

НЕСОИЗМЕРИМАЯ МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА ТЕТРАГОНАЛЬНОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА С АНТИСИММЕТРИЧНЫМ ОБМЕНОМ

С. Н. Мартынов*

*Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 8 июня 2009 г.

Для тетрагонального антиферромагнетика впервые проведен анализ несоизмеримой магнитной структуры, возникающей при сосуществовании двух типов антисимметричного обмена Дзялошинского–Мория: слабоферромагнитной компоненты вектора \mathbf{D} вдоль тетрагональной оси и геликоидальной компоненты, распределенной в тетрагональной плоскости. Геликоидальная компонента для каждой пары взаимодействующих спинов имеет двумерное распределение — ее направление в тетрагональной плоскости зависит от направления обменной связи каждой пары. Получен инвариант Лифшица функционала Гинзбурга–Ландау, отвечающий за возникновение несоизмеримой магнитной структуры при таком распределении. В приближении среднего поля показано, что формирующаяся несоизмеримая магнитная структура представляет собой нелинейный двойной геликоид с вектором модуляции, лежащим в тетрагональной плоскости, и переменным углом между плоскостями поляризации квазиантиферромагнитных подрешеток. Основное состояние магнетика вырождено относительно ориентации вектора модуляции в тетрагональной плоскости. Скорость изменения ориентации моментов в плоскостях поляризации, проходящих через тетрагональную ось, зависит от угла между направлениями моментов и тетрагональной осью. Локальный слабоферромагнитный момент, оставаясь в тетрагональной плоскости, меняется по величине и знаку. Получено соотношение между ориентациями векторов модуляции и поляризации для случаев простой и инверсионной осей четвертого порядка в пространственной группе симметрии кристалла.

PACS: 75.25.+z, 75.30.Et, 75.30.Gw, 75.50.Ee

1. ВВЕДЕНИЕ

Симметрия кристаллической структуры магнетика определяет магнитную анизотропию и, в значительной степени, характер магнитного упорядочения. Комбинации компонент параметра порядка (магнитного момента) в разложении свободной энергии (функционала Гинзбурга–Ландау), инвариантные относительно преобразований конкретной магнитной симметрии, позволяют проанализировать вид возможной магнитной структуры и условия ее появления [1, 2]. Инвариантность энергии относительно инверсии времени в отсутствие магнитного поля позволяет при симметричном анализе магнитных анизотропных взаимодействий ограничиться элементами симметрии кристаллографической то-

чечной группы. При микроскопическом описании магнетика уже на этапе записи спин-гамильтониана магнитная симметрия учитывается в виде анизотропии g -фактора, одноионной анизотропии, а также анизотропии спин-спиновых взаимодействий. Микроскопический гамильтониан также должен быть инвариантен относительно преобразований симметрии — распределенные в пространстве анизотропные члены гамильтониана, связанные этими преобразованиями, должны переходить друг в друга. Примером влияния пространственного распределения анизотропного взаимодействия на вид магнитного упорядочения является антисимметричный обмен Дзялошинского–Мория [3, 4]:

$$H_D = \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} \mathbf{D}_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} [\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}'}]. \quad (1)$$

*E-mail: UnonaV@iph.krasn.ru

Возникающий в результате спин-орбитального взаимодействия и, следовательно, отражающий симметричные свойства пространственного распределения орбиталей магнитных ионов и окружающих лигандов, он при переходе от одной пары взаимодействующих спинов к другой преобразуется в зависимости от локальной операции симметрии, производящей это преобразование. Если переход осуществляется через операцию инверсии, не меняющую компонент аксиальных векторов магнитных моментов, с центром на магнитном ионе \mathbf{r} , то такая инвариантная пара анизотропных слагаемых гамильтониана будет иметь вид

$$\mathbf{D} \cdot ([\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}'}] + [\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}''}]).$$

Если вместо центра инверсии через магнитный ион \mathbf{r} будет проходить поворотная ось второго порядка (2_z), меняющая знаки компонент векторов, перпендикулярные этой оси, то сумма векторных произведений останется только для z -компонент смешанного произведения (1). По остальным двум компонентам (x, y) получим разность

$$D_{xy}(\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}'} - \mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}''})_{xy}.$$

Если рассматривать распределение в пространстве антисимметричного обмена в одном направлении, то, вводя в этом направлении нумерацию спинов и учитывая перестановочные правила векторного произведения, получаем соответственно гамильтонианы, различающиеся по компонентам x и y :

$$\begin{aligned} H_{xy}^S &= D_S \sum_i (-1)^i [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_{i+1}]_{xy}, \\ H_{xy}^U &= D_U \sum_i [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_{i+1}]_{xy}. \end{aligned} \quad (2)$$

Первый из них — знакопеременный (staggered) антисимметричный обмен Дзялошинского–Мория (SDM-обмен) — приводит к чередованию скоса магнитных моментов и, как следствие, к слабоферромагнитному упорядочению магнетика с доминирующим антиферромагнитным обменом [5, 6]. Второй тип антисимметричного обмена — однородный (uniform) обмен (UDM-обмен) — приводит к отклонению магнитных моментов в одном направлении — постоянному развороту намагниченности [7–9]. Формируется магнитная структура с периодом магнитной решетки, который, в общем случае, не совпадает с кратным периодом кристаллической решетки — несоизмеримая магнитная структура. Для d -ионов с «замороженным» орбитальным моментом величина

D , как правило, мала по сравнению с симметричным гейзенберговским обменом и такая структура является длиннопериодической. Необходимым условием существования антисимметричного обмена (1) в обоих случаях является условие отсутствия центра инверсии между взаимодействующими ионами [10]. Но в отличие от SDM-обмена необходимым условием существования UDM-обмена также является отсутствие центра инверсии и на магнитном ионе. При одновременном присутствии центра инверсии и поворотной оси на магнитном ионе компоненты «вектора» \mathbf{D}_S поперечные направлению оси должны равняться нулю. Не равной нулю может быть только компонента параллельная оси.

Следует сделать общее замечание, касающееся анализа преобразования $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ операциями симметрии. Запись гамильтониана антисимметричного обмена в виде смешанного произведения (1) является только удобной математической формой. Преобразование компонент $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ задается преобразованием инвариантов, построенных на компонентах магнитных моментов. Поэтому удобно воспользоваться существующими выражениями для инвариантов относительно преобразований симметрии [10], связывающих отдельные пары взаимодействующих спинов, преобразовать эти компоненты операциями симметрии, переводящими пары спинов друг в друга, и после этого определить компоненты $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$, отвечающие инвариантам новой пары. Эту процедуру можно заменить преобразованием самого вектора $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$, если учитывать его аксиальность и антисимметричность относительно пространственной инверсии $\mathbf{r} \leftrightarrow \mathbf{r}'$ [2]. Оба способа определения пространственного распределения антисимметричного обмена приводят к одному результату. Однако применение преобразований симметрии к обоим множителям скалярного произведения (1) приводит к некорректным результатам. Например, центр инверсии между парой спинов оставляет произведение инвариантным, так как смена знака из-за пространственной инверсии происходит дважды.

При наличии элементов симметрии, переводящих друг в друга пары взаимодействующих спинов, различно ориентированные в пространстве, возникает распределение по направлению вектора $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ для различных пар. Симметрия такого распределения определяется кристаллографической симметрией и, в общем случае, имеет трехмерный вид. Существование несоизмеримой магнитной структуры, возникающей в результате присутствия UDM-обмена в высокосимметричных кристаллах, установлено в первых кубических кристаллах MnSi и FeGe [11, 12]. Харак-

терным признаком высокосимметричного распределения UDM-обмена является почти изотропное поведение геликоида в магнитном поле. Однако, даже в случае, когда двумерное распределение компонент $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ тетрагонального кристалла в микроскопическом гамильтониане записывалось в явном виде, анализ структуры геликоида проводился только для одной компоненты [13]. Такой общепринятый подход к описанию несоизмеримой магнитной структуры, основанный на одномерном распределении антисимметричного обмена, можно рассматривать только как модельное упрощение для низкосимметричного случая. В тетрагональном кристалле наличие поворотной оси четвертого порядка, переводящей парные взаимодействия в базисной плоскости друг в друга, накладывает ограничения на поперечные компоненты антисимметричного обмена — возникает двумерное пространственное распределение UDM-обмена. При этом, в общем случае, сохраняется и продольная слабоферромагнитная компонента SDM-обмена. По сравнению с одномерным случаем распределение магнитного момента в такой системе существенно усложняется.

Распределение намагниченности в несоизмеримой магнитной структуре удобно описывать вводя вектора модуляции \mathbf{k} и поляризации \mathbf{m} [14], поскольку именно они регистрируются в экспериментах по рассеянию нейтронов. В случае простой спиральной структуры, возникающей при одномерном распределении UDM-обмена и отсутствии анизотропии в плоскости поляризации, достаточно по одному вектору \mathbf{k} и \mathbf{m} — компоненты магнитных моментов меняются как гармонические функции координат и плоскость поляризации в пространстве не меняется. Наличие любой магнитной анизотропии, снимающей вырождение в плоскости поляризации несоизмеримой магнитной структуры, приводит к усложнению закона пространственного распределения намагниченности — необходимо вводить набор векторов \mathbf{k} , задающий такое распределение. Экспериментально это проявляется в появлении в спектре нейтронного рассеяния дополнительных пиков. Традиционно такую структуру называют «солитонной решеткой» [1, 14]. В случае изотропного механизма формирования несоизмеримой магнитной структуры конкуренцией гейзенберговских обменов между разными магнитными соседями связь направления распространения несоизмеримой магнитной структуры (\mathbf{k}) и плоскости поляризации отсутствует — последняя фиксируется магнитной анизотропией, например, одноионной. В случае, когда формирование несоизмеримой магнитной структуры осуществляет-

ся анизотропными механизмами, в частности, антисимметричным обменом, плоскость поляризации магнитной структуры и вектор пространственной модуляции связаны друг с другом и появление сложной структуры с набором векторов \mathbf{k} должно приводить и к пространственной модуляции \mathbf{m} .

Целью настоящей работы является исследование основного состояния системы спинов, связанных доминирующим антиферромагнитным обменом при одновременном существовании в тетрагональном кристалле разных типов антисимметричного обмена — двумерном распределении однородной компоненты D_U и одномерной слабоферромагнитной компоненты D_S .

2. ГАМИЛЬТониАН И ИНВАРИАНТЫ

Необходимость исследования влияния пространственного распределения антисимметричного обмена в магнетике с кристаллической структурой тетрагональной симметрии на основное состояние очевидна. Существование тетрагональной плоскости с взаимно перпендикулярными эквивалентными направлениями обеспечивает распределение $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ с изменением ориентации компоненты D_U . Элементом симметрии, задающим пространственное распределение — генерирующим элементом — в нашем случае является ось четвертого порядка. Удобно также выделить и операцию симметрии, ограничивающую возможные антисимметричные комбинации компонент взаимодействующих пар спинов — лимитирующую операцию. Последняя не является обязательной для определения неисчезающих компонент $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$, так как комбинация двух генерирующих элементов может также оставить только вполне определенные компоненты $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ для каждой связи. В качестве генерирующих элементов в тетрагональном кристалле могут быть также винтовые оси, плоскости скольжения и отражения и др. операции, переводящие разные пары взаимодействующих спинов друг в друга. Лимитирующими операциями симметрии могут быть простые оси второго порядка или зеркальные плоскости, проходящие между взаимодействующими спинами.

Рассмотрим самый простой случай с генерирующей осью четвертого порядка и лимитирующими осями второго порядка, параллельными тетрагональной плоскости (рис. 1). Так как простые и инверсионные оси четвертого порядка преобразуют пространственные индексы $\mathbf{D}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}$ по-разному, это приводит к различной относительной ориентации тетра-

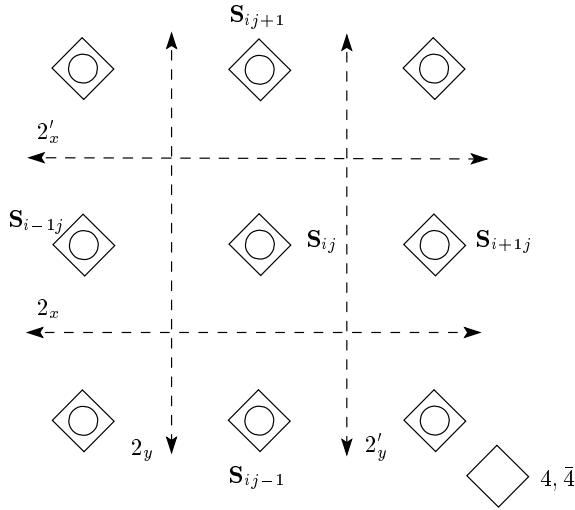


Рис. 1. Элементы симметрии тетрагональной кристаллической структуры: ось четвертого порядка вдоль тетрагональной оси на магнитных ионах и простые оси второго порядка, параллельные тетрагональной плоскости

гональных компонент D_U , что, в свою очередь, приведет к своим особенностям несоизмеримой магнитной структуры в этих случаях. Поэтому, следуя ранее предложенной методике получения инвариантов гамильтониана антисимметричного обмена [15], рассмотрим одновременно оба этих случая, хотя несоизмеримые магнитные структуры с простой осью четвертого порядка на ионе не известны — как правило, такая ось существует одновременно с центром инверсии. Инвариантные антисимметричные комбинации магнитных компонент второго порядка для осей второго порядка (рис. 1) имеют вид [10]

$$\begin{aligned}
 2_x: & \quad a) \quad m_x l_y - m_y l_x, \quad b) \quad m_x l_z - m_z l_x; \\
 2_y: & \quad a) \quad m_x l_y - m_y l_x, \quad b) \quad m_y l_z - m_z l_y,
 \end{aligned} \quad (3)$$

где m_α и l_α — локальные компоненты векторов ферро- и антиферромагнетизма, построенные на магнитных моментах, связанных каждой отдельной осью. Так, в обозначениях рис. 1

$$\begin{aligned}
 2_x: & \quad \mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{i,j-1}; \quad \mathbf{l}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{S}_{i,j-1}, \\
 2'_x: & \quad \mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{i,j+1}; \quad \mathbf{l}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{S}_{i,j+1}, \\
 2_y: & \quad \mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{i-1,j}; \quad \mathbf{l}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{S}_{i-1,j}, \\
 2'_y: & \quad \mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{i+1,j}; \quad \mathbf{l}(\mathbf{r}) = \mathbf{S}_{ij} - \mathbf{S}_{i+1,j}.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Ось четвертого порядка на магнитном ионе \mathbf{S}_{ij} оставляет инвариантной комбинацию из групп a из формулы (3):

$$\begin{aligned}
 & S_{i-1j}^x S_{ij}^y - S_{i-1j}^y S_{ij}^x + S_{i+1j}^x S_{ij}^y - S_{i+1j}^y S_{ij}^x + \\
 & + S_{ij-1}^x S_{ij}^y - S_{ij-1}^y S_{ij}^x + S_{ij+1}^x S_{ij}^y - S_{ij+1}^y S_{ij}^x.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Второй инвариант, построенный на комбинациях групп b из формулы (3), имеет вид

$$\begin{aligned}
 & S_{i-1j}^y S_{ij}^z - S_{i-1j}^z S_{ij}^y - S_{i+1j}^y S_{ij}^z + S_{i+1j}^z S_{ij}^y \mp \\
 & \mp (S_{ij-1}^x S_{ij}^z - S_{ij-1}^z S_{ij}^x - S_{ij+1}^x S_{ij}^z + S_{ij+1}^z S_{ij}^x).
 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь и далее верхний и нижний знаки перед антисимметричной y -компонентой соответствуют случаям соответственно с простой и инверсионной осью четвертого порядка. Отсутствие центра инверсии на магнитном ионе может обеспечиваться чередующимся смещением групп ионов-лигандов, попарным смещением лигандов или лигандных групп вдоль тетрагональной оси z или соответствующими искажениями лигандного окружения. В случае инверсионной оси четвертого порядка формируется тетраэдрическое окружение по ближайшим магнитным соседям (координационное число $Z = 4$). Самое сильное взаимодействие в системе — гейзенберговский обмен,

$$J \gg D_{U,S}, \quad (7)$$

берем изотропным, чтобы получаемые анизотропные свойства основного состояния полностью отражали действие антисимметричного обмена. В реальном случае тетрагональная анизотропия должна присутствовать и в анизотропии гейзенберговского обмена, однако ее величина для S -ионов $3d$ -группы, как правило, существенно меньше величины антисимметричного обмена, если последний допускается симметрией:

$$\begin{aligned}
 H = H_J + H_U + H_S = & J \sum_{ij} (\mathbf{S}_{ij} \cdot \mathbf{S}_{i+1,j} + \mathbf{S}_{ij} \cdot \mathbf{S}_{i,j+1}) + \\
 & + D_U \sum_{ij} (\mathbf{e}_x \cdot [\mathbf{S}_{ij} \times \mathbf{S}_{i+1,j}] \pm \mathbf{e}_y \cdot [\mathbf{S}_{ij} \times \mathbf{S}_{i,j+1}]) + \\
 & + D_S \sum_{ij} (-1)^{i+j} \mathbf{e}_z \cdot (\mathbf{S}_{ij} \times \mathbf{S}_{i+1,j} + \mathbf{S}_{ij} \times \mathbf{S}_{i,j+1}).
 \end{aligned} \quad (8)$$

Как будет показано ниже, вдоль тетрагональной оси z формируется коллинеарная структура, поэтому третий индекс суммирования по узлам опущен только для простоты записи гамильтониана (8) — магнетик остается трехмерным.

Инварианты разложения термодинамического потенциала (функционала Гинзбурга–Ландау) могут быть получены при $T = 0$ переходом от дискретного гамильтониана (8) к континуальному распределению плотности магнитной энергии,

примененным ранее для анализа несоизмеримых магнитных структур [16]. При этом локальные векторы ферро- и антиферромагнетизма $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{l}(\mathbf{r})$, так же как и \mathbf{S}_{ij} (4) будут обозначать средние значения операторов. При континуальном переходе для антиферромагнетика удобно ввести две магнитные подрешетки α и β , имеющие гладкую (бесконечно дифференцируемую) зависимость намагниченности от \mathbf{r} . Это позволяет при описании длиннопериодической несоизмеримой магнитной структуры отбросить высшие производные в разложении моментов подрешеток:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{r}+\mathbf{a}} = \mathbf{S}_{\mathbf{r}} + \mathbf{a} \frac{\partial \mathbf{S}_{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{S}_{\mathbf{r}}}{\partial r^2} + \dots \quad (9)$$

Здесь \mathbf{a} — векторы, связывающие ближайших магнитных соседей (рис. 1).

Плотность магнитной энергии UDM-обмена на узле каждой подрешетки запишем в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_U &= \frac{D_U}{2} \sum_{\mathbf{a}} \left\{ \mathbf{e}_x \cdot \left(\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}+\mathbf{a}} - \mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}-\mathbf{a}} \right) \pm \right. \\ &\quad \left. \pm (x \rightarrow y) \right\} \approx \\ &\approx \frac{Z}{2} D_U a \left\{ \mathbf{e}_x \cdot \left[\mathbf{S}_{\mathbf{r}} \times \frac{\partial \mathbf{S}_{\mathbf{r}}}{\partial x} \right] \pm (x \rightarrow y) \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

или в симметризованном по обеим подрешеткам виде

$$\varepsilon_U \approx \frac{Z}{4} D_U a \left\{ \mathbf{e}_x \cdot \left(\mathbf{S}_{\alpha} \times \frac{\partial \mathbf{S}_{\beta}}{\partial x} + \mathbf{S}_{\beta} \times \frac{\partial \mathbf{S}_{\alpha}}{\partial x} \right) \pm (x \rightarrow y) \right\}.$$

Здесь и далее индекс « \mathbf{r} » у спиновых переменных опускается для упрощения записи. Переход к векторам ферро- и антиферромагнетизма $\mathbf{m} = \mathbf{S}_{\alpha} + \mathbf{S}_{\beta}$, $\mathbf{l} = \mathbf{S}_{\alpha} - \mathbf{S}_{\beta}$ завершает получение инварианта UDM-обмена в стандартном виде

$$\begin{aligned} I_U &= m_y \frac{\partial m_z}{\partial x} - m_z \frac{\partial m_y}{\partial x} - l_y \frac{\partial l_z}{\partial x} + l_z \frac{\partial l_y}{\partial x} \pm \\ &\pm \left(m_x \frac{\partial m_z}{\partial y} - m_z \frac{\partial m_x}{\partial y} - l_x \frac{\partial l_z}{\partial y} + l_z \frac{\partial l_x}{\partial y} \right). \quad (11) \end{aligned}$$

Полученный инвариант является частным, тетрагональным случаем обобщенного инварианта Лифшица [1]. Компоненты SDM-обмена вместо разности векторных произведений (10) дают сумму и в итоге их вклад в магнитную энергию дает пространственно-однородный инвариант

$$I_S = m_x l_y - m_y l_x. \quad (12)$$

При конечных температурах в разложении свободной энергии будут существовать слагаемые с более высокими степенями параметра порядка, кроме

того, коэффициенты при квадратичных инвариантах сами становятся функциями температуры. Однако коэффициенты перед неоднородными и однородными инвариантами будут по-прежнему пропорциональны параметрам D_U и D_S . В пределе $T \rightarrow 0$, когда энтропийный член свободной энергии обращается в нуль, коэффициенты при этих инвариантах должны стремиться соответственно к $ZaD_U/4$ и $ZD_S/2$, определяя для каждого взаимодействия совместно с (11) и (12) энергию объема, содержащего один спин.

3. ПРИБЛИЖЕНИЕ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Определение равновесной ориентации спинов подрешеток проведем в приближении среднего поля. Если все спины находятся в одинаковых по величине средних полях (одноподсистемный случай), то минимизация свободной энергии сводится к нахождению экстремума среднего поля [16]. При интересующем нас пространственно-неоднородном распределении намагниченности по направлению это сводится к решению дифференциальных уравнений. Число этих уравнений определяется числом независимых переменных, по которым варьируется энергия. При нахождении основного состояния ($T = 0$) абсолютные значения спинов можно зафиксировать, приняв их равными моменту насыщения. Если ограничиться квадратичной по спиновым переменным формой гамильтониана (8), то условие эквивалентности всех спинов относительно среднего поля позволяет и при $T > 0$ не проводить процедуры самосогласования на равновесную амплитуду (абсолютное значение) спина — все поля от парных взаимодействий пропорциональны одной и той же величине среднего спина. Таким образом, остаются четыре уравнения, связывающие четыре функции, задающие распределение ориентации моментов двух подрешеток. Вместо вариации продольного поля можно воспользоваться эквивалентной процедурой обращения в нуль поперечных полей на спинах каждой подрешетки. Порядок производных в разложении членов гамильтониана (8) ограничивается условием (7), для антисимметричного обмена оставляем только первые производные по координатам.

В приближении среднего поля антисимметричные гамильтонианы (8) запишем в виде

$$H_{U,S} = \sum_{ij} \mathbf{h}_{ij}^{U,S} \cdot \mathbf{S}_{ij}, \quad (13)$$

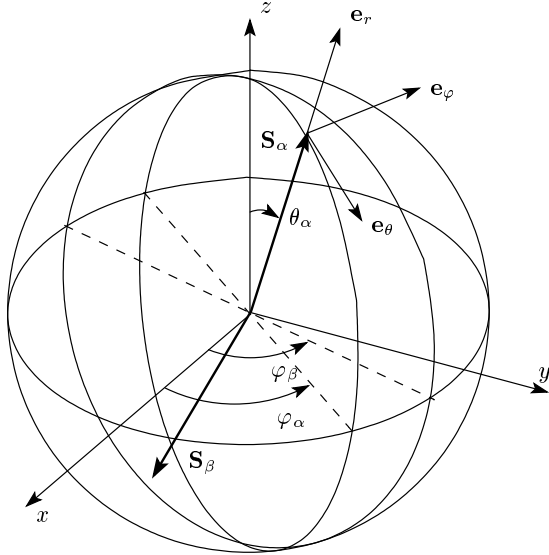


Рис. 2. Полярная система координат. Орты показаны только для одной квазиантиферромагнитной подрешетки α

где

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{ij}^U &= \frac{D_U}{2} \left\{ \mathbf{e}_x \times (\mathbf{S}_{i-1,j} - \mathbf{S}_{i+1,j}) \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \mathbf{e}_y \times (\mathbf{S}_{i,j-1} - \mathbf{S}_{i,j+1}) \right\}, \\ \mathbf{h}_{ij}^S &= (-1)^{i+j+1} \frac{D_S}{2} \left\{ \mathbf{e}_z \times (\mathbf{S}_{i-1,j} + \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{S}_{i+1,j} + \mathbf{S}_{i,j-1} + \mathbf{S}_{i,j+1}) \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

В континуальном представлении для подрешетки α с четной суммой $i + j$

$$\begin{aligned} h_{\alpha}^{U,x} &= \mp \frac{Z}{2} D_U a \frac{\partial S_{\beta}^z}{\partial y}, \quad h_{\alpha}^{S,x} = \frac{Z}{2} D_S S y_{\beta}, \\ h_{\alpha}^{U,y} &= \frac{Z}{2} D_U a \frac{\partial S_{\beta}^z}{\partial x}, \quad h_{\alpha}^{S,y} = -\frac{Z}{2} D_S S x_{\beta}, \\ h_{\alpha}^{U,z} &= -\frac{Z}{2} D_U a \left(\frac{\partial S_{\beta}^y}{\partial x} \mp \frac{\partial S_{\beta}^x}{\partial y} \right), \quad h_{\alpha}^{S,z} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Поля h^U четны, а h^S нечетны относительно перестановок индексов подрешеток α и β . Отсутствие производных по координате z , направленной вдоль тетрагональной оси c , указывает на то, что антисимметричный обмен в нашем случае не вызывает пространственно-неоднородного распределения спиновой плотности в этом направлении.

Разделение на поперечные и продольные компоненты удобно проводить в полярной системе координат $\{r, \theta, \varphi\}$ (рис. 2):

$$\begin{aligned} S_{\alpha,\beta}^x &= S \sin \theta_{\alpha,\beta} \cos \varphi_{\alpha,\beta}, \\ S_{\alpha,\beta}^y &= S \sin \theta_{\alpha,\beta} \sin \varphi_{\alpha,\beta}, \quad S_{\alpha,\beta}^z = S \cos \theta_{\alpha,\beta}, \\ h_{\alpha,\beta}^{\varphi} &= -h_{\alpha,\beta}^x \sin \varphi_{\alpha,\beta} + h_{\alpha,\beta}^y \cos \varphi_{\alpha,\beta}, \\ h_{\alpha,\beta}^{\theta} &= h_{\alpha,\beta}^x \cos \theta_{\alpha,\beta} \cos \varphi_{\alpha,\beta} + \\ &\quad + h_{\alpha,\beta}^y \cos \theta_{\alpha,\beta} \sin \varphi_{\alpha,\beta} - h_{\alpha,\beta}^z \sin \theta_{\alpha,\beta}, \\ h_{\alpha,\beta}^r &= h_{\alpha,\beta}^x \sin \theta_{\alpha,\beta} \cos \varphi_{\alpha,\beta} + \\ &\quad + h_{\alpha,\beta}^y \sin \theta_{\alpha,\beta} \sin \varphi_{\alpha,\beta} + h_{\alpha,\beta}^z \cos \theta_{\alpha,\beta}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для подрешетки α

$$h_{\alpha}^{U,\varphi} = -\frac{Z}{2} D_U a S \sin \theta_{\beta} \times \left(\pm \sin \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} + \cos \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} h_{\alpha}^{U,\theta} &= \frac{Z}{2} \times \\ &\times D_U a S \left\{ \cos \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \left(\pm \cos \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} - \sin \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right) + \right. \\ &\quad + \sin \theta_{\alpha} \cos \theta_{\beta} \left(\mp \cos \varphi_{\beta} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} + \sin \varphi_{\beta} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right) + \\ &\quad \left. + \sin \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \left(\cos \varphi_{\beta} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x} \pm \sin \varphi_{\beta} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial y} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} h_{\alpha}^{U,r} &= \frac{Z}{2} \times \\ &\times D_U a S \left\{ \sin \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \left(\pm \cos \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} - \sin \varphi_{\alpha} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right) - \right. \\ &\quad - \cos \theta_{\alpha} \cos \theta_{\beta} \left(\mp \cos \varphi_{\beta} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} + \sin \varphi_{\beta} \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right) - \\ &\quad \left. - \cos \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \left(\cos \varphi_{\beta} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x} \pm \sin \varphi_{\beta} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial y} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$h_{\alpha}^{S,\varphi} = -\frac{Z}{2} D_S S \sin \theta_{\beta} \cos(\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta}), \quad (20)$$

$$h_{\alpha}^{S,\theta} = \frac{Z}{2} D_S S \cos \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \sin(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}), \quad (21)$$

$$h_{\alpha}^{S,r} = \frac{Z}{2} D_S S \sin \theta_{\alpha} \sin \theta_{\beta} \sin(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}). \quad (22)$$

Компоненты поля гейзенберговского обмена с ближайшими соседями с точностью до вторых производных включительно имеют вид

$$\begin{aligned} h_{\alpha}^{J,\varphi} &= \frac{Z}{2} \times \\ &\times JS \left\{ \sin(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left((1 - d_1 - d'_1) \sin \theta_{\beta} + d_2 \cos \theta_{\beta} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left(d'_2 \sin \theta_{\beta} + 2d_3 \cos \theta_{\beta} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$h_{\alpha}^{J,\theta} = \frac{Z}{2} JS \times \left\{ \cos \theta_{\alpha} \left[\cos(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left((1 - d_1 - d'_1) \sin \theta_{\beta} + d_2 \cos \theta_{\beta} \right) - \sin(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left(d'_2 \sin \theta_{\beta} + 2d_3 \cos \theta_{\beta} \right) \right] - \sin \theta_{\alpha} \left((1 - d_1) \cos \theta_{\beta} + d_2 \sin \theta_{\beta} \right) \right\}, \quad (24)$$

$$h_{\alpha}^{J,r} = \frac{Z}{2} JS \times \left\{ \sin \theta_{\alpha} \left[\cos(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left((1 - d_1 - d'_1) \sin \theta_{\beta} + d_2 \cos \theta_{\beta} \right) - \sin(\varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha}) \left(d'_2 \sin \theta_{\beta} + 2d_3 \cos \theta_{\beta} \right) \right] + \cos \theta_{\alpha} \left((1 - d_1) \cos \theta_{\beta} - d_2 \sin \theta_{\beta} \right) \right\}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= a^2 \left[\left(\frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} \right)^2 \right], \\ d'_1 &= a^2 \left[\left(\frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial y} \right)^2 \right], \\ d_2 &= a^2 \left(\frac{\partial^2 \theta_{\beta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_{\beta}}{\partial y^2} \right), \\ d'_2 &= a^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_{\beta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{\beta}}{\partial y^2} \right), \\ d_3 &= a^2 \left(\frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial \theta_{\beta}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

При записи компонент полей в полярной системе координат важно учитывать одну особенность этой системы. Условие однозначности описания требует ограничить область определения одного из углов (полярного θ или азимутального φ) интервалом $\{0, \pi\}$. При описании изменения в пространстве угла θ в стандартной форме это приводит к ступенчатому скачку значений углов и смене знака скорости изменения угла θ при прохождении границы интервала $\theta = \pi$. Поскольку, как будет показано ниже, основное изменение в пространстве претерпевает полярный угол, наложим ограничение на азимутальные углы $0 \leq \varphi_{\alpha, \beta} < \pi$. При этом эти углы будут задавать положение вертикальных плоскостей, в которых меняются углы $\theta_{\alpha, \beta}$ (плоскостей поляризации), а не самих углов (рис. 2). Азимутальные углы ориентации спинов квазиантиферромагнитных подрешеток α и β будут совпадать с этими углами при $0 \leq \theta_{\alpha, \beta} < \pi$ и отличаться от них на π при $\pi \leq \theta_{\alpha, \beta} < 2\pi$. Это приводит к тому, что в выражениях для полей подрешеток h^{φ} (17), (20), (23) появляется дополнительный множитель (-1) , если соответствующий угол θ становится больше π . В результате, с учетом изменения знака при функциях

$\theta_{\alpha, \beta}$, знаки полей каждой подрешетки остаются постоянными и никаких особенностей при изменении полярных углов $\theta_{\alpha, \beta}$ не претерпевают.

Возможные магнитные структуры удобно классифицировать по виду функциональной зависимости от пространственных переменных угловых функций. Однородные структуры в основном состоянии не будут содержать производных по координатам — в формулах (21) все $d_i \equiv 0$. Структуры простого геликоидального типа с линейной зависимостью углов от координат тетрагональной плоскости будут содержать только первые производные углов в формуле (21) ($d_{i>1} \equiv 0$). Появление производных второго порядка будет означать, что несоизмеримая магнитная структура имеет более сложную зависимость ориентации спинов от координат — нелинейную модуляцию антиферромагнитного состояния.

4. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

Рассмотрим частные случаи, когда существует только один тип антисимметричного обмена.

1. $D_S \neq 0, D_U = 0$. Из $h^{\varphi} = h^{J,\varphi} + h^{S,\varphi} = 0$ получаем однородное решение — слабоферромагнитный скос подрешеток

$$\text{tg}(\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta}) = -\frac{D_S}{J}. \quad (27)$$

2. $D_S = 0, D_U \neq 0$. Основному состоянию с максимумом h^r будет соответствовать антипараллельная ориентация моментов подрешеток в вертикальной плоскости, проходящей через тетрагональную ось:

$$\varphi = \varphi_{\alpha} = \varphi_{\beta}, \quad \theta_{\alpha} - \theta_{\beta} = \pi$$

— с линейной модуляцией исходной антиферромагнитной структуры

$$\frac{\partial \theta_{\alpha, \beta}}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{k} - \text{const.}$$

При этом $h^{J,\varphi} = 0$ и условие $h^{\varphi} = h^{U,\varphi} = 0$ дает простую связь плоскости модуляции геликоида φ и направления вектора несоизмеримой магнитной структуры \mathbf{k} в плоскости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{\alpha, \beta}}{\partial x} \cos \varphi \pm \frac{\partial \theta_{\alpha, \beta}}{\partial y} \sin \varphi &= \\ = k_x \cos \varphi \pm k_y \sin \varphi &= k \cos(\varphi \pm \varphi_k) = 0, \\ \varphi \pm \varphi_k &= \frac{\pi}{2}, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \end{aligned} \quad (28)$$

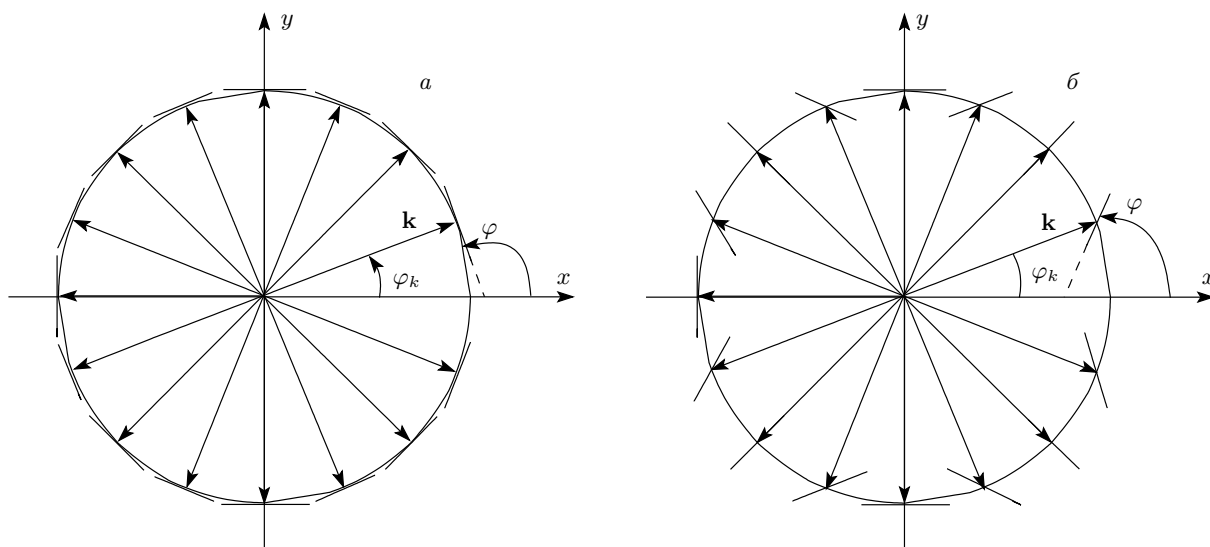


Рис. 3. Взаимная ориентация вектора несоизмеримой магнитной структуры \mathbf{k} и плоскости поляризации для случаев с простой (а) и с инверсионной (б) осями четвертого порядка

где φ_k — угол между направлением вектора \mathbf{k} и тетрагональной осью x . Абсолютное значение вектора геликоида нетрудно получить из уравнения для экстремума продольного поля

$$\frac{\partial h^r}{\partial k} = 0, \quad k = k_0 = -\frac{D_U}{2aJ}. \quad (29)$$

Значение вектора не зависит от ориентации плоскости геликоида (и, соответственно, направления вектора) — основное состояние вырождено по углу φ . На рис. 3 показана взаимная ориентация плоскости поляризации и волнового вектора несоизмеримой магнитной структуры для случаев разных осей четвертого порядка. В случае простой оси плоскость поляризации и вектор распространения несоизмеримой магнитной структуры всегда ортогональны, в случае инверсионной оси при повороте вектора несоизмеримой магнитной структуры плоскость поляризации разворачивается в обратном направлении.

5. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ $D_S \neq 0, D_U \neq 0$

Замена переменных

$$\theta_{\alpha,\beta} = \theta_{\alpha,\beta}^0 + \mathbf{k}_{\alpha,\beta} \cdot \mathbf{r}$$

позволяет выделить главную, линейную, часть функциональной зависимости углов θ от тетрагональных координат. Остальная, нелинейная, часть этой зависимости переносится на новую переменную $\mathbf{k}_{\alpha,\beta}$. В случае $D_S = 0$ варьирование продольного

поля h^r по этой новой переменной дает ее значение, не зависящее от углов — скорость изменения угла θ остается постоянной, что и подтверждает обоснованность линейного приближения $d_{i>1} \equiv 0$ (21). При одновременном присутствии в тетрагональном магнетике обоих типов антисимметричного обмена используем это приближение для нахождения качественного отличия от простого геликоида. Схема решения остается прежней: найдем связь между углами φ_α и φ_β , задающими ориентацию плоскостей поляризации квазиантиферромагнитных подрешеток, отбрасывая вторые производные в обменном поле h^J , и полагая $\partial\varphi/\partial r = 0$, а затем найдем экстремум продольного поля по k . Если значение k , соответствующее экстремуму продольного поля, будет содержать зависимость от угловых переменных, вид этой зависимости определит характер нелинейности. Последнюю можно учесть как соответствующую поправку в вид решения. Естественно, амплитуды всех последующих поправок должны содержать более высокие степени параметра малости $\varepsilon = D_{U,S}/J$.

Первое соотношение из четырех ограничений, определяющих две пары угловых переменных подрешеток, для линейного приближения, очевидно, остается прежним:

$$\mathbf{k}_\alpha = \mathbf{k}_\beta = \mathbf{k}. \quad (30)$$

Оно является следствием общей связи углов $\theta_\alpha - \theta_\beta = \pi$, вытекающей из симметрии задачи по углу θ — существования частного решения

$\theta_\alpha = 0, \theta_\beta = \pi$ и инвариантности полей h^θ и h^r (13), (14), (16), (17), (19), (20) относительно сдвига $\theta \rightarrow \theta + \pi$. Следующие два уравнения для угловых переменных $h_{\alpha,\beta}^\varphi = 0$ фиксируют скос плоскостей поляризации и их связь с направлением \mathbf{k} :

$$J(1 - a^2 k^2) \sin R + D_S \cos R - D_U a k \sin \frac{R}{2} = 0, \quad (31)$$

$$\cos \left(\varphi_k + \frac{\varphi_\alpha + \varphi_\beta}{2} \right) = 0, \quad (32)$$

где $R = \varphi_\alpha - \varphi_\beta$. Геликоид становится двойным — каждая квазиантиферромагнитная подрешетка имеет свою плоскость поляризации. Четвертое уравнение — экстремум h_r , дает

$$\begin{aligned} k &= -\frac{D_U}{2aJ} \cos \frac{R}{2} \left(1 + 2 \sin^2 \frac{R}{2} \sin \theta_\alpha \sin \theta_\beta \right) = \\ &= -\frac{D_U}{2aJ} \cos \frac{R}{2} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{R}{2} \sin^2 \theta_{\alpha,\beta} \right) = \\ &= -\frac{D_U}{2aJ} \cos \frac{R}{2} \left(\cos^2 \frac{R}{2} + \sin^2 \frac{R}{2} \cos 2\theta_{\alpha,\beta} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Видно, что вблизи тетрагональной плоскости ($\theta \rightarrow \pi/2$) скорость изменения угла θ замедляется — *SDM*-обмен, понижающий энергию системы за счет скоса компонент поперечных тетрагональной оси, обеспечивает общую легкоплоскостную анизотропию магнетика. Отсутствие зависимости вектора \mathbf{k} от среднего азимутального угла $(\varphi_\alpha + \varphi_\beta)/2$ говорит о сохранении вырождения основного состояния относительно ориентации вектора модуляции в плоскости.

6. ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Появление уже в первом, линейном, приближении зависимости скорости изменения полярного угла θ от удвоенного значения самого угла — второй гармоники (28) — приводит к появлению нечетных гармоник в импульсном представлении спиновых переменных

$$S = \sum_n C_{2n+1} \exp i(2n+1)\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r},$$

$$k_0 = -\frac{D_U}{2aJ \cos R/2}.$$

Качественно эта связь показана на рис. 4, где

$$L = \frac{4\pi Ja}{D_U \cos R/2}$$

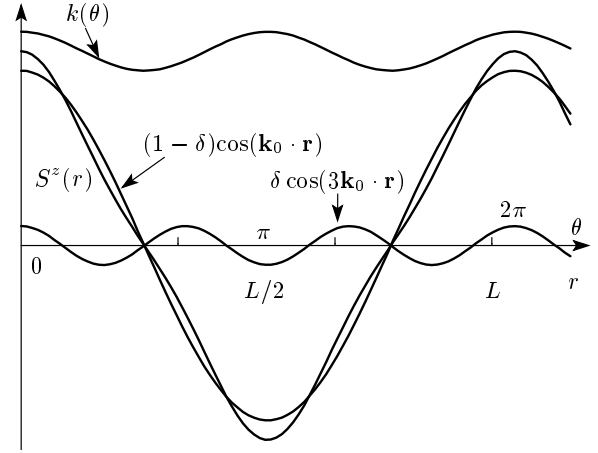


Рис. 4. Нелинейная модуляция геликоида *SDM*-обменом. Скорость изменения полярного угла $k(\theta)$ и проекция магнитного момента на тетрагональную ось как функции соответственно полярного угла и координаты. Вторая гармоника в скорости приводит к третьей гармонике в проекции магнитного момента

— длина волны модулированного геликоида. К такому же результату приведет и осевая анизотропия симметричного обмена. Как следствие действия суммарной осевой анизотропии, спектр неупругого нейтронного рассеяния будет содержать нечетные гармоники главного вектора несоизмеримой структуры. Учет влияния анизотропии и нахождение относительной амплитуды высших (например, третьей) гармоник выходит за рамки данной работы. Однако линейное приближение показывает, что учет следующей поправки, например, для осевой компоненты S^z , можно искать в виде

$$S^z = S \left((1 - \delta) \cos \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} + \delta \cos 3\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} \right),$$

где δ — параметр малости, по которому можно проводить последовательное приближение.

Следует отметить еще два качественных результата взаимного влияния разных типов антисимметричного обмена. 1) Из соотношения (31) следует, что появление зависимости от угла θ скорости его изменения k приводит к появлению зависимости от угла θ и угла между плоскостями поляризации подрешеток R . Следовательно, появляется и $\partial\varphi/\partial r \neq 0$. Плоскости поляризации подрешеток превращаются в криволинейные поверхности (рис. 5). 2) Локальный слабоферромагнитный момент \mathbf{M} , возникающий в результате скоса соседних спинов *SDM*-обменом, меняется по величине и знаку в интервале $\{-M_{max}, M_{max}\}$ при изменении угла θ , оста-

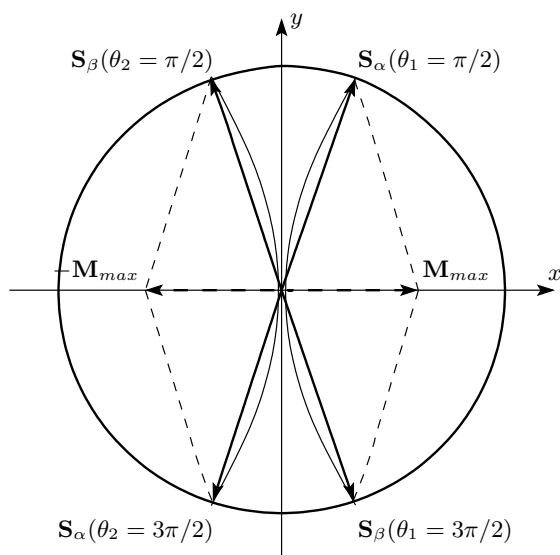


Рис. 5. Проекция на тетрагональную плоскость поверхностей поляризации подрешеток и их моментов при двух значениях углов $\theta_\alpha = \theta_\beta - \pi = \pi/2, 3\pi/2$

ваясь в тетрагональной плоскости. Как следствие, суммарный слабиферромагнитный момент в системе в отсутствие внешнего магнитного поля равен нулю.

Примером тетрагонального антиферромагнетика с геликоидальной несоизмеримой магнитной структурой является $\text{Ba}_2\text{CuGe}_2\text{O}_7$ с пространственной группой $P\bar{4}2_1m$ [13, 17–20]. Генерирующим элементом симметрии в нем является инверсионная ось четвертого порядка, а лимитирующим элементом — зеркальная плоскость, проходящая между взаимодействующими спинами. Плоскость выделяет другую антисимметричную комбинацию спиновых компонент второго порядка. В результате вектор модуляции лежит одновременно в тетрагональной плоскости кристалла и в вертикальной плоскости поляризации геликоида.

Другим тетрагональным антиферромагнетиком с кристаллической структурой, отвечающей необходимым симметричным требованиям, является метаборат меди CuV_2O_4 с пространственной группой $I\bar{4}2d$. Две неэквивалентные позиции ионов Cu^{2+} в нем формируют две магнитные подсистемы, сильно отличающиеся друг от друга по распределению и величине обменных связей внутри подсистем [21–25]. Сильный антиферромагнитный обмен между ионами Cu^{2+} в кристаллографических позициях $4b$ приводит к появлению в этой подсистеме спонтанного момента при $T_N = 20$ К. При понижении температуры он быстро нарастает до значения, близкого к

насыщению, что указывает на классический «трехмерный» характер магнитного упорядочения. Появление магнитного момента второй подсистемы ионов в позициях $8d$ по нейтронографическим данным происходит при температуре $T \approx 11$ К. Понижение температуры до $T \approx 2$ К приводит к возрастанию магнитного момента на узлах этой подсистемы только до величины $m \sim 0.5\mu_B$, что говорит о слабом и, возможно, квазиодномерном обмене внутри этой подсистемы [26]. При $T < 9.5$ К в CuV_2O_4 за счет снятия фрустрации по межподсистемному симметричному обмену формируется несоизмеримая магнитная структура с вектором модуляции, направленным вдоль тетрагональной оси [16, 27]. Исследования [28] показали, что и высокотемпературная фаза при $9.5 \text{ К} < T < 20 \text{ К}$ в отсутствие внешнего поля является модулированной. Внешнее магнитное поле разрушает эту фазу, переводя систему в слабиферромагнитное состояние [21, 29–33]. Малое критическое поле высокотемпературной несоизмеримой магнитной структуры с его слабой температурной зависимостью [29] говорит о том, что причиной ее возникновения одновременно с появлением магнитного порядка в «сильной» подсистеме является слабое взаимодействие внутри этой подсистемы. Симметрия подсистемы $4b$ [15] обеспечивает сосуществование компоненты D_s вдоль тетрагональной оси и необходимого распределения однородного антисимметричного обмена D_u в тетрагональной плоскости. На взаимное влияние (суперпозицию) двух разных несоизмеримых магнитных структур в переходной области $T \approx 9.5$ К и на фазовой границе низкотемпературной несоизмеримой магнитной структуры указывают факт присутствия в спектре неупругого нейтронного рассеяния сателлитных пиков [23] и поэтапное подавление несоизмеримости полем [34] при $T < 9.5$ К. Все это позволяет сделать вывод о существовании в CuV_2O_4 двух различных по типу и механизмам формирования несоизмеримых магнитных структур. Высокотемпературная несоизмеримая магнитная структура при $T > 9.5$ К формируется двумерным распределением однородного антисимметричного обмена Дзялошинского–Мория с присутствием слабиферромагнитной компоненты этого обмена. Вектор ее модуляции лежит в тетрагональной плоскости, а плоскости поляризации подрешеток проходят через тетрагональную ось.

Актуальность определения вида всех магнитных фаз в CuV_2O_4 , как соизмеримых, так и несоизмеримых, возрастает прежде всего из-за обнаруженных в нем в последнее время сильных магнитоэлектрических эффектов [30–33]. Анализ пространственного

распределения анизотропных магнитных взаимодействий является необходимой частью описания физических свойств мультиферроиков, поскольку магнитоэлектрические эффекты непосредственно зависят как от направления намагниченности в однородных фазах, так и от ориентации вектора модуляции и плоскости поляризации в несоизмеримой магнитной структуре.

Автор благодарен А. И. Панкрацу и В. И. Зиненко за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Изюмов, В. Н. Сыромятников, *Фазовые переходы и симметрия кристаллов*, Наука, Москва, (1984), с. 208.
2. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин, И. Ф. Мирсаев, В. В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Наука, Москва (2001), с. 104.
3. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **47**, 992 (1964).
4. Т. Moriya, *Phys. Rev.* **120**, 91 (1960).
5. М. Oshikawa and I. Affleck, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2883 (1997).
6. I. Affleck and M. Oshikawa, *Phys. Rev. B* **60**, 1038 (1999).
7. U. Schotte, A. Kelnberger, and N. Stusser, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 6391 (1998).
8. А. Е. Jacobs and T. Nikuni, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 6405 (1998).
9. D. N. Aristov and S. V. Maleev, *Phys. Rev. B* **62**, R751 (2000).
10. Е. А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Изд. АН СССР, Москва (1963), с. 94.
11. О. Nakanashi, А. Yanase, А. Hasegawa, and М. Kataoka, *Sol. St. Comm.* **35**, 995 (1980).
12. Per Bak and М. Н. Jensen, *J. Phys. C: Sol. St. Phys.* **13**, L881 (1980).
13. А. Zheludev, S. Maslov, G. Shirane et al., *Phys. Rev. B* **59**, 11432 (1999).
14. Ю. А. Изюмов, *Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах*, Энергоатомиздат, Москва (1987), с. 27, 154.
15. С. Н. Мартынов, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 60 (2009).
16. С. Н. Мартынов, *ЖЭТФ* **135**, 82 (2009).
17. А. Zheludev, G. Shirane, Y. Sasago et al., *Phys. Rev. B* **54**, 15163 (1996).
18. А. Zheludev, S. Maslov, G. Shirane et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4857 (1997).
19. А. Zheludev, S. Maslov, G. Shirane et al., *Phys. Rev. B* **56**, 14006 (1997).
20. А. Zheludev, S. Maslov, I. Tsukada et al., *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5410 (1998).
21. G. Petrakovskii, D. Velikanov, A. Vorotinov et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **205**, 105 (1999).
22. Г. А. Петраковский, М. А. Попов, Б. Россли, Б. Уладиаф, *ЖЭТФ* **120**, 926 (2001).
23. В. Roessli, J. Schefer, G. Petrakovskii et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1885 (2001).
24. М. Boehm, S. Martynov, В. Roessli et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **250**, 313 (2002).
25. М. Boehm, В. Roessli, J. Schefer et al., *Phys. Rev. B* **68**, 024405 (2003).
26. S. Martynov, G. Petrakovskii, and В. Roessli, *J. Magn. Magn. Mater.* **269**, 3106 (2004).
27. С. Н. Мартынов, А. Д. Балаев, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 785 (2007).
28. А. И. Панкрац, Г. А. Петраковский, М. А. Попов и др., *Письма в ЖЭТФ* **78**, 1058 (2003).
29. А. Pankrats, G. Petrakovskii, V. Tugarinov et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **300**, e388 (2006).
30. М. Saito, К. Taniguchi, and Т. Arima, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 013705 (2008).
31. М. Saito, К. Ishikawa, К. Taniguchi, and Т. Arima, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 117402 (2008).
32. Т. Arima, *J. Phys.: Condens. Matter* **20**, 434211 (2008).
33. S. W. Lovesey and U. Staub, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 142201 (2009).
34. Y. Kousaka, S. Yano, М. Nishi et al., *J. Phys. Chem. Sol.* **68**, 2170 (2007).