

РЕЛАКСАЦИЯ АТОМА И РЕЗОНАТОРНОЙ МОДЫ В ПЕРЕПУТАННОМ ТЕРМОСТАТЕ

*В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко**

*Государственный университет аэрокосмического приборостроения
190000, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 20 августа 2008 г.

При рассмотрении двухмодового широкополосного источника на основе двух вырожденных параметрических генераторов света в качестве термостата получено кинетическое уравнение для атома и моды, выделенной высокодобротным резонатором, которые взаимодействуют с модами источника. Найденный релаксационный оператор в резонансном и дисперсионном пределах содержит новые слагаемые, описывающие корреляцию между атомом и резонаторной модой. С помощью введенных коллективных когерентных состояний установлено, что перепутанное состояние термостата приводит к сжатым состояниям атома и резонаторной моды. Показано проявление начальной корреляции атома и резонаторной моды для двух эффектов квантовой электродинамики резонатора: спонтанного излучения атома в режиме сильного взаимодействия и образования инверсии населенности в модели Джейнса – Каммингса.

PACS: 42.50.Dv

1. ВВЕДЕНИЕ

Релаксация, которая происходит при взаимодействии с окружением, играет важную роль в процессах эволюции физической системы. Если физическая система приготовлена в заданном состоянии, то деструктивный характер релаксации приводит к тому, что приготовленное состояние будет распадаться. Вместе с тем можно так организовать окружение или термостат, чтобы распад был замедлен [1] или вовсе запрещен, например, симметрией [2, 3]. Роль такого термостата могут играть широкополосные параметрические источники света, генерирующие излучение в неклассическом состоянии типа сжатого или перепутанного.

Квантово-электродинамический подход к процессам релаксации Вигнера и Вайскопфа [4] позволил корректно рассмотреть взаимодействие возбужденного атома с вакуумным многомодовым электромагнитным полем, играющим роль термостата, и определить константу атомной релаксации в свободном пространстве. Обычно при описании релаксации используют марковское приближение, когда не учитывается влияние рассматриваемой системы на термо-

стат, усреднение по которому позволяет получить для системы замкнутое уравнение, известное как кинетическое. Как показано Лимбладом [5], кинетическое уравнение можно записать уже на основе марковского приближения, при этом оно не зависит от характера взаимодействия и носит весьма общий вид. Кинетическое уравнение может быть получено разными методами, в частности, на основе матрицы плотности или техники стохастических дифференциальных уравнений Гейзенберга – Ланжевена [6].

Эволюция системы, которая описывается кинетическим уравнением, существенным образом зависит от состояния термостата и природы самой системы, которая может быть, например, бозонной или фермионной. Так, в термостате, образованном сжатым вакуумом электромагнитного поля, скорость спонтанного излучения атома будет уменьшаться [1] и будет зависеть от поляризации поля и типа резонансного перехода атома [7]. Однако для случая релаксации резонаторной моды в сжатом вакуумном термостате никаких особенностей не возникает. Поле такого термостата можно моделировать излучением вырожденного оптического параметрического генератора. Его излучение характеризуется корреляцией фотонов, которая может быть описана только в рамках квантовой электродинамики [8].

*E-mail: trubilko.andrey@gmail.com, tai@at3024.spb.edu

Для анализа эволюции систем, взаимодействующих с полями в неклассических, или сжатых, состояниях, обычно используется подход, предложенный Гардинером [9] и получивший название теории входа–выхода (input–output theory). Этот подход широко применяется для различных задач квантовой оптики. Например, в работах [10] обсуждались поглощение и резонансная флуоресценция двухуровневой системы, которая находится в сжатом вакуумном термостате и взаимодействует с классической волной. В статье [11] исследована оптическая бистабильность тонкой пленки из резонансных атомов в сжатом термостате. В работах [12] рассмотрена бистабильность при взаимодействии когерентного света с резонансной средой в резонаторе в присутствии сжатого термостата. Авторы статьи [13] изучали явление фотонного эха двухуровневой среды под действием разделенных во времени импульсов когерентного и сжатого полей. Динамика кооперативной системы атомов в сжатом термостате исследована в статье [14], а в работах [3, 15] обнаружена возможность создания в таком окружении стационарного перепутанного состояния двух атомов.

Целью нашей работы является рассмотрение термостата, состоящего из двух широкополосных мод электромагнитного поля, которые взаимодействуют с двумя физическими системами A и B . Поле термостата может находиться в перепутанном состоянии типа Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР) пары непрерывных переменных. Для описания термостата мы использовали модель источника, который возникает при смешении двух пучков света в сжатом состоянии. Узкополосный вариант такого источника был реализован экспериментально, при этом один из пучков получался на выходе оптического волокна с керровской нелинейностью [16]. В работе [17] приводится экспериментальная реализация широкополосного источника двухмодового перепутанного света на кристаллах с квадратичной нелинейностью. Мы уделили внимание следующим двум вопросам: 1) как переносятся квантовые корреляции термостата на системы A и B ; 2) каковы особенности взаимодействия систем A и B в перепутанном термостате. В квантовой теории информации задача о переносе перепутанного состояния (entanglement swapping) хорошо известна. Однако, в отличие от нашего случая, большая часть протоколов основана на процедуре квантового измерения [18]. Полный перенос может возникать, если в качестве A и B выбрать две моды высокодобротного резонатора с нелинейной средой [19]. В настоящей работе в качестве A и B мы выбрали двухуровневый атом и моду, выделен-

ную резонатором.

В отношении характера возникающих состояний такая система оказывается сложнее, поскольку пространство состояний у атома дискретное, а у моды — непрерывное. Дело в том, что для двух чисто дискретных или непрерывных систем есть критерии перепутанности [20, 21] и сжатия, но они не известны для рассматриваемого нами случая. Однако для атома и моды мы ввели когерентные состояния, с помощью которых установили возникновение сжатых состояний, если термостат был перепутанным.

Перепутанный термостат приводит к корреляции между атомом и резонаторной модой, что влияет на процесс взаимодействия между ними. Для описания мы использовали кинетическое уравнение для матрицы плотности, которое получено в марковском приближении с помощью техники стохастического интегрирования Ито. Выведенное уравнение содержит слагаемые с произведением операторов атома и резонаторной моды. Подобные слагаемые приведены в работе [22] для условий дисперсионного характера взаимодействия, где их появление следует не из физической модели, а из процедуры вывода кинетического уравнения, которую, однако, нельзя признать последовательной. В отличие от [22], следуя подходу, изложенному в книге [23], вначале мы получаем эффективный гамильтониан в дисперсионном пределе, а затем строим кинетическое уравнение.

Мы рассмотрели одну из стандартных задач квантовой электродинамики резонатора о спонтанном распаде атома. Она представляет интерес как с теоретической, так и экспериментальной точек зрения. Уже во многих экспериментах был реализован режим сильного взаимодействия атома с резонаторной модой, когда обычная теория возмущений не применима и возникают эффекты, обусловленные обменом энергией между системой и модой или осцилляциями Раби (см., например, обзор [24]). Такое сильное взаимодействие экспериментально наблюдалось в различных системах: ридберговские атомы в микрорезонаторах [25], щелочные атомы в оптических резонаторах [26], квантовые точки в полупроводниковых микрорезонаторах [27]. Мы обсуждаем явление вакуумного расщепления Раби [28, 29] в спонтанном излучении атома при сильном взаимодействии атома и резонаторной моды. Как правило, процесс излучения рассматривается без начальной корреляции атома и поля. В нашем случае перепутанный термостат создает начальную корреляцию, которая далее приводит к изменению спектра спонтанного излучения. Задача об атоме в резонаторе может быть сведена и к модели Джейн-

са–Каммингса [30], для которой мы рассмотрели динамику атома и резонаторной моды с их начальной корреляцией, приводящей к наблюдаемым эффектам уже в первом порядке теории возмущений.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 вводится модель широкополосного источника перепутанного света и определяется его двухмодовая корреляционная матрица. В разд. 3 из первых принципов дается вывод кинетического уравнения для матрицы плотности атома и резонаторной моды, которые связаны со своими модами широкополосного источника. Здесь мы рассматриваем резонансное взаимодействие атома и резонаторной моды. Вывод кинетического уравнения в дисперсионном пределе представлен в Приложении. В разд. 4 вычислены корреляционные функции атома и резонаторной моды в стационарном режиме, введены коллективные бозонные операторы, на основе которых обсуждаются когерентные и сжатые состояния в системе из атома и резонаторной моды. В разд. 5 рассмотрен пример проявления исходной корреляции атома и резонаторной моды в спектре спонтанного распада и в динамике инверсии атома в модели Джейнса–Каммингса.

2. ИСТОЧНИК ПЕРЕПУТАННОГО СОСТОЯНИЯ ДВУХМОДОВОГО СВЕТА

Корреляционная матрица стандартных источников перепутанного света, которые использовались для экспериментальных реализаций, как правило, содержит не все возможные корреляционные функции двух мод. Более общий случай возникает, если выбрать источник, который получается путем смешения двух сжатых полей на полупрозрачной делительной пластинке.

Будем рассматривать два независимых вырожденных параметрических генератора света, на выходе которых возникает поле в сжатом состоянии. Используем для их описания простую модель с гамильтонианом

$$H_m = i\hbar k_m (b_m^{\dagger 2} - \text{H.c.}),$$

где k_m — константа связи, пропорциональная квадратичной восприимчивости нелинейной среды и интенсивности волны накачки, частота которой Ω_{pm} , b_m^{\dagger} , b_m — операторы рождения и уничтожения фотонов мод на частоте ω_m , $m = 1, 2$. Тогда для операторов поля следуют выражения

$$b_m(t') = b_m(0) \text{ch } r_m + b_m^{\dagger}(0) \text{sh } r_m \exp(i\phi_m),$$

где $b_m(0)$ — операторы в начальный момент времени, ϕ_m — фаза классической волны накачки, $r_m = k_m t'$ — параметр сжатия.

Если свет от двух описанных параметрических генераторов смешать на полупрозрачной непоглощающей делительной пластинке, то будет возникать состояние, в частности, перепутанное [31], которое характеризуется полным набором двухмодовых корреляционных функций. Преобразование света на делительной пластинке можно описать с помощью унитарного оператора $U = \exp(-i\hbar^{-1} H_1 t)$, где гамильтониан имеет вид $H_1 = -i\hbar f (b_1^{\dagger} b_2 - \text{H.c.})$. Будем считать такое преобразование для обеих мод одинаковым. Рассматривая операторы мод $b_m(t)$ на выходе после делительной пластинки, определим их средние:

$$\langle b_{0m}^i(t) b_{0n}^j(t + \tau) \rangle = \mathcal{K}_{mn}^{i,j} \delta(\tau). \quad (1)$$

Здесь верхние индексы $i, j = \dagger, -$ отвечают операторам рождения или уничтожения, а нижние индексы нумеруют моды $m, n = 1, 2$. В выражении (1) присутствует временная δ -функция, она определяется шириной спектральной полосы синхронизма параметрического взаимодействия. Эту ширину далее возьмем много большей, чем все характерные ширины в задаче, чтобы излучение можно было считать широкополосным. Все значения $\mathcal{K}_{mn}^{i,j}$ можно выразить через операторы $b_m(0)$ на входе параметрических генераторов. Тогда для вакуумного состояния на входе найдем корреляционную матрицу, которая содержит весь возможный набор коэффициентов:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} &= \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} = \frac{1}{2} (\text{sh}^2 r_1 + \text{sh}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} &= \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} = \frac{1}{2} (\text{ch}^2 r_1 + \text{ch}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger} &= \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} = \frac{1}{2} (\text{ch } r_1 \text{sh } r_1 \exp(-i\phi_1) + \\ &\quad + \text{ch } r_2 \text{sh } r_2 \exp(-i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{11}^{-,-} &= \mathcal{K}_{22}^{-,-} = \frac{1}{2} (\text{ch } r_1 \text{sh } r_1 \exp(i\phi_1) + \\ &\quad + \text{ch } r_2 \text{sh } r_2 \exp(i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} &= \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} = \frac{1}{2} (\text{ch } r_1 \text{sh } r_1 \exp(-i\phi_1) - \\ &\quad - \text{ch } r_2 \text{sh } r_2 \exp(-i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{-,-} &= \mathcal{K}_{21}^{-,-} = \frac{1}{2} (\text{ch } r_1 \text{sh } r_1 \exp(i\phi_1) - \\ &\quad - \text{ch } r_2 \text{sh } r_2 \exp(i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{-,\dagger} &= \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} = \frac{1}{2} (\text{ch}^2 r_1 - \text{ch}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} &= \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} = \frac{1}{2} (\text{sh}^2 r_1 - \text{sh}^2 r_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Далее мы будем рассматривать источник, определенный согласно формуле (2). В отличие от стандартного невырожденного параметрического генератора, который можно описать гамильтонианом взаимодействия H_1 , в нашем случае возникает полный набор средних $K_{mn}^{i,j}$. Источник характеризуется четырьмя независимыми параметрами: фазами классических волн накачек ϕ_1, ϕ_2 и параметрами сжатия r_1, r_2 . Такой набор параметров обеспечивает гибкое изменение статистических свойств.

Если выбрать фазы классических волн накачек равными $\phi_1 = \pi, \phi_2 = 0$, то возникает перепутанное состояние. Оно перепутано в отношении операторов суммарной координаты $Q_+ = q_1 + q_2$ и разностного импульса $P_- = p_1 - p_2$, где каноническая координата моды q_m и ее импульс p_m определены соотношениями $b_m = q_m + ip_m, m = 1, 2$. Если $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$, то на выходе источника состояние будет перепутанным в отношении операторов разностной координаты $Q_- = q_1 - q_2$ и суммарного импульса $P_+ = p_1 + p_2$. Для перепутанного состояния при регистрации наблюдаемых Q_{\pm} и P_{\mp} в их спектре шума или дисперсии дробовый шум будет подавлен почти полностью, когда параметры сжатия r_1, r_2 велики.

3. РЕЛАКСАЦИЯ АТОМА И РЕЗОНАТОРНОЙ МОДЫ

Используя описанный источник, можно рассмотреть взаимодействие мод b_1 и b_2 с физическими системами. Пусть одна мода взаимодействует с системой A , а другая — с B . Будучи широкополосными, моды могут служить термостатом. Тогда у A и B будут свои термостаты, которые являются коррелированными, и задача сведется к случаю релаксации в коррелированных термостатах. Мы получим кинетическое уравнение, взяв в качестве A моду высокочастотного резонатора, а в качестве B — атом, помещенный в этот же резонатор.

Рассмотрим высокочастотный одномодовый резонатор с собственной частотой ω_c , в котором находится один двухуровневый атом с частотой перехода ω_0 . Будем считать, что выполнены условия резонансного взаимодействия атома и моды, $\omega_c \approx \omega_0$. Будем пренебрегать эффектами отдачи при поглощении и излучении атома, вырождением его уровней по проекциям углового момента и поляризационным состоянием световых полей. Пусть резонатор снаружи возбуждается модой b_1 двухмодового источника со свойствами (2), а на атом воздействует мода b_2 этого источника. Будем считать, что частотные ши-

рины мод b_1, b_2 , определяемые полосой синхронизма при параметрическом взаимодействии, велики, и будем полагать эти моды широкополосными. Рассматриваемая схема близка к двум задачам: возбуждения резонаторной моды полем в состоянии сжатого вакуума и спонтанного излучения атома в сжатом вакууме. Обычно в этих задачах термостат задается полем в сжатом состоянии, которое моделируется излучением вырожденного параметрического генератора, и используется подход Гардинера, получивший название теории входа-выхода [9]. При таком описании существенным моментом является вывод кинетического уравнения для матрицы плотности подсистемы, где корреляционные свойства сжатого поля определяют релаксационные константы. В этом подходе сжатое поле считается широкополосным, его называют сжатым белым шумом. Наш случай оказывается более общим, поскольку мы рассматриваем двухмодовый источник, заданный согласно (2), где есть дополнительная межмодовая корреляция. Такое состояние можно назвать перепутанным вакуумом. Далее будем полагать его заданным и не изменяющимся в процессе эволюции или термостатом.

Взаимодействие между модой источника и резонаторной модой, которая описывается операторами рождения a^\dagger и уничтожения a фотонов, определим в виде

$$V_{fb_1} = -i\hbar \int d\omega \eta(\omega)(b_{\omega_1} a^\dagger - \text{H.c.}), \quad (3)$$

где $b_{\omega_1}^\dagger, b_{\omega_1}$ — операторы рождения и уничтожения моды источника. Эффективное взаимодействие осуществляется в некоторой полосе частот, определяемой добротностью резонатора, что описывается зависимостью константы связи от частоты $\eta(\omega)$. Интегрирование здесь и далее, проводится по всей полосе источника. Двухуровневый атом будем описывать операторами Паули с коммутационными соотношениями

$$[S^+, S^-] = S_z, \quad [S_z, S^\pm] = \pm 2S^\pm,$$

где $S^+ = |e\rangle\langle g|, S^- = |g\rangle\langle e|$ — операторы перехода между нижним $|g\rangle$ и верхним $|e\rangle$ состояниями, $S_z = (|g\rangle\langle g| - |e\rangle\langle e|)$ — оператор инверсии. Взаимодействие атома с модой b_2 возьмем в виде

$$V_{ab_2} = -i\hbar \int d\omega \gamma(\omega)(S^+ b_{\omega_2} - \text{H.c.}), \quad (4)$$

где $\gamma(\omega)$ — константа связи. Полный гамильтониан всей системы, состоящей из источника, резонаторной моды и атома, имеет вид

$$H = H_b + H_{sys} + V_{fb_1} + V_{ab_2}. \quad (5)$$

Здесь

$$H_b = \hbar \sum_{m=1,2} \int d\omega b_{\omega_m}^\dagger b_{\omega_m}$$

— свободный гамильтониан поля источника, $H_{sys} = H_f + H_a + V_{af}$, где $H_f = \hbar\omega_c a^\dagger a$ и $H_a = (1/2)\hbar\omega_0 S_z$ — свободные гамильтонианы резонаторной моды и атома, V_{af} — гамильтониан взаимодействия атома и резонаторной моды, который имеет вид

$$V_{af} = -i\hbar g(S^+ a - \text{H.c.}), \quad (6)$$

g — константа связи, слагаемые V_{fb_1} и V_{ab_2} определены выражениями (3) и (4). Поскольку поле источников считается заданным, развитие мод b_1 и b_2 в гейзенберговской картине определяется только свободной эволюцией:

$$b_{\omega_m} = b_{\omega_m}(t_0) \exp(-i\omega(t - t_0)).$$

Используя марковское приближение, будем считать константы взаимодействия не зависящими от частоты ω [9], полагая, что

$$\eta(\omega) = \sqrt{C/2\pi}, \quad \gamma(\omega) = \sqrt{\gamma/2\pi}.$$

Тогда новые операторы

$$b_{0m}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \exp(-i\omega(t - t_0)) b_{\omega_m}(t_0),$$

при усреднении по начальному состоянию заданного поля источника определяются элементами корреляционной матрицы (2).

Выведем уравнение для матрицы плотности подсистемы, состоящей из атома и резонаторной моды, используя технику Ито. Будем считать, что в начальный момент времени подсистема и моды источника независимы. Тогда для любой наблюдаемой A , описывающей эволюцию подсистемы, следует квантовое ланжевеновское уравнение

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[A, H_{sys}] + \sqrt{C}([A, a^\dagger]b_{01}(t) - [A, a]b_{01}^\dagger(t)) + \sqrt{\gamma}([A, S^+]b_{02}(t) - [A, S^-]b_{02}^\dagger(t)), \quad (7)$$

которому отвечает квантовое стохастическое уравнение Ито вида

$$dA = -i\hbar^{-1}[A, H_{sys}]dt + \sqrt{C}([A, a^\dagger]dB_1^-(t) - [A, a]dB_1^\dagger(t)) + \sqrt{\gamma}([A, S^+]dB_2^-(t) - [A, S^-]dB_2^\dagger(t)) + \mathcal{I}dt. \quad (8)$$

Инкременты $dB_m^-(t)$ уравнения (8) описывают квантовые винеровские процессы

$$B_m^-(t, t_0) = \int_{t_0}^t dt' b_{0m}(t'),$$

а их коммутационные соотношения

$$[B_m^-(t, t_0); B_n^\dagger(t, t_0)] = t - t_0, \quad n, m = 1, 2$$

отвечают условиям связанных коррелированных источников. Правила дифференцирования Ито для любых двух операторов

$$d(A_1 A_2) = d(A_1)A_2 + A_1 d(A_2) + d(A_1)d(A_2)$$

и соотношения

$$dB_m^i dB_n^j = \mathcal{K}_{mn}^{i,j} dt,$$

$$dB_m^i(t)dt = dt dB_m^i = dt dt = 0$$

позволяют определить выражение для \mathcal{I} в симметричном виде.

Чтобы найти уравнение для матрицы плотности ρ , описывающей атом и резонаторную моду, усредним уравнение (7), считая все коэффициенты перед инкрементами неупреждающими функциями. Тогда имеем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d\langle A \rangle}{dt} = & -\frac{i}{\hbar} \langle [A, H_{sys}] \rangle + \\ & + \frac{C}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} (a[A, a^\dagger] + [a, A]a^\dagger) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} (a^\dagger[A, a] + [a^\dagger, A]a) \rangle - \langle \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger} (a[A, a] + [a, A]a) \rangle - \\ & - \langle \mathcal{K}_{11}^{-,-} (a^\dagger[A, a^\dagger] + [a^\dagger, A]a^\dagger) \rangle \} + \\ & + \frac{\gamma}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} (S^-[A, S^+] + [S^-, A]S^+) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} (S^+[A, S^-] + [S^+, A]S^-) \rangle - \\ & - \langle \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} (S^-[A, S^-] + [S^-, A]S^-) \rangle - \\ & - \langle \mathcal{K}_{22}^{-,-} (S^+[A, S^+] + [S^+, A]S^+) \rangle \} - \\ & - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} (a[A, S^-] + [a, A]S^-) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} (S^-[A, a] + [S^-, A]a) \rangle \} - \\ & - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{12}^{-,-} (a^\dagger[A, S^+] + [a^\dagger, A]S^+) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{21}^{-,-} (S^+[A, a^\dagger] + [S^+, A]a^\dagger) \rangle \} + \\ & + \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} (a[A, S^+] + [a, A]S^+) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} (S^+[A, a] + [S^+, A]a) \rangle \} + \\ & + \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \langle \mathcal{K}_{12}^{-,\dagger} (a^\dagger[A, S^-] + [a^\dagger, A]S^-) \rangle + \\ & + \langle \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} (S^-[A, a^\dagger] + [S^-, A]a^\dagger) \rangle \}. \end{aligned}$$

Воспользуемся равенством

$$\frac{d\langle A(t) \rangle}{dt} = \text{Sp} \left(\frac{dA(t)}{dt} \rho(t_0) \right) = \text{Sp} \left(A(t_0) \frac{d\rho}{dt} \right),$$

где усреднение проводится по состоянию источника. Тогда для ρ имеем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{i}{\hbar} [H_{sys}, \rho] - R\rho, \quad (9)$$

в котором релаксационный оператор имеет вид

$$\begin{aligned} R\rho = & \frac{C}{2} \{ \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} (aa^\dagger \rho - 2a^\dagger \rho a + \rho a a^\dagger) + \\ & + \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} (a^\dagger a \rho - 2a \rho a^\dagger + \rho a^\dagger a) - \\ & - \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger} (aa\rho - 2a\rho a + \rho a a) - \\ & - \mathcal{K}_{11}^{-,-} (a^\dagger a^\dagger \rho - 2a^\dagger \rho a^\dagger + \rho a^\dagger a^\dagger) \} + \\ & + \frac{\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} (S^- S^+ \rho - 2S^+ \rho S^- + \rho S^- S^+) + \\ & + \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} (S^+ S^- \rho - 2S^- \rho S^+ + \rho S^+ S^-) - \\ & - \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} (S^- S^- \rho - 2S^- \rho S^- + \rho S^- S^-) - \\ & - \mathcal{K}_{22}^{-,-} (S^+ S^+ \rho - 2S^+ \rho S^+ + \rho S^+ S^+) \} - \\ & - \frac{\sqrt{C\gamma}}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} (aS^- \rho - 2S^- \rho a + \rho a S^-) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} (S^- a \rho - 2a \rho S^- + \rho S^- a) \} - \\ & - \frac{\sqrt{C\gamma}}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{-,-} (a^\dagger S^+ \rho - 2S^+ \rho a^\dagger + \rho a^\dagger S^+) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{-,-} (S^+ a^\dagger \rho - 2a^\dagger \rho S^+ + \rho S^+ a^\dagger) \} + \\ & + \frac{\sqrt{C\gamma}}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} (aS^+ \rho - 2S^+ \rho a + \rho a S^+) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} (S^+ a \rho - 2a \rho S^+ + \rho S^+ a) \} + \\ & + \frac{\sqrt{C\gamma}}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{-,\dagger} (a^\dagger S^- \rho - 2S^- \rho a^\dagger + \rho a^\dagger S^-) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} (S^- a^\dagger \rho - 2a^\dagger \rho S^- + \rho S^- a^\dagger) \}. \quad (10) \end{aligned}$$

Найденное уравнение описывает резонансное взаимодействие атома с резонаторной модой в коррелированном термостате, влияние которого представлено релаксационным оператором (10). Вид найденного релаксационного оператора носит довольно общий характер, поскольку он определен всеми возможными комбинациями корреляционных функций второго порядка источника.

Отметим свойства, следующие из полученного релаксационного оператора. Если $C = 0$, то имеем известное уравнение для релаксации атома в поле широкополосного сжатого термостата. Если $\gamma = 0$, имеем обычное уравнение, описывающее релаксацию одной моды в поле сжатого параметрического источника. В выражении для R присутствуют новые

слагаемые, которые пропорциональны корню из произведения $C\gamma$. Они обусловлены межмодовыми корреляциями $\mathcal{K}_{mn}^{i,j}$, $m \neq n$, источника. В данном случае важно, что они не являются исчезающе малыми и имеют тот же порядок величины, как известные слагаемые, которые определяются автокорреляционными средними $\mathcal{K}_{mm}^{i,j}$.

Заметим, что найденные свойства справедливы для резонансного взаимодействия. Случай нерезонансного взаимодействия, который рассмотрен в Приложении, не приводит к существенным особенностям.

4. КОРРЕЛЯЦИИ АТОМА И РЕЗОНАТОРНОЙ МОДЫ

Следствием полученных уравнений является возможность получения стационарной корреляции между атомом и резонаторной модой даже в отсутствие их взаимодействия.

4.1. Стационарный режим

Пусть атом и мода разнесены в пространстве и не взаимодействуют между собой, $V_{af} = 0$. В этих условиях между ними возникает корреляция, которая следует из особенностей термостата. Запишем уравнения для средних, которые следуют из (9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle S_z \rangle &= -\gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) \langle S_z \rangle - \\ & - \gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} - \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}), \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle S^- \rangle &= -\frac{\gamma}{2} (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) \langle S^- \rangle - \\ & - \gamma \mathcal{K}_{22}^{-,-} \langle S^+ \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle S^+ \rangle &= -\frac{\gamma}{2} (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) \langle S^+ \rangle - \gamma \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} \langle S^- \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle a^\dagger \rangle &= -\frac{C}{2} \langle a^\dagger \rangle, \quad \frac{\partial}{\partial t} \langle a \rangle = -\frac{C}{2} \langle a \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим следующие особенности. Скорость затухания полевых средних не зависит от состояния термостата, она оказывается такой же, как и в случае вакуумного окружения, что связано с бозонной природой поля. Напротив, скорость затухания для средних от атомных операторов $\langle S^\pm \rangle$ (они имеют фермионную статистику) зависит от того, сжатый термостат или нет [9]. Как следует из формулы (11), в стационарном состоянии все средние равны нулю, за исключением атомной инверсии:

$$\langle S_z \rangle_s = -\frac{1}{\text{sh}^2 r_1 + \text{sh}^2 r_2 + 1}. \quad (12)$$

Если в термостате обе моды имеют одинаковое число фотонов $n = \text{sh}^2 r_1 = \text{sh}^2 r_2$, то (12) сводится к известному выражению для стационарной инверсии населенности двухуровневого атома в сжатом поле [9]: $\langle S_z \rangle_s = -(2n+1)^{-1}$. Для случая сильного поля термостата, когда числа фотонов в модах термостата или источника велики, заселенность обоих уровней оказывается одинаковой: $\langle S_z \rangle_s \rightarrow 0$. Напротив, в слабом поле, когда параметры сжатия $r_1, r_2 \ll 1$, атом оказывается на нижнем уровне: $\langle S_z \rangle_s \approx -1$.

Корреляции между атомом и резонаторной модой будут проявляться, если рассмотрим билинейные комбинации, составленные из средних от произведения операторов атома и поля $\langle XY \rangle$, где $X = S^+, S^-, S_z$; $Y = a, a^\dagger$. С помощью (9) для этих средних можно записать уравнения, стационарные решения которых имеют вид

$$\begin{aligned} \langle S^+ a^\dagger \rangle_s &= D^{-1} \sqrt{C\gamma} \langle S_z \rangle_s \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [\gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C] \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} + \gamma \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} \right\}, \\ \langle S^- a^\dagger \rangle_s &= D^{-1} \sqrt{C\gamma} \langle S_z \rangle_s \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [\gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C] \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} + \gamma \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} \mathcal{K}_{22}^{-,-} \right\}, \\ \langle S^+ a \rangle_s &= D^{-1} \sqrt{C\gamma} \langle S_z \rangle_s \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [\gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C] \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} + \gamma \mathcal{K}_{12}^{-,-} \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} \right\}, \\ \langle S^- a \rangle_s &= D^{-1} \sqrt{C\gamma} \langle S_z \rangle_s \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [\gamma (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C] \mathcal{K}_{12}^{-,-} + \gamma \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} \mathcal{K}_{22}^{-,-} \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$D = \frac{1}{4} (C + \Gamma_+) (C + \Gamma_-),$$

$$\Gamma_{\pm} = \gamma \left\{ \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} \mp 2\sqrt{\mathcal{K}_{22}^{-,-} \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger}} \right\},$$

а стационарное значение инверсии $\langle S_z \rangle_s$ определено формулой (12).

Наиболее интересный случай возникает при равенстве релаксационных констант поля и атома, $C = \gamma$. В этом случае решения (13) определяются только параметрами источника. Будем полагать термостат перепутанным. Это означает, что источник генерирует свет в состоянии, которое, например, является перепутанным в отношении операторов разностной координаты Q_- и суммарного импульса P_+ . При этом в выражениях (2) нужно положить $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$. Для этого случая зависимости средних (13) от параметров сжатия обоих ис-

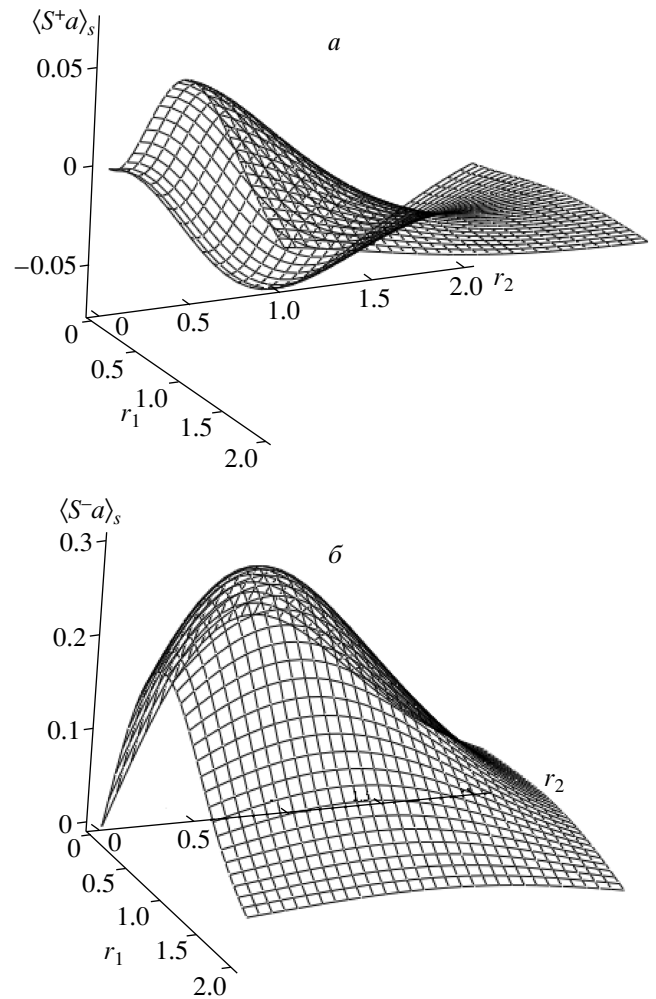


Рис. 1. Зависимости атомно-полевых стационарных корреляционных функций от параметров сжатия источников

точников представлены на рис. 1. Отметим следующие обстоятельства. Для возникновения стационарных атомно-полевых корреляций необходимо наличие хотя бы одной сжатой моды. Тогда, как следует из графиков, сразу возникают отличные от нуля средние. Пусть $r_2 = 0$, тогда экстремальное значение $\langle S^+ a \rangle_s^{extr} = 0.072$ достигается при $r_1 = 0.9$. В этих же условиях максимальное значение величины $\langle S^- a \rangle_s = 0.2$ возникает при $r_1 = 0.7$. Наибольшее значение $\langle S^- a \rangle_s = 0.3$ получается, если параметры сжатия одинаковы: $r_1 = r_2 = 0.5$. При этом, однако, значение среднего $\langle S^+ a \rangle_s = 0$. Отметим, что к настоящему времени экспериментально реализованы источники с параметром сжатия $r \approx 0.8$.

4.2. Когерентные и сжатые состояния атома и моды

Рассмотрим вопрос о характере возникающих корреляций: являются ли они квантовыми или классическими. Основная сложность заключается в том, что наша система атом и поле состоит из двух компонент, одна из которых дискретная, а другая непрерывная. Для атома и резонаторной моды введем коллективные операторы

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^\dagger &= a^\dagger(S^+ + iS^-), \\ \mathcal{A} &= a(S^- - iS^+). \end{aligned} \quad (14)$$

Они имеют бозонные коммутационные соотношения: $[\mathcal{A}, \mathcal{A}^\dagger] = 1$, а норма оператора числа возбуждений определяется средним от оператора числа фотонов $\langle \mathcal{A}^\dagger \mathcal{A} \rangle = \langle a^\dagger a \rangle \geq 0$ и, следовательно, положительна. Эти свойства позволяют рассматривать операторы (14), как бозонные операторы рождения и уничтожения и ввести операторы канонической координаты $\hat{Q} = (1/2)(\mathcal{A}^\dagger + \mathcal{A})$ и импульса $\hat{P} = (1/2i)(\mathcal{A}^\dagger - \mathcal{A})$ с обычными коммутационными соотношениями и соотношением неопределенностей $\langle \Delta \hat{Q}^2 \rangle \langle \Delta \hat{P}^2 \rangle \geq 1/16$.

Используя введенные операторы (14), можно построить когерентные состояния, которые будут описывать систему из атома и моды. Для этого можно использовать нормально упорядоченный оператор сдвига

$$D_N(\alpha) = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2} + \alpha \mathcal{A}^\dagger + \alpha^* \mathcal{A}\right),$$

который действует на вакуум $|\text{vac}\rangle$: $\mathcal{A}|\text{vac}\rangle = 0$. Для нашего случая атома и моды вакуумное состояние можно выбрать разным способом. Пусть $|\text{vac}\rangle = |0\rangle_f |\varphi\rangle_{at}$, где $|0\rangle_f$ — вакуум электромагнитного поля, а $|\varphi\rangle_{at}$ — произвольное состояние атома. Тогда когерентное состояние будет иметь вид

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= D_N(\alpha)|0\rangle_f |\varphi\rangle_{at} = \frac{1}{\sqrt{i}} \times \\ &\times \left\{ \frac{|\sqrt{i}\alpha\rangle - |-\sqrt{i}\alpha\rangle}{2} (S^+ + iS^-) |\varphi\rangle_{at} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{|\sqrt{i}\alpha\rangle + |-\sqrt{i}\alpha\rangle}{2} |\varphi\rangle_{at} \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Легко проверить, что найденное когерентное состояние является собственным вектором оператора уничтожения \mathcal{A} с собственным числом α и удовлетворяет всем необходимым свойствам. Поскольку волновая функция (15) не факторизуется на атомную

и полевою, состояние является перепутанным. Приведенный выбор операторов (14) не является единственным. Так, можно ввести другие коллективные бозонные операторы, например, $\mathcal{B}^\dagger = a^\dagger(S^- + iS^+)$ и $\mathcal{B} = a(S^+ - iS^-)$, которые не коммутируют с $\mathcal{A}^\dagger, \mathcal{A}$. Однако здесь мы не будем обсуждать ни вопрос единственности, ни способ измерения таких операторов, а остановимся на свойствах формального характера.

Введенные когерентные состояния (15) позволяют рассмотреть такое квантовое свойство составной системы, как, например, сжатие. Следует отметить, что речь идет не о сжатом состоянии резонаторной моды или атома, в данном случае мы обсуждаем коллективное свойство. Чтобы состояние было сжатым, нужно, чтобы дисперсия канонической координаты или импульса была бы меньше, чем для когерентного состояния, для которого $\langle \Delta \hat{Q}^2 \rangle = \langle \Delta \hat{P}^2 \rangle = (1/4)$. Дисперсию импульса и координаты вычислим, используя стационарное состояние (13) и учитывая соотношения

$$\langle \hat{Q}^2 \rangle = \frac{1}{4}(\langle aa^\dagger \rangle + \langle a^\dagger a \rangle - i(\langle a^2 \rangle - \langle a^{\dagger 2} \rangle)),$$

$$\langle \hat{P}^2 \rangle = \frac{1}{4}(\langle aa^\dagger \rangle + \langle a^\dagger a \rangle + i(\langle a^2 \rangle - \langle a^{\dagger 2} \rangle)),$$

$$\langle \hat{Q} \rangle = \frac{1}{2}(\langle a^\dagger S^+ \rangle + \langle a S^- \rangle + i(\langle a^\dagger S^- \rangle - \langle a S^+ \rangle)),$$

$$\langle \hat{P} \rangle = \frac{1}{2i}(\langle a S^- \rangle - \langle a^\dagger S^- \rangle - i(\langle a S^+ \rangle - \langle a^\dagger S^+ \rangle)),$$

где для рассматриваемого случая

$$\langle a^\dagger a \rangle_s = \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-}, \quad \langle aa^\dagger \rangle_s = \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger},$$

$$\langle a^{\dagger 2} \rangle_s = \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger}, \quad \langle a^2 \rangle_s = \mathcal{K}_{11}^{-,-}.$$

На рис. 2 приведены стационарные характеристики в зависимости от параметров сжатия для случая, когда $C = \gamma$. Состояние термостата считается перепутанным: в формуле (2) положено $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$. Для некоторой области значений параметров r_1, r_2 наблюдается сжатое состояние координаты (рис. 2а). Обратим внимание на то, что для получения такого состояния необходимо обязательное наличие двух сжатых мод. Если хотя бы одна из мод источника находится, например, в вакуумном состоянии, то дисперсия координаты $\langle \Delta \hat{Q}^2 \rangle \geq 0.25$. Это означает классическую корреляцию состояния анализируемой составной системы. Оптимальное сжатие, при котором $\langle \Delta \hat{Q}^2 \rangle = 0.235$, достигается при $r_1 = r_2 = 0.25$. Дисперсия импульса при любых значениях параметров сжатия больше, чем в случае когерентного состояния, $\langle \Delta \hat{P}^2 \rangle \geq 0.25$,

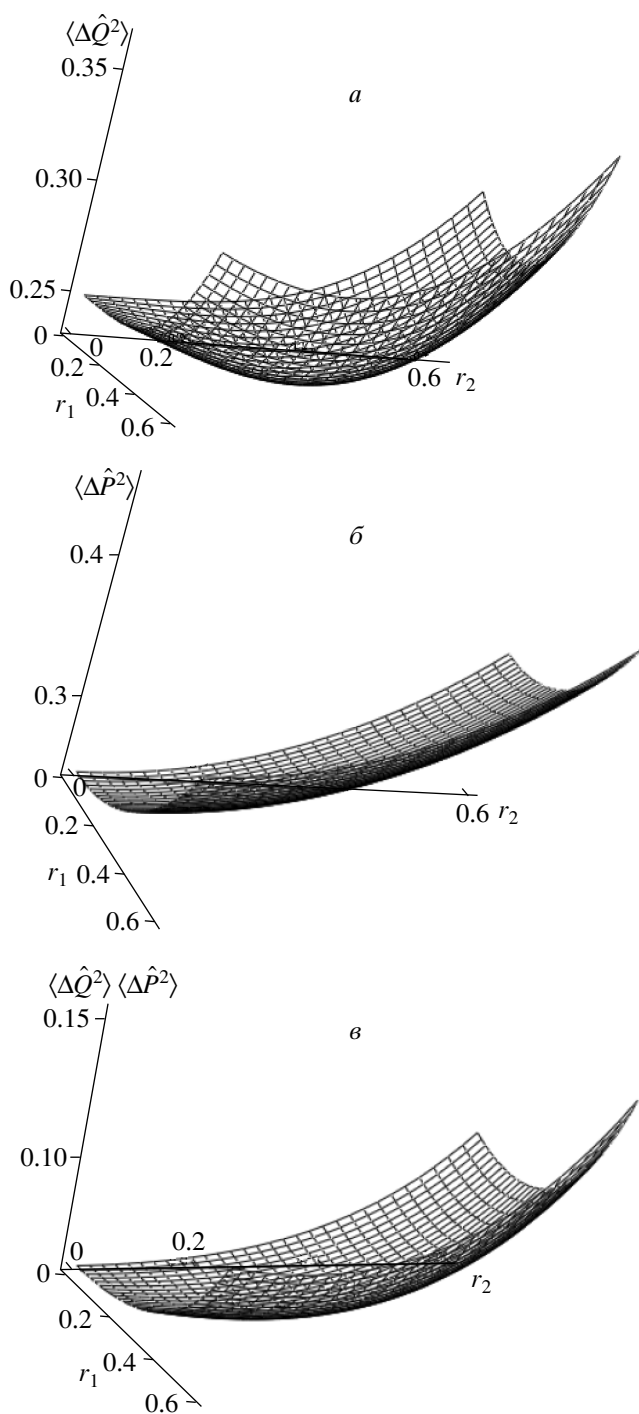


Рис. 2. Дисперсия координаты (а) и импульса (б) коллективной атомно-полевой подсистемы в зависимости от параметров сжатия источников. Проверка выполнения соотношения неопределенностей (в)

что видно из рис. 2б. Рисунок 2в иллюстрирует выполнение соотношения неопределенностей для наблюдаемых P и Q . Чтобы получить сжатое состояние по импульсу, нужно взять источник с состоянием, перепутанным по другой паре переменных Q_+ и P_- , полагая в формуле (2) $\phi_1 = \pi$, $\phi_2 = 0$.

5. ПРОЯВЛЕНИЕ АТОМНО-ПОЛЕВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Если у атома и моды электромагнитного поля была исходная корреляция, то их последующее взаимодействие будет иметь свои особенности. Исходную корреляцию можно создать, поместив атом и моду, например, в рассмотренный перепутанный термостат. При этом атом и мода могут быть пространственно разделены. Мы рассмотрим две задачи с начальной корреляцией атома и резонаторной моды: спонтанный распад атома в резонаторе и образование инверсии населенности атома в модели Джейнса – Каммингса.

5.1. Спонтанное излучение атома

Пусть атом, который инжектируется в высокочастотный резонатор, вначале взаимодействует с одной из мод перепутанного термостата, а резонаторная мода — с другой. Будем считать параметры сжатия r_1, r_2 малыми. В результате приготавливается состояние, которое описывается средними (12), (13), где атом находится на нижнем уровне, а в резонаторе среднее число фотонов близко к нулю. Пусть после взаимодействия с термостатом атом переводится в верхнее состояние коротким π -импульсом длительностью порядка наносекунд. За время действия импульса атомная и полевая релаксация, имеющие длительность порядка микросекунд, не проявляются.

Это означает, что будет возникать состояние, которое определяется средними

$$\begin{aligned} \langle S_z(t_0) \rangle &\approx 1, & \langle a^\dagger a(t_0) \rangle &\approx 0, \\ \langle S^- a^\dagger(t_0) \rangle &= -\exp(2i\varphi) \langle S^+ a^\dagger \rangle_s, \\ \langle S^- a(t_0) \rangle &= -\exp(2i\varphi) \langle S^+ a \rangle_s, \end{aligned} \tag{16}$$

где φ — фаза классического импульса, которую положим равной нулю.

Будем интересоваться спонтанным излучением атома, который пролетает резонатор. Будем считать, что время пролета атома через резонатор много больше характерных времен релаксации. Тогда для матрицы плотности атома и резонаторной моды следует уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho = -\frac{i}{\hbar}[V_{af}, \rho] + \mathcal{L}\rho, \quad (17)$$

где процессы релаксации атома и моды происходят независимо и описывается стандартным способом

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\rho = & \frac{C}{2}\{a^\dagger a \rho - 2a \rho a^\dagger + \rho a^\dagger a\} + \\ & + \frac{\gamma}{2}\{S^+ S^- \rho - 2S^- \rho S^+ + \rho S^+ S^-\}. \end{aligned}$$

Уравнение (17) нужно решать с начальными условиями (16), где присутствует исходная корреляция атома и резонаторной моды. Чтобы найти решения, запишем систему уравнений для средних, которая следует из (17):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\langle S^+ S^- \rangle &= -g(\langle a^\dagger S^- \rangle + \langle a S^+ \rangle) - \gamma\langle S^+ S^- \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t}\langle a^\dagger S^- \rangle &= -g(\langle a^\dagger a \rangle + \langle S^+ S^- \rangle) - \\ & - \frac{1}{2}(C + \gamma)\langle a^\dagger S^- \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t}\langle a S^+ \rangle &= -g(\langle a^\dagger a \rangle + \langle S^+ S^- \rangle) - \\ & - \frac{1}{2}(C + \gamma)\langle a S^+ \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t}\langle a^\dagger a \rangle &= g(\langle a^\dagger S^- \rangle + \langle a S^+ \rangle) - C\langle a^\dagger a \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

Далее мы будем интересоваться спектром спонтанного излучения атома, который может излучать в свободное пространство в направлении, перпендикулярном оси резонатора. Нормированный спектр спонтанного излучения, который регистрируется за время наблюдения, много большее всех характерных времен релаксации системы, определяется как фурье-образ двухвременной атомной корреляционной функции:

$$\begin{aligned} J(\Omega) = & \frac{1}{2\pi}\mathcal{N}^{-1} \int_{t_0}^{\infty} dt d\tau \langle S^+(t+\tau)S^-(t) \rangle \theta(t)\theta(\tau) \times \\ & \times \exp(-i\Omega\tau) + \text{c.c.} \end{aligned}$$

Здесь $\Omega = \omega - \omega_0$ — разность между частотой спонтанного фотона и частотой атомного перехода атома, а \mathcal{N} определяется выражением

$$\mathcal{N} = \int_{t_0}^{\infty} dt \langle S^+ S^-(t) \rangle.$$

Для определения атомной корреляционной функции воспользуемся квантовой теоремой регрессии и запишем систему связанных уравнений, которая следует из уравнения (17):

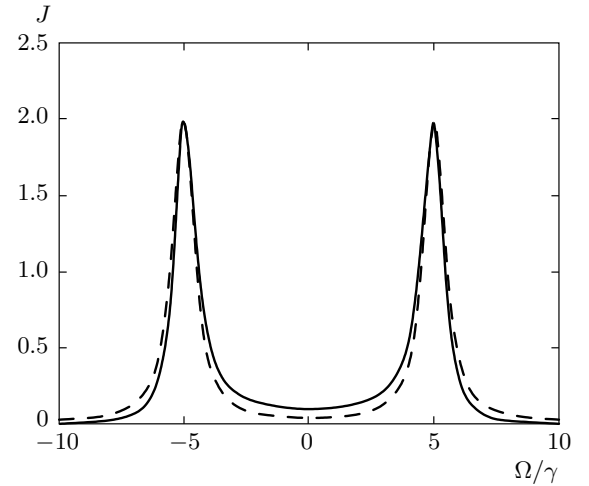


Рис. 3. Оптический спектр спонтанного излучения атома в режиме сильного взаимодействия с резонаторной модой. Штриховая кривая — начальное вакуумное состояние резонаторной моды. Сплошная кривая — состояние атома и моды, обладающее начальной квантовой корреляцией

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau}\langle S^+(t+\tau)S^-(t) \rangle &= -g\langle S^+(t+\tau)a(t) \rangle - \\ & - \frac{\gamma}{2}\langle S^+(t+\tau)S^-(t) \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial \tau}\langle S^+(t+\tau)a(t) \rangle &= g\langle S^+(t+\tau)S^-(t) \rangle - \\ & - \frac{C}{2}\langle S^+(t+\tau)a(t) \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Начальными условиями для этой системы являются решения (18). В условиях сильной связи атома с полем, $g \gg \gamma$, и одинаковых скоростей атомной и полевой релаксации, $\gamma = C$, искомая атомная корреляционная функция определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle S^+(t+\tau)S^-(t) \rangle &= \exp\left(-\frac{1}{2}\gamma\tau\right) \times \\ & \times \{ \langle S^+ S^- \rangle \cos(g\tau) - \langle S^+ a \rangle \sin(g\tau) \}. \end{aligned} \quad (20)$$

На рис. 3 представлены графики спектра спонтанного излучения атома в двух случаях. Штриховая линия демонстрирует эффект расщепления Раби для вакуумного начального состояния резонаторной моды. Отношение константы связи к скорости затухания $g/\gamma = 5$, что соответствует значению в работе [29]. Для этого же соотношения между константами сплошная линия на рис. 3 отвечает спонтанному излучению при начальном коррелированном атомно-полевом состоянии, созданном источниками с малым значением параметров сжатия $r_1 = r_2 = 0.17$. При этом резонаторная мода имеет начальное сред-

нее число фотонов $\langle a^\dagger a(t_0) \rangle = 0.029$, атом находится на верхнем уровне $\langle S^+ S^-(t_0) \rangle = 0.972$, а среднее $\langle S^+ a(t_0) \rangle = -0.159$. Отличие графиков заключается в следующем. Спонтанное излучение без начальной корреляции определяется коэффициентом поглощения, который в выбранных условиях состоит из двух лоренцевых контуров с полуширинами $\gamma/2$, и отстроенными от частоты перехода на величину $\Omega = \pm g$. Влияние начальной корреляции атома и резонаторной моды приводит к изменению формы спектра: на лоренцевские контуры накладываются два дисперсионных контура, центры которых определены величиной отстройки.

Таким образом, рассмотренный пример показывает, что начальная корреляция атома с полем приводит к изменению спектра спонтанного излучения атома в резонаторе.

5.2. Образование инверсии в модели Джейнса – Каммингса с начальной корреляцией

Если время пролета атома через резонатор много меньше характерных времен релаксации системы, то в уравнении (17) можно опустить релаксационные слагаемые. Тогда задача сводится к модели Джейнса – Камингса, оператор эволюции для которой имеет вид

$$\begin{aligned} U(t, t_0) &= \exp \{-iV_{af}(t - t_0)\} = \\ &= \frac{1}{2}(1 + S_z) \cos [g(t - t_0)\sqrt{aa^\dagger}] + \\ &+ \frac{1}{2}(1 - S_z) \cos [g(t - t_0)\sqrt{a^\dagger a}] + \\ &+ S^+ a \frac{1}{\sqrt{a^\dagger a}} \sin [g(t - t_0)\sqrt{a^\dagger a}] - \\ &- S^- a^\dagger \frac{1}{\sqrt{aa^\dagger}} \sin [g(t - t_0)\sqrt{aa^\dagger}]. \quad (21) \end{aligned}$$

Особенностью задачи являются начальные условия, которые описывают исходную корреляцию атома и резонаторной моды.

Среднее от любого оператора к моменту времени T , когда атом покидает резонатор, определяется выражением

$$\langle X(T) \rangle = \text{Sp}(\rho(T)X) = \text{Sp}(U(T, t_0)\rho(t_0)U^\dagger(T, t_0)X),$$

где матрица плотности $\rho(t_0)$ описывает начальное состояние. Наличие исходной корреляции между атомом и резонаторной модой проявляется уже в линейном приближении по взаимодействию. Так, для инверсии атома получим выражение

$$\langle S_z(T) \rangle = \langle S_z(t_0) \rangle + gT(\langle S^- a^\dagger(t_0) \rangle + \langle S^+ a(t_0) \rangle). \quad (22)$$

Отсюда следует, что если корреляции нет, то слагаемые $\langle S^- a^\dagger(t_0) \rangle$, $\langle S^+ a(t_0) \rangle$ равны нулю и величина инверсии в этом приближении не изменяется. Это обычное поведение инверсии двухуровневого атома. Если корреляция есть, то значение инверсии меняется. Приведем оценку. Пусть $gT \approx 0.1$, а величина $\langle S^- a^\dagger(t_0) \rangle = \langle S^+ a(t_0) \rangle = 0.072$ максимальна. Тогда инверсия атома на выходе из резонатора достигает значения $\langle S_z(T) \rangle \approx -0.473$, в то время как в отсутствие корреляции $\langle S_z(T) \rangle \approx -0.487$. Влияние корреляции увеличится, если до инжекции в резонатор атом подвергнуть воздействию π -импульса, который инвертирует разность заселенностей. Тогда, взяв максимальное значение средних $\langle S^- a^\dagger(t_0) \rangle$ и $\langle S^+ a(t_0) \rangle$, найдем величину инверсии $\langle S_z(T) \rangle \approx 0.77$, которая отличается от значения $\langle S_z(T) \rangle \approx 0.65$ в отсутствие корреляций. Отметим, что в исследуемом режиме взаимодействия значение средней поляризации на переходе, определяемой атомной когерентностью $\langle S^\pm(T) \rangle$ не изменяется. Это связано с тем, что корреляции инверсии атома и поля в стационарном решении уравнения (9) не возникает, $\langle S_z a(t_0) \rangle = \langle S_z a^\dagger(t_0) \rangle = 0$.

6. ВЫВОДЫ

Используя двухмодовый источник перепутанного света, с которым взаимодействуют атом и мода электромагнитного поля, выделенная, например, высокодобротным резонатором, можно создать корреляцию между атомом и резонаторной модой. Взяв источник широкополосным, мы найдем, что он может выступать как термостат, который приводит к процессам релаксации, когда атом распадается на нижний уровень, а фотоны выходят из резонатора. Однако такая релаксация оказывается коррелированной. Используя технику Ито, мы получили вид релаксационного оператора в случае резонансного и дисперсионного пределов. Релаксационный оператор содержит новые слагаемые, которые описывают, как корреляция термостата переносится на атом и резонаторную моду. Характер состояния атома и моды, в частности, возникновение перепутанного состояния установить трудно, поскольку гильбертово пространство атома имеет конечную размерность, а моды — бесконечную, и никаких критериев перепутанности для такой комбинации нет вообще. Однако мы ввели коллективные бозонные операторы и когерентные состояния и с их помощью установили, что перепутанное состояние термостата приводит к возникновению сжатого коллективного состояния у поля и атомов, что означает перенос квантовой корреляции.

Исходная корреляция между атомом и полем может проявляться при их взаимодействии. Так, в качестве примера мы нашли спектр спонтанного излучения атома в режиме сильного взаимодействия с резонаторной модой, который испытывает модификацию. Другим примером является величина инверсии двухуровневого атома в модели Джейнса–Каммингса, которая за счет корреляции изменяется уже в первом порядке теории возмущений по взаимодействию.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Релаксационный оператор в дисперсионном пределе

Рассмотрим нерезонансное взаимодействие атома с резонаторной модой. Пусть частота резонаторной моды сильно отличается от частоты атомного перехода. Пусть выполнено условие адиабатического следования и отстройка $\Delta = \omega_0 - \omega_c$ велика по сравнению с частотой Раби, но мала по сравнению с другими отстройками. В этих условиях осуществляется взаимодействие атома с резонаторной модой в дисперсионном пределе, количественным критерием которого служит неравенство

$$|\Delta| \gg g\sqrt{\langle a^\dagger a \rangle + 1}. \quad (23)$$

В дисперсионном пределе обмена энергией между атомом и резонаторной модой не происходит, поэтому систему можно описать эффективным гамильтонианом, который будет диагональным по переменным атома и поля. Обратим внимание на особенности вывода кинетического уравнения в дисперсионном пределе. Так, вначале нужно получить эффективный гамильтониан в дисперсионном пределе взаимодействия, а затем выводить уравнение для матрицы плотности подсистемы. Эти две процедуры не коммутативны [23]. Чтобы найти эффективный гамильтониан взаимодействия (5), воспользуемся методом унитарных преобразований [32]. В нашем случае состояние $|\Psi\rangle$ всей системы подчиняется уравнению Шредингера с гамильтонианом (5). Совершим унитарное преобразование $U = \exp(-i\mathcal{S})$, где \mathcal{S} — эрмитовский оператор. Выберем \mathcal{S} так, чтобы в новом уравнении недиссипативная часть преобразованного гамильтониана

$$\mathcal{H} = \exp(-i\mathcal{S})H \exp(i\mathcal{S}) - i\hbar \exp(-i\mathcal{S}) \frac{\partial}{\partial t} \exp(i\mathcal{S})$$

была бы диагональной по переменным атома и резонаторной моды. Теперь проведем разложение операторов \mathcal{H} и \mathcal{S} в ряд по взаимодействиям между подсистемами:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(000)} + \mathcal{H}^{(100)} + \mathcal{H}^{(010)} + \mathcal{H}^{(001)} + \mathcal{H}^{(110)} + \mathcal{H}^{(101)} + \mathcal{H}^{(011)} + \mathcal{H}^{(200)},$$

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}^{(000)} + \mathcal{S}^{(100)} + \mathcal{S}^{(010)} + \mathcal{S}^{(001)} + \mathcal{S}^{(110)} + \mathcal{S}^{(101)} + \mathcal{S}^{(011)} + \mathcal{S}^{(200)},$$

где левый верхний индекс отвечает порядку по константе взаимодействия g атома и резонаторной моды, средний описывает порядок взаимодействия резонаторной моды с модой источника b_1 , а правый — атома с модой источника b_2 . Используя разложение

$$\mathcal{H} = H - i[\mathcal{S}, H] - \frac{1}{2}[\mathcal{S}, [\mathcal{S}, H]] + \frac{i}{6}[\mathcal{S}, [\mathcal{S}, [\mathcal{S}, H]]] + \dots - i\hbar \exp(-i\mathcal{S}) \frac{\partial}{\partial t} \exp(i\mathcal{S}),$$

найдем систему уравнений для $\mathcal{H}^{(000)}, \dots, \mathcal{H}^{(200)}$ и $\mathcal{S}^{(000)}, \dots, \mathcal{S}^{(200)}$. Анализ этой системы показывает следующее. В первом порядке взаимодействие атома и моды должно отсутствовать из-за большой отстройки от резонанса. Поэтому $\mathcal{H}^{(100)} = 0$, что определяет следующий вид оператора

$$\mathcal{S}^{(100)} = \frac{g}{\Delta}(a^\dagger S^- + a S^+),$$

при этом $\mathcal{S}^{(200)} = 0$ и

$$\mathcal{H}^{(200)} = \frac{\hbar g^2}{\Delta}(S^- S^+ + a a^\dagger S_z).$$

Взаимодействие резонаторной моды и атома со своими модами источника определяются как $\mathcal{H}^{(010)} = V_{fb_1}$ и $\mathcal{H}^{(001)} = V_{ab_2}$, что означает соответственно, что $\mathcal{S}^{(101)} = 0$ и $\mathcal{S}^{(110)} = 0$. Считая далее $\mathcal{S}^{(011)} = 0$, определим

$$\mathcal{H}^{(110)} = -\frac{\hbar g}{\Delta} \int d\omega \eta(\omega)(S^+ b_{\omega_1} + S^- b_{\omega_1}^\dagger),$$

$$\mathcal{H}^{(101)} = \frac{\hbar g}{\Delta} \int d\omega \gamma(\omega)(S_z a^\dagger b_{\omega_2} + S_z a b_{\omega_2}^\dagger),$$

$$\mathcal{H}^{(011)} = 0.$$

Обратим внимание, что моды источника мы считаем заданными и не изменяющимися в процессе эволюции. Это рассматриваемый нами термостат. Поэтому в унитарном преобразовании мы получили

$\mathcal{H}^{(011)} = 0$, что является элементом контроля вывода. Выражение $\mathcal{H}^{(200)}$ является известным эффективным гамильтонианом, описывающим взаимодействие одного атома и квантованной моды электромагнитного поля в крыле линии поглощения. Новые слагаемые $\mathcal{H}^{(110)}$ и $\mathcal{H}^{(101)}$ в дисперсионном пределе учитывают соответственно воздействие на атом термостата резонаторной моды и воздействие на резонаторную моду термостата атома.

Запишем теперь полный эффективный гамильтониан

$$\mathcal{H} = H_b + \mathcal{H}_{sys} + \mathcal{V}_{fb_1} + \mathcal{V}_{ab_2}, \quad (24)$$

где

$$\mathcal{H}_{sys} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{1}{2}\hbar\omega_0 S_z + \frac{\hbar g^2}{\Delta}(S^- S^+ + a a^\dagger S_z) \quad (25)$$

— гамильтониан свободного поля резонаторной моды, свободного атома и их взаимодействия в дисперсионном пределе. Слагаемые

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{fb_1} = & -i\hbar \int d\omega \eta(\omega) \times \\ & \times \left(b_{\omega_1} \left(a^\dagger - i\frac{g}{\Delta} S^+ \right) - \text{H.c.} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{ab_2} = & -i\hbar \int d\omega \gamma(\omega) \times \\ & \times \left(b_{\omega_2} \left(S^+ + i\frac{g}{\Delta} S_z a^\dagger \right) - \text{H.c.} \right), \end{aligned}$$

можно рассматривать как операторы взаимодействия мод источника или термостата с подсистемой

из атома и резонаторной моды, которая представлена здесь некими коллективными операторами

$$\hat{T} = a^\dagger - i\frac{g}{\Delta} S^+, \quad \hat{L} = S^+ + i\frac{g}{\Delta} S_z a^\dagger.$$

Дальнейший вывод кинетического уравнения аналогичен случаю резонансного взаимодействия атома и моды. В результате для матрицы плотности, описывающей атом и резонаторную моду, следует уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_{sys}, \rho] - \mathcal{R} \rho,$$

где гамильтониан определен выражением (25), а релаксационный оператор имеет вид

$$\mathcal{R} = R + \frac{g^2}{\Delta^2} R_1 + i\frac{g}{\Delta} R_2. \quad (27)$$

Оператор R определен согласно формуле (10). Два слагаемых R_1 и R_2 описывают вариант параметрического взаимодействия. Так, атом, будучи связан с резонаторной модой испытывает влияние ее термостата, также резонаторная мода испытывает влияние атомного термостата. В обоих случаях основой служит взаимодействие атома с резонаторной модой. Аналогично обстоит дело, например, в трехфотонных параметрических процессах в нелинейной прозрачной среде, где свет и атомы испытывают весьма слабое нерезонансное взаимодействие. Однако это не мешает эффективным процессам преобразования между фотонами. Операторы R_1 и R_2 определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} R_1 \rho = & \frac{C}{2} \{ \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} (S^- S^+ \rho - 2S^+ \rho S^- + \rho S^- S^+) + \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} (S^+ S^- \rho - 2S^- \rho S^+ + \rho S^+ S^-) - \\ & - \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger} (S^- S^- \rho - 2S^- \rho S^- + \rho S^- S^-) - \mathcal{K}_{11}^{-,-} (S^+ S^+ \rho - 2S^+ \rho S^+ + \rho S^+ S^+) \} + \\ & + \frac{\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} (a a^\dagger \rho - 2S_z a^\dagger \rho S_z a + \rho a a^\dagger) + \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} (a^\dagger a \rho - 2S_z a \rho S_z a^\dagger + \rho a^\dagger a) - \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} (a a \rho - 2S_z a \rho S_z a + \rho a a) - \\ & - \mathcal{K}_{22}^{-,-} (a^\dagger a^\dagger \rho - 2S_z a^\dagger \rho S_z a^\dagger + \rho a^\dagger a^\dagger) \} - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} (S^- S_z a \rho - 2S_z a \rho S^- + \rho S^- S_z a) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} (S_z a S^- \rho - 2S^- \rho S_z a + \rho S_z a S^-) \} - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{-,-} (S^+ S_z a^\dagger \rho - 2S_z a^\dagger \rho S^+ + \rho S^+ S_z a^\dagger) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{-,-} (S_z a^\dagger S^+ \rho - 2S^+ \rho S_z a^\dagger + \rho S_z a^\dagger S^+) \} - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} (S^- S_z a^\dagger \rho - 2S_z a^\dagger \rho S^- + \rho S^- S_z a^\dagger) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} (S_z a^\dagger S^- \rho - 2S^- \rho S_z a^\dagger + \rho S_z a^\dagger S^-) \} - \frac{\sqrt{C}\gamma}{2} \{ \mathcal{K}_{12}^{-,\dagger} (S^+ S_z a \rho - 2S_z a \rho S^+ + \rho S^+ S_z a) + \\ & + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} (S_z a S^+ \rho - 2S^+ \rho S_z a + \rho S_z a S^+) \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2\rho = & \frac{C}{2}\{\mathcal{K}_{11}^{\dagger,-}((S^-a^\dagger - aS^+)\rho + 2S^+\rho a - 2a^\dagger\rho S^- + \rho(S^-a^\dagger - aS^+)) + \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger}((S^-a^\dagger - aS^+)\rho - 2S^-\rho a^\dagger + \\
 & + 2a\rho S^+ + \rho(S^-a^\dagger - aS^+)) - 2\mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger}(aS^-\rho - a\rho S^- - S^-\rho a + \rho aS^-) + 2\mathcal{K}_{11}^{-,-}(a^\dagger S^+\rho - a^\dagger\rho S^+ - S^+\rho a^\dagger + \rho a^\dagger S^+)\} + \\
 & + \frac{\gamma}{2}\{\mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}(S^-S_z a^\dagger\rho - S_z S^+ a\rho - 2S_z a^\dagger\rho S^- + 2S^+\rho S_z a + \rho S^- S_z a^\dagger - \rho S_z S^+ a) - \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger}(S^+ S_z a\rho - S_z S^- a^\dagger\rho + 2S^-\rho S_z a^\dagger - \\
 & - 2S_z a\rho S^+ + \rho S^+ S_z a - \rho S_z a^\dagger S^-) + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger}(S^- S_z a\rho + S_z S^- a\rho - 2S_z a\rho S^- - 2S^-\rho S_z a + \rho S^- S_z a + \rho S_z S^- a) - \\
 & - \mathcal{K}_{22}^{-,-}(S^+ S_z a^\dagger\rho + S_z S^+ a^\dagger\rho - 2S^+\rho S_z a^\dagger - 2S_z a^\dagger\rho S^+ + \rho S^+ S_z a^\dagger + \rho S_z a^\dagger S^+)\} + \\
 & + \frac{\sqrt{C\gamma}}{2}\{\mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger}(S_z a a\rho - S^- S^- \rho - 2S_z a\rho a + 2S^- \rho S^- + \rho S_z a a - \rho S^- S^-) + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger}(S_z a a\rho - S^- S^- \rho - 2a\rho S_z a + \\
 & + 2S^- \rho S^- + \rho S_z a a - \rho S^- S^-)\} + \frac{\sqrt{C\gamma}}{2}\{\mathcal{K}_{12}^{-,-}(-S_z a^\dagger a^\dagger\rho + S^+ S^+ \rho + 2S_z a^\dagger\rho a^\dagger - 2S^+\rho S^+ - \rho S_z a^\dagger a^\dagger + \rho S^+ S^+) + \\
 & + \mathcal{K}_{21}^{-,-}(-S_z a^\dagger a^\dagger\rho + S^+ S^+ \rho + 2a^\dagger\rho S_z a^\dagger - 2S^+\rho S^+ - \rho S_z a^\dagger a^\dagger + \rho S^+ S^+)\} + \frac{\sqrt{C\gamma}}{2}\{\mathcal{K}_{12}^{\dagger,-}(aS_z a^\dagger\rho + S^- S^+ \rho - \\
 & - 2S_z a^\dagger\rho a - 2S^+\rho S^- + \rho a S_z a^\dagger + \rho S^- S^+) + \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger}(a^\dagger S_z a\rho + S^+ S^- \rho - 2a\rho S_z a^\dagger - 2S^- \rho S^+ + \rho a^\dagger S_z a + \rho S^+ S^-)\} - \\
 & - \frac{\sqrt{C\gamma}}{2}\{\mathcal{K}_{12}^{-,\dagger}(a^\dagger S_z a\rho + S^+ S^- \rho - 2S_z a\rho a^\dagger - 2S^- \rho S^+ + \rho a^\dagger S_z a + \rho S^+ S^-) + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-}(aS_z a^\dagger\rho + S^- S^+ \rho - 2a^\dagger\rho a S_z - \\
 & - 2S^+\rho S^- + \rho a S_z a^\dagger + \rho S^- S^+)\}.
 \end{aligned}$$

Отметим, что коэффициенты уравнений от действий каждого из операторов R , R_1 , R_2 на матрицу плотности, как и в случае резонансного взаимодействия атома и моды, имеют один и тот же порядок величины, определяемый средним значением коэффициентов корреляционной матрицы источника. Однако в полный релаксационный оператор (27) разные операторы входят с множителями разного порядка, поскольку отношение g/Δ в условиях дисперсионного предела является малой величиной.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **56**, 1917 (1986).
2. P. Zanardi and M. Rasetti, Phys. Rev. Lett. **79**, 3306 (1997).
3. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **75**, 151 (2002); А. М. Башаров, ЖЭТФ **121**, 1249 (2002).
4. V. Weisskopf and E. Wigner, Z. Phys. **63**, 54 (1930).
5. G. Limblad, Comm. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
6. M. Lax, Phys. Rev. **145**, 110 (1966); W. Weidlich, H. Risken, and H. Naken, Z. Phys. **201**, 369 (1967); G. W. Ford, J. T. Levis, and F. O'Connell, Phys. Rev. A **37**, 4419 (1988).
7. А. М. Башаров, ЖЭТФ **111**, 25 (1997); А. М. Башаров, Изв. АН, сер. физ. **62**, 438 (1998).
8. Д. Н. Клышко, *Фотонь и нелинейная оптика*, Наука, Москва (1980).
9. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
10. H. J. Carmichael, A. S. Lane, and D. F. Walls, Phys. Rev. Lett. **58**, 2539 (1987); H. Ritsch and P. Zoller, Opt. Comm. **64**, 523 (1987).
11. А. М. Башаров, ЖЭТФ **108**, 842 (1995).
12. J. Bergou and D. Zhao, Phys. Rev. A **52**, 1550 (1995); P. Cataloga et al., Opt. Comm. **81**, 175 (1991).
13. A. S. Parkins and C. W. Gardiner, Phys. Rev. A **40**, 2534 (1989).
14. G. S. Agarval and R. R. Puri, Phys. Rev. A **41**, 3782 (1990).
15. G. M. Palma and P. L. Knight, Phys. Rev. A **39**, 1962 (1989).
16. Ch. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiss, F. Koenig, N. Korolkova, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **86**, 4267 (2001).
17. Г. О. Рытиков, М. В. Чехова, ЖЭТФ **134**, 1082 (2008).
18. M. Zukowski, A. Zeilinger, M. A. Horne, and A. Ekert, Phys. Rev. Lett. **71**, 4287 (1993).
19. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, ЖЭТФ **132**, 355 (2007).
20. A. Peres, Phys. Rev. Lett. **77**, 1413 (1996); M. Horodecki, P. Horodecki, and R. Horodecki, Phys. Lett. A **223**, 1 (1996).

21. L.-M. Duan, G. Gedke, J. I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **84**, 2722 (2002); R. Simon, Phys. Rev. Lett. **84**, 2726 (2002).
22. A. B. Klimov, J. L. Romero, J. Delgado, and L. L. Sanchez-Soto, J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt. **5**, 34 (2003).
23. L. Accardi, Y. G. Lu, and I. Volovich, *Quantum Theory and its Stochastic Limit*, Springer-Verlag, Berlin (2002).
24. R. Miller, T. E. Northup, K. M. Birnbaum, A. Boca, A. D. Boozer, and H. J. Kimble, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **38**, S551 (2005).
25. M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond, and S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **76**, 1800 (1996).
26. T. Wilk, S. C. Webster, H. P. Specht, G. Rempe, and A. Kuhn, Phys. Rev. Lett. **98**, 063601 (2007); A. D. Boozer, A. Boca, R. Miller, T. E. Northup, and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **98**, 193601 (2007); T. Puppe, I. Schuster, A. Grothe, A. Kubanek, K. Murr, P. W. H. Pinkse, and G. Rempe, Phys. Rev. Lett. **99**, 013002 (2007); T. Wilk, S. C. Webster, A. Kuhn, and G. Rempe, Science **317**, 488 (2007).
27. J. P. Reithmaier et al., Nature **432**, 197 (2004); T. Yoshie et al., Nature **432**, 200 (2004); E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaitre, J. Hours, J. M. Gerard, and J. Bloch, Phys. Rev. Lett. **95**, 067401 (2005).
28. J. J. Sanchez-Mondragon, N. B. Narozhny, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **51**, 550 (1983).
29. H. J. Carmichael, R. J. Brecha, M. G. Raizen, and H. J. Kimble, Phys. Rev. A **40**, 5516 (1989).
30. E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
31. P. van Loock and S. L. Braunstein, Phys. Rev. Lett. **84**, 3482 (1998).
32. А. М. Башаров, *Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, Изд-во МИФИ, Москва (1990); А. М. Башаров, ЖЭТФ **102**, 1126 (1992).