остывать значительно быстрее. Если же мы хотим все время оставаться в рамках стандартного сценария охлаждения, т.е. когда вклады в нейтринную светимость за счет процессов $\gamma e \to e\nu\bar{\nu}$ и $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ дают тот же порядок, что и распад плазмона[5)], то тогда либо величина индукции магнитного поля во внешней части коры молодой нейтронной звезды в среднем не должна превышать $B \approx 5 \cdot 10^{15}$ Гс, либо модель остывания сильно замагниченной нейтронной звезды нуждается в уточнении. Отметим, что при температурах ниже 10^9 К, как видно из рис. 2*в,г*, ожидать изменения сценария охлаждения за счет модификации замагниченной плазмой фотон-нейтринных процессов не приходится.

В заключение подведем некоторые итоги. Рассмотрено влияние сильно замагниченной плазмы на фотон-нейтринные процессы $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$, $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$. Исследовано возможное изменение дисперсионных свойств фотонов при таких условиях. Получены амплитуды и вычислены соответствующие вклады в нейтринную светимость рассматриваемых процессов. В пределе холодной плазмы для светимостей получены простые выражения, которые можно в дальнейшем использовать для расчета остывания замагниченных нейтронных звезд. Рассмотрено возможное влияние реакций $\gamma e^\pm \to e^\pm \nu\bar{\nu}$ и $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ на модификацию сценария охлаждения нейтронных звезд.

[5)] Другими словами, режим остывания магнитара в период $t \gtrsim 10^3$ лет был бы таким же, как у обычных нейтронных звезд.

Авторы выражают благодарность Н. В. Михееву, А. В. Кузнецову, А. А. Гвоздеву и И. С. Огневу за полезные обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках тематического плана научных исследований Ярославского университета по заданию Рособразования при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-00285-а) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (гранты №№ НШ-497.2008.2, МК-732.2008.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Kouveliotou et al., Nature **393**, 235 (1998).

2. C. Kouveliotou et al., Astrophys. J. **510**, L115 (1999).

3. F. P. Gavriil, V. M. Kaspi, and P. M. Woods, Nature **419**, 142 (2002).

4. A. I. Ibrahim, S. Safi-Harb, J. H. Swank, W. Parke, and S. Zane, Astrophys. J. **574**, L51 (2002).

5. R. C. Duncan and C. Thompson, Astrophys. J. **392**, L9 (1992).

6. C. Thompson and R. C. Duncan, Month. Not. Roy. Astron. Soc. **275**, 255 (1995).

7. R. C. Duncan and C. Thompson, Astrophys. J. **473**, 322 (1996).

8. С. Шапиро, С. Тьюколски, *Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды*, Мир, Москва (1985), с. 1.

9. D. G. Yakovlev, A. D. Kaminker, O. Y. Gnedin, and P. Haensel, Phys. Rep. **354**, 1 (2001).

10. N. Itoh, H. Mutoh, A. Hikita, and Y. Kohyama, Astrophys. J. **395**, 622 (1992).

11. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer-Verlag, New York (2003).

12. M. P. Kennett and D. B. Melrose, Phys. Rev. D **58**, 093011 (1998).

13. Д. А. Румянцев, М. В. Чистяков, ЖЭТФ **128**, 740 (2005).

14. Г. С. Бисноватый-Коган, В. М. Чечеткин, УФН **127**, 263 (1979).

15. H. Pérez Rojas and A. E. Shabad, Ann. Phys. (N.Y.) **121**, 432 (1979).

16. H. Pérez Rojas and A. E. Shabad, Ann. Phys. (N.Y.) **138**, 1 (1982).

17. У. Перес Рохас, ЖЭТФ **76**, 3 (1979).

18. А. Е. Шабад, Труды ФИАН **192**, 5 (1988).

19. S. L. Adler, Ann. Phys. (N.Y.) **67**, 599 (1971).

20. M. V. Chistyakov and N. V. Mikheev, Phys. Lett. B **467**, 232 (1999).

21. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **117**, 1059 (2000).

Примечание при корректуре. После того как статья была принята к печати, нам стала известна работа [21], в которой автор, в частности, исследовал рождение нейтринной пары при рассеянии фотона в вырожденном нерелятивистском электронном газе. Однако результат для светимости (56) работы [21] при $\mu \sim m$, по нашему мнению, в $\pi/2$ раз больше.