

## ТОПОЛОГИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПОРЯДКА ПРИ СПАРИВАЮЩЕМ ОТТАЛКИВАНИИ

*В. И. Белявский<sup>a\*</sup>, Ю. В. Конаев<sup>a</sup>, Н. Т. Нгуен<sup>b\*\*</sup>, В. Л. Чан<sup>b\*\*</sup>*

<sup>a</sup> *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Государственный педагогический университет  
394043, Воронеж, Россия*

Поступила в редакцию 1 августа 2008 г.

Сверхпроводящее состояние с большим импульсом пары в допированном диэлектрике определяется особенностями кулоновского спаривания, связанными с подавлением малых передач импульса при рассеянии благодаря электрон-фононному взаимодействию и больших передач из-за перераспределения спектрального веса между сверхпроводящей и диэлектрической ветвями спектра элементарных возбуждений. Сверхпроводимость возникает, если характерная энергия спаривающего взаимодействия ограничена сверху. Найдены решения уравнения самосогласования с простой структурой вырожденного ядра, антисимметричные и симметричные относительно инверсии импульса относительного движения пары. Исследована орбитальная симметрия синглетного сверхпроводящего порядка.

PACS: 71.10.Li, 74.20.-z, 74.20.Mn, 74.20.Rp, 74.72.-h

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Необычная симметрия сверхпроводящего (SC) параметра порядка, наблюдаемая в квазидвумерных (2D) купратных сверхпроводниках [1, 2], не вписывается в рамки традиционного механизма образования связанного состояния пары электронов или дырок в ферми-жидкости при электрон-фононном взаимодействии. Линия нулей, пересекающая контур Ферми (FC), с необходимостью возникает при отталкивательном спаривании, поскольку нетривиальное решение уравнения самосогласования формируется благодаря неполной компенсации вкладов областей импульсного пространства, в которых параметр порядка имеет разные знаки.

Из-за сильных внутрицентровых корреляций сверхпроводимость купратов чаще всего исследуется в рамках модели Хаббарда, в которой спаривающим взаимодействием является кулоновское отталкивание. Запрет двукратного заполнения узла при гуцвиллеровском проектировании волновой функции основного состояния сверхпроводника

Бардина–Купера–Шриффера [3], соответствующий предельно высокой энергии внутрицентральной корреляции  $U_0$ , отражает тенденцию к переходу системы в диэлектрическое состояние. Частичное проектирование [4], соответствующее конечному  $U_0$ , приводит к SC-состоянию с низкой сверхтекучей плотностью при  $U_0 < U_t$  и к диэлектрическому состоянию при  $U_0 > U_t$ , где  $U_t$  — энергия порядка ширины разрешенной зоны.

В вырожденном электронном газе с экранированным кулоновским взаимодействием сверхпроводимость возникает благодаря коновской сингулярности экранирования из-за скачка заполнения на уровне Ферми [5], приводящей к фриделевским осцилляциям спаривающего потенциала в реальном пространстве. Если спаривание происходит при большом (порядка удвоенного фермиевского) импульсе пары  $\mathbf{K}$ , то из-за кинематического ограничения области импульсного пространства, которой принадлежат импульсы составляющих пару частиц, сингулярность спаривающего взаимодействия усиливается за счет обрезания далеких фурье-компонент, что приводит к увеличению амплитуды параметра порядка [6]. Такое спаривание, в от-

\*E-mail: vib45@mail.ru

\*\*N. T. Nguyen, V. L. Tran

личие от куперовского спаривания при нулевом импульсе пары, оказывается эффективным при особой форме закона дисперсии электронов, для которой имеет место зеркальный нестинг  $\text{FC}$  при некотором импульсе пары, обеспечивающий логарифмическую сингулярность в уравнении самосогласования [6]. В куперовском канале спаривания инвариантность относительно обращения времени приводит к логарифмической сингулярности при любой дисперсии  $\varepsilon(\mathbf{p})$ , благодаря тому, что  $\varepsilon(-\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p})$ .

Возможность существования сверхпроводящего состояния в  $2D$ -моделях сильной связи существенно зависит от параметров закона дисперсии [7], что может рассматриваться как указание на особенности кинематики  $\text{SC}$ -спаривания, явно проявляющиеся при спаривании с большим импульсом. Зеркальный нестинг  $\text{FC}$  типичен для купратных сверхпроводников, поэтому можно предположить, что в таких системах канал синглетного  $\text{SC}$ -спаривания с большим импульсом ( $\mathbf{K}$ -спаривание) доминирует.

В недодопированных купратах переход в  $\text{SC}$ -состояние происходит не из состояния нормальной ферми-жидкости, а из псевдощелевого состояния, которое на фазовой диаграмме располагается вблизи неелевского состояния антиферромагнитного (AF) диэлектрика и может быть связано с ближним [7] или дальним [8] орбитальным AF-порядком, выживающим при существенно более высоких уровнях допирования по сравнению с неелевским порядком.

Спаривание в диэлектрическом канале уменьшает спектральный вес в  $\text{SC}$ -канале, но увеличивает плотность состояний у края возникающей диэлектрической щели и, соответственно, эффективную константу связи в  $\text{SC}$ -канале [9]. При наличии диэлектрической щели  $\text{SC}$ -параметр порядка как функция допирования вначале возрастает, а затем, после достижения максимума, убывает, отражая концентрационные зависимости плотности носителей и константы связи.

Численное моделирование [10] решения уравнения самосогласования при спаривании с большим импульсом и дисперсией, согласующейся с данными фотоэмиссионной спектроскопии купратов [11], показывает, что функция параметра порядка как функция импульса относительного движения пары может иметь достаточно сложную топологию с семейством линий нулей, соответствующим решениям либо антисимметричным, либо симметричным по отношению к инверсии импульса.

В настоящей работе исследована импульсная зависимость  $\text{SC}$ -параметра порядка при  $\mathbf{K}$ -спаривании для антисимметричных и симметричных отно-

сительно инверсии импульса относительного движения пары решений уравнения самосогласования и установлены типы орбитальной симметрии при синглетном спаривании.

## 2. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ

При  $\mathbf{K}$ -спаривании возникает область кинематического ограничения  $\Xi$  импульса относительного движения пары  $\mathbf{k}$ , поскольку импульсы  $\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$  частиц пары, принадлежат состояниям внутри или вне  $\text{FC}$ . Заполненная часть области  $\Xi$  определяется неравенствами  $\varepsilon(\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}) < \mu$ , неравенства  $\varepsilon(\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}) > \mu$  соответствуют вакантной части. Здесь  $\mu$  — химический потенциал, импульсы частиц ограничены зоной Бриллюэна. Граница заполнения находится из уравнений

$$\varepsilon(\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}) = \mu, \tag{1}$$

определяющих точки пересечения двух  $\text{FC}$ , смещенных на векторы  $\pm \mathbf{K}/2$ . В достаточно общем случае решению уравнений (1) соответствуют изолированные точки, однако при дисперсии специального вида и некоторых особых импульсах  $\mathbf{K}$  пересечению двух смещенных  $\text{FC}$  могут соответствовать отрезки

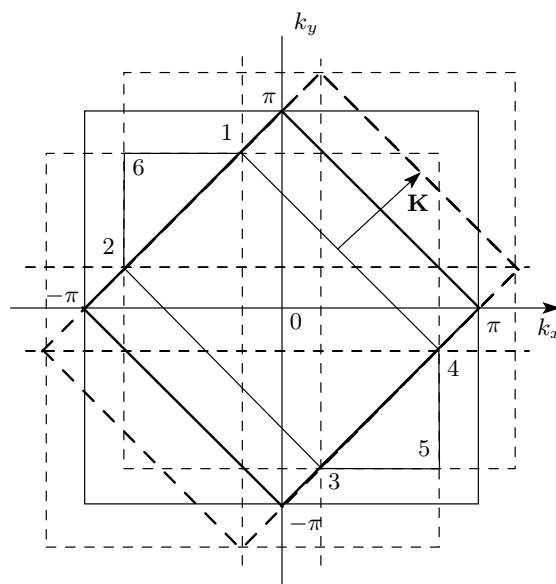


Рис. 1. Область кинематического ограничения для дисперсии (2) при половинном заполнении, соответствующая импульсу пары  $\mathbf{K}$ . Прямоугольник 1234 — область заполнения, два треугольника 126 и 345 соответствуют вакантным состояниям. Отрезки 12 и 34 образуют PFC

линий, как показано на рис. 1 для закона дисперсии электронов в квадратной решетке с учетом интеграла перескока  $t$  только между ближайшими соседями,

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y). \quad (2)$$

Здесь  $k_x$  и  $k_y$  — проекции импульса частицы на направления плотной упаковки. При половинном заполнении ( $\mu = 0$ ) ФС представляет квадрат со сторонами в направлениях диагоналей,  $k_y = \pm(\pi \mp k_x)$ , верхний (нижний) знак в скобках соответствует  $0 < k_x \leq \pi$  ( $-\pi < k_x \leq 0$ ).

Для импульса пары вдоль диагонали зоны Бриллюэна область заполнения показана на рис. 1. Статистический вес пары с импульсом  $\mathbf{K}$  ( $\mathbf{K}$ -пары) пропорционален площади области  $\Xi$ , включающей все одночастичные состояния, дающие вклад в состояние пары. При  $\mathbf{K} = 0$  кинематическое ограничение отсутствует, так что статистический вес пары с нулевым импульсом (куперовской пары) пропорционален площади зоны Бриллюэна. Когда  $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{Q}_\pi \equiv (\pi, \pi)$ , область  $\Xi$  сужается, и статистический вес пары стремится к нулю, поскольку  $\Xi$  вырождается в общую сторону двух смещенных ФС.

Границей области заполнения являются отрезки ФС 12 и 34, на которых отсчитанная от химического потенциала кинетическая энергия  $\mathbf{K}$ -пары

$$2\xi(\mathbf{k}) = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) + \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right) \quad (3)$$

обращается в нуль. Эти отрезки играют роль парного контура Ферми (РФС) для относительного движения  $\mathbf{K}$ -пары. При  $\mathbf{K} = 0$ , когда импульс относительного движения совпадает с импульсом частицы, РФС совпадает с ФС, а при  $\mathbf{K} = \mathbf{Q}_\pi$  РФС вырождается в пару точек  $(-\pi/2, \pi/2)$ ,  $(\pi/2, -\pi/2)$ . В общем случае система (1) является частным случаем уравнения

$$\varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) - \mu = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right) - \mu, \quad (4)$$

определяющего некоторую область импульсного  $2D$ -пространства, включающую РФС.

Форма ФС допированных купратов, согласующаяся с данными фотоэмиссионной спектроскопии [11], хорошо описывается законом дисперсии

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y) - 4t'\cos k_x \cos k_y - 2t''(\cos 2k_x + \cos 2k_y) \quad (5)$$

с интегралами перескока между соседними атомами Си вдоль диагонали ( $t'$ ) и вторыми соседними атомами в направлении химической связи Си-О ( $t''$ ).

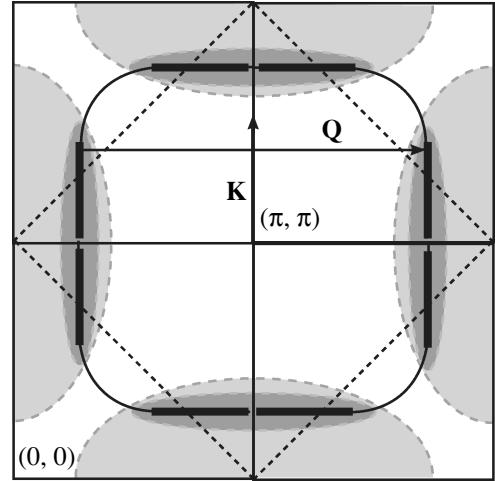


Рис. 2. ФС недопированного купратного соединения (схематически, в соответствии с работой [11]). Части ФС с нестингом при импульсе  $\mathbf{Q}$  и зеркальным нестингом при импульсе пары  $\mathbf{K}$  показаны жирными линиями. Штриховыми линиями показана граница магнитной зоны Бриллюэна. Темные овалы соответствуют окрестностям пайерлсовской сингулярности экранирования, светлые полуовалы обозначают протяженные окрестности седловых точек [11]

Наблюдаемому ФС (рис. 2) соответствуют соотношения  $t'/t \approx -0.3$ ,  $t''/t \approx 0.2$ , при которых реализуются условия, близкие к оптимальным для возникновения сверхпроводимости [7]. Универсальный ФС купратов на конечной своей части (РФС) удовлетворяет условию зеркального нестинга  $\varepsilon(\mathbf{k}_+) = \varepsilon(\mathbf{k}_-)$  для пары частиц с импульсами  $\mathbf{k}_\pm = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$  при некотором импульсе  $\mathbf{K}$ , что приводит к логарифмической сингулярности в канале  $\mathbf{K}$ -спаривания.

Почти прямолинейные участки ФС соответствуют нестингу  $\varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{Q}) = -\varepsilon(\mathbf{k})$  для некоторого импульса  $\mathbf{Q} \neq \mathbf{Q}_\pi$  и сингулярности статической обобщенной восприимчивости  $\chi(\mathbf{q})$  при  $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ , допускающая неустойчивости в диэлектрических каналах спаривания в виде волн плотности заряда (CDW) и спина (SDW), а также волн плотности тока заряда (CCDW) и спина (SCDW). На части ФС возникает диэлектрическая щель  $D_i(\mathbf{k})$ , и закон дисперсии трансформируется в

$$\varepsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) \pm \sqrt{\varepsilon_{\pm}^2(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) + D_i^2(\mathbf{k})}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{Q})$ , что приводит к изменению плотности одночастичных состояний, которая у краев щели при  $D_i(\mathbf{k}) = \text{const}$  имеет вид

$$g(\varepsilon) = g_0 \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - D_i^2}}, \quad (7)$$

где  $g_0$  — плотность состояний на уровне Ферми, соответствующая ферми-жидкостному закону дисперсии. Функция (7), не учитывающая то, что параметр порядка  $D_i(\mathbf{k})$  может иметь нули на FC, лишь качественно отражает поведение плотности состояний.

### 3. СПАРИВАНИЕ ПРИ ОТТАЛКИВАНИИ

При экранированном кулоновском отталкивании энергия взаимодействия  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') > 0$  при любых импульсах  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  соответственно до и после рассеяния. Знакопеременный параметр порядка  $\Delta(\mathbf{k})$  возникает как нетривиальное решение уравнения самосогласования, которое при  $T = 0$  имеет вид

$$\Delta(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Delta(\mathbf{k}')}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}') + \Delta^2(\mathbf{k}')}}, \quad (8)$$

где суммирование по  $\mathbf{k}'$  проводится по зоне Бриллюэна. Такое решение формируется в окрестности PFC, в которой кинетическая энергия  $\mathbf{K}$ -пары (3) обращается в нуль или близка к нулю. Эта окрестность определяет сингулярный вклад в правую часть формулы (8). При зеркальном нестинге достаточным условием существования нетривиального решения является наличие хотя бы одного отрицательного собственного значения линейного оператора с ядром  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  [12]. Конкуренция рассеяния внутри областей постоянного знака  $\Delta(\mathbf{k})$ , разделенных линией нулей, и между этими областями приводит к необходимому изменению знака суммы в (8). Коэффициент при логарифме в (8) оценивается разностью интегралов по областям импульсного пространства, в которых  $\Delta(\mathbf{k})$  имеет разные знаки (электрон-дырочной асимметрией [10]), тогда как при спаривающем притяжении зеркальный нестинг является достаточным условием возникновения нетривиального решения.

Аргументы  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  ядра спаривающего взаимодействия принадлежат области кинематического ограничения с характерным энергетическим масштабом  $\varepsilon_0$ , что исключает процессы рассеяния с большими передачами импульса  $\mathbf{k}' - \mathbf{k} \equiv \kappa$ . При малых  $\kappa$  число переходов внутри областей постоянного знака  $\Delta(\mathbf{k})$  пропорционально площадям этих областей, тогда как число переходов, изменяющих знак правой части равенства (8), пропорционально площади полосы шириной  $\kappa$  и длиной, равной длине линии нулей. Поэтому сильное рассеяние с малыми  $\kappa$  способствует уменьшению амплитуды  $\Delta(\mathbf{k})$ . Кулоновское

рассеяние частиц в SC-канале конкурирует с их рассеянием на фононах, где преобладают как раз переходы с относительно малыми передачами импульса, так что рассеяние на фононах уменьшает вклад малых  $\kappa$  в спаривающем взаимодействии внутри области импульсного пространства, в которой  $\Delta(\mathbf{k})$  имеет один и тот же знак.

Диэлектрическая щель на участках FC с нестингом приводит к перераспределению спектрального веса между SC- и диэлектрической ветвями спектра элементарных возбуждений [9] и к подавлению передач импульса, заметно превышающих импульс нестинга  $\mathbf{Q}$ . Такое диэлектрическое ограничение передач импульса в SC-спаривающем взаимодействии соответствует эффективному обрезанию больших  $\kappa$  в  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ .

Сингулярность обобщенной восприимчивости  $\chi(\mathbf{q})$  при  $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$  приводит к мягкой моде в спектре бозонных возбуждений и эффективному взаимодействию между электронами

$$V(\mathbf{q}) \approx \gamma^2 \chi(\mathbf{q}), \quad (9)$$

где  $\gamma$  имеет смысл константы связи, характеризующей взаимодействие электронов с соответствующими бозонными возбуждениями. Если  $\chi(\mathbf{q})$  — магнитная восприимчивость, то формула (9) описывает спин-флуктуационное взаимодействие между электронами [13] при возникновении SDW с импульсом  $\mathbf{Q}$ , сингулярность диэлектрической восприимчивости  $\chi(\mathbf{q})$  соответствует пайерлсовской неустойчивости [14]. Волны плотности тока CCDW и SCDW при нестинге FC приводят к сингулярности соответствующих восприимчивостей и межэлектронному взаимодействию вида (9). Взаимодействие волн плотности или плотности тока с несоизмеримым периодом  $2\pi/Q$  с кристаллической решеткой формирует соизмеримую структуру с близким периодом.

Таким образом, SC-спаривающее взаимодействие  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  как функция импульсов относительного движения составляющих пару частиц до и после рассеяния может иметь достаточно сложную структуру, определяющую при зеркальном нестинге FC нетривиальное решение уравнения самосогласования.

Отклонение от зеркального нестинга можно учесть, заменив почти прямолинейные участки FC отрезками прямых линий при заданном среднем их отклонении (с энергетическим масштабом  $\delta$ ) от PFC, т. е. обрезая логарифм снизу:  $\delta \leq \xi \leq \varepsilon_0$ . Параметр порядка при  $\mathbf{K}$ -спаривании принимает вид [10]

$$\Delta(\mathbf{k}) = \text{sign } \Delta'(\mathbf{k}) \sqrt{|\Delta'(\mathbf{k})| [|\Delta'(\mathbf{k})| - 2\delta]}, \quad (10)$$

где  $\Delta'(\mathbf{k})$  — решение уравнения (8) при  $\delta = 0$ . Решение существует, если  $\delta < |\Delta'|$ . С уменьшением  $\delta$  амплитуда параметра порядка  $\Delta$  формально возрастает, однако при этом уменьшается зависящая от выбора  $\delta$  длина PFC и, следовательно, амплитуда  $\Delta'$ . Таким образом,  $\Delta$  достигает максимума при определенном оптимальном импульсе пары  $\mathbf{K}$ .

Зеркальный нестинг сохраняется в некоторой окрестности PFC, для которой приближенно выполняется условие (4). Именно эта окрестность формирует сингулярность в SC-канале спаривания, определяя масштаб (верхний предел обрезания) логарифма в правой части формулы (8) подобно тому, как при спаривающем притяжении за счет электрон-фононного взаимодействия охватывающий поверхность Ферми узкий слой  $\Xi_s$  импульсного пространства с энергетическим масштабом порядка дебаевской энергии  $\varepsilon_D$  определяет предэкспоненту SC-щели.

#### 4. ПЕРЕНОРМИРОВКА СПАРИВАЮЩЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Учет кулоновского взаимодействия в рамках электрон-фононного механизма сверхпроводимости с константой связи  $V$  в слое  $\Xi_s$  ограничивает  $V$  снизу неравенством [15]

$$V > \frac{U}{1 + gU \ln(\mu/\varepsilon_D)} \equiv U^*. \quad (11)$$

Здесь  $U$  — характерная энергия кулоновского отталкивания. Спаривающее взаимодействие в модели [15] задается в виде кусочно-постоянной функции:  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = U - V$ , если импульсы  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  принадлежат  $\Xi_s$ , и  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = U$ , если хотя бы один из них не принадлежит этой области. При выполнении условия (11) в спектре ядра спаривающего взаимодействия модели [15] возникает отрицательное собственное значение. Ядро, положенное в основу модели [15], как и более сложные кусочно-постоянные ядра [16], является вырожденным и допускает аналитическое решение уравнения самосогласования.

Перенормировкой  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rightarrow w(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  уравнение самосогласования (8) сводится к уравнению такого же вида, но с импульсами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , определенными в области  $\Xi_s$ , что соответствует постоянному в  $\Xi_s$  ядру  $w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = U^* - V \equiv -V^*$ . Постоянное в  $\Xi_s$  значение параметра порядка  $\Delta_s$  при  $\Delta_s \ll \varepsilon_D$  имеет вид

$$\Delta_s = 2\varepsilon_D \exp\left(-\frac{1}{gV^*}\right). \quad (12)$$

Постоянное вне  $\Xi_s$  значение параметра порядка  $\Delta'$  отличается от  $\Delta_s$  знаком и записывается как

$$\Delta_r = -[U^*/(V - U^*)]\Delta_s. \quad (13)$$

Граница, отделяющая область  $\Xi_s$  от дополняющей ее части  $\Xi_r$  зоны Бриллюэна, является линией нулей параметра порядка.

Решение вида (12) при спаривающем отталкивании формируется, главным образом, также некоторой областью  $\Xi_s$  в окрестности FC, определяющей сингулярный вклад в уравнение самосогласования. Этот вклад может быть найден способом, близким к приему Канторовича [17] выделения особенности в несобственном интеграле. При спаривающем отталкивании характерный энергетический масштаб  $\varepsilon_0$  области  $\Xi_s$  явно не выделен, что приводит к некоторой неопределенности при выборе предэкспоненциального множителя в выражении для энергетической щели. Использование метода Канторовича позволяет оптимальным образом выбрать  $\varepsilon_0$ , минимизируя регулярный вклад от области  $\Xi_r$ , дополняющей  $\Xi_s$  до области кинематического ограничения, в решение уравнения (8).

Соответствующей перенормировкой ядра спаривающего взаимодействия уравнение самосогласования может быть сведено к области интегрирования  $\Xi_s$ . Введем полную ортонормированную систему собственных функций  $\varphi_n(\mathbf{k})$  ядра  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , определенных во всей области  $\Xi$ ,

$$\varphi_n(\mathbf{k}) = \lambda_n \sum_{\mathbf{k}' \in \Xi} U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \varphi_n(\mathbf{k}'), \quad (14)$$

где множество собственных значений  $\lambda_n$  представляет спектр оператора спаривающего взаимодействия. Область  $\Xi$  есть сумма двух ее частей,  $\Xi_s$  и  $\Xi_r$ , определяющих соответственно сингулярный и регулярный вклады в уравнение самосогласования. Обозначим  $\varphi_n(\mathbf{k}) \equiv \phi_n(\mathbf{k})$ , если  $\mathbf{k} \in \Xi_s$ , и  $\varphi_n(\mathbf{k}) \equiv \psi_n(\mathbf{k})$ , если  $\mathbf{k} \in \Xi_r$ , и представим уравнение (8) в виде системы уравнений для функций  $\Delta(\mathbf{k}) \equiv \Delta_s(\mathbf{k})$  и  $\Delta(\mathbf{k}) \equiv \Delta_r(\mathbf{k})$ , определенных соответственно в областях  $\Xi_s$  и  $\Xi_r$ . При  $|\Delta| \ll \varepsilon_0$  в интегралах по области  $\Xi_r$  можно пренебречь слагаемым  $\Delta^2$  под корнем и получить два независимых уравнения для  $\Delta_s$  и  $\Delta_r$ .

Уравнение, определяющее параметр порядка  $\Delta_s(\mathbf{k})$  в области  $\Xi_s$ , повторяет (8),

$$\Delta_s(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}' \in \Xi_s} \frac{\mathbf{W}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Delta_s(\mathbf{k}')}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}') + \Delta_s^2(\mathbf{k}')}}, \quad (15)$$

с перенормированным ядром оператора спаривающего взаимодействия,

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sum_{n,m} \phi_n(\mathbf{k}) D_{nm} \phi_m^*(\mathbf{k}'), \quad (16)$$

и суммированием по  $\mathbf{k}'$  только по  $\Xi_s$ . Эрмитова матрица, определяющая ядро (16), имеет вид

$$D_{nm} = \frac{1}{\lambda_n} \left[ \delta_{nm} - \frac{1}{2\lambda_m} \sum_q M_{nq} K_{qm}^{-1} \right], \quad (17)$$

где  $K_{nm} = \delta_{nm} + M_{nm}/2\lambda_n$ , а

$$M_{nm} = \sum_{\mathbf{k} \in \Xi_r} \frac{\psi_n^*(\mathbf{k}) \psi_m(\mathbf{k})}{|\xi(\mathbf{k})|}. \quad (18)$$

Сумму (18), зависящую от геометрии области  $\Xi_r$ , при  $\varepsilon_0 \ll \mu$  можно оценить как

$$M_{nm} = 2g h_{nm} \ln \frac{\mu}{\varepsilon_0}, \quad (19)$$

где  $g$  — средняя плотность состояний в  $\Xi_r$ ,  $h_{nm}$  — числовая матрица, недиагональные элементы которой, в силу ортогональности функций  $\varphi_n(\mathbf{k})$  в  $\Xi$ , при условии  $\varepsilon_0 \ll \mu$  малы по сравнению с диагональными. Грубое приближение  $h_{nm} \approx \delta_{nm}$  позволяет пренебречь в  $D_{nm}$  диагональными элементами и получить оценку

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \approx \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{k}) \phi_n^*(\mathbf{k}')}{\lambda_n + g \ln(\mu/\varepsilon_0)}. \quad (20)$$

В знаменателе (20) к каждому из собственных значений  $\lambda_n$  ядра  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  добавляется положительная величина  $g \ln(\mu/\varepsilon_0)$ , поэтому если одно из собственных значений отрицательно ( $\lambda_1 < 0$ ), то при условии, что  $g \ln(\mu/\varepsilon_0) < |\lambda_1|$ , такая добавка эффективно уменьшает абсолютную величину отрицательного собственного значения ядра  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  и, соответственно, увеличивает энергию связи частиц, образующих пару [12].

После решения уравнения (15) параметр порядка в области  $\Xi_r$  принимает вид

$$\Delta_r(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}' \in \Xi_s} \frac{Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Delta_s(\mathbf{k}')}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}') + \Delta_s^2(\mathbf{k}')}}, \quad (21)$$

где

$$Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \approx \sum_n \frac{\psi_n(\mathbf{k}) \phi_n^*(\mathbf{k}')}{\lambda_n + g \ln(\mu/\varepsilon_0)}. \quad (22)$$

## 5. СУЩЕСТВОВАНИЕ НЕТРИВИАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Собственные функции  $\chi_r(\mathbf{k})$  перенормированного ядра  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , образующие полную ортонормированную систему и определенные в области  $\Xi_s$ , удовлетворяют уравнениям вида (14),

$$\chi_n(\mathbf{k}) = \mu_n \sum_{\mathbf{k}' \in \Xi_s} W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \chi_n(\mathbf{k}'), \quad (23)$$

с собственными значениями  $\mu_r$ , которые являются решениями секулярного уравнения

$$\det\{\delta_{qm} - \mu_r c_{qm}\} = 0, \quad (24)$$

где

$$c_{qm} = \sum_{\mathbf{k} \in \Xi_s} \sum_n \phi_q^*(\mathbf{k}) D_{nm} \phi_n(\mathbf{k}). \quad (25)$$

Замена истинного ядра спаривающего взаимодействия близким ему вырожденным ядром, имеющим конечное множество собственных функций, позволяет свести интегральное уравнение к системе алгебраических уравнений [18]. В случае, когда вырожденное ядро  $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  спаривающего взаимодействия имеет всего два собственных значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , соответствующих четным функциям  $\varphi_1(\mathbf{k})$  и  $\varphi_2(\mathbf{k})$ , определенным в  $\Xi$ , уравнение (24) имеет два решения ( $r = 1, 2$ ):

$$\mu_r = \frac{1}{2c} \left[ (c_{11} + c_{22}) \pm \sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}c_{21}} \right], \quad (26)$$

где  $c = c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}$ . Из формулы (26) следует, что при  $c > 0$  это уравнение отрицательного решения не имеет. Условие  $c < 0$ , аналогичное неравенству Сула [20], приводит к собственным значениям разного знака.

Приближенному ядру (20) соответствует матрица

$$c_{qm} \approx \left[ \lambda_m + g \ln \frac{\mu}{\varepsilon_0} \right]^{-1} \sum_{\mathbf{k} \in \Xi_s} \phi_q^*(\mathbf{k}) \phi_m(\mathbf{k}), \quad (27)$$

поэтому неравенство  $c < 0$  принимает вид

$$-A \prod_{m=1}^2 \left[ \lambda_m + g \ln \frac{\mu}{\varepsilon_0} \right]^{-1} > 0, \quad (28)$$

где

$$A = \sum_{\mathbf{k}} |\phi_1(\mathbf{k})|^2 \sum_{\mathbf{k}'} |\phi_2(\mathbf{k}')|^2 - \left| \sum_{\mathbf{k}} \phi_1^*(\mathbf{k}) \phi_2(\mathbf{k}) \right|^2 \quad (29)$$

— положительное число в силу неравенства Коши–Буняковского. Поскольку  $\lambda_2 > 0$ , неравенство (28) удовлетворяется, если

$$|\lambda_1| > g \ln \frac{\mu}{\varepsilon_0}. \quad (30)$$

Собственные значения  $\lambda_n$  обратно пропорциональны характерной энергии спаривающего взаимодействия  $U_0$ , как это следует из уравнения (14). Поэтому спаривающее отталкивание приводит к SC-состоянию, если  $U_0$  меньше некоторого значения, превышение которого означает диэлектризацию системы.

Поскольку при спаривающем отталкивании решение уравнения самосогласования (15) с необходимостью является знакопеременным, приближенное решение этого уравнения можно получить, заменив, как и в модели [15], истинное ядро спаривающего взаимодействия вырожденным ядром в виде кусочно-постоянной функции импульсов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Однако в отличие от модели [15], в которой весь FC принадлежит области импульсного пространства  $\Xi_s$ , соответствующей одному и тому же знаку  $s$  — симметричного параметра порядка, область  $\Xi_s$  делится на части  $\Xi_1$  и  $\Xi_2$ , в которых параметр порядка имеет разные знаки. Выполним усреднение перенормированного ядра по областям импульсного пространства  $\Xi_1$  и  $\Xi_2$  для каждого из аргументов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Усредненное ядро может быть представлено в виде симметричной матрицы

$$W_{ij} \equiv (\Xi_i \Xi_j)^{-1} \int W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') d^2k d^2k', \quad (31)$$

где интегрирование по  $\mathbf{k}$  проводится по области  $\Xi_i$ , а по  $\mathbf{k}'$  — по  $\Xi_j$ . Здесь  $i, j = 1, 2$ , а  $\Xi_i$  в уравнении (31) имеет смысл площади соответствующей области импульсного пространства. Области  $\Xi_1$  и  $\Xi_2$  имеют один и тот же энергетический масштаб  $\varepsilon_0$ , поэтому можно считать, что элементы матрицы (31) с точностью до численных коэффициентов  $\gamma_{ij}$ , зависящих от  $i$  и  $j$ , определяются одной и той же функцией от  $\varepsilon_0$ ,  $W_{ij} = \gamma_{ij}v(\varepsilon_0)$ . Ядро  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  при больших передачах импульса  $\mathbf{k} - \mathbf{k}' = \kappa$  является убывающей функцией  $\kappa$ , поэтому матричные элементы (31) уменьшаются с ростом  $\varepsilon_0$  по крайней мере при  $\varepsilon_0 > \varepsilon_D$ . Рассеяние на фононах, уменьшающее вклад малых  $\kappa$  в спаривающее взаимодействие, может приводить к возрастанию  $v(\varepsilon_0)$  при  $\varepsilon_0 < \varepsilon_D$ , так что зависящие от  $\varepsilon_0$  матричные элементы (31) либо являются функциями с максимумом, либо монотонно убывают.

В принятом приближении уравнение самосогласования приводит к кусочно-постоянному решению,

которое соответствует замене функции  $\Delta_s(\mathbf{k})$  ее средними в  $\Xi_1$  и  $\Xi_2$  значениями  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ . Уравнение (15) преобразуется в систему уравнений для определения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -W_{11}f_1\Delta_1 - W_{12}f_2\Delta_2, \\ \Delta_2 &= -W_{21}f_1\Delta_1 - W_{22}f_2\Delta_2, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $f_i = g \ln(2\varepsilon_0/|\Delta_i|)$ . Из системы (32) следует, что  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  имеют разные знаки. Представим  $\Delta_2$  как  $\Delta_2 = -\eta\Delta_1$ , где положительный параметр  $\eta$  определяется вытекающим из (32) уравнением

$$gW \ln \eta = \eta W_{12} - \frac{W_{21}}{\eta} + W_{22} - W_{11}, \quad (33)$$

а  $W \equiv W_{12}W_{21} - W_{11}W_{22}$  — положительная величина при условии (30).

Система уравнений (32) приводит к решению

$$\Delta_1 = 2\varepsilon_0 \exp \left[ -\frac{1}{gw(\varepsilon_0)} \right], \quad (34)$$

в котором зависящая от  $\varepsilon_0$  эффективная константа связи имеет вид

$$w(\varepsilon_0) = \frac{W}{\eta W_{12} + W_{22}} = \frac{\gamma v(\varepsilon_0)}{\eta \gamma_{12} + \gamma_{22}}, \quad (35)$$

где  $\gamma = \gamma_{12}\gamma_{21} - \gamma_{11}\gamma_{22} > 0$ .

Простейшее приближение,  $W_{11} = W_{22} = 0$ ,  $W_{12} = W_{21} \equiv 2w'_0$  [19], удовлетворяющее неравенству Сула, но не учитывающее асимметрию распределения знака  $\Delta(\mathbf{k})$  внутри  $\Xi_s$ , соответствует решению уравнения (33)  $\eta = 1$ . При асимметричном распределении знака  $\Delta(\mathbf{k})$  решение уравнения (33)  $\eta \approx 1$  из-за логарифма в левой его части, поэтому оба параметра энергетической щели  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  имеют один и тот же порядок величины.

Выражение (34), полученное в пределе слабой связи, обладает свойством экстремальности, поскольку константа связи (35) является убывающей функцией своего аргумента, по крайней мере, при  $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_D$ . Действительно, значение параметра  $\varepsilon_0$ , при котором (34) достигает максимума, определяется уравнением

$$\varepsilon_0 \frac{dw_0}{d\varepsilon_0} = -g w_0^2, \quad (36)$$

решение которого и определяет предэкспоненту в выражении для параметра порядка. Величина предэкспоненты существенно зависит от степени убывания функции  $v(\varepsilon_0)$ , определяющей эффективную константу связи (35). Для степенного закона

$w_0 \propto \varepsilon_0^{-\nu}$  (экранированному кулоновскому потенциалу соответствует  $\nu = 1/2$ ) максимуму  $\Delta_1$  соответствует  $\varepsilon_0 \sim (1/\nu)^{1/\nu}$ , поэтому энергетический масштаб области  $\Xi_s$  может значительно превышать характерный масштаб  $\varepsilon_D$  окрестности FC, в которой электрон-фононное взаимодействие дает заметный вклад в спаривающее взаимодействие. Конкуренция между возрастающей предэкспонентой и убывающей с  $\varepsilon_0$  экспонентой устанавливает равновесный SC-порядок, соответствующий максимуму  $\Delta_1$ . Отклонение от зеркального нестинга ограничивает предэкспоненту. Варьирование этого отклонения позволяет оптимальным образом выбрать длину PFC и выделить сингулярный вклад в уравнение самосогласования.

### 6. АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ И СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим, как и в работе [10], модельное спаривающее отталкивательное взаимодействие  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , связывающее состояния пар в окрестностях  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$  двух параллельных прямолинейных отрезков FC. Положим

$$\begin{aligned} W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= W, \quad \mathbf{k}, \mathbf{k}' \in \Xi_-, \quad \mathbf{k}, \mathbf{k}' \in \Xi_+, \\ W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= W', \quad \mathbf{k} \in \Xi_-(\Xi_+), \quad \mathbf{k}' \in \Xi_+(\Xi_-), \end{aligned} \quad (37)$$

что ограничивает большие передачи импульса при рассеянии как внутри каждой области  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$ , так и между этими областями. Ограничение малых передач импульса за счет электрон-фононного взаимодействия имеет место только внутри  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$ , что можно учесть, положив  $W < W'$ .

Ядро (37) приводит к системе двух уравнений самосогласования для средних значений параметра порядка  $\Delta_-$  и  $\Delta_+$  соответственно по областям  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$ . Эта система формально совпадает с системой (32) при  $\Delta_1 = \Delta_-$ ,  $\Delta_2 = \Delta_+$ ,  $W_{11} = W_{22} = W$ ,  $W_{12} = W_{21} = W'$  и обладает симметрией по отношению к преобразованию  $\Delta_- \leftrightarrow \pm\Delta_+$ , что позволяет свести ее к одному уравнению для  $\Delta \equiv \Delta_- = \pm\Delta_+$ . Для знакопостоянного в каждой из областей  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$  параметра порядка существует только антисимметричное решение  $\Delta_- = -\Delta_+$ , определяемое уравнением

$$1 = (W' - W)f(\Delta), \quad (38)$$

где  $f(\Delta) = g \ln(2\varepsilon_0/\Delta)$ . Необходимым условием существования решения является неравенство  $W' > W$ , т.е. подавление малых передач импульса при рассеянии играет определяющую роль в

формировании SC-состояния. Здесь  $g$  — плотность состояний, а  $\varepsilon_0$  по-прежнему имеет смысл энергетического масштаба окрестности FC, определяющей сингулярный вклад в уравнение самосогласования. Параметр порядка обращается в нуль везде, где ядро (37) равно нулю.

Решение уравнения самосогласования можно уточнить, заменив истинное ядро  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  вырожденным ядром, которое более детально, по сравнению с (37), отражает импульсную зависимость  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ . Именно, можно разделить области  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$  на части  $\Xi_{1\pm}$  и  $\Xi_{2\pm}$ , в каждой из которых определены параметры рассеяния  $W_1$  и  $W_2$ , а также параметр  $W_{12}$ , описывающий рассеяние между  $\Xi_{1\pm}$  и  $\Xi_{2\pm}$ . Таким образом, вместо одного параметра  $W$  новое вырожденное ядро характеризуется тремя:  $W_1$ ,  $W_2$  и  $W_{12}$ . Для рассеяния между  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$  при любых передачах импульса можно оставить единственный, как и в формулах (37), параметр  $W'$ .

Введенное таким образом ядро приводит к кусочно-постоянному параметру порядка, который определяется четырьмя константами:  $\Delta_{1\pm}$  в  $\Xi_{1\pm}$  и  $\Delta_{2\pm}$  в  $\Xi_{2\pm}$ . Вне областей  $\Xi_{\pm}$  параметр порядка обращается в нуль. Поскольку ядро спаривающего взаимодействия является четной функцией передачи импульса, константы, определяющие параметр порядка, связаны преобразованием симметрии  $\Delta_{1-} = \mp\Delta_{1+}$ ,  $\Delta_{2-} = \mp\Delta_{2+}$ , что позволяет отнести любое из решений системы уравнений самосогласования к антисимметричному ( $A$ , верхний знак) или симметричному ( $S$ , нижний знак) по отношению к преобразованию  $\mathbf{k} \leftrightarrow -\mathbf{k}$ . Величины  $\Delta_{1-}$  и  $\Delta_{2-}$  могут иметь либо один и тот же знак (тогда имеется единственное антисимметричное решение  $A1$ ), либо разные знаки, что допускает как симметричное, так и антисимметричное решения (соответственно  $S1$  и  $A2$ ).

Для  $\Delta_1 \equiv |\Delta_{1-}|$  и  $\Delta_2 \equiv |\Delta_{2-}|$  получается система уравнений, формально совпадающая с системой (32), если

$$W_{11} \rightarrow W_1 - W', \quad W_{12} \rightarrow W_{12} - W', \quad W_{22} \rightarrow W_2 - W'$$

в случае решения  $A1$  и

$$W_{11} \rightarrow W_1 \pm W', \quad W_{12} \rightarrow -(W_{12} \pm W'),$$

$$W_{22} \rightarrow W_2 \pm W'$$

в случаях решений  $S1$  (верхний знак) и  $A2$  (нижний знак). Когда линия нулей, разделяющая области  $\Xi_{1\pm}$  и  $\Xi_{2\pm}$ , не пересекает FC, а энергетический масштаб  $\varepsilon_1$ , отделяющий FC от границы



областей  $\Xi_{2\pm}$ , превышает  $\Delta_2$ ,  $\varepsilon_1 \gg \Delta_2$ , имеем  $f_1 \approx g \ln(2\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_1}/|\Delta_1|)$  и  $f_2 \approx g \ln(\varepsilon_0/\varepsilon_1)$ , так что

$$\Delta_1 = 2\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_1} \exp\left(-\frac{1}{gw}\right), \quad (39)$$

где эффективная константа связи имеет вид

$$w = \frac{gu_{12}^2 \ln(\varepsilon_0/\varepsilon_1)}{1 + gu_2 \ln(\varepsilon_0/\varepsilon_1)} - u_1. \quad (40)$$

Параметры  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  линейно связаны друг с другом,

$$\Delta_2 = \frac{u_{12}}{u_1 - gu \ln(\varepsilon_0/\varepsilon_1)} \Delta_1. \quad (41)$$

Здесь  $u = u_{12}^2 - u_1u_2$ ,  $u_i = W_i \mp W'$ ,  $i = 1, 2$ , верхний (нижний) знак соответствует решениям  $A1$  и  $A2$  ( $S1$ ),  $u_{12} = \pm(W_{12} \mp W')$  для решений  $A1$  и  $S1$  (соответственно верхние и нижние знаки); для решения  $A2$  имеем  $u_{12} = (W' - W_{12})$ .

Нетривиальные решения существуют, если

$$\begin{aligned} \pm \left[ gu \ln \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} - u_1 \right] &> 0, \\ \pm \left[ 1 + gu_2 \ln \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} \right] &> 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Верхние знаки соответствуют решениям  $A1$  и  $S1$  (в случае решения  $S1$  второе неравенство выполняется тривиально), а нижние — решению  $A2$ . При  $W' > W$  для существования решений  $S1$  и  $A2$  величина  $u$  должна иметь соответственно положительный и отрицательный знаки, тогда как решение  $A1$  существует при любом знаке  $u$  и даже при  $u = 0$ , поскольку  $u_1 < 0$  при  $W' > W$ . Решения  $S1$  и  $A2$  формируются рассеянием в областях  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$ , тогда как решение  $A1$  определяется рассеянием  $W'$  между этими областями.

Если линия нулей пересекает  $FC$ , то, приняв для простоты, что  $W_1 = W_2$ , можно положить  $f_1 = f_2 = g \ln(2\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_1}/\Delta)$ , где  $\varepsilon_1$  — общий для областей  $\Xi_{1\pm}$  и  $\Xi_{2\pm}$  энергетический масштаб отклонения линии нулей от  $FC$ , а  $\Delta = |\Delta_{1\pm}| = |\Delta_{2\pm}|$ . Тогда

$$\Delta_{1\pm} = \pm \Delta_{2\pm} = 2\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_1} \exp\left(-\frac{1}{gw'}\right), \quad (43)$$

где  $w' = 2W' - W_1 - W_{12}$  для  $A1$  (знак «плюс»); для решений  $S1$  и  $A2$  (знак «минус») имеем  $w' = W_{12} - W_1$ . При  $W' > W$  константа связи  $w'$  определенно положительна. Параметр  $\varepsilon_1$  при уже определенном  $\varepsilon_0$  может быть найден из условия максимума амплитуды параметра порядка. Дальнейшее дробление областей  $\Xi_-$  и  $\Xi_+$  с введением

дополнительных вариационных параметров [12] может приводить к другим антисимметричным и симметричным решениям. Наибольшей амплитудой обладает антисимметричное решение  $A1$ , соответствующее основному  $SC$ -состоянию [10].

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сверхпроводимость купратных соединений связана с возникновением синглетных состояний пар частиц при доминирующем экранированном кулоновском взаимодействии, которое при наличии кинематического ограничения и зеркального нестинга  $FC$  осциллирует в реальном пространстве, что достаточно для образования связанных состояний  $\mathbf{K}$ -пар [12]. Эффективность канала  $\mathbf{K}$ -спаривания в значительной мере определяется электрон-фононным взаимодействием, которое, как и традиционном фононном механизме сверхпроводимости, ограничивает малые передачи импульса при кулоновском рассеянии [21], что соответствует эффективному притяжению частиц, составляющих пару. Кроме того, усиление рассеяния частиц из-за взаимодействия вида (9) при нестинге участков  $FC$ , который способствует диэлектризации системы, может приводить к увеличению эффективной константы связи (пропорциональной характерной энергии  $U_0$  отталкивающего спаривающего взаимодействия) в  $SC$ -канале спаривания [9]. Конкурирующее со сверхпроводимостью диэлектрическое спаривание ограничивает  $U_0$  сверху,

$$U_0 < \left[ g \ln \frac{\mu}{\varepsilon_0} \right]^{-1}, \quad (44)$$

как следует из уравнения (30). При спаривающем отталкивании нетривиальные решения уравнения самосогласования делятся на два класса: антисимметричные и симметричные относительно инверсии импульса относительного движения пары. Амплитуда параметра порядка убывает по мере усложнения структуры узловых линий, на которых  $\Delta(\mathbf{k})$  обращается в нуль [10]. Наибольшая амплитуда соответствует решению  $A1$  с единственной узловой линией в пределах области кинематического ограничения. В куперовском канале (при  $\mathbf{K} = 0$ ), когда импульс относительного движения совпадает с импульсом частицы, такое орбитальное состояние оказывается запрещенным для синглетного параметра порядка, который имеет место в купратных сверхпроводниках. Поэтому для куперовского канала основным является симметричное решение  $S1$ , приводящее к расши-

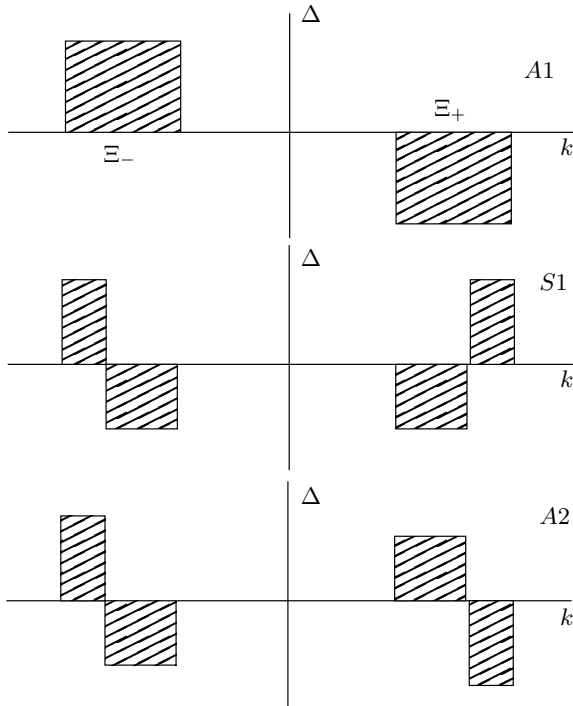


Рис. 3. Структура решений  $A1$ ,  $S1$  и  $A2$  уравнения самосогласования с вырожденным ядром (31)

ренной  $s$ -волновой ( $s^*$ ) симметрии: замкнутая линия нулей пересекает ФС в 8 точках ( $s+g$ -симметрия [1]).

В синглетном канале  $\mathbf{K}$ -спаривания решение  $A1$ , как и другие антисимметричные решения, оказывается допустимым в каждой области кинематического ограничения. Такие решения образуют линейную комбинацию по всем областям кинематического ограничения, которая формирует параметр порядка  $\Delta(\mathbf{k})$  во всей зоне Бриллюэна [6].

Кусочно-постоянные решения, показанные на рис. 3, позволяют установить распределение знака  $\Delta(\mathbf{k})$  в соответствующих линейных комбинациях (рис. 4). Решению  $A1$  соответствует  $d$ -симметрия с необходимым изменением знака  $\Delta(\mathbf{k})$  при повороте на угол  $\pi/2$ . Другие  $d$ -симметричные комбинации, построенные из решений  $S1$  и  $A2$ , имеют дополнительные линии нулей. Такие комбинации можно отнести к расширенной  $d$ -волновой симметрии. Аналогично определяется распределение знака  $\Delta(\mathbf{k})$  при  $s^*$ -симметрии (рис. 4).

Дополнительные линии нулей состоят из сегментов, определенных и центрированных в каждой из областей кинематического ограничения. С этими линиями связана достаточно сложная топология SC-параметра порядка [10]. На рис. 4 некоторые из них схематически представлены как окруж-

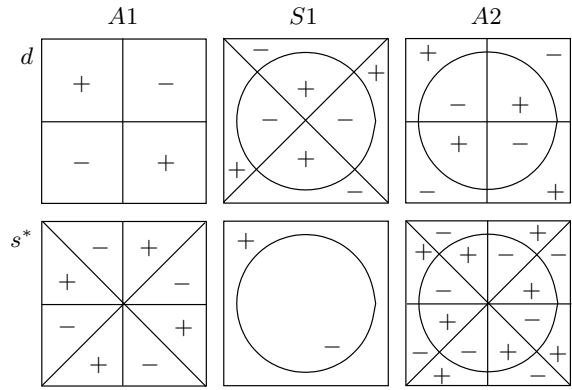


Рис. 4. Типы симметрии SC-параметра порядка при синглетном  $\mathbf{K}$ -спаривании, соответствующие нетривиальным решениям  $A1$ ,  $S1$  и  $A2$  уравнения самосогласования

ности, объединяющие отдельные сегменты во всей зоне Бриллюэна. Отметим, что простейшее отталкивательное спаривание, рассмотренное в работе [12], приводит к дополнительной линии нулей как раз в форме окружности.

На рис. 4 видно, что в общем случае при кусочно-постоянном ядре (37) структура линий нулей параметра порядка формируется тремя простейшими элементами: двумя парами скрещенных прямых, развернутых друг относительно друга на угол  $\pi/4$ , и замкнутой линией, пересекающей ФС в нескольких точках в соответствии с симметрией дисперсии  $\epsilon(\mathbf{k})$  относительно поворотов в импульсном пространстве. Пары скрещенных прямых определяют поворотную симметрию  $\Delta(\mathbf{k})$ : четному числу пар соответствует  $s^*$ -симметрия, нечетному —  $d$ -симметрия. Число замкнутых линий нулей определяется степенью «дробления» решения в области кинематического ограничения и, таким образом, не связано с симметрией  $\Delta(\mathbf{k})$  относительно поворотов. Эти линии на рис. 4 для простоты представлены как окружности.

В тепловом равновесии стабильным является параметр порядка, соответствующий одному из распределений линий нулей, при котором достигается минимум свободной энергии (например,  $d$ -волновой порядок, построенный из решения  $A1$ , или  $s^*$ -волновой порядок при решении  $S1$ ). Другие распределения линий нулей метастабильны и вносят вклад в флуктуации SC-параметра порядка: близкие к основному метастабильные SC-состояния расширяют флуктуационную область вблизи точки SC-перехода.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 06-02-17186а, 08-02-00490а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. Zhao, Phys. Rev. B **64**, 024503 (2001).
2. B. H. Brandow, Phys. Rev. B **65**, 054503 (2002).
3. P. W. Anderson, P. A. Lee, M. Randeria, T. M. Rice, N. Trivedi, and F. C. Zhang, J. Phys. C **16**, R755 (2004).
4. R. B. Laughlin, arXiv:cond-mat/0209269.
5. W. Kohn and J. M. Luttinger, Phys. Rev. Lett. **15**, 524 (1965).
6. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, УФН **176**, 457 (2006).
7. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, Rev. Mod. Phys. **78**, 17 (2006).
8. S. Chakravarty, R. B. Laughlin, D. K. Morr, and C. Nayak, Phys. Rev. B **63**, 094503 (2001).
9. А. И. Русинов, До Чан Кат, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **65**, 1984 (1973).
10. В. И. Белявский, В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, Письма в ЖЭТФ **86**, 462 (2007).
11. A. Damascelli, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, Rev. Mod. Phys. **75**, 473 (2003).
12. В. И. Белявский, Ю. В. Копаев, В. М. Софронов, С. В. Шевцов, ЖЭТФ **124**, 1149 (2003).
13. A. J. Millis, H. Monien, and D. Pines, Phys. Rev. B **42**, 167 (1990).
14. Л. Н. Булаевский, УФН **115**, 263 (1975).
15. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, Гостехиздат, Москва (1958).
16. D. Douglass and L. Falikov, in *Progress in Low Temperature Physics*, ed. by C. Gorter, Vol. 4, J. Wiley and Sons, New York (1964), p. 97.
17. Г. М. Фихтенгольц, *Курс дифференциального и интегрального исчисления*, т. 2, Физматгиз, Москва (1962).
18. М. Л. Краснов, *Интегральные уравнения*, КомКнига, Москва (2006).
19. V. I. Belyavsky, Yu. V. Kopaev, N. T. Nguyen, and Yu. N. Togushova, Phys. Lett. A **342**, 267 (2005).
20. H. Suhl, B. T. Matthias, and L. R. Walker, Phys. Rev. Lett. **3**, 552 (1959).
21. V. I. Belyavsky and Yu. V. Kopaev, Phys. Rev. B **76**, 214506 (2007).