

ЭКРАНИРОВАНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Филиппов^{а*}, А. Г. Загородний^б, А. И. Момот^с, А. Ф. Паль^а, А. Н. Старостин^а

^а Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
142190, Троицк, Московская обл., Россия

^б Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Национальной академии наук Украины
03680, Киев, Украина

^с Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко
01033, Киев, Украина

Поступила в редакцию 25 сентября 2008 г.

На основе модели точечных стоков рассмотрена задача об экранировании заряда движущейся макрочастицы в неравновесной плазме. Методом трехмерного интегрального преобразования по пространственным переменным и преобразования Лапласа по времени определены характерные времена формирования поляризационного облака вокруг такой макрочастицы. Показано, что с ростом скорости движения макрочастицы эффект экранирования усиливается. Рассмотрены условия применимости модели точечных стоков и установлено, что с уменьшением как скорости ионизации газа, так и размера макрочастиц область применимости полученных результатов расширяется. Рассмотрена задача об экранировании заряда при малых скоростях и установлено, что стационарный потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях становится доминирующей. Показано, что направление силы, действующей на пылевую частицу со стороны индуцированных ею зарядов, в общем случае зависит от соотношения коэффициентов переноса и гибели плазменных частиц в плазме. При превышении коэффициентом ланжевеновской рекомбинации ионов $\beta_{iL} = 4\pi e\mu_i$ коэффициента электрон-ионной рекомбинации β_{ei} эта сила при наличии стоков будет ускорять пылевые частицы. При отсутствии стоков или выполнении условия $\beta_{ei} > \beta_{iL}$ эта сила будет направлена против направления скорости пылевой частицы. Также рассмотрена задача об энергии и силе взаимодействия движущейся заряженной макрочастицы и индуцированных ею зарядов.

PACS: 52.27.Lw

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача об экранировании заряда, движущегося в плазме, имеет давнюю историю. Уже во второй работе, посвященной исследованию свойств электролитов, Дебай и Хюккель рассмотрели экранирование движущегося иона [1]. Задача решалась в диффузионно-дрейфовом приближении без учета объемных процессов рождения и гибели ионов и решение было найдено для малых скоростей движения заряда. Далее этот вопрос исследовался во многих работах [2–9] на основе уравнения Власова и его следствий. В настоящей работе, кратко изложенной ра-

нее [10], эта задача рассмотрена на основе диффузионно-дрейфового приближения применительно к столкновительной плазме с учетом стока плазменных частиц, процессов их рождения и гибели.

Нужно отметить, что в работах [1, 11–13] рассматривалась задача об экранировании движущегося заряда в столкновительной плазме при малых скоростях движения. Задача рассматривалась без учета объемных процессов рождения и гибели электронов и ионов; кроме того, в работе [1] не учитывался сток электронов и ионов на макрочастицу, а в работах [12, 13] полагалось, что распределение электронов является бальцмановским. Отметим, что при наличии стока электронов утверждение о бальцмановском характере их распределения заранее не очевид-

*E-mail: fav@triniti.ru

но. В работе [11] было показано, что при учете стока электронов и ионов на макрочастицу облако поляризации может ускорять макрочастицу, т. е. возможно движение с отрицательным трением. Причем было установлено, что эффект имеет «пороговый» характер и при уменьшении интенсивности стока исчезает. В работах [12, 13] была подтверждена возможность движения в плазме с отрицательным трением макрочастицы со стоком плазменных частиц на нее. Такое явление ранее предсказывалось в работах [14, 15] для активных броуновских частиц, имеющих внутренний источник энергии, который при малых скоростях подпитывает частицу и увеличивает кинетическую энергию ее движения. В работах [16, 17] возможность движения с отрицательным трением предсказывалась для бесстолкновительной плазмы с учетом стока электронов и ионов.

2. ЭКРАНИРОВАНИЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ МАКРОЧАСТИЦЫ

Для решения задачи об экранировании движущейся заряженной макрочастицы будем использовать модель точечных стоков [18, 19]. Эта модель учитывает поглощение электронов и ионов макрочастицей и имеет то преимущество, что позволяет учитывать дополнительные особенности задачи без существенного ее усложнения. Рассмотрим пылинку, движущуюся в изотропной слабоионизованной плазме, созданной внешним и/или внутренним источником ионизации газа. В этом случае исходная система уравнений, описывающая зарядку движущейся макрочастицы в диффузионно-дрейфовом приближении, имеет вид [18, 19]

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla \Gamma_\sigma = Q_{ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i - \eta_\sigma(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

$$\Delta \phi = -4\pi \sum_{\sigma=e,i} e_\sigma n_\sigma - 4\pi e \rho(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$\Gamma_\sigma = -\text{sign}(e_\sigma) \mu_\sigma n_\sigma \nabla \phi - D_\sigma \nabla n_\sigma, \quad (3)$$

$$\eta_\sigma(\mathbf{r}, t) = S_\sigma(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}), \quad \rho(\mathbf{r}, t) = q(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}). \quad (4)$$

Здесь $q(t)$ — заряд пылевой частицы в элементарных зарядах, который в общем случае (например, при неравномерном движении) может зависеть от времени, $S_\sigma(t)$ — интенсивность стоков частиц сорта σ , $\mathbf{s} = \mathbf{s}(t)$ — траектория пылинки; $n_\sigma = n_\sigma(\mathbf{r}, t)$ —

концентрация электронов ($\sigma = e$) и ионов ($\sigma = i$), μ_σ — подвижность и D_σ — коэффициент диффузии заряженных частиц плазмы, Q_{ion} — интенсивность объемной ионизации внешним источником, например, пучком быстрых электронов, ν_{ion} — частота ионизации газа собственными электронами плазмы, β_{ei} — коэффициент электрон-ионной рекомбинации, $\phi = \phi(\mathbf{r}, t)$ — потенциал самосогласованного поля, $e_i = e$ и $e_e = -e$, e — элементарный заряд. Коэффициенты переноса, ионизации и рекомбинации электронов полагаем постоянными [20]. Также считаем, что выполнены соотношения Эйнштейна

$$\frac{D_\sigma}{\mu_\sigma} = \frac{T_\sigma}{e}, \quad (5)$$

где $T_{e,i}$ — температура электронов и ионов в энергетических единицах.

После подстановки уравнения (3) в (1) и линеаризации уравнения (1) и (2) приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta n_\sigma}{\partial t} - D_\sigma \frac{e_\sigma n_0}{T_\sigma} \Delta \phi - D_\sigma \Delta \delta n_\sigma = \\ = \nu_{ion} \delta n_e - \beta_{ei} n_0 (\delta n_i + \delta n_e) - \eta_\sigma(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Delta \phi = -4\pi e (\delta n_i - \delta n_e) - 4\pi e \rho(\mathbf{r}, t), \quad (7)$$

где $\delta n_\sigma(\mathbf{r}, t) = (n_\sigma - n_0)$ — возмущение плотности плазменных частиц, вызванное присутствием движущейся пылинки, n_0 — концентрация электронов и ионов в невозмущенной плазме:

$$n_0 \equiv n_{0e,i} = \frac{\nu_{ion}}{2\beta_{ei}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4Q_{ion}\beta_{ei}}{\nu_{ion}^2}} \right). \quad (8)$$

После трехмерного интегрального преобразования Фурье по пространственным переменным и несложных преобразований, уравнения (6), (7) приводятся к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_e} \frac{\partial U_{e\mathbf{k}}}{\partial t} + (k^2 + k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2) U_{e\mathbf{k}} + \\ + (k_{se}^2 - k_{de}^2) U_{i\mathbf{k}} = (qk_{de}^2 - \tilde{S}_e) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_i} \frac{\partial U_{i\mathbf{k}}}{\partial t} + (k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2) U_{e\mathbf{k}} + \\ + (k_{si}^2 + k_{di}^2 + k^2) U_{i\mathbf{k}} = - (qk_{di}^2 + \tilde{S}_i) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi e (U_{i\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} + qe^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}}), \quad (11)$$

где

$$U_{\sigma\mathbf{k}} = \int \delta n_\sigma(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

и введены следующие обозначения:

$$k_{i\sigma}^2 = \frac{\nu_{ion}}{D_\sigma}, \quad k_{d\sigma}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{T_\sigma},$$

$$k_{s\sigma}^2 = \frac{\beta_{ei} n_0}{D_\sigma}, \quad \tilde{S}_\sigma = \frac{S_\sigma}{D_\sigma}.$$

Положим, что заряд макрочастицы и стоки электронов и ионов на нее постоянны. Пусть при $t = 0$ скорость макрочастицы, покоившейся в точке $r = 0$, меняется скачком от нуля до постоянного значения \mathbf{v} . Начальные значения для фурье-компонент плотности электронов и ионов, которые найдены в работе [19], обозначим соответственно как $U_{e\mathbf{k}}^0$ и $U_{i\mathbf{k}}^0$. Выполнив преобразование Лапласа уравнений (9), (10), получим

$$\begin{aligned} [p + D_e (k^2 + a_{11})] U_{e\mathbf{k}p} + a_{12} D_e U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_1 D_e}{p - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} + U_{e\mathbf{k}}^0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_{21} D_i U_{e\mathbf{k}p} + [p + D_i (k^2 + a_{22})] U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_2 D_i}{p - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} + U_{i\mathbf{k}}^0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $a_{11} = k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2$, $a_{12} = k_{se}^2 - k_{de}^2$, $b_1 = qk_{de}^2 - \tilde{S}_e$, $a_{21} = k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2$, $a_{22} = k_{si}^2 + k_{di}^2$, $b_2 = -qk_{di}^2 - \tilde{S}_i$.

Определитель системы уравнений (12), (13) можно представить в виде

$$\mathcal{D}_p = p^2 + [k^2 (D_e + D_i) + a_{11} D_e + a_{22} D_i] p + D_e D_i \mathcal{D}, \quad (14)$$

где \mathcal{D} — дискриминант системы уравнений для фурье-компонент плотностей электронов и ионов для стационарной задачи [19]:

$$\mathcal{D} = k^4 + k^2 (a_{11} + a_{22}) + a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}. \quad (15)$$

Как $\mathcal{D} > 0$, так и $\mathcal{D}_p > 0$, поэтому уравнение (14) можно представить в виде

$$\mathcal{D}_p = (p + p_1) (p + p_2), \quad (16)$$

где

$$p_{1,2} = \frac{1}{2} [k^2 (D_e + D_i) + a_{11} D_e + a_{22} D_i \pm \Omega], \quad (17)$$

$$\Omega^2 = [k^2 (D_e + D_i) + a_{11} D_e + a_{22} D_i]^2 - 4D_e D_i \mathcal{D}. \quad (18)$$

После несложных преобразований уравнение (18) можно привести к виду

$$\Omega^2 = [k^2 (D_e - D_i) + a_{11} D_e - a_{22} D_i]^2 + 4D_e D_i a_{12} a_{21}. \quad (19)$$

Из выражения (19) легко можно показать, что даже при $k = 0$ дискриминант квадратного уравнения в правой части уравнения (14) положителен. Поэтому мы можем сделать вывод, что величины p_1 , p_2 действительны, а из соотношений

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= k^2 (D_e + D_i) + a_{11} D_e + a_{22} D_i > 0, \\ p_1 p_2 &= D_e D_i \mathcal{D} > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

следует, что они положительны и не равны друг другу.

Решения уравнений (12), (13) имеют вид

$$\begin{aligned} U_{e\mathbf{k}p} = \frac{b_1 D_e [p + D_i (k^2 + a_{22})] - b_2 a_{12} D_e D_i}{(p - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p + p_1) (p + p_2)} + \\ + \frac{U_{e\mathbf{k}}^0 [p + D_i (k^2 + a_{22})] - D_e a_{12} U_{i\mathbf{k}}^0}{(p + p_1) (p + p_2)}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} U_{i\mathbf{k}p} = \frac{b_2 D_i [p + D_e (k^2 + a_{11})] - b_1 a_{21} D_e D_i}{(p - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p + p_1) (p + p_2)} + \\ + \frac{U_{i\mathbf{k}}^0 [p + D_e (k^2 + a_{11})] - D_i a_{21} U_{e\mathbf{k}}^0}{(p + p_1) (p + p_2)}. \end{aligned} \quad (22)$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа [21], из уравнений (21), (22) получим

$$\begin{aligned} U_{e\mathbf{k}} = & \frac{b_1 D_e [-p_1 + D_i (k^2 + a_{22})] - b_2 a_{12} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_1 - p_2)} e^{-p_1 t} + \\ & + \frac{b_1 D_e [-p_2 + D_i (k^2 + a_{22})] - b_2 a_{12} D_e D_i}{(p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 - p_1)} e^{-p_2 t} + \\ & + \frac{b_1 D_e [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + D_i (k^2 + a_{22})] - b_2 a_{12} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t} + \\ & + \frac{U_{e\mathbf{k}}^0}{p_2 - p_1} [(a_e - p_1) e^{-p_1 t} + (p_2 - a_e) e^{-p_2 t}], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} U_{i\mathbf{k}} = & \frac{b_2 D_i [-p_1 + D_e (k^2 + a_{11})] - b_1 a_{21} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_1 - p_2)} e^{-p_1 t} + \\ & + \frac{b_2 D_i [-p_2 + D_e (k^2 + a_{11})] - b_1 a_{21} D_e D_i}{(p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 - p_1)} e^{-p_2 t} + \\ & + \frac{b_2 D_i [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + D_e (k^2 + a_{11})] - b_1 a_{21} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t} + \\ & + \frac{U_{i\mathbf{k}}^0}{p_2 - p_1} [(a_i - p_1) e^{-p_1 t} + (p_2 - a_i) e^{-p_2 t}], \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$a_e = D_i (k^2 + a_{22}) - \frac{D_e a_{12} U_{i\mathbf{k}}^0}{U_{e\mathbf{k}}^0},$$

$$a_i = D_e (k^2 + a_{11}) - \frac{D_i a_{21} U_{e\mathbf{k}}^0}{U_{i\mathbf{k}}^0}.$$

Из формул (23), (24) видно, что характерное время установления стационарного состояния определяется постоянными p_1 и p_2 , которые зависят от абсолютного значения волнового вектора k . Для длинноволновых возмущений в плазме с внешним источником ионизации газа, когда можно пренебречь ионизацией газа плазменными электронами ($\nu_{ion} \approx 0$), из формулы (17) имеем

$$\lim_{k \rightarrow 0} p_{1,2} = \frac{1}{2} n_0 \left[(\beta_{eL} + \beta_{iL} + 2\beta_{ei}) \pm |\beta_{eL} + \beta_{iL} - 2\beta_{ei}| \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1 = 2\beta_{ei} n_0, \\ p_2 = (\beta_{eL} + \beta_{iL}) n_0, \end{cases} \quad (25)$$

где $\beta_{eL} = 4\pi e \mu_e$, $\beta_{iL} = 4\pi e \mu_i$ — коэффициенты ланжевеновской рекомбинации соответственно электронов и ионов. Отсюда видно, что на больших расстояниях от движущегося заряда характерное время установления поляризационного облака определяется временами установления равновесия в плазме с внешним источником ионизации и дрейфа электронов и ионов.

Последнее утверждение требует некоторого пояснения. Характерный размер области нарушения квазинейтральности плазмы электронной компонентой составляет величину порядка k_{de}^{-1} . В этой области появляется поле напряженностью $E_e \sim 4\pi e n_0 / k_{de}$. В таком поле электроны приобретают дрейфовую скорость $\mu_e E_e$ и проходят область нарушения квазинейтральности, ликвидируя это нарушение, за время $\mu_e E_e k_{de} = \beta_{eL} n_0$. Аналогичные рассуждения показывают, что характерное время восстановления квазинейтральности ионной компонентой определяется величиной $\mu_i E_i k_{di} = \beta_{iL} n_0$. В итоге мы приходим ко второму соотношению (25).

Для коротковолновых возмущений

$$\lim_{k \rightarrow \infty} p_{1,2} = \frac{1}{2} k^2 \left[(D_e + D_i) \pm |D_e - D_i| \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1 = k^2 D_e, \\ p_2 = k^2 D_i, \end{cases} \quad (26)$$

т. е. характерное время формирования облака поляризации определяется процессами диффузии электронов и ионов.

В случае плазмы с самостоятельным источником ионизации ($Q_{ion} = 0$), для длинноволновых возмущений характерные времена незначительно изменятся:

$$\lim_{k \rightarrow 0} p_{1,2} = \frac{1}{2} n_0 \left[(\beta_{eL} + \beta_{iL} + \beta_{ei}) \pm |\beta_{eL} + \beta_{iL} - \beta_{ei}| \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1 = \beta_{ei} n_0 = \nu_{ion}, \\ p_2 = (\beta_{eL} + \beta_{iL}) n_0, \end{cases} \quad (27)$$

а для коротковолновых возмущений останутся такими же, как и в плазме с внешним источником ионизации газа.

В стационарном режиме все члены с $e^{-p_1 t}$ и $e^{-p_2 t}$ исчезнут, так как величины p_1 и p_2 , как мы отмечали выше, действительны и положительны. В итоге на временах

$$t \gg \max \{p_1^{-1}, p_2^{-1}\}$$

имеем

$$U_{e\mathbf{k}} = \frac{b_1 D_e [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + D_i (k^2 + a_{22})] - b_2 a_{12} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \times e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t}, \quad (28)$$

$$U_{i\mathbf{k}} = \frac{b_2 D_i [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + D_e (k^2 + a_{11})] - b_1 a_{21} D_e D_i}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \times e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t}. \quad (29)$$

Также отметим, что в стационарном режиме стоки электронов и ионов равны друг другу: $S_e = S_i \equiv S$. Теперь, подставив формулы (28), (29) в уравнение (11), для фурье-образа потенциала получим

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{k^2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t} \left\{ q + \frac{(b_2 D_i - b_1 D_e) i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} + \frac{D_e D_i [b_2 (k^2 + a_{11} + a_{12}) - b_1 (k^2 + a_{22} + a_{21})]}{(p_1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) (p_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \right\}. \quad (30)$$

После несложных преобразований, выражение (30) приведем к виду

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{k^2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t} \times \left[q + \frac{D_e D_i k^2 (S_- + q k_d^2) + q \beta_+ (i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + \nu_s)}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} (k^2 D_{ei} + \beta_+ + \nu_s) - D_e D_i \mathcal{D}} \right], \quad (31)$$

где $S_- = \tilde{S}_i - \tilde{S}_e$, $\beta_+ = k_{de}^2 D_e + k_{di}^2 D_i = 4\pi e n_0 (\mu_e + \mu_i) \equiv n_0 (\beta_{eL} + \beta_{iL})$, $\nu_s = 2\beta_{ei} n_0 - \nu_{ion}$, $D_{ei} = D_e + D_i$.

Дискриминант \mathcal{D} , определенный выражением (15), можно представить в виде

$$\mathcal{D} = (k^2 + k_1^2) (k^2 + k_2^2), \quad (32)$$

где k_1 и k_2 являются постоянными экранирования для покоящегося заряда (см. работы [18, 19]) и определяются выражением

$$k_{1,2}^2 = \frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2} \pm \left[\left(\frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2} \right)^2 - k_{di}^2 (2k_{se}^2 - k_{ie}^2) - k_{de}^2 (2k_{si}^2 - k_{ii}^2) \right]^{1/2}, \quad (33)$$

где $k_d^2 = k_{di}^2 + k_{de}^2$, $k_s^2 = k_{si}^2 + k_{se}^2$. Как следует из формулы (31), потенциал состоит из собственного потенциала источника (первое слагаемое) и индуцированной части, обусловленной откликом системы как на электрическое поле источника (члены, содержащие q), так и стоками (член с S_-).

3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКРАНИРОВАНИЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ МАКРОЧАСТИЦЫ

Выберем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль вектора скорости движения \mathbf{v} , а радиус-вектор \mathbf{r} к центру пылевой частицы лежал в плоскости нулевого меридиана. Выполнив обратное преобразование Фурье, для определения потенциала из уравнения (31) получим

$$\begin{aligned} \phi(\rho, z, t) = & \frac{eq}{2\pi^2} \int_0^\infty \lambda d\lambda \int_{-\infty}^\infty dk_z \int_0^{2\pi} d\varphi \times \\ & \times \exp(-ik_z(z - vt) - i\lambda\rho \cos\varphi) \times \\ & \times \frac{1}{k_z^2 + \lambda^2} \left\{ 1 + \frac{\gamma(k_z^2 + \lambda^2) + \beta_+(ik_z v + \nu_s)}{\Xi(k_z, \rho, v)} \right\}, \quad (34) \end{aligned}$$

где

$$\gamma = \left(\frac{S_-}{q} + k_d^2 \right) D_e D_i,$$

$$\begin{aligned} \Xi(k_z, \rho, v) = & k_z^2 v^2 - ik_z v [D_{ei}(k_z^2 + \lambda^2) + \beta_+ + \nu_s] - \\ & - D_e D_i (k_z^2 + \lambda^2 + k_1^2) (k_z^2 + \lambda^2 + k_2^2). \end{aligned}$$

Введем безразмерные переменные

$$\tilde{z} = zk_d, \quad \tilde{\rho} = \rho k_d, \quad \vartheta = \frac{v}{k_d \sqrt{D_e D_i}} = \frac{vk_d}{\nu_{dif}},$$

$$\nu_{dif} = k_d^2 \sqrt{D_e D_i}, \quad \tau = \nu_{dif} t, \quad \epsilon = \frac{D_e + D_i}{\sqrt{D_e D_i}},$$

$$\begin{aligned} \tilde{k}_z = \frac{k_z}{k_d}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{k_d}, \quad \tilde{\beta}_+ = \frac{\beta_+}{\nu_{dif}}, \quad \tilde{\nu}_s = \frac{\nu_s}{\nu_{dif}}, \\ \tilde{k}_1 = \frac{k_1}{k_d}, \quad \tilde{k}_2 = \frac{k_2}{k_d}, \quad \tilde{\gamma} = 1 + \frac{S_-}{qk_d^2}. \end{aligned}$$

Ниже, там, где не вызывает сомнений, тильды над символами будем опускать. После интегрирования по азимутальному углу, выражение (34) переходит в следующее:

$$\begin{aligned} \phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, \tau) = & \frac{eqk_d}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda\tilde{\rho}) \lambda d\lambda \int_{-\infty}^\infty dk_z e^{-ik_z(\tilde{z} - \vartheta\tau)} \times \\ & \times \frac{1}{k_z^2 + \lambda^2} \left\{ 1 + \frac{\tilde{\gamma}(k_z^2 + \lambda^2) + \tilde{\beta}_+(ik_z\vartheta + \tilde{\nu}_s)}{\tilde{\Xi}(k_z, \rho, \vartheta)} \right\}, \quad (35) \end{aligned}$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, а знаменатель определен выражением

$$\begin{aligned} \tilde{\Xi}(k_z, \rho, \vartheta) = & \frac{\Xi(k_z, \rho, v)}{D_e D_i k_d^4} = \\ & = k_z^2 \vartheta^2 - ik_z \vartheta [\epsilon(k_z^2 + \lambda^2) + \tilde{\beta}_+ + \tilde{\nu}_s] - \\ & - (k_z^2 + \lambda^2 + \tilde{k}_1^2) (k_z^2 + \lambda^2 + \tilde{k}_2^2). \end{aligned}$$

Для определения концентрации электронов и ионов из формул (28), (29) находим

$$\begin{aligned} \delta n_e(\tilde{\rho}, \tilde{z}, \tau) = & -\frac{k_d^3}{4\pi^2} \int_0^\infty J_0(\lambda\tilde{\rho}) \lambda d\lambda \times \\ & \times \int_{-\infty}^\infty dk_z e^{-ik_z(\tilde{z} - \vartheta\tau)} \times \\ & \times \frac{(q\tilde{k}_{de}^2 - \tilde{S}/\zeta)(k_z^2 + \lambda^2 + ik_z\vartheta/\zeta) + \tilde{\beta}_+(\tilde{\nu}_r q - \tilde{S})}{\tilde{\Xi}(k_z, \rho, \vartheta)}, \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta n_i(\tilde{\rho}, \tilde{z}, \tau) = & \frac{k_d^3}{4\pi^2} \int_0^\infty J_0(\lambda\tilde{\rho}) \lambda d\lambda \times \\ & \times \int_{-\infty}^\infty dk_z e^{-ik_z(\tilde{z} - \vartheta\tau)} \times \\ & \times \frac{(q\tilde{k}_{di}^2 + \tilde{S}\zeta)(k_z^2 + \lambda^2 + ik_z\vartheta/\zeta) + \tilde{\beta}_+(\tilde{\nu}_i q + \tilde{S})}{\tilde{\Xi}(k_z, \rho, \vartheta)}, \quad (37) \end{aligned}$$

где $\tilde{S} = S/\nu_{dif}$, $\tilde{k}_{d\sigma} = k_{d\sigma}/k_d$, $\zeta = \sqrt{D_e/D_i}$, $\tilde{\nu}_r = \beta_{ei}n_0/\nu_{dif}$, $\tilde{\nu}_i = (\beta_{ei}n_0 - \nu_{ion})/\nu_{dif}$.

На рис. 1 представлены распределения зависящих от скорости пылевой частицы поправок

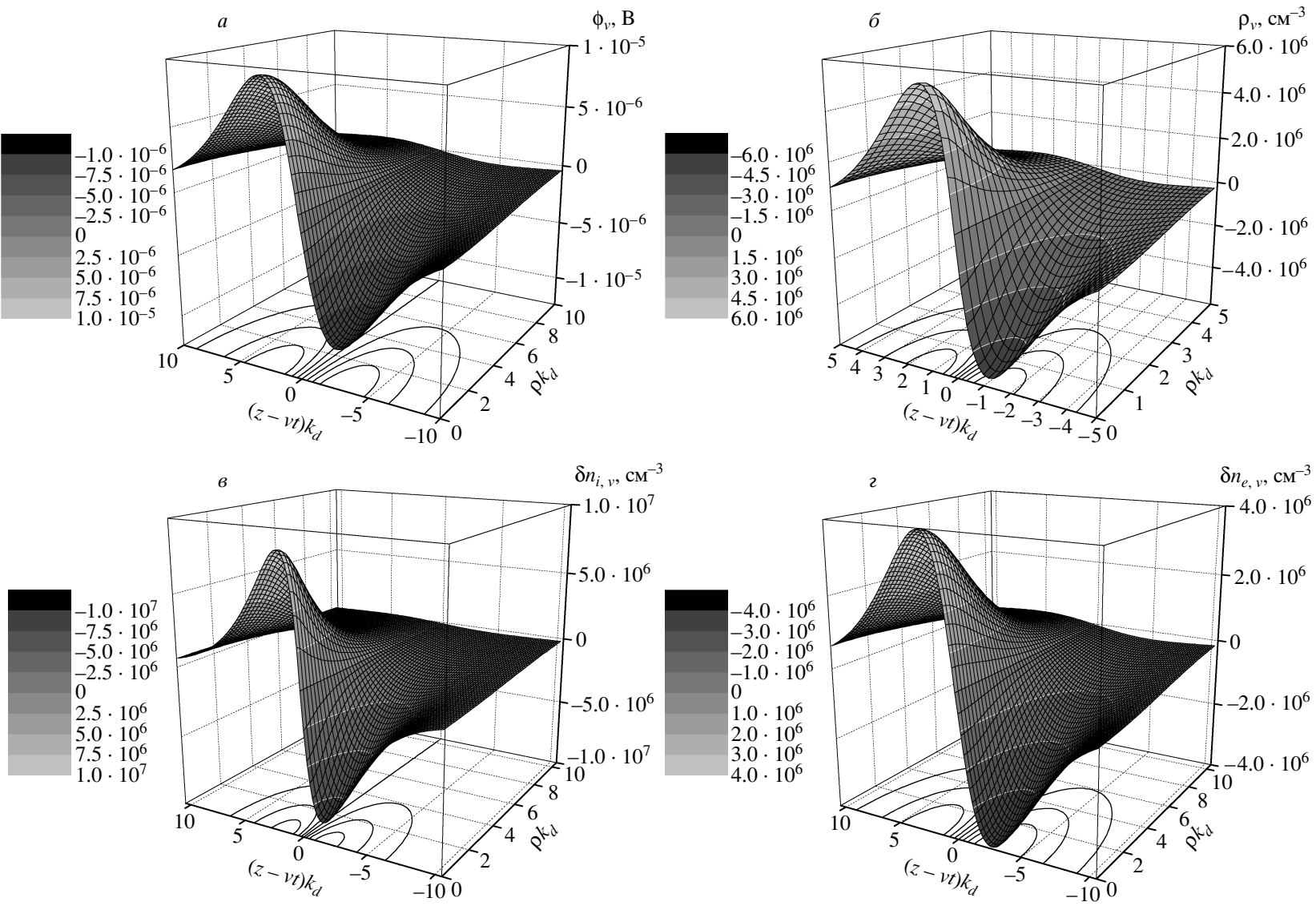


Рис. 1. Распределение зависящих от скорости движения поправок потенциала (*a*), плотности объемного заряда (*б*), ионной (*в*) и электронной (*г*) плотностей для $v = 1 \text{ см/с}$, $r_0 = 1 \text{ мкм}$, $T_e = T_i = 300 \text{ К}$, $Q_{\text{ion}} = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, с^{-1} в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$

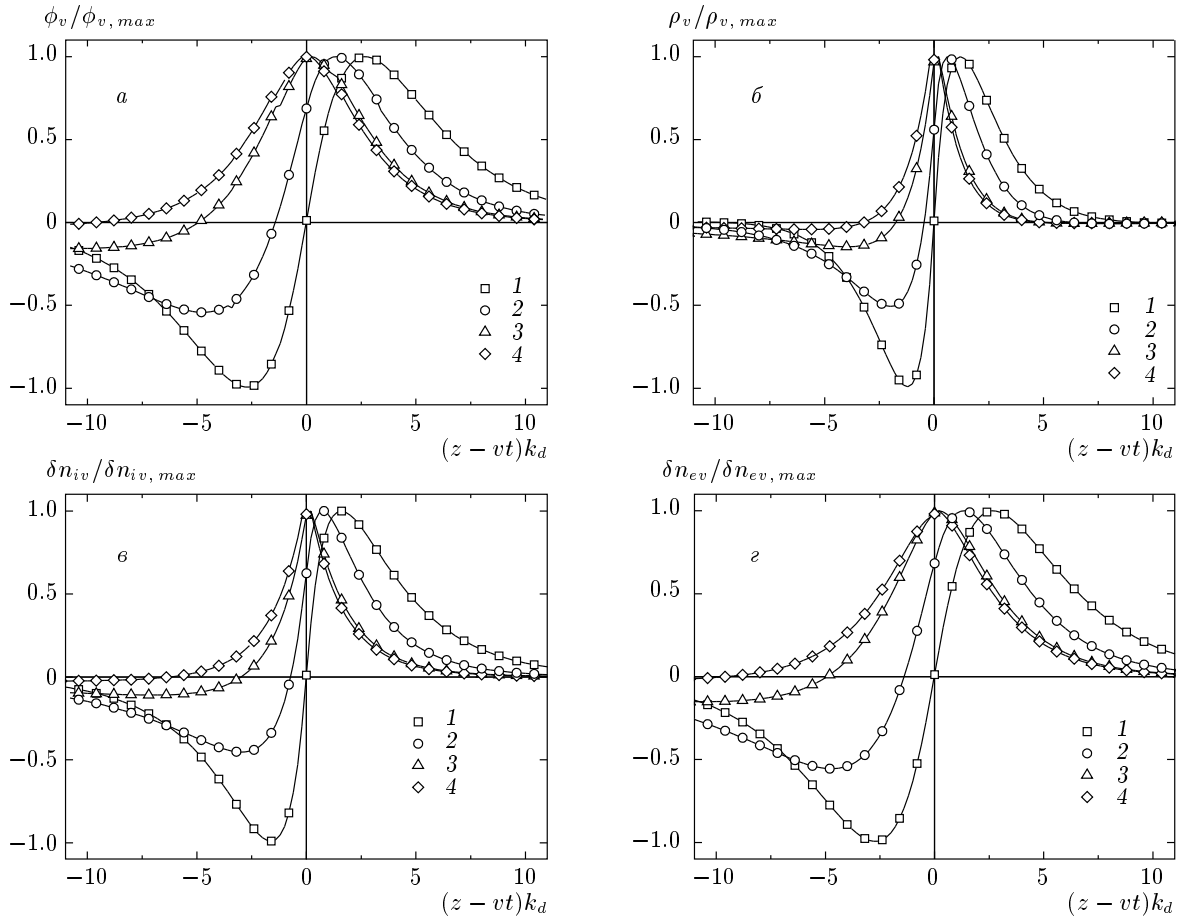


Рис. 2. Распределения зависящей от скорости движения поправки потенциала (а), плотности объемного заряда (б), плотности ионов (в) и электронов (г) вдоль линии движения макрочастицы радиусом $r_0 = 1$ мкм при $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$: 1 — $v = 1$, 2 — 10^2 , 3 — 10^3 , 4 — 10^4 см/с

потенциала $\phi_v(z, \rho, t) = [\phi(z, \rho, t) - \phi_0(R)]$, концентрации электронов и ионов $\delta n_{\sigma, v}(z, \rho, t) = [\delta n_{\sigma}(z, \rho, t) - \delta n_{\sigma 0}(R)]$, плотности объемного заряда $\rho_v(z, \rho, t) = (\delta n_{i, v} - \delta n_{e, v})$ при скорости движения 1 см/с, ее радиусе $r_0 = 1$ мкм, скорости ионизации газа $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, комнатной температуре электронов и ионов $T_e = T_i = 300$ К, концентрации атомов аргона $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, расстоянии до центра макрочастицы $R = \sqrt{(z - vt)^2 + \rho^2}$. Здесь $\delta n_{\sigma 0}(R)$ — отклонение концентрации электронов и ионов от концентрации невозмущенной, неподвижной макрочастицы [19], $\phi_0(R)$ — потенциал неподвижной макрочастицы [19] (см. ниже, выражения (49) и (75), (76)). При $T_e = 300$ К подвижность и коэффициент диффузии электронов при концентрации атомов аргона $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ равны $\mu_e = 9.98 \cdot 10^4 \text{ В/см}^2 \cdot \text{с}$, $D_e = 2580 \text{ см}^2/\text{с}$. Подвижность и коэффициент диффузии ионов Ar_2^+ — основных ионов в плазме

аргона при повышенных давлениях — при атмосферном давлении и температуре ионов $T_i = 300$ К равны соответственно $\mu_i = 2.094 \text{ В/см}^2 \cdot \text{с}$ и $D_i = 0.0542 \text{ см}^2/\text{с}$ [22, 23], а коэффициент диссоциативной рекомбинации определяется зависимостью $\beta_{ei} = 0.85 \cdot 10^{-6} (T_e/0.026)^{-0.67} \text{ см}^3/\text{с}$ [24]. Для данных параметров плазмы $k_1 \equiv k_d = 1231.7 \text{ см}^{-1}$, $k_2 \equiv k_s = 435.5 \text{ см}^{-1}$ [19, 25]. В численных расчетах процесса зарядки пылевых частиц в работах [25–27] отмечалось, что поток ионов на пылевую частицу в стационарном режиме практически совпадает с ланжевеновским потоком. Поэтому для стока положено

$$S \approx -4\pi e \mu_i n_0 q = -\beta_{iL} n_0 q, \quad (38)$$

а заряд пылевых частиц определялся из соотношения [26, 27] (см. также [19, 25])

$$q = -\frac{T_e r_0}{e^2} \ln \left(\frac{\mu_e}{\mu_i} \right). \quad (39)$$

Внутренний интеграл в (35)–(37) по k_z вычислялся на основе теории вычетов, а интеграл по λ — методом Ромберга второго порядка. Рисунок 1а показывает, что связанная с движением поправка к потенциалу при малых скоростях положительна впереди движения макрочастицы и отрицательна сзади. Аналогичное распределение имеет и поправка к плотности объемного заряда (см. рис. 1б).

Как видно на рис. 1в, при данных параметрах плазмы распределение ионов вследствие движения макрочастицы повышается спереди и понижается сзади пылевой частицы. Это перераспределение положительного заряда приводит к появлению сферически-асимметричного распределения потенциала. Это, в свою очередь, вызывает перераспределение концентрации электронов, распределение которых близко к больцмановскому и быстро подстраивается под изменение потенциала. Это несколько уменьшает эффект, поскольку концентрация электронов оказывается повышенной там, где потенциал положителен (см. рис. 1г), и отрицательный заряд электронов уменьшает плотность объемного заряда, что хорошо видно из сравнения рис. 1б и 1г.

В работах [28–32] изучалось экранирование находящегося в потоке плазмы заряженного тела в бесстолкновительном приближении и без учета стоков плазменных частиц. Было установлено, что в кильватере отрицательно заряженной макрочастицы формируется область с повышенной ионной плотностью, так называемый ионный фокус. Эта картина в корне отличается от полученной здесь, что обусловлено как стоками электронов и ионов, так и процессами рождения и гибели плазменных частиц, которые в настоящей работе учтены (более подробное обсуждение данного вопроса см. ниже).

Как видно на рис. 1, распределения поправок, связанных с движением макрочастицы, практически симметричны (с учетом знака) относительно плоскости, проходящей перпендикулярно оси z через центр макрочастицы. С увеличением скорости движения эта симметрия нарушается, что видно на рис. 2 (максимальные значения распределений, которые использовались при построении графиков на этом рисунке, приведены в табл. 1). Видно, что максимум становится больше минимума по абсолютной величине, положение максимума сдвигается ближе к макрочастице, а минимума удаляется. Это связано с тем, что плазма не успевает подстраиваться под быстрое движение макрочастицы и впереди плот-

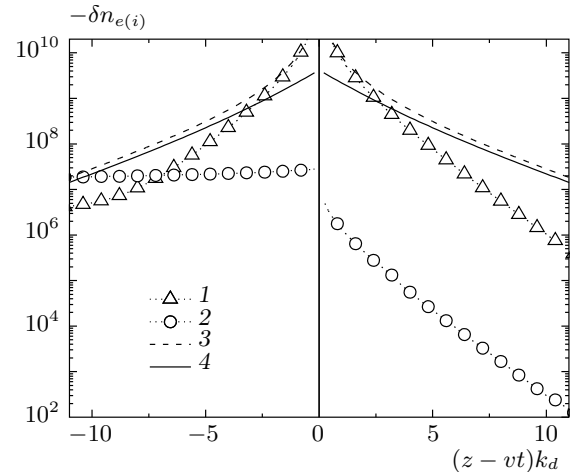


Рис. 3. Распределения величин $\delta n_e = (n_e - n_0)$ и $\delta n_i = (n_i - n_0)$ при $r_0 = 1$ мкм, $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$: 1 — отклонение от равновесной концентрации электронов и 2 — ионов вдоль линии движения макрочастицы при $v = 10^5 \text{ см/с}$; 3, 4 — отклонения от равновесной концентрации электронов и ионов вокруг неподвижной макрочастицы согласно [18, 19]

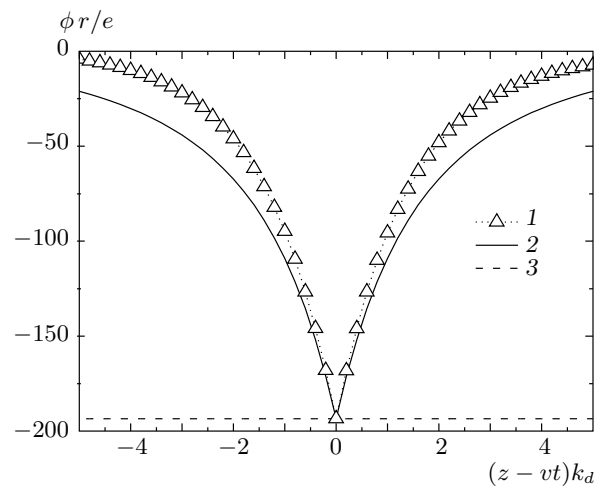


Рис. 4. Распределения приведенного потенциала вдоль линии движения макрочастицы при $v = 10^5 \text{ см/с}$, $r_0 = 1$ мкм, $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$: 1 — расчетный приведенный потенциал, 2 — приведенный потенциал неподвижной частицы ионов согласно асимптотической теории [18, 19], 3 — приведенный потенциал пылевой частицы в вакууме

Таблица 1. Максимальные значения поправок, зависящих от скорости пылевой частицы радиусом $r_0 = 1$ мкм при $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14}$ см⁻³ · с⁻¹ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см⁻³ (для $v = 10^4$ см/с в качестве максимума взяты значения при $(z - vt)k_d = 0.2$)

$v, \text{см/с}$	1	10	10 ²	10 ³	10 ⁴
$\phi_{v,max}, \text{В}$	$9.47 \cdot 10^{-6}$	$9.73 \cdot 10^{-5}$	$9.66 \cdot 10^{-4}$	$2.33 \cdot 10^{-3}$	$2.66 \cdot 10^{-3}$
$\delta n_{ev,max}, \text{см}^{-3}$	$3.97 \cdot 10^6$	$4.08 \cdot 10^7$	$3.96 \cdot 10^8$	$1.02 \cdot 10^9$	$1.17 \cdot 10^9$
$\delta n_{iv,max}, \text{см}^{-3}$	$8.68 \cdot 10^6$	$9.02 \cdot 10^7$	$9.78 \cdot 10^8$	$3.10 \cdot 10^9$	$3.60 \cdot 10^9$
$\rho_{v,max}, \text{см}^{-3}$	$5.47 \cdot 10^6$	$5.65 \cdot 10^7$	$6.10 \cdot 10^8$	$2.08 \cdot 10^9$	$2.44 \cdot 10^9$

Таблица 2. Расстояния от пылевой частицы \tilde{Z}_0 , начиная с которых абсолютное значение потенциала неподвижной частицы становится меньше абсолютного значения потенциала сзади движущейся пылевой частицы радиусом $r_0 = 1$ мкм при $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14}$ см⁻³ · с⁻¹ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см⁻³

$v, \text{см/с}$	1	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵
\tilde{Z}_0	-0.016	-0.160	-1.43	-4.94	-9.63	-18.4

ность плазмы оказывается ближе к невозмущенной (величины $\delta n_e, \delta n_i$ для неподвижной макрочастицы отрицательны, а связанные с движением поправки плотности впереди $(z - vt) > 0$ макрочастицы положительны), что демонстрирует рис. 3. На рисунке видно, что отклонения плотности как электронов, так и ионов вокруг движущейся частицы от невозмущенной оказываются меньше по абсолютной величине, чем вокруг неподвижной. Для более подвижных электронов это расхождение оказывается меньше, что приводит к эффекту более сильного экранирования поля движущейся частицы, чем неподвижной, что хорошо видно на рис. 4. На больших расстояниях сзади макрочастицы плазма успеет подстроиться под ее движение и потенциал быстро движущейся макрочастицы станет больше потенциала неподвижной частицы по абсолютной величине, причем чем больше скорость движения, тем дальше от макрочастицы это произойдет. Это демонстрирует табл. 2, в которой приведены значения расстояния от пылевой частицы \tilde{Z}_0 [$\tilde{Z} = (z - vt)k_d$], начиная с которых экранирование неподвижной макрочастицы станет более сильным, т. е. абсолютное значение потенциала неподвижной частицы становится меньше абсолютного значения потенциала сзади движущейся пылевой частицы.

4. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ ТОЧЕЧНЫХ СТОКОВ

Теперь обсудим вопрос об области применимости полученных результатов. В настоящей работе использовались уравнения переноса электронов и ионов в диффузионно-дрейфовом приближении. Поэтому основным условием применимости полученных результатов является превышение характерного размера задачи, в качестве которой выступает дебаевская длина экранирования $R_d = k_d^{-1}$, над длинами пробега, в первую очередь, ионов, и в меньшей степени электронов (поскольку их распределение близко к больцмановскому):

$$R_d \gg l_i, l_e. \tag{40}$$

Линеаризованная или асимптотическая теория экранирования неподвижной макрочастицы применима на тех расстояниях, где величины $\delta n_e, \delta n_i$ по абсолютной величине значительно меньше плотности невозмущенной плазмы:

$$|\delta n_e| \ll n_0, \quad |\delta n_i| \ll n_0. \tag{41}$$

На рис. 5, 6 приведены зависимости величин $\delta n_e, \delta n_i$ от расстояния до макрочастицы, рассчитанные согласно [18, 19] для неподвижной макрочастицы. Видно, что с уменьшением как размера макрочастицы, так и скорости ионизации газа, область применимости линеаризованной теории расширяется и все ближе подходит к поверхности макрочастицы. Эта тенденция отмечалась и в работах [19, 25] в ходе сравнения результатов численных расчетов с асимптотической теорией экранирования.

Как видно на рис. 1–4, максимумы и минимумы отклонения от сферически-симметричного распределения находятся на нескольких длинах дебаевского радиуса от макрочастицы. Именно эти области определяют поведение асимметричной части потенциала

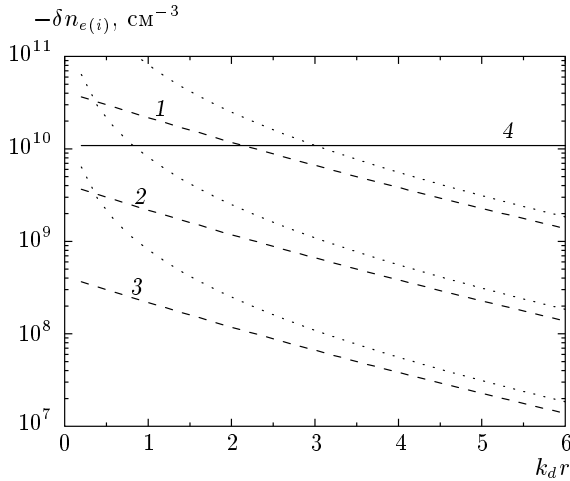


Рис. 5. Радиальное распределение величин $\delta n_e = (n_e - n_0)$ (штриховые кривые) и $\delta n_i = (n_i - n_0)$ (пунктир) для неподвижной пылевой частицы радиуса $r_0 = 10$ мкм (1), 1 мкм (2) и 0.1 мкм (3) при $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$. Кривая (4) — плотность невозмущенной плазмы

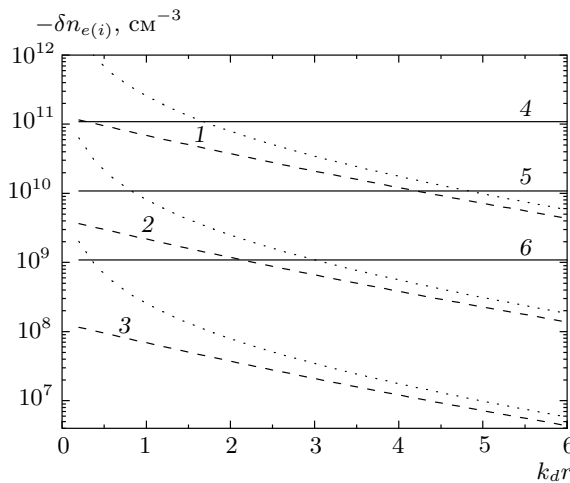


Рис. 6. Радиальное распределение величин $\delta n_e = (n_e - n_0)$ (штриховые кривые) и $\delta n_i = (n_i - n_0)$ (пунктир) для неподвижной пылевой частицы радиуса $r_0 = 1$ мкм при скорости ионизации $Q_{ion} = 10^{16}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ (1), $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ (2), $Q_{ion} = 10^{12}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ (3), $T_e = T_i = 300$ К, в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$. Кривые (4–6) — плотности невозмущенной плазмы для соответствующих скоростей ионизации газа

как на больших, так и на малых расстояниях. Поэтому можно сделать вывод, что развитая здесь теория применима при не слишком высоких плотностях плазмы — до $n_0 \sim 10^{10}$ см $^{-3}$ для микронных размеров пылевых частиц. Поскольку амплитуды отклонений плотности плазмы, как следует из табл. 1, заметно меньше плотности невозмущенной плазмы даже при скорости 10^4 см/с, линейризованная теория при рассмотренных в настоящей работе параметрах плазмы применима вплоть до таких скоростей.

5. ЭКРАНИРОВАНИЕ ПРИ МАЛЫХ СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ МАКРОЧАСТИЦЫ

Далее рассмотрим экранирование движущегося заряда при малых скоростях движения. Для пылевых частиц в пылевой плазме выполнено условие

$$v \ll D_i k_d. \quad (42)$$

Для рассмотренной выше плазмы аргона, созданной внешним источником ионизации со скоростью $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3}$ с $^{-1}$, в изотермической плазме при $T_e = T_i = 300$ К постоянные экранирования $k_1 \equiv k_d = 1231.70$ см $^{-1}$, $k_2 \equiv k_s = 435.47$ см $^{-1}$, следовательно, $D_i k_d \approx 67$ см/с. Эта величина значительно больше тепловой скорости пылевой частицы радиусом 1 мкм из материала плотностью 1 г/см 3 , равной 0.16 см/с при комнатной температуре $T_d = 300$ К (нужно отметить, что скорость макрочастицы должна быть больше тепловой, чтобы можно было пренебречь влиянием случайной ланжевеновской силы, действующей на нее со стороны атомов нейтрального газа). Поэтому, разложив второе слагаемое в квадратных скобках (31), с точностью до линейного относительно скорости члена получим

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q}{k^2} \left\{ 1 - \frac{\gamma k^2 + \nu_s \beta_+}{D_e D_i \mathcal{D}} - \frac{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{D_e D_i \mathcal{D}} \right\} \times \left[\beta_+ - \frac{(\gamma k^2 + \nu_s \beta_+) (k^2 D_{ei} + \nu_s + \beta_+)}{D_e D_i \mathcal{D}} \right] e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} t}. \quad (43)$$

Введем сферическую систему координат с началом в центре движущейся макрочастицы и осью, направленной вдоль вектора скорости \mathbf{v} . В этой системе координат необходимые нам векторы имеют следующие компоненты: $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$, $\mathbf{k} = (k, \theta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}})$, $\mathbf{R} = (R, \theta_{\mathbf{R}}, \varphi_{\mathbf{R}})$, где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$. Угол между век-

торами \mathbf{k} и \mathbf{R} обозначим $\theta_{\mathbf{kR}}$. Используя разложения [33]

$$e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} = \sqrt{\frac{2\pi}{kR}} \times \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \left(n + \frac{1}{2}\right) J_{n+1/2}(kR) P_n(\cos \theta_{\mathbf{kR}}), \quad (44)$$

$$P_n(\cos \theta_{\mathbf{kR}}) = P_n(\cos \theta_{\mathbf{k}}) P_n(\cos \theta_{\mathbf{R}}) + 2 \sum_{m=1}^n P_n^{(m)}(\cos \theta_{\mathbf{k}}) P_n^{(m)}(\cos \theta_{\mathbf{R}}) \times \cos m(\varphi_{\mathbf{k}} - \varphi_{\mathbf{R}}) \quad (45)$$

и выполнив интегрирование по $\varphi_{\mathbf{k}}$ в формуле обратного преобразования Фурье

$$\phi = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \Phi_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k},$$

из формулы (43) для нахождения потенциала, получим выражение

$$\phi(R, \mu_{\mathbf{R}}) = \phi_0(R) + \phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}). \quad (46)$$

Здесь

$$\phi_0(R) = \frac{eq}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ 1 - \frac{\gamma k^2 + \nu_s \beta_+}{D_e D_i (k^2 + k_1^2)(k^2 + k_2^2)} \right\} \times \sqrt{\frac{2\pi}{kR}} J_{1/2}(kR) dk, \quad (47)$$

$$\phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) = -\frac{eq}{\pi} \int_0^1 \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{2\pi}{kR}} \frac{ikv\mu}{D_e D_i \mathcal{D}} \times \left[\beta_+ - \frac{(\gamma k^2 + \nu_s \beta_+) (k^2 D_{ei} + \nu_s + \beta_+)}{D_e D_i \mathcal{D}} \right] \times \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \left(n + \frac{1}{2}\right) J_{n+1/2}(kR) \times P_n(\mu) P_n(\mu_{\mathbf{R}}) dk d\mu, \quad (48)$$

где $\mu = \cos \theta_{\mathbf{k}}$, $\mu_{\mathbf{R}} = \cos \theta_{\mathbf{R}}$.

Интегрируя уравнение (47) с учетом того, что $J_{1/2}(x) = (2/\pi x)^{1/2} \sin x$ и используя тождество

$$k_1^2 k_2^2 = \frac{\beta_+ \nu_s}{D_e D_i},$$

в случае $k_1 \neq k_2$ получим

$$\phi_0(R) = \frac{e}{R} \left\{ \frac{q(k_2^2 - k_d^2) - S_-}{k_2^2 - k_1^2} e^{-k_1 R} + \frac{q(k_1^2 - k_d^2) - S_-}{k_1^2 - k_2^2} e^{-k_2 R} \right\}, \quad (49)$$

а в резонансном случае $k_1 = k_2 \equiv k_d$ (напомним, что этот случай реализуется только в изотермической плазме с внешним источником ионизации газа при достаточно высоком давлении [18, 19]) —

$$\phi_0(R) = \left(\frac{eq}{R} - \frac{eS_-}{2k_d} \right) e^{-k_d R}. \quad (50)$$

Найденные решения совпадают с выражениями для потенциала неподвижного заряда из работ [18, 19].

После интегрирования уравнения (48) по угловой переменной с учетом того, что

$$J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right),$$

находим

$$\phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) = -\frac{2eqv\mu_{\mathbf{R}}}{\pi R} \int_0^{\infty} \frac{1}{D_e D_i \mathcal{D}} \times \left[\beta_+ - \frac{(\gamma k^2 + \nu_s \beta_+) [k^2(D_e + D_i) + \nu_s + \beta_+]}{D_e D_i \mathcal{D}} \right] \times \left[\frac{\sin kR}{kR} - \cos kR \right] dk. \quad (51)$$

Выражение (51) в случае $k_1 \neq k_2$ можно представить в виде

$$\phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) = \frac{2eqv\mu_{\mathbf{R}}}{\pi D_e D_i R} \times \int_0^{\infty} \left[\frac{\alpha_{11} k_1^2}{k^2 + k_1^2} + \frac{\alpha_{12} k_2^2}{k^2 + k_2^2} + \frac{\alpha_{21} k_1^4}{(k^2 + k_1^2)^2} + \frac{\alpha_{22} k_2^4}{(k^2 + k_2^2)^2} \right] \times \left[\frac{\sin kR}{kR} - \cos kR \right] dk, \quad (52)$$

где

$$\alpha_{11} = \frac{1}{k_1^2 (k_1^2 - k_2^2)} \times \left\{ \beta_+ - \frac{(\beta_+ + \nu_s) [\varkappa_d^2 (k_1^2 + k_2^2) - 2k_1^2 k_2^2]}{(k_1^2 - k_2^2)^2} - \frac{D_{ei} k_1^2 k_2^2 (k_1^2 + k_2^2 - 2\varkappa_d^2)}{(k_1^2 - k_2^2)^2} \right\}, \quad (53)$$

$$k_2^2 \alpha_{12} = -k_1^2 \alpha_{11}, \quad (54)$$

$$\alpha_{2j} = \frac{(k_{3-j}^2 - \varkappa_d^2) (\beta_+ + \nu_s - D_{ei} k_j^2)}{k_j^2 (k_1^2 - k_2^2)^2}, \quad j = 1, 2. \quad (55)$$

Здесь $\varkappa_d^2 = S_-/q + k_d^2$.

Из уравнения (52) находим

$$\phi_1(R, \mu\mathbf{R}) = \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{D_e D_i R^3} \sum_{j=1}^2 \left\{ \alpha_{1j} + \alpha_{2j} - e^{-k_j R} \times \right. \\ \left. \times \left[\alpha_{1j} (1+k_j R) + \alpha_{2j} \left(1+k_j R + \frac{1}{2} k_j^2 R^2 \right) \right] \right\}. \quad (56)$$

В резонансном случае $k_1 = k_2$ из уравнения (51) получаем

$$\phi_1(R, \mu\mathbf{R}) = \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{k_d^4 D_e D_i R^3} \left\{ \nu_s - e^{-k_d R} \times \right. \\ \left. \times \left[\nu_s \left(1+k_d R + \frac{1}{2} k_d^2 R^2 \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{48} k_d^3 R^3 (\alpha_3 + \alpha_4 k_d R) \right] \right\}, \quad (57)$$

где

$$\alpha_3 = D_{ei} k_d^2 \left(6 - \frac{5q_s}{q} \right) - (\nu_s + \beta_+) \left(6 + \frac{q_s}{q} \right), \\ \alpha_4 = \frac{q_s}{q} (\nu_s + \beta_+ - D_{ei} k_d^2),$$

$q_s = -S_-/k_d^2$ — эффективный заряд на больших расстояниях. Из выражений (56), (57) следует, что потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях $R \gg k_2^{-1}$ станет определяющей. В бесстолкновительной плазме, как было показано в работах [5, 6, 9], на больших расстояниях $k_d R \gg 1$ потенциал движущейся частицы имеет только квадрупольную составляющую.

В случае $k_1 \neq k_2$ из формулы (56) для дипольной составляющей находим

$$\phi_{1,d} = \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{R^3} \frac{\nu_s}{D_e D_i k_1^2 k_2^2} \equiv \\ \equiv \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{4\pi e n_0 (\mu_e + \mu_i) R^3}, \quad (58)$$

а в резонансном случае $k_1 = k_2 \equiv k_d$ —

$$\phi_{1,d} = \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{R^3} \frac{\nu_s}{D_e D_i k_d^4} \equiv \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{4\pi e n_0 (\mu_e + \mu_i) R^3}. \quad (59)$$

Из формул (58), (59) видно, что неэранированная дипольная составляющая как в резонансном, так и в нерезонансном случаях определяется одной и той же формулой и не зависит от наличия стоков плазменных частиц на движущийся заряд, а зависит от процессов их рождения и гибели только через концентрацию электронов и ионов в невозмущенной плазме.

Из выражений (58), (59) для напряженности электрического поля получим

$$E_z = \frac{eqv}{\beta_+ R^5} (2z^2 - \varrho^2), \quad E_\varrho = \frac{3eqvz^2}{\beta_+ R^5}, \quad (60)$$

где z, ϱ — координаты в цилиндрической системе координат с началом в центре пылевой частицы и с направлением оси z вдоль скорости частицы. Из выражений (60) видно, что на одноименно заряженную пылевую частицу, которая находится в кильватере движущейся пылевой частицы, действует сила притяжения, а в фарватере — сила отталкивания (поле сзади пылевой частицы при ее положительном заряде направлено к ее центру, а спереди — от центра; в случае отрицательного заряда все наоборот, что является следствием дипольного характера потенциала). Особенно сильным будет взаимодействие пылевых частиц во время инжекции в плазму, когда они имеют значительные направленные скорости.

В низкотемпературной плазме при давлениях порядка атмосферного и ниже в любых газах $\beta_{eL} \gg \beta_{iL}$. В этом случае из формул (58), (59) следует, что

$$\phi_{1,d} \approx \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R} \tau_d}{R^3}, \quad (61)$$

где $\tau_d = (k_{de}^2 D_e)^{-1}$ — характерное диффузионное время прохождения электронами плазмы дебаевского электронного радиуса, т.е. потенциал соответствует диполью с зарядами $\pm eq$, разнесенными на расстояние $v\tau_d$.

На малых расстояниях, $k_d R \ll 1$, из уравнения (56) с точностью до линейного по R члена с учетом формулы (54) получим

$$\phi_1(R, \mu\mathbf{R}) = -\frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{3D_e D_i} \times \\ \times \left[k_1^3 \left(\alpha_{11} - \frac{1}{2} \alpha_{21} \right) + k_2^3 \left(\alpha_{12} - \frac{1}{2} \alpha_{22} \right) \right]. \quad (62)$$

В резонансном случае $k_1 = k_2$ из формулы (57) при $k_d R \ll 1$ следует

$$\phi_1(R, \mu\mathbf{R}) = \frac{eq\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{6k_d D_e D_i} \left(\nu_s + \frac{1}{8} \alpha_3 \right). \quad (63)$$

Из уравнений (62), (63) следует, что линейный по скорости пылевой частицы вклад в потенциал при $R \rightarrow 0$ стремится к нулю. По этой причине энергия взаимодействия заряда пылевой частицы с наведенным зарядом поляризованного облака оказывается пропорциональной квадрату скорости, что будет показано ниже. А сила, действующая на пылевую частицу со стороны облака поляризации, будет линейной функцией скорости, причем будет иметь только

коллинеарную скорости частицы составляющую. В случае $k_1 \neq k_2$, имеем

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v}{3D_e D_i} \times \left[k_1^3 \left(\alpha_{11} - \frac{1}{2} \alpha_{21} \right) + k_2^3 \left(\alpha_{12} - \frac{1}{2} \alpha_{22} \right) \right]. \quad (64)$$

Изучим влияние стока и объемных процессов на силу, действующую на движущуюся частицу со стороны собственного облака поляризации в изотермической плазме $T_e = T_i$ с внешним источником ионизации газа. В такой плазме $k_1 = k_d$, $k_2 = k_s$, $k_{de} = k_{di}$, а также $\beta_+ / (D_e + D_i) = k_d^2 / 2$. Сначала рассмотрим случай нулевых стоков $S = 0$. Этот случай реализуется в термической плазме [34], в которой пылевые частицы заряжены положительно и сток плазменных частиц на пылевые частицы практически отсутствует. В этом случае $\kappa_d^2 = k_d^2$ и из уравнений (53)–(55) находим

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{D_{ei} k_s^2 - 2\nu_s}{2(k_d^2 - k_s^2)^2}, \\ \alpha_{12} &= -\frac{D_{ei} k_d^2 - 2\nu_s k_d^2 / k_s^2}{(k_d^2 - k_s^2)^2}, \\ \alpha_{21} &= \frac{D_{ei} k_d^2 - 2\nu_s}{2k_d^2 (k_d^2 - k_s^2)}, \quad \alpha_{22} = 0. \end{aligned} \quad (65)$$

Теперь из уравнения (64) получим

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12 D_e D_i (k_d + k_s)^2} \times [k_d (k_d + 2k_s) (D_e + D_i) + 2\nu_s]. \quad (66)$$

Из этого выражения видно, что в случае отсутствия стоков зарядовое облако при любых значениях параметров экранирования k_d и k_s тормозит пылевую частицу. В плазме практически всегда выполнено условие $D_e k_d^2 \gg \nu_s$, поэтому

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 v k_d^2 (k_d + 2k_s)}{12 (k_d + k_s)^2} \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e} \right). \quad (67)$$

При $k_s = 0$, что соответствует задаче, рассмотренной в работе [1], из уравнения (67) получим

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12} \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e} \right). \quad (68)$$

Выражение (68) с точностью до обозначений совпадает с решением, полученным Дебаем и Хюккелем [1].

Далее рассмотрим влияние стока частиц на силу взаимодействия движущегося заряда с собственным облаком. Сток электронов и ионов определим выражением (38). Тогда $S_- \approx -k_{di}^2 q = -k_d^2 q / 2$ и $\kappa_d^2 \approx k_{de}^2 = k_d^2 / 2$. Также с учетом $\nu_s \ll D_e k_d^2$ из уравнений (53)–(55) получим

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{D_{ei} (k_d^2 - 2k_s^2) (k_d^2 + k_s^2)}{4 (k_d^2 - k_s^2)^3}, \\ \alpha_{12} &= -\frac{k_d^2}{k_s^2} \alpha_{11}, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\alpha_{21} = \frac{D_{ei} (k_d^2 - 2k_s^2)}{4 (k_d^2 - k_s^2)^2}, \quad \alpha_{22} = \frac{k_d^2}{k_s^2} \alpha_{21}.$$

Теперь из формулы (64) находим

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v (D_e + D_i)}{24 D_e D_i} \frac{k_d^2 (k_d^2 - 2k_s^2)}{(k_d + k_s)^3}. \quad (70)$$

Отсюда видно, что направление силы определяется знаком величины $(k_d^2 - 2k_s^2)$ и при выполнении условия

$$k_d^2 > 2k_s^2 \quad (71)$$

сила, действующая на движущуюся пылевую частицу со стороны индуцированного ею плазменного облака, будет не тормозить, а ускорять макрочастицу. Это обусловлено наличием стоков электронов и ионов, поскольку при отсутствии стоков, как следует из выражений (66)–(68), сила направлена против направления движения.

Для прояснения механизма ускорения проведем анализ распределения электронов и ионов вокруг движущейся макрочастицы. Выберем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль вектора скорости движения \mathbf{v} , а радиус-вектор \mathbf{r} к центру пылевой частицы лежал в плоскости нулевого меридиана. Выполнив линеаризацию выражений (28), (31) по скорости макрочастицы и проведя интегрирование по $\varphi_{\mathbf{k}}$ с использованием (44), (45), находим

$$\delta n_{\sigma} (R, \mu_{\mathbf{R}}) = \delta n_{\sigma 0} (R) + \delta n_{\sigma 1} (R, \mu_{\mathbf{R}}), \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \delta n_{\sigma 0} (R) &= -\frac{\text{sign}(e_{\sigma})}{2\pi^2 R} \int_0^{\infty} \frac{c_{\sigma 2} k^2 + c_{\sigma 0}}{(k^2 + k_1^2) (k^2 + k_2^2)} \times \\ &\quad \times \sin(kR) k dk, \end{aligned} \quad (73)$$

$$\delta n_{\sigma 1}(R, \mu_{\mathbf{R}}) = -\frac{\text{sign}(e_{\sigma}) v \mu_{\mathbf{R}}}{2\pi^2 D_e D_i R} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \left\{ \frac{c_{\sigma 2} D_{\sigma}}{(k^2 + k_1^2)(k^2 + k_2^2)} - \right.$$

$$\left. - \frac{(D_{ei} k^2 + \beta_+ + \nu_s)(c_{\sigma 2} k^2 + c_{\sigma 0})}{(k^2 + k_1^2)^2 (k^2 + k_2^2)^2} \right\} \times$$

$$\times \left[\frac{\sin kR}{kR} - \cos kR \right] k^2 dk, \quad (74)$$

где

$$c_{e0} = \frac{\beta_+}{D_e D_i} (q \beta_{ei} n_0 - S), \quad c_{e2} = (q k_{de}^2 - \tilde{S}_e),$$

$$c_{i0} = \frac{\beta_+}{D_e D_i} [q (\beta_{ei} n_0 - \nu_{ion}) + S], \quad c_{i2} = (q k_{di}^2 + \tilde{S}_i).$$

Интегрируя уравнение (73), в случае $k_1 \neq k_2$ получим

$$\delta n_{e0}(R) = \frac{1}{4\pi R (k_1^2 - k_2^2)} \times$$

$$\times \left\{ (q k_{de}^2 - \tilde{S}_e) (k_1^2 e^{-k_1 R} - k_2^2 e^{-k_2 R}) - \right.$$

$$\left. - [k_{di}^2 (q k_{se}^2 - \tilde{S}_e) + k_{de}^2 (q k_{si}^2 - \tilde{S}_i)] \times \right.$$

$$\left. \times (e^{-k_1 R} - e^{-k_2 R}) \right\}, \quad (75)$$

$$\delta n_{i0}(R) = -\frac{1}{4\pi R (k_1^2 - k_2^2)} \times$$

$$\times \left\{ (q k_{di}^2 + \tilde{S}_i) (k_1^2 e^{-k_1 R} - k_2^2 e^{-k_2 R}) - \right.$$

$$\left. - [k_{di}^2 (q k_{se}^2 - q k_{ie}^2 + \tilde{S}_e) + k_{de}^2 (q k_{si}^2 - q k_{ii}^2 + \tilde{S}_i)] \times \right.$$

$$\left. \times (e^{-k_1 R} - e^{-k_2 R}) \right\}. \quad (76)$$

Эти решения совпадают с приведенными в работах [18, 19] решениями для частных случаев.

В случае $k_1 \neq k_2$ выражение в фигурных скобках в (74) можно представить в виде

$$\left\{ \dots \right\} = \frac{\varkappa_{11}^{\sigma} k_1^2}{k^2 + k_1^2} + \frac{\varkappa_{12}^{\sigma} k_2^2}{k^2 + k_2^2} +$$

$$+ \frac{\varkappa_{21}^{\sigma} k_1^4}{(k^2 + k_1^2)^2} + \frac{\varkappa_{22}^{\sigma} k_2^4}{(k^2 + k_2^2)^2}, \quad (77)$$

$$\varkappa_{11} = \frac{D_{\sigma} c_{\sigma 2}}{k_1^2 - k_2^2} - \frac{\nu_{\sigma} \alpha_1}{k_1^2},$$

$$\varkappa_{12} = \frac{D_{\sigma} c_{\sigma 2}}{k_2^2 - k_1^2} - \frac{\nu_{\sigma} \alpha_2}{k_2^2},$$

$$\varkappa_{21} = \frac{\nu_{\sigma} (k_1^2 - \varkappa_0^2) (k_1^2 - \varkappa_{\sigma}^2)}{k_1^2 (k_1^2 - k_2^2)^2},$$

$$\varkappa_{22} = \frac{\nu_{\sigma} (k_2^2 - \varkappa_0^2) (k_2^2 - \varkappa_{\sigma}^2)}{k_2^2 (k_1^2 - k_2^2)^2}, \quad (78)$$

где

$$\alpha_{\sigma 1} = \frac{1}{(k_1^2 - k_2^2)^3} \left[2k_1^2 k_2^2 (\varkappa_0^2 + \varkappa_{\sigma}^2) - \right.$$

$$\left. - (k_1^2 + k_2^2) \varkappa_0^2 \varkappa_{\sigma}^2 + k_1^4 (k_1^2 - 3k_2^2) \right],$$

$$\alpha_{\sigma 2} = \frac{1}{(k_2^2 - k_1^2)^3} \left[2k_1^2 k_2^2 (\varkappa_0^2 + \varkappa_{\sigma}^2) - \right.$$

$$\left. - (k_1^2 + k_2^2) \varkappa_0^2 \varkappa_{\sigma}^2 + k_2^4 (k_2^2 - 3k_1^2) \right],$$

$$\varkappa_{\sigma}^2 = \frac{c_{\sigma 0}}{c_{\sigma 2}}, \quad \varkappa_0^2 = \frac{\beta_+ + \nu_s}{D_e + D_i}, \quad \nu_{\sigma} = D_{ei} c_{\sigma 2}.$$

После интегрирования уравнения (74) с учетом выражения (77) получим выражение, подобное (56). Поэтому дипольная составляющая в распределении концентрации электронов и ионов будет определяться суммой коэффициентов разложения (77). Эта сумма тождественно равна нулю:

$$\varkappa_{11} + \varkappa_{12} + \varkappa_{21} + \varkappa_{22} \equiv 0,$$

поэтому неэкранированная дипольная составляющая в распределении концентрации электронов и ионов будет отсутствовать. Окончательно, для линейной по скорости поправки к концентрациям находим

$$\delta n_{\sigma 1}(R, \mu_{\mathbf{R}}) = \frac{\text{sign}(e_{\sigma}) v \mu_{\mathbf{R}}}{4\pi D_e D_i R^2} \times$$

$$\times \left\{ e^{-k_1 R} \left[\varkappa_{11}^{\sigma} (1 + k_1 R) + \varkappa_{21}^{\sigma} \left(1 + k_1 R + \frac{1}{2} k_1^2 R^2 \right) \right] + \right.$$

$$\left. + e^{-k_2 R} \left[\varkappa_{12}^{\sigma} (1 + k_2 R) + \varkappa_{22}^{\sigma} \left(1 + k_2 R + \frac{1}{2} k_2^2 R^2 \right) \right] \right\}. \quad (79)$$

В резонансном случае $k_1 = k_2 \equiv k_d$ из уравнений (73), (74) получаем

$$\delta n_{\sigma 0}(R) = -\frac{e^{-k_d R}}{8\pi R} \times$$

$$\times \left[\text{sign}(e_{\sigma}) q k_d^2 + \frac{1}{2} k_d R S_+ + (2 - k_d R) \tilde{S}_{\sigma} \right], \quad (80)$$

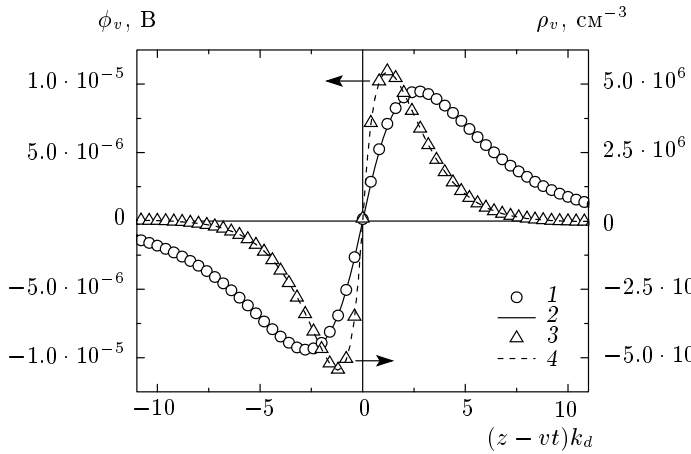


Рис. 7. Распределение зависящих от скорости движения добавок к потенциалу (1, 2) и к плотности объемного заряда (3, 4) для $v = 1$ см/с, $r_0 = 1$ мкм, $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$: 1, 3 — согласно (56) и (79), 2, 4 — результаты численного расчета

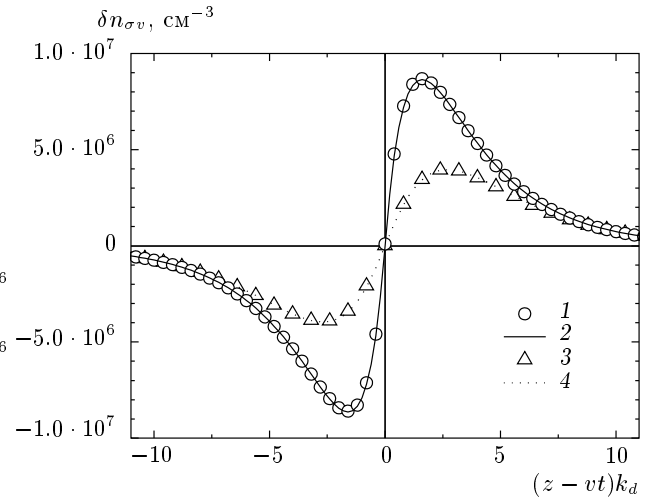


Рис. 8. Распределение зависящих от скорости движения добавок к концентрации электронов (1, 2) и ионов (3, 4) для $v = 1$ см/с, $r_0 = 1$ мкм, $T_e = T_i = 300$ К, $Q_{ion} = 10^{14}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$ в аргоне при плотности $N = 2.8 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$: 1, 3 — согласно (79), 2, 4 — результаты численного расчета

$$\delta n_{\sigma 1}(R, \mu_{\mathbf{R}}) = -\frac{\text{sign}(e_{\sigma}) v \mu_{\mathbf{R}} e^{-k_d R}}{192 D_e D_i} \times$$

$$\times \left\{ 24 c_{\sigma 2} (D_{\sigma} - D_e - D_i) + \right.$$

$$+ k_d R \left[D_{ei} \left(11 c_{\sigma 2} - \frac{5 c_{\sigma 0}}{k_d^2} \right) - \frac{\beta_+ + \nu_s}{k_d^2} \left(5 c_{\sigma 2} + \frac{c_{\sigma 0}}{k_d^2} \right) \right] -$$

$$\left. - \frac{1}{2} k_d^2 R^2 S_- \left(D_{ei} + \frac{\beta_+ + \nu_s}{k_d^2} \right) \right\}. \quad (81)$$

На рис. 7, 8 представлены распределения зависящей от скорости пылевой частицы части потенциала $\phi_1(z, \rho, t)$, концентрации электронов $\delta n_{e,1}(z, \rho, t)$, ионов $\delta n_{i,1}(z, \rho, t)$ и плотности объемного заряда $\rho_1(z, \rho, t) = \delta n_{i,1} - \delta n_{e,1}$. На этих рисунках также приведены результаты численного расчета интегралов (35)–(37). Для данных параметров плазмы, как отмечалось выше, $k_d = 1231.7$ см $^{-1}$, $k_s = 435.5$ см $^{-1}$ [19, 25], т. е. условие (71) выполнено. Сток электронов и ионов задавался соотношением (38), а заряд — соотношением (39). Рисунок 7 показывает, что связанная с движением поправка к потенциалу положительна впереди движения макрочастицы и отрицательна сзади. Аналогичное распределение имеет и поправка к плотности объемного заряда.

Механизм ускорения движущейся пылевой частицы индуцированным ею облаком заряда представляется следующим образом. Условие (71) с учетом того, что $k_{si} \gg k_{se}$, совпадает с условием отсутствия

максимума в распределении ионов вокруг неподвижной пылевой частицы [19, 20]. При нарушении условия (71) распределение ионов будет иметь максимум, как и в случае отсутствия стоков. В кильватере движущейся частицы этот максимум успеет сформироваться, а в фарватере нет, что приведет к появлению избыточного положительного заряда сзади пылевой частицы и этот заряд будет тормозить пылевую частицу. В случае отсутствия максимума в распределении ионов в фарватере плотность ионов будет ближе к невозмущенной n_0 , а в кильватере — ближе к установившейся для неподвижной пылевой частицы, что видно на рис. 8. Следовательно, в этом случае образуется избыток ионов спереди движущейся макрочастицы. Это перераспределение ионов приводит к появлению сферически-асимметричного распределения потенциала. Это, в свою очередь, вызовет перераспределение концентрации электронов, распределение которых близко к больцмановскому и быстро подстраивается под изменение потенциала. Это несколько уменьшает эффект, поскольку концентрация электронов оказывается повышенной там, где потенциал положителен (см. рис. 7) и отрицательный заряд электронов уменьшает плотность объемного заряда, что хорошо видно на рис. 8. Окончательно можно сказать, что при выполнении условия (71) впереди движения отрицательно заряженной макрочастицы формируется избыточный поло-

жительный заряд, а сзади — избыточный отрицательный заряд, совместное действие которых приводит к появлению силы, ускоряющей макрочастицу.

В работах [28–32] изучалось экранирование находящегося в потоке плазмы заряженного тела в бесстолкновительном приближении и без учета стоков плазменных частиц. Было установлено, что в кильватере отрицательно заряженной макрочастицы формируется область с повышенной ионной плотностью, так называемый ионный фокус, и эта область тормозит макрочастицу. Это находится в полном согласии со сделанным выше выводом, что при отсутствии стоков, как следует из выражений (66)–(68), сила направлена против направления движения.

Нужно отметить, что возможность движения с отрицательным трением заряженного тела в столкновительной плазме высказывалась в работах [11–13, 35]. В этих работах, в отличие от настоящей, рассмотрена только задача без объемных источников рождения и гибели электронов и ионов, а в работах [12, 13] также предполагалось, что электроны вокруг частицы распределены по закону Больцмана. В случае отсутствия объемных источников $k_s = 0$ и из уравнения (70) в точности следует выражение (11) работы [13] (с учетом соотношений Эйнштейна для подвижности и коэффициента диффузии электронов и ионов, а также определения коэффициента диффузии ионов в той работе).

Для резонансного случая $k_d = k_s$ коэффициент $\alpha_3 = D_{ei}k_d^2/4$, поэтому из уравнения (63) с учетом $\nu_s \ll D_e k_d^2$ получаем

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 v (D_e + D_i)}{192 D_e D_i} \quad (82)$$

(эта формула непосредственно следует и из уравнения (70) при подстановке $k_d = k_s$).

Интересно сравнить силу со стороны индуцированного заряда с силой Стокса. Для плазмы аргона с внешним источником ионизации при $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, $T_e = 3 \text{ эВ}$, $T_i = 300 \text{ К}$ для частиц радиусом $r_0 = 10 \text{ мкм}$ из уравнения (62) находим

$$F_z = 2.0 \cdot 10^{-10} v [\text{Н} \cdot \text{с/м}].$$

Сила Стокса для этих условий в аргоне равна (вязкость аргона при комнатной температуре при нормальных условиях равна $\eta = 2.27 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$ [36]):

$$F_S = -6\pi\eta r_0 v = 4.3 \cdot 10^{-9} v [\text{Н} \cdot \text{с/м}].$$

Мы видим, что сила взаимодействия заряда с индуцированным облаком может быть сравнима с силой Стокса, поэтому при рассмотрении пылевой плазмы при повышенных давлениях должна учитываться. Отметим, что заряд макрочастицы обычно пропорционален ее радиусу и электронной температуре, поэтому с ростом как радиуса макрочастицы, так и температуры электронов сила F_z будет расти. Причем эта сила пропорциональна квадрату радиуса, в отличие от силы Стокса, которая линейно зависит от r_0 при повышенных давлениях. Поэтому для указанных выше условий для макрочастиц радиусом 212.5 мкм имело бы место равенство силы Стокса и электростатической силы со стороны индуцированного облака, т. е. движение такой частицы в плазме происходило бы в сверткекущем режиме (по крайней мере, в условиях микрогравитации), возможность которого рассматривалась в работе [13]. Но для описания движения макрочастиц такого большого размера линеаризованная теория вряд ли применима (см. выше).

В рамках линеаризованной теории заряд пылевых частиц и стоки на нее не могут быть найдены точно. Стоки и заряд в общем случае будут зависеть от скорости движения пылевой частицы. При малых скоростях эта зависимость содержит только квадратичный и более высокие члены, поэтому в линейном приближении ею можно пренебречь. Действительно, как следует из уравнения (72), линейные по скорости поправки к плотностям потоков электронов и ионов имеют разные знаки впереди и сзади пылевой частицы. Поэтому после интегрирования по всей поверхности пылевой частицы вклад от линейной поправки к плотности исчезнет.

6. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ С ИНДУЦИРОВАННЫМ ЕЮ ЗАРЯДОМ

Далее изучим влияние движения частицы на ее энергию взаимодействия с индуцированным зарядом. Как отмечалось выше, в линейном по скорости приближении эта энергия равна нулю. Учет квадратичного члена приводит к слишком громоздким формулам, поэтому для простоты проведем анализ, пренебрегая процессами объемной ионизации и рекомбинации. В этом случае $k_{s\sigma} = 0$, $k_{i\sigma} = 0$ ($\beta_{ei} = 0$, $\nu_{ion} = 0$), $k_1 = k_d$, $k_2 = 0$ и из уравнения (31) получаем

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{eq}{2\pi^2} \int e^{-i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{v}t)} \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \left\{ 1 + \frac{i\beta_+ \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} + \gamma k^2}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} [\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\beta_+ - ik^2(D_e + D_i)] - k^2(k^2 + k_d^2) D_e D_i} \right\}. \quad (83)$$

При $S = 0$ это соотношение описывает экранировку точечной частицы, движущейся в слабоионизированной плазме с постоянной скоростью.

На основе формулы (83) нетрудно оценить энергию взаимодействия частицы с индуцированным ею зарядом $U(v) = eq \lim_{\mathbf{r}\rightarrow\mathbf{v}t} (\phi(\mathbf{r}, t) - eq/|\mathbf{r} - \mathbf{v}t|)$:

$$U(v) = \frac{e^2 q^2}{2\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{i\beta_+ \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} + \gamma k^2}{(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v})^2 - i\beta_+ \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} k^2 (D_e + D_i) - k^2(k^2 + k_d^2) D_e D_i}. \quad (84)$$

Интегрирование по полярному углу приводит к следующему результату:

$$U(v) = \frac{e^2 q^2}{\pi} \int_0^\infty dk \int_{-1}^1 d\mu \frac{i\beta_+ \mu v + \gamma k}{\mu^2 k v^2 - i\beta_+ \mu v - i\mu v k^2 (D_e + D_i) - k(k^2 + k_d^2) D_e D_i}. \quad (85)$$

Дискриминант квадратного уравнения в знаменателе подынтегрального выражения (85) можно представить в виде $-v^2 \Lambda^2$, поэтому он отрицателен при любых значениях v и k . Величина Λ^2 определяется выражением

$$\Lambda^2 = k^4 (D_e - D_i)^2 + 2k^2 \beta_- (D_e - D_i) + \beta_+^2, \quad (86)$$

где $\beta_- = k_{de}^2 D_e - k_{di}^2 D_i = 4\pi en_0(\mu_e - \mu_i)$. Поэтому подынтегральное выражение не имеет особых точек на действительной оси и из формулы (85) получаем

$$U(v) = \frac{2e^2 q^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{\Lambda} \times \left[\left(\frac{k\gamma}{v} - \frac{\beta_+}{\mu_1} \right) \arctg \mu_1 - \left(\frac{k\gamma}{v} - \frac{\beta_+}{\mu_2} \right) \arctg \mu_2 \right], \quad (87)$$

где

$$\mu_1 = \frac{2kv}{\beta_+ + k^2(D_e + D_i) + \Lambda},$$

$$\mu_2 = \frac{2kv}{\beta_+ + k^2(D_e + D_i) - \Lambda}$$

(отметим, что обе величины μ_1 и μ_2 положительны). В пределе $v \rightarrow 0$ из уравнения (87) находим

$$U(0) = -e^2 q^2 k_d \left(1 + \frac{S_-}{qk_d^2} \right) = -e^2 q^2 k_d \left(1 - \frac{q_s}{q} \right). \quad (88)$$

Из соотношения (88) следует, что сток электронов и ионов уменьшает по абсолютной величине энергию взаимодействия заряда с индуцированным полем.

Дальнейшее исследование требует использования численных методов. Типичная зависимость нормированных значений энергии взаимодействия частицы с индуцированным потенциалом

$$u(V) = \frac{U(V) - U(0)}{e^2 q^2 k_d}$$

от приведенной скорости $V = v/D_i k_d$ в случае отсутствия стоков показана на рис. 9. При нулевых стоках для малых скоростей, $v \ll D_i k_d$, разложив арктангенсы, получим

$$\frac{U(v) - U(0)}{U(0)} \approx \frac{v^2}{2D_e D_i k_d^2} \times \left(1 + \frac{(D_e - D_i)^2}{12D_e D_i} + \frac{(D_e - D_i) \beta_-}{2D_e D_i k_d^2} - \frac{(D_e + D_i) \beta_+}{3D_e D_i k_d^2} - \frac{\beta_+^2}{4D_e D_i k_d^2} \right). \quad (89)$$

Отсюда, с учетом $D_e \gg D_i$, $\mu_e \gg \mu_i$, следует

$$\frac{U(v) - U(0)}{U(0)} \approx \frac{1}{24} \frac{v^2}{k_d^2 D_i^2} \left(1 + 2 \frac{k_{de}^2}{k_d^2} - 3 \frac{k_{de}^4}{k_d^4} \right), \quad (90)$$

что в равновесной плазме дает

$$\frac{U(v) - U(0)}{U(0)} \approx \frac{5}{96} \frac{v^2}{k_d^2 D_i^2}. \quad (91)$$

Как видно на рис. 9 и следует из выражения (91), в этом случае дополнительная энергия частицы хорошо аппроксимируется квадратичной зависимостью от скорости, что позволяет использовать понятие эффективной массы. Добавка к массе, которая возникает при этом, может быть оценена по формуле

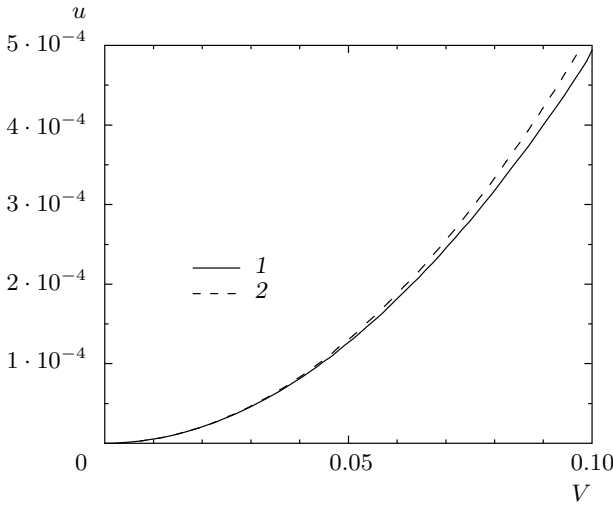


Рис. 9. Зависимость нормированной энергии взаимодействия частицы с индуцированным потенциалом от приведенной скорости при $S_- = 0$, $T_e = T_i$, $D_i = 10^{-3}D_e$: 1 — расчетные точки, 2 — график функции $u = 0.05V^2$

$$\Delta m \approx \frac{15}{16} \frac{e^2 q^2}{l_i^2 v_{th,i}^2 k_d}, \quad (92)$$

где l_i — длина свободного пробега иона, $v_{th,i} = (8T_i/\pi m_i)^{1/2}$ — его тепловая скорость. Учет поглощения электронов и ионов пылинкой, однако, существенно меняет картину, что хорошо видно на рис. 10. Квадратичная зависимость дополнительной энергии от скорости наблюдается лишь в случае очень малых интенсивностей стоков и при малых приведенных скоростях. С их увеличением зависимость $u(V)$ становится более сложной.

7. ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ СТОКА ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ НА ПЫЛЕВЫЕ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим, как влияет интенсивность стока электронов и ионов на пылевую частицу на силу воздействия поляризационного облака. Для этого в выражение (38) введем поправочный множитель

$$S = -\alpha \beta_{iL} n_0 q. \quad (93)$$

Тогда из уравнения (64) для нахождения силы в изотермической плазме с внешним источником ионизации газа получим

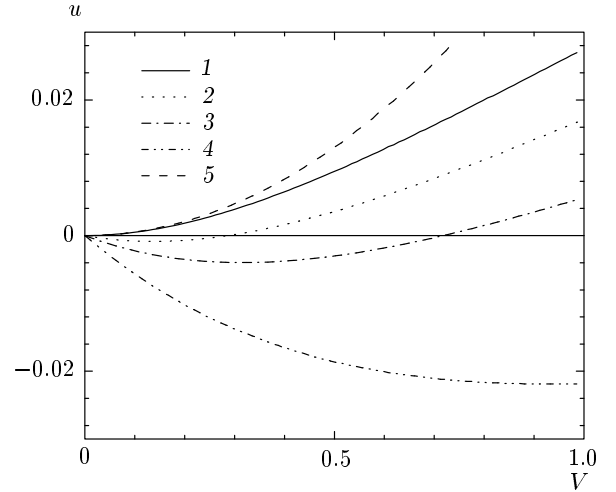


Рис. 10. Зависимость нормированной энергии взаимодействия частицы с индуцированным облаком от приведенной скорости при $T_e = T_i$, $D_i = 10^{-3}D_e$ для разных значений q_s/q : 1 — $q_s/q = 0$, 2 — 0.05, 3 — 0.1, 4 — 0.20, 5 — график функции $u = 0.05V^2$

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v k_d^2 (D_e + D_i)}{24 D_e D_i (k_d + k_s)^3} \times [\alpha (3k_d^2 + 6k_s k_d + 2k_s^2) - (2k_d^2 + 6k_s k_d + 4k_s^2)]. \quad (94)$$

Теперь направление силы определяется знаком величины в квадратных скобках. При превышении параметром α величины

$$\frac{2k_d^2 + 6k_s k_d + 4k_s^2}{3k_d^2 + 6k_s k_d + 2k_s^2} \quad (95)$$

облако поляризации будет ускорять пылевую частицу. В условиях, когда можно пренебречь объемными источниками рождения и гибели плазменных частиц, условие (95) сводится к $\alpha > 2/3$, а выражение для силы (94) приобретает вид

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v k_d (D_e + D_i) (\alpha - 2/3)}{8 D_e D_i}. \quad (96)$$

В общем случае сила, действующая на макрочастицу со стороны облака поляризации, определяется выражением

$$\mathbf{F} = \frac{eq}{(2\pi)^3} \lim_{(r-vt) \rightarrow 0} \int i\mathbf{k} \Phi_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (97)$$

где фурье-образ потенциала $\Phi_{\mathbf{k}}$ задан выражением (31). В случае, когда объемными источниками рождения и гибели электронов и ионов можно пренебречь, выкладки, аналогичные выполненным при

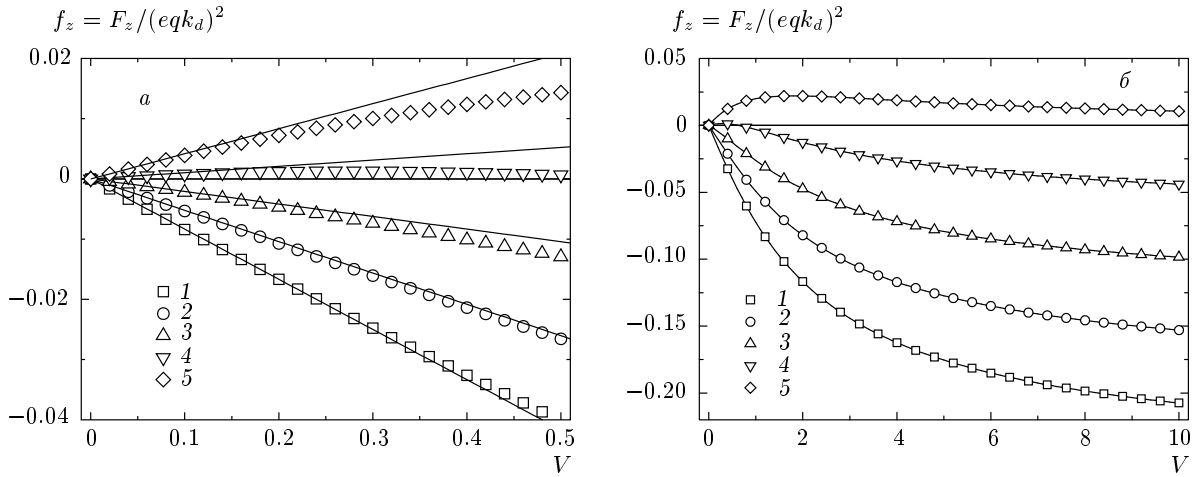


Рис. 11. Зависимость нормированной силы взаимодействия частицы с индуцированным облаком от приведенной скорости при $T_e = T_i$, $D_i = 10^{-3} D_e$ для разных значений параметра α : 1 — 0, 2 — 0.25, 3 — 0.5, 4 — 0.75, 5 — 1.0. Точки — результаты численного интегрирования (98), сплошные линии на рис. 11а — согласно (96)

получении выражения (87), приводят к следующему выражению для определения силы:

$$F_z(v) = -\frac{2e^2q^2}{\pi} \int_0^\infty dk \left[\frac{\beta_+}{v} + \frac{k}{\mu_1\Lambda} \left(\frac{\gamma k}{v} - \frac{\beta_+}{\mu_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \arctg \mu_1 - \frac{k}{\mu_2\Lambda} \left(\frac{\gamma k}{v} - \frac{\beta_+}{\mu_2} \right) \arctg \mu_2 \right]. \quad (98)$$

На рис. 11 приведены зависимости нормированной силы взаимодействия частицы с индуцированным облаком $f_z = F_z / (eqk_d)^2$ от приведенной скорости $V = v/k_d D_i$ для разных значений α при $T_e = T_i$, $D_e = 10^3 D_i$, полученные в результате численного интегрирования (98) и согласно (96). Видно, что эффект ускорения действительно имеет пороговый характер и имеет место только при $\alpha > 2/3$. Поэтому мы можем сделать вывод, что интенсивность стока электронов и ионов оказывает сильное влияние на характер взаимодействия движущейся макрочастицы с собственным поляризационным облаком.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе модели точечных стоков [18, 19] рассмотрена задача об экранировании заряда движущейся макрочастицы в изотропной плазме с учетом стоков электронов и ионов на ее поверхность, с учетом объемных процессов рождения и гибели плазменных частиц. Показано, что движение заряженного тела приводит к изменению ха-

рактера экранирования его электрического поля и появлению эффекта более сильного экранирования вблизи пылевой частицы. В результате рассмотрения экранирования при малых скоростях показано, что на одноименно заряженную пылевую частицу, которая находится в кильватере движущейся пылевой частицы, на больших расстояниях действует сила притяжения, а в фарватере сила отталкивания. Также показано, что индуцированное облако поляризации может ускорять пылевую частицу. Особенно сильным будет взаимодействие пылевых частиц и воздействие на них со стороны облака поляризации во время инжекции в плазму, когда они имеют значительные направленные скорости.

В настоящей работе причина движения макрочастицы не конкретизировалась, важно только, чтобы она не оказывала воздействия на движение электронов и ионов плазмы. Это может быть, например, движение под воздействием излучения лазера. В случае, когда сила, вызывающая движение макрочастицы, приводит в движение также заряженные частицы плазмы, помимо рассмотренной силы со стороны облака поляризации необходимо также рассмотреть составляющую силы, обусловленной движением газа (так называемая электрофоретическая поправка к подвижности [1, 37]), поскольку дрейфовое движение плазменных частиц в результате столкновений приводит в движение и нейтральные атомы газа. Нужно отметить, что в пылевой плазме эта сила может оказаться сравнимой с силой Стокса, поэтому требует дальнейших исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-01324а), Федерального агентства по науке и инновациям, НШ-2315.2008.2 (ГК 02.513.11.0005) и в рамках Программы фундаментальных исследований Отделения физики и астрономии НАН Украины.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Debye and E. Hückel, *Phys. Zeitschr.* **24**, 305 (1923).
2. А. А. Власов, *Теория многих частиц*, Гостехиздат, Москва (1950).
3. D. Pines and D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 338 (1952).
4. W. B. Thompson and J. Hubbard, *Rev. Mod. Phys.* **32**, 714 (1960).
5. D. Montgomery, G. Joyce, and R. Sugihara, *Plasma Phys.* **10**, 681 (1968).
6. G. Cooper, *Phys. Fluids* **12**, 2707 (1969).
7. P. M. Echenique, R. H. Ritchie, and W. Brandt, *Phys. Rev. B* **20**, 2567 (1979).
8. Э. Э. Трофимович, В. П. Крайнов, *ЖЭТФ* **102**, 71 (1992).
9. Э. Э. Трофимович, В. П. Крайнов, *ЖЭТФ* **104**, 3971 (1993).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, *Письма в ЖЭТФ* **88**, 27 (2008).
11. A. G. Zagorodny, A. V. Filippov, A. F. Pal', A. N. Starostin, and A. I. Momot, *J. Phys. Studies* **11** (2), 158 (2007).
12. S. V. Khrapak, S. A. Zhdanov, A. V. Ivlev, and G. E. Morfill, *J. Appl. Phys.* **101**, 033307 (2007).
13. S. V. Vladimirov, S. A. Khrapak, M. Chaudhuri, and G. E. Morfill, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 055002 (2008).
14. F. Schweitzer, W. Ebeling, and B. Tilch, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5044 (1998).
15. U. Erdmann, W. Ebeling, L. Schimansky-Geier, and F. Schweitzer, *Eur. Phys. J. B — Cond. Matt. Compl. Syst.* **15**, 105 (2000).
16. S. A. Trigger, *Phys. Rev. E.* **67**, 046403 (2003).
17. S. A. Trigger and A. G. Zagorodny, *Condensed Matter Phys.* **7**, 629 (2004).
18. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Письма в ЖЭТФ* **81**, 180 (2005).
19. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., *ЖЭТФ* **131**, 164 (2007).
20. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Физика плазмы* **29**, 214 (2003).
21. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Таблицы интегральных преобразований*, т. 1, *Преобразования Фурье, Лапласа и Меллина*, Наука, Москва (1969), с. 208 [Н. Bateman and A. Erdélyi, *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto, London (1954)].
22. Б. М. Смирнов, *Комплексные ионы*, Наука, Москва (1983).
23. Б. М. Смирнов, *Ионы и возбужденные атомы в плазме*, Атомиздат, Москва (1974).
24. В. А. Иванов, *УФН* **162**, 35 (1992).
25. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., *ЖЭТФ* **132**, 949 (2007).
26. А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, *Физика плазмы* **27**, 155 (2001).
27. А. Ф. Паль, А. О. Серов, А. Н. Старостин и др., *ЖЭТФ* **119**, 271 (2001).
28. F. Melandso and J. Goree, *Phys. Rev. E* **52**, 5312 (1995).
29. S. V. Vladimirov and O. Ishihara, *Phys. Plasmas* **3**, 444 (1996).
30. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer et al., *Phys. Rev. E* **54**, 4155 (1996).
31. A. Melzer, V. A. Schweigert, I. V. Schweigert et al., *Phys. Rev. E* **54**, R46 (1996).
32. M. Lampe, G. Joyce, G. Ganguli, and V. Gavrilshchaka, *Phys. Plasmas* **7**, 3851 (2000).
33. А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов, *Задачи по математической физике*, Изд-во МГУ, Москва (1998).
34. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, O. F. Petrov et al., *Phys. Rev. E* **54**, R2236 (1996).
35. A. Zagorodny, O. Bystrenko, T. Bystrenko et al., in *Proc. ICPiG XXVIII*, Prague (2007), p. 26.
36. *Физические величины*. Справочник, под ред. И. С. Григорьевой, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991), с. 582.
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 10, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979), § 26.