ЖЭТФ, 2009, том 135, вып. 1, стр. 154–163

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА БЫСТРО ДВИЖУЩИХСЯ НЕОДНОРОДНОСТЯХ ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЫ

*Н. Н. Розанов**

ФГУП «Научно-производственная корпорация «Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова»
199034, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 21 июля 2008 г.

Развита теория отражения и пропускания электромагнитного излучения на неоднородностях параметров неподвижной прозрачной среды, движущихся со световыми скоростями. Получены выражения для доплеровских сдвигов частот излучения, причем оказывается, что в условиях выраженной частотной дисперсии одному значению частоты падающего излучения при определенных условиях соответствуют две частоты отраженного излучения (дополнительные волны). Найдено неограниченное резонансное увеличение коэффициентов отражения и пропускания излучения неоднородностью при приближении скорости ее движения к фазовой скорости излучения в среде. Показана возможность многократного увеличения частоты электромагнитного излучения с коэффициентом преобразования порядка единицы за счет доплеровского сдвига на неоднородностях нелинейной среды, наводимых импульсами (солитонами) интенсивного встречного излучения.

PACS: 42.65.Tg, 03.50.De

1. ВВЕДЕНИЕ

В классической задаче Эйнштейна об отражении электромагнитного излучения от движущегося зеркала [1] при приближении скорости движения к скорости света в вакууме должен наблюдаться неограниченно большой доплеровский сдвиг частоты, что могло бы представлять интерес для преобразования частоты излучения. Реализация такого режима в лабораторных условиях непроста, однако доступна, например, если роль зеркала играют сгустки электронов с релятивистскими скоростями [2, 3]. В сплошной среде в специфических условиях «кильватерной волны» в плазме [4–8] также возможно релятивистское движение электронов и, соответственно, существенное преобразование частоты излучения, но его трудно представить, например, в диэлектрике.

Вместе с тем, доплеровский сдвиг частоты имеет место и в неподвижной среде, если ее параметры нестационарны (так называемый параметрический эффект Доплера). При таком подходе роль эйнштейновского «зеркала» играет область неоднородности параметров среды, например, ее показателя преломления, что позволяет достичь произвольно больших значений скорости движения. Ранее, насколько нам известно, такие режимы в электродинамике сплошных сред не рассматривались (см., однако, краткий анализ в предшествовавшей статье [9]), и построение их теории представляет собой основную задачу настоящей работы. При этом выявляется связь таких эффектов с эффектами типа Вавилова – Черенкова, которые могут проявляться, например, за счет релятивистского движения поляризованности (поляризации среды), наведенной в среде сгустками интенсивного лазерного излучения [10–14].

Работа построена следующим образом. Постановка задачи приводится в разд. 2, где для одномерной геометрии (плоские волны) выписаны уравнения Максвелла для сплошной неподвижной среды. Важным моментом является замена профиля неоднородности кусочно-постоянным профилем и привлечение известных условий непрерывности на движущихся границах скачков параметров среды. Здесь же представлены и проанализированы выражения для частот отраженных и прошедших через движу-

*E-mail: nrosanov@yahoo.com

щуюся неоднородность волн и даны общие соотношения, позволяющие определить коэффициенты отражения и пропускания.

В разд. 3 и 4 приведены явные выражения для этих коэффициентов для простых вариантов неоднородности — движущейся ступеньки или слоя. На основании этих выражений можно достаточно ясно представить их структуру и для более сложных и реалистических случаев.

В последнем разделе содержится общее обсуждение результатов и возможностей их реализации. Наиболее интересным представляется организация отражения и пропускания слабого излучения на неоднородностях среды с малоинерционной оптической нелинейностью. Неоднородности наводятся в среде импульсами интенсивного лазерного излучения, что автоматически обеспечивает световые скорости их движения. Обсуждаются также возможности приложений для преобразования параметров лазерных импульсов.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Будем рассматривать распространение плоских электромагнитных волн в неподвижном прозрачном диэлектрике вдоль оси z в прямом и обратном направлениях. Поляризация излучения считается линейной, так что от нуля отличны только x-компоненты электрической напряженности E и индукции D и y-компоненты напряженности магнитного поля H и магнитной индукции B. Эти величины подчиняются уравнениям Максвелла (t — время, c — скорость света в вакууме)

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}. \tag{1}$$

Излучение считается слабым (линейная оптика), ввиду чего справедливы обычные материальные соотношения

$$D = \hat{\varepsilon}E, \quad B = \hat{\mu}H. \tag{2}$$

Операторный характер диэлектрической $\hat{\varepsilon}$ и магнитной $\hat{\mu}$ проницаемостей связан с необходимостью учета частотной дисперсии, принципиально важной ввиду значительного различия частот встречных волн. На границах неоднородностей проницаемостей, движущихся вдоль оси z со скоростью V, должны быть непрерывными величины [15]

$$E - \frac{V}{c}B, \quad H - \frac{V}{c}D. \tag{3}$$

Профиль проницаемостей, локализованных в фиксированный момент времени t (градиенты проницаемостей отличны от нуля только в конечном пространственном интервале), можно приблизить кусочно-постоянными функциями продольной координаты z, причем точность приближения определяется числом скачков (слоев). Тогда проницаемости представляются в виде

$$\begin{gathered}\hat{\varepsilon}(z,t) = \hat{\varepsilon}_m, \quad \hat{\mu}(z,t) = \hat{\mu}_m \\ \text{при} \quad z_{m-1} < z < z_m, \quad m = 1, 2, \ldots, N,\end{gathered} \tag{4}$$

где

$$\begin{gathered}z_0 = -\infty, \quad z_1 = Vt, \quad z_m = z_{m-1} + L_m, \\ m = 2, 3, \ldots, N-1, \quad z_N = \infty.\end{gathered} \tag{5}$$

В пределах m-го слоя проницаемости постоянны. Поэтому можно искать простейшее решение (1), отвечающее суперпозиции в каждом слое не более двух волн (с противоположными направлениями распространения). Тогда в комплексной форме записи

$$\begin{aligned}E^{(m)} &= E_m^{(+)} \exp\left[i\left(k_m^{(+)}z - \omega_m^{(+)}t\right)\right] + \\ &\quad + E_m^{(-)} \exp\left[i\left(-k_m^{(-)}z - \omega_m^{(-)}t\right)\right], \\ D^{(m)} &= \varepsilon_m^{(+)}E_m^{(+)} \exp\left[i\left(k_m^{(+)}z - \omega_m^{(+)}t\right)\right] + \\ &\quad + \varepsilon_m^{(-)}E_m^{(-)} \exp\left[i\left(-k_m^{(-)}z - \omega_m^{(-)}t\right)\right], \\ H^{(m)} &= Y_m^{(+)}E_m^{(+)} \exp\left[i\left(k_m^{(+)}z - \omega_m^{(+)}t\right)\right] - \\ &\quad - Y_m^{(-)}E_m^{(-)} \exp\left[i\left(-k_m^{(-)}z - \omega_m^{(-)}t\right)\right], \\ B^{(m)} &= n_m^{(+)}E_m^{(+)} \exp\left[i\left(k_m^{(+)}z - \omega_m^{(+)}t\right)\right] - \\ &\quad - n_m^{(-)}E_m^{(-)} \exp\left[i\left(-k_m^{(-)}z - \omega_m^{(-)}t\right)\right].\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\omega_m^{(\pm)}$ имеют смысл частот монохроматических волн, распространяющихся внутри m-го слоя соответственно в прямом и обратном направлениях, $\varepsilon_m^{(\pm)} = \varepsilon(\omega_m^{(\pm)})$ и $\mu_m^{(\pm)} = \mu(\omega_m^{(\pm)})$ — проницаемости в слое для частоты $\omega_m^{(\pm)}$, $n_m^{(\pm)} = \sqrt{\varepsilon_m^{(\pm)}\mu_m^{(\pm)}}$ — показатели преломления, $k_m^{(\pm)} = (\omega_m^{(\pm)}/c)n_m^{(\pm)}$ — волновые числа. Также введено обозначение $Y_m^{(\pm)} = \sqrt{\varepsilon_m^{(\pm)}/\mu_m^{(\pm)}}$, связанное с импедансом. Мы считаем, что все величины $\varepsilon_m^{(\pm)}$, $\mu_m^{(\pm)}$, $n_m^{(\pm)}$ и $Y_m^{(\pm)}$ положительны, поскольку в данном случае вариант так называемых левосторонних сред не представляется физически интересным. В задаче об отражении и пропускании падающей на неоднородность монохроматической волны считаем для определенности, что падающая волна распространяется в полубесконечном слое 1 ($z < z_1$) в положительном направлении оси z с заданными амплитудой $E_1^{(+)}$ и частотой $\omega_1^{(+)}$, а в N-м слое ($z > z_{N-1}$) встречная волна отсутствует ($E_N^{(-)} = 0$).

Условия непрерывности (3) для полей вида (6) приводят к следующим соотношениям частот:

$$\omega_m^{(+)}\left(1-\frac{V}{c}n_m^{(+)}\right) = \omega_m^{(-)}\left(1+\frac{V}{c}n_m^{(-)}\right) = \\ = \omega_1^{(+)}\left(1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}\right), \quad m = 1, 2, \ldots, N. \quad (7)$$

Отметим, что (7) определяет частоты и для случая $N = \infty$, т. е. при непрерывном изменении проницаемостей (в действительности в выражения (7) входят только значения показателей преломления). В частности, из (7) следует

$$\omega_1^{(-)} = \omega_1^{(+)}\frac{1-\dfrac{V}{c}n_1^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c}n_1^{(-)}}. \quad (8)$$

Пусть скорость движения неоднородности V приближается к фазовой скорости в исходной среде 1 на сдвинутой за счет эффекта Доплера частоте встречной волны:

$$V = -\frac{c}{n_1^{(-)}}. \quad (9)$$

При этом граница двигается навстречу падающей волне, тогда из уравнения (8) получаем $\omega_1^{(-)} \to \infty$. Связь этого эффекта с эффектом Вавилова–Черенкова обсуждается ниже. Если среды 1 и N обладают одинаковыми показателями преломления ($n_1^{(+)} = n_N^{(+)}$), то из выражений (7) следует $\omega_N^{(+)} = \omega_1^{(+)}$, т. е. частота прошедшего излучения совпадает с частотой падающего излучения.

При небольших перепадах показателя преломления частоты прямых волн $\omega_m^{(+)}$ мало отличаются друг от друга (и от частоты падающего излучения). При этом близки между собой и частоты встречных волн $\omega_m^{(-)}$. Однако, в соответствии с (8), между частотами прямых и встречных волн возможно различие на несколько порядков величины (гигантский доплеровский сдвиг). Это обстоятельство позволяет упростить решение задачи за счет введения плавно меняющихся огибающих амплитуд прямой и встречной волн, но здесь мы не будем использовать это приближение. Роль частотной дисперсии обсуждается в конце данного раздела.

После определения частот условия непрерывности (3) позволяют найти и распределение амплитуд прямых и встречных волн. Удобнее, пользуясь линейностью задачи, задавать амплитуду прошедшей волны $E_N^{(+)}$ и далее последовательно выражать через нее величины $E_{N-1}^{(\pm)}, E_{N-2}^{(\pm)}, \ldots, E_2^{(\pm)}, E_1^{(\pm)}$. Наибольший интерес представляют значения амплитудных коэффициентов отражения r и пропускания τ:

$$r = \frac{E_1^{(-)}}{E_1^{(+)}}, \quad \tau = \frac{E_N^{(+)}}{E_1^{(+)}}. \quad (10)$$

Заметим, что даже в отсутствие поглощения в средах в рассматриваемом случае не справедлив «закон сохранения энергии» в виде $|r|^2 + |\tau|^2 = 1$. В частности, энергетические коэффициенты отражения и преломления при определенных условиях могут обращаться в бесконечность (см. ниже). Это связано с тем, что данная система незамкнута и организация движения неоднородности требует совершения работы.

Указанный подход к определению амплитуд волн в слоях эквивалентен использованию рекуррентных соотношений или матричного метода в теории многослойных оптических покрытий [15]. Не останавливаясь на этих, скорее технических, вопросах, укажем здесь примечательные частные случаи, отвечающие равенству скорости движения неоднородности и фазовой скорости излучения. В первом предельном случае при

$$V = \frac{c}{n_N^{(+)}} \quad (11)$$

(скорость движения неоднородности совпадает с фазовой скоростью в последней среде) имеется решение

$$E_1^{(\pm)} = E_2^{(\pm)} = \ldots = E_{N-1}^{(\pm)} = 0, \\ E_N^{(-)} = 0, \quad E_N^{+} = \mathrm{const}. \quad (12)$$

Другими словами, излучение имеется только в последнем слое и представляет волну с произвольной ввиду линейности задачи амплитудой, «убегающую» от границы неоднородности. Условие (11) отвечает порогу параметрического эффекта Вавилова–Черенкова, при котором движение неоднородности со скоростью, равной фазовой скорости излучения в среде, порождает излучение. На пороге угол черенковского конуса равен нулю, что оправдывает принятое здесь одномерное рассмотрение. При приближении к порогу из допороговой области коэффициент пропускания τ стремится к бесконечности, если $n_1^{(+)} \neq n_N^{(+)}$.

Второй предельный случай соответствует скорости движения неоднородности с фазовой скоростью падающей волны:

$$V = \frac{c}{n_1^{(+)}}. \tag{13}$$

Тогда имеется решение, в котором амплитуды всех волн, кроме падающей, равны нулю:

$$E_2^{(\pm)} = E_3^{(\pm)} = \ldots = E_N^{(\pm)} = 0, \quad E_1^{(-)} = 0. \tag{14}$$

При этом падающая волна полностью гасится на границе неоднородности и коэффициенты отражения и пропускания обращаются в нуль:

$$r = \tau = 0. \tag{15}$$

Этот вариант можно сопоставить с обратным эффектом Вавилова – Черенкова, при котором волна отдает энергию движущейся частице. Укажем также, что обсуждавшийся выше случай движения неоднородности со скоростью (9) совпадает, с точностью до обозначений, с вариантом (11). При этом одновременно обращаются в бесконечность частота отраженного излучения и коэффициент отражения.

В заключение раздела обсудим особенности доплеровских сдвигов частот волн при наличии частотной дисперсии, которая принципиально важна при значительном различии частот прямых и встречных волн. Если встречная волна обладает достаточно высокой частотой, то можно использовать плазменный закон дисперсии

$$\begin{gathered} \varepsilon_m^{(-)}\left(\omega_m^{(-)}\right) = 1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega_m^{(-)2}}, \quad \omega_{pm}^2 = 4\pi\frac{N_{em}e^2}{m_e}, \\ \omega_m^{(-)2} > \omega_{pm}^2, \quad \mu_m^{(-)} = 1, \end{gathered} \tag{16}$$

где N_{em} — концентрация электронов в m-ом слое, а e и m_e — их заряд и масса. Тогда из (7) следует уравнение для определения $\omega_m^{(-)}$:

$$\omega_m^{(-)}\left(1 + \frac{V}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega_m^{(-)2}}}\right) = \omega_1^{(+)}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right). \tag{17}$$

Правая часть (17) задается частотой падающего излучения $\omega_1^{(+)}$. Если $V > 0$, то левая часть (17) монотонно возрастает с ростом $\omega_m^{(-)}$, тогда имеется не более одного решения (17). Если же $V < 0$ (неоднородность движется навстречу излучению), то левая часть (17) может быть немонотонной функцией $\omega_m^{(-)}$, в этом случае возможны два решения для $\omega_m^{(-)}$. Для удобства записи решения введем нормированные величины

$$\begin{gathered} \Omega_m = \frac{\omega_m^{(-)}}{\omega_1^{(+)}\left|1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right|}, \\ \Omega_{pm} = \frac{\omega_{pm}}{\omega_1^{(+)}\left|1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right|}, \quad \Omega_m^2 > \Omega_{pm}^2. \end{gathered} \tag{18}$$

Теперь уравнение (17) записывается в виде

$$\Omega_m\left(1 + \frac{V}{c}\sqrt{1 - \frac{\Omega_{pm}^2}{\Omega_m^2}}\right) = \operatorname{sign}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right) \tag{19}$$

или

$$\frac{V}{c}\sqrt{\Omega_m^2 - \Omega_{pm}^2} = -\Omega_m + \operatorname{sign}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right), \tag{20}$$

откуда следует соотношение

$$\operatorname{sign} V = \operatorname{sign}\left(-\Omega_m + \operatorname{sign}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right)\right). \tag{21}$$

Уравнение (20) сводится к квадратному уравнению

$$\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\Omega_m^2 - 2\operatorname{sign}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right)\Omega_m + \left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right)\Omega_{pm}^2 = 0. \tag{22}$$

Среди его корней

$$\Omega_m = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \times \left[\operatorname{sign}\left(1 - \frac{V}{c}n_1^{(+)}\right) \pm \frac{V}{c}\sqrt{1 - \Omega_{pm}^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}\right] \tag{23}$$

истинные корни должны удовлетворять условию (21). Корни вещественны при условии

$$\Omega_{pm}^2 \le \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \tag{24}$$

которое будет считаться далее выполненным. Кроме того, принятое рассмотрение справедливо только ниже порога эффектов типа эффекта Вавилова – Черенкова, в связи с чем полагаем дополнительно

$$1 - \frac{V^2}{c^2} > 0, \quad 1 - \frac{|V|}{c}n_m^{(\pm)} > 0. \tag{25}$$

При этих ограничениях и при $V > 0$ находим единственное решение уравнения (22) в виде

$$\Omega_m = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}\left[1 - \frac{V}{c}\sqrt{1 - \Omega_{pm}^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}\right] \tag{26}$$

(безразмерная частота отраженного излучения лежит в интервале $\Omega_{pm} < \Omega_m < 1$).

В случае $V < 0$ число решений для частоты Ω_m зависит от величины Ω_{pm}. При $\Omega_{pm} < 1$ имеется единственное решение

$$\Omega_m = \frac{1}{1-\dfrac{V^2}{c^2}}\left[1+\frac{|V|}{c}\sqrt{1-\Omega_{pm}^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}\right]. \qquad (27)$$

При $\Omega_{pm} = 1$ к нему добавляется второе решение $\Omega_m = 1$ (это утверждение носит условный характер, так как новое решение может отвечать низким частотам, для которых закон дисперсии (16) требует уточнения). В интервале

$$1 < \Omega_{pm} < \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (28)$$

имеются два решения, описываемые выражением (23). Тем самым, одной частоте падающего излучения соответствуют две различные частоты отраженного излучения. В некотором смысле эта ситуация подобна случаю дополнительных волн в диэлектрике с пространственной дисперсией, выраженной в области экситонного резонанса [16–18]. Соответственно, здесь необходимо введение дополнительных граничных условий; естественно, что задача Коши с определенными начальными условиями, соответствующая возбуждению колебаний осцилляторов среды длинным импульсом излучения, имеет единственное решение. Наконец, при большом значении плазменной частоты

$$\Omega_{pm} > \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (29)$$

отсутствуют решения как при $V > 0$, так и при $V < 0$. Это означает, что при таких условиях и принятом законе дисперсии поле не представляется суперпозицией малого числа квазимонохроматических волн.

3. НЕОДНОРОДНОСТЬ В ВИДЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ СТУПЕНЬКИ ($N = 2$)

В такой задаче с единственной резкой границей неоднородности между средами 1 и 2 частоты определяются соотношением (8), а для амплитуд трех волн выполняются соотношения

$$\begin{aligned}
&\left(1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}\right)E_1^{(+)} + \left(1+\frac{V}{c}n_1^{(-)}\right)E_1^{(-)} = \\
&\qquad = \left(1-\frac{V}{c}n_2^{(+)}\right)E_2^{(+)}, \\
&Y_1^{(+)}\left(1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}\right)E_1^{(+)} - \\
&\qquad - Y_1^{(-)}\left(1+\frac{V}{c}n_1^{(-)}\right)E_1^{(-)} = \\
&\qquad = Y_2^{(+)}\left(1-\frac{V}{c}n_2^{(+)}\right)E_2^{(+)}.
\end{aligned} \qquad (30)$$

Отсюда находим амплитудные коэффициенты отражения $r = E_1^{(-)}/E_1^{(+)}$ и пропускания $\tau = E_2^{(+)}/E_1^{(+)}$:

$$\begin{aligned}
r &= \frac{1-\dfrac{V}{c}n_1^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c}n_1^{(-)}}\,\frac{Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}}{Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}}, \\
\tau &= \frac{1-\dfrac{V}{c}n_1^{(+)}}{1-\dfrac{V}{c}n_2^{(+)}}.
\end{aligned} \qquad (31)$$

При $V = 0$ соотношения (31) переходят в классические формулы Френеля. В этом случае имеют место все указанные в предыдущем разделе особенности, связанные с проявлениями эффектов черенковского типа. Существенно, что при приближении к порогу таких эффектов, но еще в допороговой области, возможно, например, повышение частоты излучения, распространяющегося навстречу неоднородности, на несколько порядков при значительном коэффициенте преобразования (в том числе, превышающем единицу).

4. ДВИЖУЩИЙСЯ СЛОЙ ($N = 3$)

В такой задаче имеются два полубесконечных слоя 1 и 3, между которыми расположен слой конечной толщины L. На границе между слоями 2 и 3 можно использовать, с заменой обозначений, результаты разд. 3. Таким образом, имеем

$$\begin{aligned}
E_2^{(+)} &= \frac{1-\dfrac{V}{c}n_3^{(+)}}{1-\dfrac{V}{c}n_2^{(+)}}\,\frac{Y_2^{(-)}+Y_3^{(+)}}{Y_2^{(+)}+Y_2^{(-)}}E_3^{(+)} \times \\
&\qquad \times \exp\left[i\left(k_3^{(+)}-k_2^{(+)}\right)L\right], \\
E_2^{(-)} &= \frac{1-\dfrac{V}{c}n_3^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c}n_2^{(-)}}\,\frac{Y_2^{(+)}-Y_3^{(+)}}{Y_2^{(+)}+Y_2^{(-)}}E_3^{(+)} \times \\
&\qquad \times \exp\left[i\left(k_3^{(+)}+k_2^{(+)}\right)L\right].
\end{aligned} \qquad (32)$$

Далее условия непрерывности на границе между слоями 1 и 2 дают

$$
\begin{aligned}
E_1^{(+)} &= \frac{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(1-\frac{V}{c}n_2^{(+)}\right)E_2^{(+)}+\left(Y_1^{(-)}-Y_2^{(-)}\right)\left(1+\frac{V}{c}n_2^{(-)}\right)E_2^{(-)}}{\left(Y_1^{(+)}+Y_1^{(-)}\right)\left(1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}\right)}, \\
E_1^{(-)} &= \frac{\left(Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}\right)\left(1-\frac{V}{c}n_2^{(+)}\right)E_2^{(+)}+\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)\left(1+\frac{V}{c}n_2^{(-)}\right)E_2^{(-)}}{\left(Y_1^{(+)}+Y_1^{(-)}\right)\left(1+\frac{V}{c}n_1^{(-)}\right)}.
\end{aligned}
\tag{33}
$$

Комбинация выражений (32) и (33) приводит к следующим выражениям для амплитудных коэффициентов отражения и пропускания всей системы:

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}}{1+\frac{V}{c}n_1^{(-)}}\times \\
&\times\frac{\left(Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}\right)\left(Y_2^{(-)}+Y_3^{(+)}\right)+\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}-Y_3^{(+)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]}{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(Y_2^{(-)}+Y_3^{(+)}\right)+\left(Y_1^{(-)}-Y_2^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}-Y_3^{(+)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]}, \\
\tau &= \frac{1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}}{1-\frac{V}{c}n_3^{(+)}}\times \\
&\times\frac{\left(Y_1^{(+)}+Y_1^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}-k_3^{(+)}\right)L\right]}{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(Y_2^{(-)}+Y_3^{(+)}\right)+\left(Y_1^{(-)}-Y_2^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}-Y_3^{(+)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]}.
\end{aligned}
\tag{34}
$$

Видно, что при изменении толщины центрального слоя L энергетические коэффициенты отражения и пропускания меняются периодически с периодом $2\pi/(k_2^{(+)}+k_2^{(-)})$. Заметим, что это отвечает интерференции волн с (сильно) различающимися частотами $\omega_2^{(+)}\neq\omega_2^{(-)}$. При одинаковых параметрах слоев 1 и 3

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{1-\frac{V}{c}n_1^{(+)}}{1+\frac{V}{c}n_1^{(-)}}\times \\
&\times\frac{\left(Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}\right)\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)\left\{1-\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]\right\}}{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)-\left(Y_1^{(-)}-Y_2^{(-)}\right)\left(Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]}, \\
\tau &= \frac{\left(Y_1^{(+)}+Y_1^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}-k_3^{(+)}\right)L\right]}{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)-\left(Y_1^{(-)}-Y_2^{(-)}\right)\left(Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}\right)\exp\left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right)L\right]}.
\end{aligned}
\tag{35}
$$

В этом случае для пропускания исчезают эффекты, связанные с резонансами между скоростью движения неоднородности и фазовыми скоростями излучения, а при изменении толщины центрального слоя L имеет место 100 %-ая модуляция коэффициента отражения (интерференционный эффект).

В приведенных выше формулах неоднородность имела произвольную величину. Если считать параметры всех слоев близкими друг к другу, то эти формулы упрощаются. Так, вместо выражений (35) окончательно получим

$$
\begin{gathered}
r \approx \frac{1-\dfrac{V}{c} n_1^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c} n_1^{(-)}} \frac{Y_1^{(+)}-Y_2^{(+)}}{Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}} \times \\
\times\left\{1-\exp \left[i\left(k_2^{(+)}+k_2^{(-)}\right) L\right]\right\}, \\
\tau \approx \frac{\left(Y_1^{(+)}+Y_1^{(-)}\right)\left(Y_2^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)}{\left(Y_1^{(-)}+Y_2^{(+)}\right)\left(Y_1^{(+)}+Y_2^{(-)}\right)} \times \\
\times \exp \left[i\left(k_2^{(+)}-k_3^{(+)}\right) L\right].
\end{gathered} \tag{36}
$$

Согласно выражениям (36), модуль коэффициента пропускания не зависит от L (для пропускания интерференция выражена слабо). Вторая дробь в выражении для коэффициента отражения r в (36) является обобщением классических формул для отражения от слоя и в данных условиях мала. Однако первая дробь становится сколь угодно большой при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости излучения в исходной среде на сдвинутой частоте (направления движения неоднородности и распространения падающей волны противоположны). Поэтому энергетический коэффициент преобразования падающего излучения в высокочастотное с многократным увеличением частоты может существенно превышать единицу.

Как указывалось в разд. 2, проведенное рассмотрение естественно обобщается на случай произвольного профиля движущейся неоднородности. Частотные соотношения для этого случая уже были приведены (см. (7)), но определение коэффициентов отражения и пропускания требует численных расчетов. При этом большое значение имеет резкость границ неоднородности, и при превышении ширины границы w характерной длины волны излучения λ коэффициент отражения убывает экспоненциально по отношению этих величин [19]. Тем не менее, при приближении к резонансным условиям общий коэффициент отражения может по-прежнему превышать единицу. В пределе плавной неоднородности ($N \to \infty$) для амплитуд $F^{(\pm)} = E^{(\pm)} \exp(\pm i k^{(\pm)} z)$ можно получить уравнения переноса [20]

$$
\begin{gathered}
\frac{dF^{(+)}}{dz} = a_{11} F^{(+)} + a_{12} F^{(-)}, \\
\frac{dF^{(-)}}{dz} = a_{21} F^{(+)} + a_{22} F^{(-)},
\end{gathered} \tag{37}
$$

где

$$
\begin{gathered}
a_{11} = -\frac{Y^{(+)\prime}}{Y^{(+)}+Y^{(-)}} + \frac{\dfrac{V}{c} n^{(+)\prime}}{1-\dfrac{V}{c} n^{(+)}} + i k^{(+)}, \\
a_{12} = \frac{Y^{(-)\prime}}{Y^{(+)}+Y^{(-)}} \frac{1+\dfrac{V}{c} n^{(-)}}{1-\dfrac{V}{c} n^{(+)}}, \\
a_{21} = \frac{Y^{(+)\prime}}{Y^{(+)}+Y^{(-)}} \frac{1-\dfrac{V}{c} n^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c} n^{(-)}}, \\
a_{22} = -\frac{Y^{(-)\prime}}{Y^{(+)}+Y^{(-)}} - \frac{\dfrac{V}{c} n^{(-)\prime}}{1+\dfrac{V}{c} n^{(-)}} - i k^{(-)}
\end{gathered} \tag{38}
$$

и штрих означает производную по z. Отсюда в случае слабого отражения следует вид амплитудного коэффициента отражения

$$
\begin{gathered}
r = \frac{F^{(-)}(-\infty)}{F^{(+)}(0)} \approx -\frac{1}{Y_0^{(+)}+Y_0^{(-)}} \times \\
\times \frac{1-\dfrac{V}{c} n_0^{(+)}}{1+\dfrac{V}{c} n_0^{(-)}} \int_{-\infty}^{\infty} Y^{(+)\prime}(z) \exp\left(i k_0^{(+)} z\right) dz.
\end{gathered} \tag{39}
$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенное рассмотрение следовало, главным образом, случаю отражения излучения от движущейся неоднородности характеристик среды. Можно представить себе одномодовый световод, в котором распространяется импульс слабого излучения. Вдоль световода по заданной программе включаются электрические и/или магнитные поля, изменяющие показатель преломления сердцевины световода. Это изменение можно организовать так, чтобы вдоль световода бежала волна неоднородности. При этом (управляемая) скорость такой волны может быть произвольно большой, в том числе превышающей скорость света в вакууме (противоречия с теорией относительности здесь нет, так как эта волна не может быть использована для сверхсветовой передачи информации, см. обсуждение проблемы сверхсветовых скоростей в обзорах [21, 22]). Движущаяся неоднородность способна параметрически усиливать и возбуждать электромагнитные волны. При равенстве (превышении) скорости движения неоднородности фазовой скорости излучения с некоторой частотой неоднородность способна сама испускать (а также полностью поглощать) излучение, что имеет аналогию с эффектом Вавилова–Черенкова. Испускание излучения в некоторый конус (модифицированный ввиду наличия световода) будет иметь место и при превышении скоростью движения неоднородности порогового значения, однако в этих условиях нарушается принятое здесь одномерное рассмотрение, ввиду чего в данной работе мы ограничиваемся только допороговой областью.

Хотя указанная схема реальна, более простой для экспериментов представляется ее модификация, в которой движущаяся неоднородность наводится в сердцевине световода мощным лазерным импульсом. При таком способе формирования неоднородности автоматически достигаются световые скорости ее распространения. Практически наиболее доступна керровская нелинейность сердцевины, для которой изменение показателя преломления среды δn под действием излучения пропрционально его интенсивности I:

$$\delta n = n_2 I.$$

В сильно нелинейных средах коэффициент керровской нелинейности достигает величины $n_2 = 2 \cdot 10^{-12}$ Вт/см^2 [23]. Поэтому для используемых в эксперименте фемтосекундных импульсов реальны значения $\delta n = 0.1$ и более (еще до порога разрушения среды). Дополнительное увеличение отражения возможно, если оно происходит не на одном импульсе, а на последовательности импульсов, например, на периодической цепочке солитонов, управлять положением которых можно путем наложения дополнительной модуляции [24]. Такая цепочка может служить аналогом движущейся со световой скоростью брэгговской решетки, в которой высокий коэффициент отражения достигается за счет большого числа периодов. Подобный подход эквивалентен конструированию «динамических метаматериалов» с управляемым движением неоднородностей.

Возможно и увеличение крутизны фронта неоднородности в режиме ударных волн [23], что также способствует увеличению коэффициента отражения слабого излучения. Само слабое излучение может заметно отличаться от сильного по центральной частоте и обладать ортогональной поляризацией, что устраняет эффекты интерференции слабого и сильного излучения. Преобразование частоты слабого излучения на два и более порядков при коэффициенте преобразования порядка единицы осуществляется за счет перекачки энергии из сильного излучения. В принятом приближении заданной накачки мы пренебрегали ее истощением, ограничивающим эффективность преобразования. Заметим также, что если частота преобразованного излучения попадает в рентгеновский диапазон, то, строго говоря, для описания преобразования недостаточно электродинамики сплошных сред. Однако и в этом случае возможно обобщение понятия диэлектрической проницаемости [25], фактически сохраняющее справедливость основных приведенных результатов. При применении световодов также следует оговорить, что для высоких частот световод уже не будет одномодовым и может требоваться учет поперечных эффектов. Однако для таких частот велика и дифракционная длина (пропорциональная частоте), ввиду чего поперечные эффекты могут быть выражены слабо. Кроме того, поперечные эффекты в режиме фокусировки могут способствовать увеличению концентрации излучения, см. [7, 8].

Выше мы анализировали сравнительно «чистую» модель «накачка–сигнал» с четко разделенными слабым и сильным излучением. Но описанные эффекты актуальны и в пределах единого мощного импульса лазерного излучения, особенно в условиях генерации спектрального суперконтинуума [26]. При этом роль сильного и слабого излучения играют составляющие одного и того же импульса. На этом пути возможны резкое уширение спектра и, соответственно, сжатие лазерных импульсов до рекордных величин.

Таким образом, в данной работе представлена теория преобразования электромагнитного излучения на неоднородностях среды, распространяющихся по среде с релятивистской скоростью. Для неоднородностей произвольной формы определены доплеровские сдвиги частоты, которые могут составлять несколько порядков величины. С учетом актуальной в таких условиях частотной дисперсии обнаружена возможность преобразования падающего на неоднородность монохроматического излучения в отраженное излучение с двумя различными частотами, что в определенной мере аналогично возникновению добавочных волн в средах с пространственной дисперсией. Найдены режимы испускания или полного гашения волн неоднородностью, скорость движения которой совпадает с фазовой скоростью излучения в среде, что близко по смыслу к прямому или обратному эффекту Вавилова – Черенкова. Показано, что вблизи порога этого эффекта коэффициенты отражения и пропускания излучения на неоднородности резонансно возрастают (формально до бесконечных значений), что интерпретируется как параметрическое усиление излучения. Представлены простые соотношения для коэффициентов отражения и пропускания излучения от неоднородности в виде движущейся ступеньки и слоя конечной ширины.

Наиболее простой для постановки соответствующих экспериментов представляется схема одномодового световода с малоинерционной керровской нелинейностью сердцевины. Неоднородность в нем возбуждается мощным лазерным импульсом, а наблюдается преобразование слабого излучения, распространяющегося навстречу или попутно сильному излучению. Расплыванием импульса накачки можно пренебречь на трассах короче дисперсионной длины; этот фактор несуществен также в режиме оптических солитонов, распространяющихся в нелинейном световоде без изменения формы [23]. Если слабое излучение представляет импульс, то при отражении от неоднородности возможно заметное сокращение его длительности, практически ограничиваемое размытостью фронтов импульса накачки. Оценки показывают осуществимость таких экспериментов при современном уровне волоконной и лазерной техники. Необходимость их постановки обосновывается, во-первых, тем, что с их помощью, по-видимому, впервые была бы исследована электродинамика неподвижных сплошных сред с релятивистскими неоднородностями (в отличие от, например, упоминавшихся во Введении плазменных «кильватерных волн» с электронами, движущимися с релятивистскими скоростями; другим отличием служит универсальность рассматриваемых эффектов, реализующихся не только в плазме, но и в газах и диэлектриках). Экспериментальной проверке подлежит целый ряд приведенных выше результатов, в том числе резонансы коэффициента отражения слабого излучения и неоднозначность доплеровского сдвига частоты в среде с частотной дисперсией. Во-вторых, представляется перспективным использование такого режима для преобразования частоты слабого излучения и, возможно, сжатия длительности его импульсов на порядки величины при обеспечении высокого коэффициента преобразования в резонансных условиях. В-третьих, обнаруженные эффекты могут иметь место и для внутриимпульсного случая, например, для одиночных фемтосекундных импульсов в режиме генерации спектрального суперконтинуума. Это важно для более полного понимания физики такого режима и управления им, что необходимо для многочисленных приложений [26].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-12164-офи) и Министерства образования и науки РФ (грант № РНП 2.1.1.1189).

После подготовки статьи автору стало известно о работе [27] (см. также [28–30] и приведенную там литературу). В [27] рассматривалась задача о доплеровском преобразовании частоты при отражении слабого излучения от интенсивного импульса самоиндуцированной прозрачности в газе трехуровневых атомов. Для частотного сдвига в [27] получена формула (19), которая переходит в нашу формулу (8), если считать совпадающими показатели преломления на частотах падающего и отраженного излучения. Такое допущение возможно только в пренебрежении дисперсией, что не оправдано при интересующем нас значительном различии этих частот. Из приведенного в работе [27] выражения для энергетического коэффициента отражения (32) следует, что он всегда меньше единицы. Это не согласуется с нашим основным выводом о неограниченном увеличении коэффициента отражения при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости на частоте отреженного излучения. Различия, видимо, связаны с недооценкой в работе [27] роли дисперсии и предпороговых проявлений эффекта Вавилова – Черенкова.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Эйнштейн, *Собрание научных трудов*, т. 1, Наука, Москва (1965), с. 7.
2. H. Motz, J. Appl. Phys. **22**, 527 (1951).
3. K. Landecker, Phys. Rev. **86**, 852 (1952).
4. T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267 (1979).
5. Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, ЖЭТФ **93**, 509 (1987).
6. С. В. Буланов, В. И. Кирсанов, А. С. Сахаров, Письма в ЖЭТФ **50**, 176 (1989).
7. S. V. Bulanov, T. Esirkepov, and T. Tajima, Phys. Rev. Lett. **91**, 085001 (2003).
8. G. A. Mourou, T. Tajima, and S. V. Bulanov, Rev. Mod. Phys. **78**, 309 (2006).
9. Н. Н. Розанов, Ал. С. Киселев, Ан. С. Киселев, Опт. и спектр. **105**, 278 (2008).
10. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ **42**, 1360 (1962).
11. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ **45**, 643 (1963).
12. D. H. Auston, Appl. Phys. Lett. **43**, 713 (1983).
13. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
14. G. A. Askar'yan, Phys. Rev. Lett. **57**, 2470 (1986).

15. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1970).

16. С. И. Пекар, ЖЭТФ **33**, 1022 (1957).

17. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **34**, 1593 (1958).

18. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1979).

19. А. Б. Мигдал, В. П. Крайнов, *Приближенные методы квантовой механики*, Наука, Москва (1966).

20. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. (в печати).

21. А. Н. Ораевский, УФН **168**, 1311 (1998).

22. Н. Н. Розанов, Г. Б. Сочилин, УФН **176**, 421 (2006).

23. Ю. С. Кившарь, Г. П. Агравал, *Оптические солитоны*, Физматлит, Москва (2005).

24. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **97**, 533 (2004).

25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).

26. А. М. Желтиков, *Сверхкороткие импульсы и методы нелинейной оптики*, Физматлит, Москва (2006).

27. В. И. Рупасов, КЭ **9**, 2127 (1982).

28. Л. А. Островский, Изв. ВУЗов, Радиофизика **2**, 833 (1959).

29. А. В. Гапонов, Г. И. Фрейдман, Изв. ВУЗов, Радиофизика **3**, 80 (1960).

30. Г. И. Фрейдман, ЖЭТФ **41**, 226 (1961).