# ПОЛЯРИЗАЦИОННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ВОДОРОДОПОДОБНОГО ИОНА В МОНОКРИСТАЛЛЕ

В. А. Астапенко\*

Московский физико-технический институт 141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 14 июля 2008 г.

Теоретически исследуется поляризационное тормозное излучение (ПТИ), возникающее при рассеянии быстрого водородоподобного иона в монокристалле. Проанализированы четыре вида процесса, вызванные виртуальным возбуждением электронов мишени и налетающей частицы (НЧ), а также когерентным и некогерентным взаимодействиями НЧ с монокристаллом. Рассчитаны спектральные, угловые и скоростные (от скорости НЧ) зависимости ПТИ с учетом спектральной функции фотоприемника. Определены оптимальные условия наблюдения и области доминирования различных видов ПТИ, а также их зависимости от заряда ядра НЧ и атомов мишени.

PACS: 61.80.Jh

### 1. ВВЕДЕНИЕ

При рассеянии быстрого иона в среде традиционное тормозное излучение, обусловленное ускорением налетающей частицы (НЧ) в поле мишени, подавлено из-за большой массы иона. Поэтому доминирующие механизмы излучения фотонов в этом случае связаны с возбуждением (реальным или виртуальным) электронных степеней свободы сталкивающихся частиц. При излучении жестких фотонов с энергией порядка кинетической энергии НЧ, когда переданный в ходе столкновения импульс велик по сравнению с характерными импульсами связанных электронов, в качестве основных механизмов излучения, как правило, рассматриваются процессы с изменением состояния электронной подсистемы. К этим процессам относятся: радиационная ионизация, излучение вторичных электронов и радиационный захват электрона [1]. В спектральной области вдали от кинематического предела, когда характерный переданный импульс невелик, а частота фотона порядка частот возбуждения связанных электронов сталкивающихся частиц, следует учитывать излучение, обусловленное виртуальным возбуждением электронных степеней свободы без изменения электронного состояния. Этот вид излучения, определяемый динамической поляризуемостью мишени и НЧ, получил название поляризационного тормозного излучения (ПТИ) [2–4]. ПТИ является фундаментальным излучательным процессом, представляющим собой конверсию собственного электромагнитного поля (виртуального фотона) одной из сталкивающихся частиц в реальный фотон, происходящую на электронной оболочке другой частицы. В случае, когда обе частицы обладают электронными степенями свободы, излучение может идти по двум каналам в зависимости от того, на чьих связанных электронах происходит конверсия виртуального фотона. Таким образом, вообще говоря, имеет место «мишенное» ПТИ, обусловленное поляризуемостью атомов мишени (первый канал) и ПТИ налетающей частицы (второй канал), вызванное виртуальным возбуждением электрона НЧ. Схематическое представление двух каналов ПТИ изображено на рис. 1. Отметим, что первый канал ПТИ исследовался различными авторами как для случая столкновения пары частиц, так и при рассеянии в среде [5–11]. Роль второго канала ПТИ изучена значительно хуже. Впервые оба канала ПТИ рассчитывались в работах Амусьи с соавторами [2, гл. 7]. В цитируемой работе были получены общие выражения, описывающие сечение ПТИ в случае атом-атомных (ион-ионных) столкновений как в нерелятивистском, так и в релятивистском пределах.

<sup>\*</sup>E-mail: astval@mail.ru

<sup>10</sup> Ж<br/>ЭТФ, вып.1



Рис.1. а) ПТИ по первому каналу («мишенное» ПТИ), б) ПТИ по второму каналу (ПТИ налетающей частицы)

При переходе к рассмотрению ПТИ иона с электронным остовом в кристалле следует учитывать коллективные эффекты, обусловленные возможностью когерентного взаимодействия НЧ с мишенью. Данный вопрос приобретает особую актуальность в связи с дальнейшим усовершенствованием методов получения пучков быстрых ионов с заданными характеристиками, в том числе многозарядных водородоподобных ионов [1]. Различные аспекты взаимодействия таких ионов с веществом интенсивно изучаются в последние годы [12, 13]. В частности, экспериментально исследовалось когерентное возбуждение водородоподобного иона аргона в монокристалле [14], при котором мишени передается импульс, кратный импульсу обратной решетки (эффект Окорокова). Поскольку ПТИ можно рассматривать как процесс виртуального возбуждения подсистемы связанных электронов с их последующим радиационным девозбуждением, естественно ожидать, что когерентные эффекты типа эффекта Окорокова должны проявиться и в поляризационном тормозном излучении.

ПТИ иона с электронным остовом в поликристаллической среде рассчитывалось в предыдущей работе автора [15], в которой, в частности, была показана существенность вклада второго канала ПТИ в полное излучение. Настоящая статья посвящена теоретическому исследованию ПТИ при рассеянии водородоподобного иона в монокристалле.

## 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Итак, пусть быстрый водородоподобный ион со скоростью  $\mathbf{v}$  рассеивается в монокристалле и излучает фотон ПТИ с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в геометрии, изображенной на рис. 2. Оси декартовой системы координат, представленной на этом рисунке,



Рис. 2. Геометрия процесса

совпадают с кристаллографическими осями мишени. Скорость иона предполагается достаточно большой, так, чтобы можно было использовать первое борновское приближение по взаимодействию НЧ с мишенью. Как упоминалось во Введении, в рассматриваемом случае ПТИ идет по двум каналам: за счет виртуального возбуждения электронов мишени и в результате виртуального возбуждения электронного остова НЧ. В первом случае происходит рассеяние собственного электромагнитного поля налетающего иона в реальный фотон на электронах мишени, а во втором — наоборот, рассеяние собственного поля мишени в реальный фотон на электронном остове НЧ (рис. 1). Выражения для сечения этих каналов можно получить, просуммировав вклады от ПТИ на различных атомах (ионах) вещества. В рассматриваемом случае кристаллической мишени для каждого из каналов возможно два типа процесса: когерентный, когда импульс от налетающей частицы передается всей кристаллической решетке в целом, и некогерентный — при парном взаимодействии НЧ с атомами (ионами) среды. Таким образом, в рассмотрении оказывается четыре вида ПТИ: когерентное ПТИ на мишени и НЧ и некогерентное ПТИ на мишени и НЧ.

Для оценки величины ПТИ удобно вместо сечения использовать число фотонов, испускаемых НЧ с единицы длины в единичный частотный интервал и телесный угол. Тогда для когерентного ПТИ по первому каналу (рис. 1*a*) можно получить следующее выражение:

$$\frac{dN_t^{(coh)}}{dl \, d\omega \, d\Omega_{\mathbf{k}}} = 4 \frac{n_t^2 e^2}{\hbar v c^3} \times \\ \times \sum_{\mathbf{g}} S^2(\mathbf{g}) \delta(\omega + \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \omega^3 |\alpha_t(\omega)|^2 \times \\ \times \exp(-u^2 g^2) \tilde{F}_t^2(g) \left[ Z_{proj} - F_{proj}(g_{1c}) \right]^2 \times \\ \times \frac{\left[ \mathbf{s} \times (\omega \mathbf{v}/c^2 - \mathbf{g}) \right]^2}{(\mathbf{g}^2 - 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{g})^2}, \quad (1)$$

где  $n_t$  — концентрация атомов мишени, e — элементарный заряд, c — скорость света,  $S(\mathbf{g})$  — геометрический структурный фактор кристалла,  $\mathbf{g}$  — вектор обратной решетки,  $\omega$  — частота тормозного фотона,  $\alpha_t(\omega)$  — динамическая поляризуемость атомов мишени, u — среднеквадратичное отклонение атомов мишени от положения равновесия,  $\tilde{F}_t(g)$  — нормированный формфактор атомов среды,  $Z_{proj}$  — зарядовое число ядра НЧ,  $\mathbf{s} = c\mathbf{k}/\omega$  — единичный вектор в направлении излучения фотона,  $\mathbf{g}_1 = \mathbf{g} - \mathbf{k}, \mathbf{g}_{1c}$  — вектор обратной решетки в системе отсчета, связанной с НЧ.

При выводе формулы (1) проведено интегрирование по переданному волновому вектору **q** с учетом когерентности взаимодействия НЧ с мишенью, что привело к равенству **q** = **g**. Квадрат концентрации атомов мишени в правой части равенства (1) говорит о когерентном характере процесса. Присутствие динамической поляризуемости атомов мишени в формуле (1) отражает тот факт, что излучение фотона происходит в результате наведения переменного дипольного момента в атомах мишени в ходе рассеяния НЧ. Из полученного выражения также следует, что в пределе ug > 1 когерентное ПТИ мало, поскольку тогда нарушается когерентность взаимодействия НЧ с кристаллической решеткой.

Выражение для некогерентного ПТИ по первому каналу имеет вид

$$\frac{dN_t^{(incon)}}{dl\,d\omega\,d\Omega_{\mathbf{k}}} = 2n_t \frac{e^2}{\hbar\omega} \frac{|\omega^2 \alpha_t(\omega)|^2}{\pi v^2 c^3} \times \\ \times \int_{q_{min}}^{q_{max}} \left(1 - \exp(-u^2 q^2)\right) \left[Z_{proj} - F_{proj}(q_{1c})\right]^2 \times \\ \times \tilde{F}_t^2(q) I\phi(q, v, \omega, \theta) \frac{dq}{q}, \quad (2)$$

где

• >

$$q_{min} = \left(1 - \frac{v}{c}\cos\theta\right)\frac{\omega}{v}, \quad q_{max} = \frac{2\mu v}{\hbar}$$

 — минимальный и максимальный переданные векторы, μ — приведенная масса НЧ и электрона,

$$I\phi(q, v, \omega, \theta) = \frac{q^3 v}{2\pi} \times \int d\Omega_{\mathbf{q}} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \frac{[\mathbf{s} \times (\omega \mathbf{v}/c^2 - \mathbf{q})]^2}{(\mathbf{q}^2 - 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{q})^2} \quad (3)$$

 безразмерный интеграл, который в нерелятивистском пределе равен

$$I\phi(q, v \ll c, \omega, \theta) \approx \\ \approx \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} + \left(\frac{\omega}{qv}\right)^2 \frac{1 - 3\cos^2 \theta}{2}, \quad (4)$$

*θ* — угол между вектором скорости НЧ и волновым вектором тормозного фотона (угол излучения).

В отличие от когерентного излучения (1) некогерентное ПТИ (2) пропорционально концентрации атомов среды в первой степени и возрастает с ростом параметра u.

С использованием формул для сечения атом-атомного ПТИ, приведенных в работе [2, гл. 7], можно получить следующее равенство для числа фотонов когерентного ПТИ в монокристалле по второму каналу (рис. 16):

$$\frac{dN_{proj}^{(coh)}}{dl \, d\omega \, d\Omega_{\mathbf{k}}} = 4\pi \frac{n_t^2 e^2 Z_t^2}{\hbar v c^3} (1 + \cos^2 \theta_c) \times \\ \times \sum_{\mathbf{g}} S^2(\mathbf{g}) \delta(\omega + \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \omega \omega_c^2 \times \\ \times |\alpha_{proj}(\omega_c)|^2 \exp(-u^2 g^2) F_{proj}^2(\mathbf{g}_{1c}) \times \\ \times \frac{\left[1 - \tilde{F}_t(g)\right]^2}{g^2}, \quad (5)$$

где  $Z_t$  — зарядовое число ядер атомов среды. В формуле (5) в отличие от случая когерентного ПТИ по первому каналу фигурирует динамическая поляризуемость электронного остова НЧ  $\alpha_{proj}(\omega_c)$  на частоте фотона в системе отсчета, связанной с налетающей частицей:

$$\omega_c = \gamma \omega \left( 1 - \left( v/c \right) \cos \theta \right), \tag{6}$$

 $10^{*}$ 

где  $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$  — фактор Лоренца. В выражение (5) входит также косинус угла излучения фотона в системе отсчета НЧ:

$$\cos\theta_c = \frac{\cos\theta - v/c}{1 - (v/c)\cos\theta}.$$
(7)

Формула для некогерентного ПТИ по второму каналу имеет вид

$$\frac{dN_{proj}^{(incoh)}}{dl\,d\omega\,d\Omega_{\mathbf{k}}} = Z_t^2 n_t \frac{e^2}{\hbar\omega} \frac{|\omega\omega_c \alpha_{proj}(\omega_c)|^2}{\pi v^2 c^3} (1 + \cos^2\theta_c) \times \\
\times \int_{q_{min}}^{q_{max}} F_{proj}^2(q_{1c}) \left[1 - \tilde{F}_t(q)\right]^2 (1 - \exp(-u^2 q^2)) \frac{dq}{q}. \quad (8)$$

Заметим, что формфакторы атомов среды и НЧ входят в формулы (5), (8) для второго канала ПТИ иначе, чем в аналогичные выражения (1), (2) для первого канала, что отражает различие в процессах излучения по этим каналам (см. рис. 1).

Существенная разница между когерентным и некогерентным каналами ПТИ состоит в том, что в когерентном случае частота излучения фиксирована для заданной скорости НЧ, угла излучения фотона и вектора обратной решетки. Данный факт выражается в наличии дельта-функции в формулах (1), (5), откуда следует следующее равенство для частоты когерентного излучения («когерентная» частота):

$$\omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N}) = \frac{-g_0 \mathbf{N} \cdot \mathbf{v}}{1 - (v/c)\cos\theta}.$$
(9)

Здесь введен целочисленный вектор  $\mathbf{N} = (N_1, N_2, N_3)$ , связанный с вектором обратной решетки по формуле  $\mathbf{g} = g_0(N_1, N_2, N_3)$ , где  $g_0 = 2\pi/d$ , d — постоянная решетки.

Поскольку в эксперименте регистрация фотонов происходит с помощью фотоприемника, обладающего конечным разрешением по частоте, проинтегрируем полученные выражения для когерентного ПТИ (1), (5) с помощью спектральной функции фотоприемника, которую выберем в виде [7]

$$f_{sp}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_r)^2}{\Delta \omega^2}\right), \qquad (10)$$

где  $\omega_r = r\varepsilon$  — центральная частота *r*-го канала,  $\Delta \omega$  — спектральное разрешение фотоприемника ( $\varepsilon < \Delta \omega$ ).

После указанного интегрирования по частоте получаем следующее выражение для когерентного

ПТИ по первому каналу (см. рис. 1), регистрируемого в *r*-м канале фотоприемника:

$$\left(\frac{dN_t^{(coh)}}{dl\,d\Omega_{\mathbf{k}}}\right)_r \approx 4 \frac{n_t^2 e^2}{\sqrt{\pi}\,\hbar v c^3} \times \\ \times \sum_{\mathbf{N}} S^2(\mathbf{N}) \omega_{\mathbf{g}}^3(\mathbf{N}) |\alpha_t(\omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N}))|^2 \exp\left(-(ug_0)^2 \mathbf{N}^2\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{(\omega_r - \omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N}))^2}{\Delta \omega^2}\right) \tilde{F}_t^2(g_0|\mathbf{N}|) \times \\ \times [Z_{proj} - F_{proj}(g_0|\mathbf{N}|)]^2 \times \\ \times G(\mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{N}, g_0) \Theta(-\mathbf{v} \cdot \mathbf{N}), \quad (11)$$

$$G(\mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{N}, g_0) = \frac{[\mathbf{s} \times (\omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N})\mathbf{v}/c^2 - g_0\mathbf{N})]^2}{(g_0^2\mathbf{N}^2 - 2g_0\omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N})(\mathbf{s} \cdot \mathbf{N})/c)^2}, \quad (12)$$

 $\Theta(-\mathbf{v}\cdot\mathbf{N})$  — ступенчатая функция Хэвисайда, обеспечивающая положительность частоты излучаемого фотона.

Проинтегрированное с помощью спектральной функции фотоприемника (10) выражение для когерентного ПТИ по второму каналу имеет вид

$$\left(\frac{dN_{proj}^{(coh)}}{dl\,d\Omega_{\mathbf{k}}}\right)_{r} = 4 \frac{Z_{t}^{2}n_{t}^{2}e^{2}}{\sqrt{\pi}\,\hbar vc^{3}} \frac{g_{0}\gamma^{2}}{1 - (v/c)\cos\theta} \times \\
\times (1 + \cos^{2}\theta_{c}) \sum_{\mathbf{N}} S^{2}(\mathbf{N})\Theta(-\mathbf{v}\cdot\mathbf{N})(-\mathbf{v}\cdot\mathbf{N})^{3} \times \\
\times |\alpha_{proj}(-\gamma g_{0}\mathbf{v}\cdot\mathbf{N})|^{2}\exp\left(-(ug_{0})^{2}\mathbf{N}^{2}\right) \times \\
\times \exp\left(-\frac{(\omega_{r} - \omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N}))^{2}}{\Delta\omega^{2}}\right) \times \\
\times F_{proj}^{2}(g_{1c}) \frac{\left[1 - \tilde{F}_{t}(g_{0}N)\right]^{2}}{\mathbf{N}^{2}}. \quad (13)$$

Здесь частота фотона в системе отсчета, связанной с НЧ, в аргументе динамической поляризуемости НЧ выписана в явном виде с учетом равенств (6) и (9). В формулах (11), (13) суммирование по векторам обратной решетки заменено на суммирование по компонентам целочисленного вектора **N**.

Для некогерентного ПТИ по второму каналу после интегрирования по частоте со спектральной функцией фотоприемника (10) можно получить следующее приближенное выражение:

$$\begin{pmatrix} \frac{dN_{proj}^{(incoh)}}{dl \, d\Omega_{\mathbf{k}}} \end{pmatrix}_{r} = \frac{Z_{t}^{2} n_{t} e^{2}}{2\sqrt{\pi} \hbar c} \left(\frac{c}{v}\right)^{2} \times \\ \times \frac{(1 + \cos^{2} \theta_{c}) r_{e}^{2}}{\gamma^{2} \left(1 - (v/c) \cos \theta\right)^{2}} \sum_{n} \frac{\omega_{n}}{\Delta \omega_{n}} f_{n}^{2} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\left[\omega_{r} - \omega_{n}^{(lab)}(v, \theta)\right]^{2}}{\Delta \omega^{2}}\right\} \times \\ \times \int_{\omega_{n}/\gamma v}^{2\mu v/\hbar} \left(1 - \exp(-q^{2}u^{2})\right) F_{proj}^{2}(q_{1c}) \times \\ \times \frac{\left[1 - \tilde{F}_{t}(q)\right]^{2}}{q} \, dq, \quad (14)$$

где

$$\omega_n^{(lab)}(v,\theta) = \frac{\omega_n}{\gamma \left(1 - (v/c)\cos\theta\right)}$$

— собственная частота НЧ в лабораторной системе отсчета, связанной с мишенью,  $r_e = e^2/mc^2$  — классический радиус электрона. Вывод формулы (14) сделан в предположении, что  $\Delta \omega_n \ll \Delta \omega$  ( $\Delta \omega_n$  — спектральная ширина линии связанно-связанного перехода в электронном остове НЧ). Кроме того, в выражении (14) опущены перекрестные члены, возникающие при возведении в квадрат модуля поляризуемости НЧ. Для поляризуемости связанного электрона используется следующее стандартное выражение:

$$\alpha_{proj}(\omega_c) = \frac{e^2}{m} \sum_n \frac{f_n}{\omega_n^2 - \omega_c^2 - i\omega_c \Delta \omega_n},$$
 (15)

где  $f_n$ ,  $\omega_n$  — силы осцилляторов и собственные частоты переходов из основного в возбужденные состояния связанного электрона НЧ. Предполагаем, что остов НЧ в ходе процесса неизменно находится в 1*s*-состоянии.

Спектральная зависимость некогерентного «мишенного» ПТИ (первый канал) весьма слабая, так что интегрирование его спектра с инструментальной функцией фотоприемника (10) приведет к умножению первоначального выражения (2) на параметр  $\Delta \omega$ .

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Применим полученные в предыдущем разделе формулы для расчета спектральных, скоростных (от скорости НЧ) и угловых зависимостей четырех видов ПТИ, возникающего при рассеянии водородоподобного иона аргона Ar<sup>17+</sup> в монокристалле кремния. В этом случае для геометрического структурного фактора кристалла справедливо равенство

$$S(\mathbf{g}) = \frac{1}{4} \cos\left[\frac{\pi}{4}(N_1 + N_2 + N_3)\right] \times \left\{1 + \cos(\pi N_1) + \cos(\pi N_2) + \cos(\pi N_3)\right\}, \quad (16)$$

где  $N_j$  — целые числа, которые выделяют ненулевые члены в сумме по **N** в выражениях для когерентного ПТИ (11), (13).

Для параметров поляризуемости связанного электрона НЧ, находящегося в основном 1*s*-состоянии, и его формфактора используем известные водородоподобные формулы [16]:

$$\omega_n[\text{ат. ед.}] = Z_{proj}^2 \frac{n^2 - 1}{2n^2},$$

$$f_n = n^5 \frac{2^8 (n-1)^{2n-4}}{3(n+1)^{2n+4}},$$
(17)

$$F_{proj}(q_1) = \frac{1}{(1 + (a_{proj}q_1/2)^2)^2},$$

$$a_{proj} = \frac{\hbar^2}{Z_{proj}me^2}.$$
(18)

В формулах (17) *n* — главное квантовое число электронного остова НЧ. Тонким расщеплением энергетических уровней пренебрегаем. В расчетах для конкретности предполагается естественное уширение линий переходов электрона НЧ в дискретном спектре, тогда

$$\Delta\omega_n[\text{at. ed.}] = A_n = Z_{proj}^4 \frac{2^7 n(n-1)^{2n-2}}{9c^3(n+1)^{2n+2}}, \quad (19)$$

где  $A_n$  — коэффициент Эйнштейна для спонтанного перехода.

Заметим, что использование формул (17), которые учитывают только переходы в дискретном спектре, оправдано тем, что вклад второго канала ПТИ от связанно-свободных переходов в остове НЧ мал.

Вычисление динамической поляризуемости и формфакторов атомов мишени подробно описано в работе [8].

На рис. 3 представлены зависимости четырех видов ПТИ от центральной частоты фотоприемника  $\omega_r$ , рассчитанные по формулам предыдущего раздела для случая рассеяния водородоподобного иона аргона Ar<sup>17+</sup> (скорость НЧ v = 46.65 ат. ед.), влетающего вдоль кристаллографической оси 2 (угол влета  $\alpha = 0$ , см. рис. 2) в монокристалл кремния. Эти



Рис.3. Зависимости четырех видов ПТИ от энергии фотона на центральной частоте фотоприемника при рассеянии водородоподобного иона аргона в монокристалле кремния: когерентное ПТИ на мишени (1), на НЧ (2), некогерентное ПТИ на мишени (3), на НЧ (4). Скорость иона v = 46.65 ат. ед.,  $\theta = 120^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\Delta \omega = 81.6$  эВ

Число фотонов на ед. длины, ат. ед.



Рис. 4. Зависимости от скорости налетающей частицы четырех видов ПТИ при рассеянии водородоподобного иона аргона в монокристалле кремния: когерентное ПТИ на мишени (1), на НЧ (2), некогерентное ПТИ на мишени (3), на НЧ (4). Энергия фотона на центральной частоте фотоприемника  $\hbar\omega_r = 2448$  эВ,  $\theta = 135^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\Delta\omega = 81.6$  эВ

зависимости для краткости будем называть спектральными. Угол излучения  $\theta$  положен 120°, а спектральное разрешение фотоприемника принято равным 3 ат.ед. ( $\Delta \omega = 81.6 \text{ >B}$ ). Из рис. 3 следует, что спектры когерентного ПТИ по первому и второму каналам представляют собой совокупности максимумов, положение которых согласно формуле (9) определяется вектором обратной решетки, переданным от НЧ мишени в ходе ПТИ, скоростью НЧ и углом излучения. Ширина этих спектральных максимумов связана с шириной спектрального разрешения фотоприемника  $\Delta \omega$ , а величина определяется модулем поляризуемости атомов мишени и электрона НЧ на когерентной частоте (9).

Спектр некогерентного ПТИ по второму каналу определяется спектральной зависимостью поляризуемости НЧ, имеющей острые пики на частотах, которые в системе отсчета НЧ близки к собственным частотам возбуждения связанного электрона водородоподобного иона. Соответствующее условие на частоту максимума в спектре некогерентного ПТИ по второму каналу имеет вид

$$\omega_{max}(n, v, \theta) = \frac{\omega_n}{\gamma \left(1 - (v/c)\cos\theta\right)}.$$
 (20)

Формула (20) представляет собой условие совпадения собственной частоты связанного электрона НЧ в лабораторной системе отсчета с частотой регистрации ПТИ. Вследствие эффекта Доплера собственная частота электронного остова НЧ в лабораторной системе зависит от скорости НЧ и угла излучения. Ширина обсуждаемых максимумов, так же как и в когерентном случае определяется величиной спектрального разрешения фотоприемника  $\Delta \omega$ .

Отметим, что в случае достаточно быстрых ионов из выражения (20) следует возможность перестройки частоты излучения за счет изменения угла излучения, что может оказаться весьма существенным в практических приложениях рассматриваемого явления.

Спектр некогерентного ПТИ по первому каналу в рассматриваемом диапазоне частот описывается зависимостью, слабо убывающей с ростом частоты, близкой к горизонтальной прямой. Это связано с тем, что динамическая поляризуемость атомов мишени, определяющая данный вид ПТИ согласно формуле (2), относительно слабо зависит от частоты в представленном на рис. 3 спектральном интервале.

На рис. 4 представлены зависимости рассматриваемых четырех видов ПТИ от скорости НЧ для энергии тормозного фотона на центральной частоте фотоприемника  $\hbar\omega_r = 2445$  эВ и угла из-

$N_3$	1	2	3	4	5
$v_{max}, \; {\rm ar. \; eд.}$	112.751	80.372	59.579	46.656	38.13
$\hbar \omega_{\mathbf{g}}, \; \mathrm{sB}$	1187	1892	2276	2505	2652

Таблица

лучения 135°. Угол влета предполагается равным нулю, а спектральное разрешение фотоприемника  $\Delta \omega = 81.6$  эВ. Из рис. 4 видно, что некогерентное ПТИ по первому каналу слабо зависит от скорости. Скоростную зависимость когерентного ПТИ этого же канала определяет условие равенства частоты регистрации излучения и частоты когерентного излучения (9). Максимумы на обсуждаемой зависимости связаны с передачей импульсов, пропорциональных различным векторам обратной решетки, от НЧ мишени в ходе когерентного ПТИ. Ширина этих максимумов определяется шириной спектральной функции фотоприемника (10), а величина — динамической поляризуемостью атомов мишени на когерентной частоте (9). Видно, что в представленном интервале некогерентное ПТИ по первому каналу всюду доминирует над когерентным.

Скоростная зависимость некогерентного ПТИ по второму каналу имеет широкий максимум, обусловленный эффектом Доплера и конечной разрешающей способностью фотоприемника. Данный максимум связан с тем, что в силу выполнения условия  $\Delta \omega_n \ll \Delta \omega$  частота излучения в системе отсчета, связанной с НЧ, фиксирована и равна одной из собственных частот связанного электрона иона. При переходе в лабораторную систему отсчета появляется зависимость этой резонансной частоты от скорости НЧ и угла излучения, в результате возникает данный максимум. Приведенные рассуждения непосредственно следуют из выражения (14).

Характерной особенностью рис. 4 является наличие острых пиков в скоростной зависимости когерентного ПТИ по второму каналу. Эти пики возникают при равенстве когерентной частоты (9) и одной из собственных частот связанного электрона НЧ (первое равенство в формуле (17)), пересчитанной в лабораторную систему отсчета. Данное условие имеет вид

$$\omega_{max}(n, v, \theta) \equiv \frac{\omega_n}{\gamma \left(1 - (v/c) \cos \theta\right)} = \omega_{\mathbf{g}}(\mathbf{N}) \equiv \\ \equiv \frac{-g_0 \mathbf{N} \cdot \mathbf{v}}{1 - (v/c) \cos \theta}.$$
 (21)

Отсюда вытекает условие на величину скорости в максимуме скоростной зависимости:

$$v_{max}(n, \mathbf{N}, \alpha, \varphi) = c \left\{ 1 + \left(\frac{2\pi c}{\omega_n d}\right)^2 [N_1 \sin \alpha \cos \varphi + N_2 \sin \alpha \sin \varphi - N_3 \cos \alpha]^2 \right\}^{-1/2}.$$
 (22)

Отметим, что скорость в максимуме не зависит от угла излучения тормозного фотона. При влете НЧ вдоль кристаллографической оси мишени ( $\alpha = 0$ ) выражение (22) упрощается: остается зависимость только от целого числа  $N_3$ , связанного с величиной переданного импульса, и собственной частоты электрона иона.

Для максимумов, определяемых первой собственной частотой иона  $\operatorname{Ar}^{17+}(\omega_{n=2}=3305\ \text{эB})$ , из равенства (22) можно получить таблицу значений скорости НЧ в максимумах скоростной зависимости когерентного ПТИ по второму каналу (см. таблицу).

Во второй строке таблицы приведены значения когерентной частоты (9), вычисленные для угла излучения 135°. Отличие этих значений от первой собственной частоты иона  $\operatorname{Ar}^{17+}$  связано с эффектом Доплера. На рис. 4 хорошо видны максимумы, соответствующие значениям скорости НЧ, равным 38.13, 46.656, 59.579 ат. ед., которые приведены в таблице. На данном рисунке также присутствуют дополнительные максимумы, меньшие по величине, которые связаны с равенством когерентной частоты (9) другим собственным частотам электронного остова НЧ (при n > 2). Меньшая величина этих максимумов объясняется меньшей величиной сил осцилляторов для виртуальных переходов в связанные состояния электрона НЧ с n > 2.

Ширина «скоростных» максимумов, как видно из рис. 4, весьма мала. Она определяется величиной спектрального уширения линии электронного перехода в остове НЧ, которое в настоящем расчете предполагается естественным (см. (19)). Учет дополнительных механизмов уширения приведет к уширению соответствующих скоростных зависимостей.





Рис.5. Угловые зависимости различных видов ПТИ при рассеянии водородоподобного иона аргона в монокристалле кремния: когерентное ПТИ на мишени (1), на НЧ (2), некогерентное ПТИ на мишени (3), на НЧ (4). Скорость иона v = 46.65 ат.ед., энергия фотона  $\hbar\omega_r = 2448$  эВ, угол влета  $\alpha = 0$ , разрешающая способность фотоприемника  $\Delta\omega = 81.6$  эВ

Из рис. 4 следует, что для рассматриваемых параметров в интервале малых скоростей (v < 42 ат. ед.) доминирует некогерентное тормозное излучение по первому каналу. Для больших скоростей НЧ основной вклад в процесс дает некогерентное ПТИ по второму каналу за исключением весьма узких интервалов вблизи значений, приведенных в таблице, где превалирует когерентное ПТИ по второму каналу.

Отметим, что в настоящее время достижима весьма высокая энергетическая монохроматичность ионного пучка, при которой относительный разброс скорости НЧ составляет доли процента [1]. Поэтому усреднение по разбросу скоростей в ионном пучке должно сохранить основные выводы, следующие из приведенного анализа скоростных зависимостей для различных видов ПТИ.

На рис. 5 представлены угловые зависимости рассматриваемых видов ПТИ иона  $Ar^{17+}$ , влетающего в монокристалл кремния под нулевым углом к кристаллографической оси, для скорости НЧ v = 46.65 ат. ед. и энергии тормозного фотона  $\hbar\omega_r = 2448$  эВ. Угловая зависимость некогерентного ПТИ по первому каналу выражена весьма слабо. Угловые распределения когерентного ПТИ по обоим

каналам подобны — имеют два максимума, причем для больших углов максимумы более пологие. Ширины этих максимумов определяются спектральным разрешением фотоприемника: растут с ростом  $\Delta \omega$ . Некогерентное ПТИ по второму каналу имеет максимум в области больших углов излучения, связанный с выполнением резонансного условия в поляризуемости электронного остова НЧ, когда конверсия собственного поля мишени в тормозной фотон на связанном электроне НЧ происходит наиболее эффективно. В целом для заданных значений скорости НЧ и энергии тормозного фотона в угловой зависимости доминирует некогерентное ПТИ и лишь в весьма узком интервале углов излучения вблизи  $\theta = 82^{\circ}$  превалирует вклад когерентного ПТИ по первому каналу.

Из вида угловых зависимостей на рис. 5 следует, что интегрирование полученных выражений для ПТИ с угловой инструментальной функцией фотоприемника не должно существенно изменить полученного результата.

С возрастанием заряда ядра водородоподобного иона вклад второго канала ПТИ в полное излучение будет уменьшаться. Это связано, во-первых, с ростом собственного поля НЧ, что увеличивает ПТИ по первому каналу (см. (1), (2)), во-вторых, с уменьшением поляризуемости связанного электрона НЧ. Действительно, в случае естественного уширения линии (19) сумма по главному квантовому числу в формуле (14) будет содержать множитель  $f_n/\omega_n$ , убывающий как  $Z_{proj}^{-2}$ . С другой стороны, с ростом  $Z_{proj}$  спектральная область существенности ПТИ по второму каналу будет смещаться в область высоких частот из-за роста резонансных частот поляризуемости водородоподобного иона. Для малых Z<sub>proj</sub> эта область соответствует вакуумному ультрафиолету и мягкому рентгену. С ростом заряда ядра атомов мишени относительные вклады первого и второго каналов ПТИ практически не изменятся, при этом пропорционально возрастет излучение по каждому из них.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассчитаны и проанализированы различные виды ПТИ быстрого водородоподобного иона в монокристалле. Показано, что излучение возникает в результате рассеяния собственных полей сталкивающихся зарядов в тормозной фотон на связанных электронах мишени и НЧ. Наличие кристаллической структуры приводит к тому, что процесс излучения может проходить как за счет когерентного взаимодействия НЧ с мишенью, так и некогерентным образом. В результате имеют место четыре вида ПТИ: когерентное и некогерентное ПТИ на электронах мишени и когерентное и некогерентное ПТИ на электроне НЧ. В когерентном случае монокристаллу передается импульс, пропорциональный одному из векторов обратной решетки **g**. При этом излучение происходит на фиксированной когерентной частоте (при заданном **g**, скорости НЧ и угле излучения фотона). Частота некогерентного ПТИ не фиксирована, а интенсивность излучения максимальна в околорезонансной области, вблизи собственных частот связанного электрона НЧ.

При расчетах числа фотонов различных видов ПТИ, генерируемых НЧ с единицы длины мишени, учтено влияние конечной спектральной разрешающей способности фотоприемника  $\Delta \omega$ . Показано, что величина  $\Delta \omega$  определяет ширину максимумов в частотно-угловой зависимости когерентного ПТИ и некогерентного ПТИ по второму каналу. Спектральная, скоростная и угловая зависимости некогерентного ПТИ по первому каналу существенно более слабая, чем у других видов ПТИ.

Проведенный для случая рассеяния водородоподобного иона аргона в монокристалле кремния анализ говорит от том, что некогерентное ПТИ доминирует над когерентным в подавляющей области изменения параметров. Исключение составляет весьма узкий диапазон скоростей НЧ, при которых возможно приближенное равенство одной из собственных частот связанного электрона иона (в лабораторной системе отсчета) и когерентной частоты (9), когда импульс передается всей мишени в целом. В этом диапазоне, ширина которого пропорциональна ширине линий резонансного перехода в водородоподобном ионе, когерентное ПТИ по второму каналу может превосходить другие виды ПТИ. Значение скорости НЧ в таком «двойном» резонансе зависит от собственной частоты связанного электрона иона, переданного мишени импульса, и не зависит от угла излучения.

Из полученных выражений следует, что с ростом заряда ядра НЧ вклад ПТИ по второму каналу в полное излучение уменьшается, а спектральный диапазон его существенности сдвигается в область более высоких частот. В то же время относительная величина интенсивностей рассмотренных видов ПТИ слабо зависит от заряда ядра атомов мишени, с ростом которого пропорционально возрастает интенсивность каждого из них. Рассмотренные в статье механизмы излучения представляются перспективными для разработки на их основе источников рентгеновского излучения высокой спектральной яркости с возможностью плавной перестройки частоты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект РНП 2.1.1.3263).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. J. Eichler and T. Stöhlker, Phys. Rep. 439, 99 (2007).
- 2. Поляризационное тормозное излучение атомов и частиц, под ред. В. Н. Цытовича и И. М. Ойрингеля, Наука, Москва (1987).
- В. А. Астапенко, Л. А. Буреева, В. С. Лисица, УФН 172, 155 (2002).
- А. В. Король, А. Г. Лялин, А. В. Соловьев, Поляризационное тормозное излучение, Изд-во СПбГПУ, Санкт-Петербург (2004).
- 5. Н. Н. Насонов, А. Г. Сафронов, ЖТФ 62, 1 (1992).
- 6. N. N. Nasonov, Nucl. Instr. Meth. B 145, 19 (1998).
- I. D. Feranchuk, A. Ulyanenkov, J. Harada, and J. C. H. Spencer, Phys. Rev. E 62, 4225 (2000).
- 8. В. А. Астапенко, ЖЭТФ 126, 1101 (2004).
- V. A. Astapenko, V. M. Buimistrov, Yu. A. Krotov, and N. N. Nasonov, Phys. Lett. A 332, 298 (2004).
- В. А. Астапенко, Н. Н. Насонов, ЖЭТФ 130, 636 (2006).
- 11. V. G. Baryshevsky, K. G. Batrakov, I. D. Feranchuk et al., Phys. Lett. A 363, 448 (2007).
- J. Rzadkiewicz, O. Rosmej, A. Blazevic et al., High Energy Density Phys. 3, 233 (2007).
- D. H. Hoffmann., A. Blazevic, P. Ni et al., Laser Part. Beams 23, 47 (2005).
- 14. T. Azuma, T. Ito, Y. Takabaysahi et al., Phys. Scripta T 92, 61 (2001).
- 15. V. Astapenko, Nucl. Instr. Meth. B 266, 3744 (2008).
- 16. Г. Бете, Э. Солпитер, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, Изд-во иностр. лит., Москва (1960).