

ЭФФЕКТИВНОЕ БЕЗЫНВЕРСНОЕ УСИЛЕНИЕ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ С КВАЗИДИСКРЕТНЫМИ УРОВНЯМИ

*В. А. Кужушкин**

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 26 марта 2009 г.

Предложена безынверсная схема усиления электромагнитного излучения на переходе между возбужденными квазидискретными уровнями квантовой системы, минимизирующая поглощение когерентной оптической накачки, возникающее вследствие конечных времен жизни соответствующих этим уровням состояний. Для конкретного примера реализации такой схемы в системе квантовых точек с частотой перехода между квазидискретными уровнями, лежащей в среднем инфракрасном (ИК) диапазоне, найдена оптимальная частота накачки, соответствующая минимуму ее поглощения, и вычислен коэффициент усиления среднего ИК-поля. Предложенная схема может стать прототипом для создания усилителей и генераторов излучения среднего и дальнего ИК-диапазонов на квантовых точках с квазидискретными уровнями, способных работать при комнатной температуре и обладающих высоким КПД.

PACS: 07.57.Hm, 42.55.Px, 73.21.La

1. ВВЕДЕНИЕ

Создание инверсии населенностей между двумя дискретными возбужденными уровнями 2 и 3 квантовой системы с помощью когерентной оптической накачки верхнего уровня 2 с лежащего ниже их основного уровня 1 является стандартным методом усиления и генерации излучения на переходе $2 \leftrightarrow 3$. Однако возбужденные уровни часто являются квазидискретными [1], т. е. им отвечают квазистационарные состояния, характеризующиеся конечными временами жизни. Последние могут быть обусловлены, например, туннелированием находящихся на возбужденных уровнях частиц через ограничивающие систему потенциальные барьеры. Квазистационарность возбужденных состояний приводит к тому, что значительная доля мощности накачки рассеивается или тратится на нагрев системы, а не расходуется на лазерное усиление. В результате работа такого усилителя или генератора оказывается мало-

эффективной или вообще невозможной. Однако в работе [2] было замечено, что если не ставить задачи создания инверсии населенностей между возбужденными квазидискретными уровнями, то при некоторых параметрах такой системы и достаточно слабой накачке можно добиться полного исчезновения поглощения последней при определенном значении ее частоты. Данный эффект является следствием интерференции Фано [3] и родствен эффектам исчезновения поглощения излучения с частотами вблизи частот переходов в автоионизационные состояния атомов, особенностям в спектре поглощения, возникающим при возбуждении ридберговских состояний и др. В настоящей работе показано, что исчезновение поглощения накачки в схеме из работы [2] можно добиться и в том случае, если мощность накачки высока, причем соответствующая нулевому поглощению частота оказывается зависящей от интенсивности накачки, а не является константой, как в работе [2]. Также установлено, что в схеме [2] усиление излучения на переходе между возбужденными квазидискретными уровнями невозможно. В на-

*E-mail: vakuk@appl.sci-nnov.ru

стоящей работе предложена и исследована модификация схемы [2], способная обеспечить такое усиление. Показано, что в модифицированной схеме инверсия между возбужденными уровнями, как и в работе [2], не достигается, так что механизм усиления имеет безынерционный характер [4]. Кроме того, продемонстрировано, что в предложенной модификации схемы [2] свойство бездиссипативного распространения накачки при определенной (зависящей от ее интенсивности) частоте сохраняется. Таким образом, предлагаемая схема может служить прообразом эффективного безынерционного усилителя или генератора излучения на переходе между квазидискретными возбужденными уровнями.

В качестве конкретного примера такой схемы рассмотрены уровни размерного квантования, возникающие в нуль-мерных полупроводниковых наноструктурах — квантовых точках. Для ряда технологий изготовления таких структур характерна ситуация, когда их возбужденные уровни оказываются квазидискретными и соответствующие им состояния обладают конечными временами жизни. Это имеет место, например, при образовании квантовых точек в результате спинодального распада эпитаксиальных пленок твердых растворов полупроводников, т. е. периодической модуляции их химического состава, возникающей спонтанно при уменьшении температуры ниже определенного критического значения [5]. Глубина модуляции, как правило, является небольшой, поэтому окружающие каждую квантовую точку (или кластеры из нескольких квантовых точек) потенциальные барьеры оказываются невысокими и носители могут эффективно туннелировать через них, покидая квантовые точки. Другим примером являются квантовые точки в постоянном электрическом поле. Последнее вызывает туннелирование находящихся в них частиц через окружающие потенциальные барьеры и, таким образом, приводит к квазистационарности их возбужденных состояний. Соответствующие времена жизни в указанных примерах могут оказаться существенно меньше времен релаксации инверсии между возбужденными квазидискретными уровнями вследствие спонтанной межзонной электрон-дырочной рекомбинации или излучения оптических фононов (если этот процесс подавлен путем выбора частоты перехода между уровнями таким образом, чтобы она оказалась существенно меньше или больше частоты оптических фононов). В результате релаксация инверсии за счет туннелирования может оказаться доминирующей. Вследствие этого в обычной инверсионной

схеме усиления мощность оптической накачки¹⁾ будет расходоваться в основном не на усиление поля на переходе между возбужденными квазидискретными уровнями, а на заброс электронов с лежащего в валентной зоне основного уровня 1 на возбужденный квазидискретный уровень 2 в зоне проводимости с его последующим туннелированием через окружающие квантовые точки потенциальные барьеры и спонтанной межзонной рекомбинацией с дыркой на уровне 1. В результате работа такого устройства будет малоэффективной или вообще невозможной. Применение для таких квантовых точек описанной выше схемы позволяет добиться усиления поля на переходе между их квазидискретными возбужденными уровнями без непродуктивного расходования накачки и существенно повысить КПД и мощность основанных на них усилителей и генераторов. Частота перехода $2 \leftrightarrow 3$ в квантовых точках, как правило, лежит в среднем инфракрасном (ИК) диапазоне (а при использовании квазидискретных дырочных уровней — в дальнем ИК-диапазоне за счет больших масс дырок), в результате чего такие устройства могут служить работающими при комнатной температуре компактными, дешевыми и эффективными источниками электромагнитного поля в указанной частотной области и использоваться как в фундаментальных исследованиях, так и в многочисленных приложениях, например, в биологии и медицине.

В следующем разделе приведены основные уравнения, описывающие взаимодействие квантовых точек с бихроматическим электромагнитным полем (накачка + среднее ИК-излучение) и предложена модификация схемы [2]. В разд. 3 полученное в работе [2] условие отсутствия поглощения межзонной накачки обобщено на случай сильного накачивающего поля и показано, что и в этом случае при определенной частоте последнего (зависящей от его интенсивности) можно добиться бездиссипативного распространения накачки. Также показано, что в более реалистичной модели (т. е. при учете неоднородно-

¹⁾ Применение для создания инверсии между квазидискретными возбужденными уровнями токовой накачки может оказаться невыгодным для рассматриваемого ниже усиления и генерации излучения в среднем и дальнем ИК-диапазонах. Причина этого заключается в том, что при применении токовой накачки создается высокая концентрация свободных носителей в объеме структуры, а коэффициент поглощения излучения на свободных носителях быстро растет с увеличением длины волны. Поэтому для усиления и генерации длинноволнового электромагнитного поля предпочтительнее может оказаться применение недопированных материалов и создание инверсии при помощи оптической накачки, когда концентрация свободных носителей оказывается значительно меньшей.

го уширения, вызванного флуктуациями размеров квантовых точек, и конечного времени межзонной электрон-дырочной рекомбинации) поглощение накачки при этой частоте оказывается конечным, но по-прежнему минимальным по сравнению с другими частотами. В разд. 4 установлено, что предложенная модификация схемы [2] позволяет не только минимизировать поглощение накачки вследствие квазистационарности возбужденных состояний квантовых точек (как в работе [2]), но и обеспечить усиление среднего ИК-излучения с частотой, близкой к частоте перехода между этими состояниями. Показано, что инверсия между указанными состояниями при этом отсутствует и, следовательно, реализуется безынверсный механизм усиления. Приведены оценки соответствующего коэффициента усиления среднего ИК-поля при различных интенсивностях накачки. В последнем разделе суммированы основные результаты данной работы, наиболее интересные с точки зрения практической реализации предложенного эффективного безынверсного ИК-усилителя или лазера на квантовых точках с квазидискретными уровнями.

2. СИСТЕМА КВАНТОВЫХ ТОЧЕК С КВАЗИДИСКРЕТНЫМИ УРОВНЯМИ — АКТИВНАЯ СРЕДА ДЛЯ БЕЗЫНВЕРСНОГО УСИЛЕНИЯ СРЕДНЕГО ИК-ИЗЛУЧЕНИЯ

Для определенности ниже будем рассматривать квантовые точки, выполненные на основе гетеросистемы AlGaAs. Отсчитывая энергию от верхнего края валентной зоны, будем рассматривать характерную ситуацию, когда параметры системы квантовых точек таковы, что энергии уровней 1, 3 и 2 (см. рис. 1) для квантовых точек среднего размера (обозначено черточкой над значениями частот) равны $\hbar\bar{\omega}_1 = -2.8$ мэВ, $\hbar\bar{\omega}_3 = 1.4406$ эВ, $\hbar\bar{\omega}_2 = 1.4903$ эВ. Величины

$$\begin{aligned} \hbar(\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_1) &\equiv \hbar\bar{\omega}_{21} = 1.4931 \text{ эВ}, \\ \hbar(\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_3) &\equiv \hbar\bar{\omega}_{23} = 49.7 \text{ мэВ}, \end{aligned}$$

что отвечает вакуумным длинам волн соответственно 0.83 и 25 мкм.

Взаимодействие квантовых точек с электрическим полем накачки

$$\mathbf{E} \equiv [\mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) + \mathbf{E}_0^* \exp(i\omega t)]/2$$

и с усиливаемым средним ИК-полем

$$\mathbf{E}' \equiv [\mathbf{E}'_0 \exp(-i\omega' t) + \mathbf{E}'_0^* \exp(i\omega' t)]/2$$

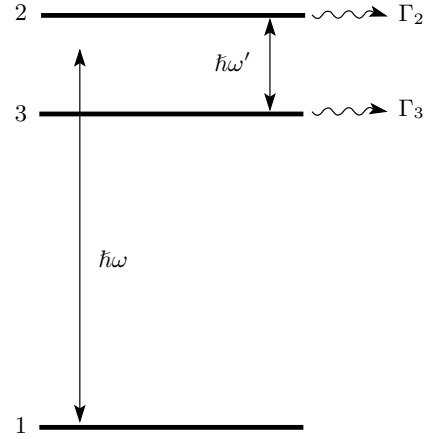


Рис. 1. Схема энергетических уровней в квантовых точках. Уровень 1 лежит в валентной зоне, уровни 3 и 2 — в зоне проводимости. Переход 1 ↔ 2 дипольно запрещен, переходы 1 ↔ 3 и 2 ↔ 3 дипольно разрешены

описывается уравнением фон Неймана для матрицы плотности электрона $\rho_{ji}(t) \equiv \rho_{ij}^*(t)$, $j, l = 1, 2, 3$. Вводя обозначения

$$\begin{aligned} \rho_{21} &\equiv \tilde{\rho}_{21} \exp(-i\omega t), & \rho_{31} &\equiv \tilde{\rho}_{31} \exp(-i\omega t), \\ \rho_{23} &\equiv \tilde{\rho}_{23} \end{aligned}$$

и пренебрегая членами, пропорциональными $\exp(\pm 2i\omega t)$ (приближение «вращающейся волны» для накачки [6]), его можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{21} + \left[i(\omega_{21} - \omega) + \frac{\Gamma_2}{2} \right] \tilde{\rho}_{21} = \\ = \left(\kappa_{23} + \frac{i\mathbf{d}_{23} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} \right) \tilde{\rho}_{31} - \frac{i\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0}{2\hbar} \tilde{\rho}_{23}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{31} + \left[i(\omega_{31} - \omega) + \frac{\Gamma_3}{2} + \frac{1}{2T_3} \right] \tilde{\rho}_{31} = \\ = \left(\kappa_{32} + \frac{i\mathbf{d}_{32} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} \right) \tilde{\rho}_{21} + \frac{i\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0}{2\hbar} (\rho_{11} - \rho_{33}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{23} + \left[i\omega_{23} + \frac{\Gamma_2 + \Gamma_3}{2} + \frac{1}{2T_3} \right] \tilde{\rho}_{23} = \\ = -\frac{i\mathbf{d}_{23} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} (\rho_{22} - \rho_{33}) + \kappa_{23}\rho_{33} + \\ + \kappa_{32}^*\rho_{22} - \frac{i\mathbf{d}_{13} \cdot \mathbf{E}_0^*}{2\hbar} \tilde{\rho}_{21}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} = & -2 \operatorname{Im} \left(\frac{\mathbf{d}_{13} \cdot \mathbf{E}_0^*}{2\hbar} \tilde{\rho}_{31} \right) + \\ & + \Gamma_2 \rho_{22} + \left(\Gamma_3 + \frac{1}{T_3} \right) \rho_{33} - \\ & - 2 \operatorname{Re}[(\kappa_{23}^* + \kappa_{32}) \tilde{\rho}_{23}], \quad (4) \end{aligned}$$

$$\dot{\rho}_{22} = 2 \operatorname{Im} \left(\frac{\mathbf{d}_{32} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} \tilde{\rho}_{23} \right) - \Gamma_2 \rho_{22} + 2 \operatorname{Re}(\kappa_{23}^* \tilde{\rho}_{23}), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{33} = & -2 \operatorname{Im} \left(\frac{\mathbf{d}_{32} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} \tilde{\rho}_{23} \right) - \left(\Gamma_3 + \frac{1}{T_3} \right) \rho_{33} + \\ & + 2 \operatorname{Re}(\kappa_{32} \tilde{\rho}_{23}) + 2 \operatorname{Im} \left(\frac{\mathbf{d}_{13} \cdot \mathbf{E}_0^*}{2\hbar} \tilde{\rho}_{31} \right). \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь $\omega_{21} \equiv \omega_2 - \omega_1$, $\omega_{31} \equiv \omega_3 - \omega_1$ и $\omega_{23} \equiv \omega_2 - \omega_3$ — частоты переходов $2 \leftrightarrow 1$, $3 \leftrightarrow 1$ и $2 \leftrightarrow 3$, $\hbar\omega_1$, $\hbar\omega_2$ и $\hbar\omega_3$ — энергии уровней 1, 2 и 3 (зависящие от размера квантовой точки), $\mathbf{d}_{31} \equiv \mathbf{d}_{13}^*$ и $\mathbf{d}_{23} \equiv \mathbf{d}_{32}^*$ — дипольные моменты переходов $3 \leftrightarrow 1$ и $2 \leftrightarrow 3$, Γ_2 и Γ_3 — обратные времена жизни соответствующих уровням 2 и 3 состояний за счет туннелирования через окружающие квантовую точку барьеры, величины $\kappa_{23} = \kappa_{32} = -\sqrt{\Gamma_2 \Gamma_3}/2$ описывают возникающее вследствие квазистационарности состояний 2 и 3 их взаимодействие через континуум [2]. Для дальнейших вычислений примем, что $\Gamma_2 = 3.8 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_3 = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $\mathbf{d}_{31,23} \equiv e r_{31,23}$ ($e > 0$ — элементарный заряд), где матричные элементы переходов $r_{31} \approx 1 \text{ нм}$, $r_{23} \approx 3 \text{ нм}$ [7].

Будем считать, что квантовая точка симметрична в плоскости роста структуры, так что уровням 1 и 3 (основные уровни соответственно в валентной зоне и зоне проводимости) отвечают состояния с нулевыми значениями проекции момента импульса электрона на ось роста. Примем также, что реализуется ситуация, когда уровень 2 отвечает состояниям с проекцией момента импульса электрона на ось роста, равной $\pm 1^2$). Дипольный момент перехода $2 \leftrightarrow 1$, $\mathbf{d}_{21} \equiv \mathbf{d}_{12}^*$, пропорционален скалярному произведению огибающих волновых функций уровней 2 и 1 [8], поэтому $\mathbf{d}_{21} = \mathbf{d}_{12}^* = 0$ и переход $1 \leftrightarrow 2$ является дипольно-запрещенным. Таким образом, исследуемая

схема является модификацией схемы, предложенной в работе [2], где уровень 3, переход на который с уровня 1 дипольно разрешен, лежал выше уровня 2, переход на который с уровня 1 дипольно запрещен. Как будет показано в разд. 4, такая модификация схемы [2] необходима для получения усиления среднего ИК-поля на переходе $2 \leftrightarrow 3$.

Система (1)–(6) выводится из уравнений Шредингера для коэффициентов разложения a_j , $j = 1, 2, 3$ волновой функции электрона

$$\Psi \equiv \exp(-i\omega_1 t) a_1 \psi_1 + \exp(-i\omega_1 t - i\omega t) (a_2 \psi_2 + a_3 \psi_3)$$

по не зависящим от времени волновым функциям $\psi_{1,2,3}$ уровней 1, 2 и 3, приведенным в работе [2] (с учетом того, что, согласно определению матрицы плотности, $\tilde{\rho}_{jl} = a_j a_l^*$, $j \neq l$ и $\rho_{jj} = |a_j|^2$):

$$\dot{a}_1 = \frac{i\mathbf{d}_{13} \cdot \mathbf{E}_0^*}{2\hbar} a_3, \quad (7)$$

$$\dot{a}_2 + \left[i(\omega_{21} - \omega) + \frac{\Gamma_2}{2} \right] a_2 = \frac{i\mathbf{d}_{23} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} a_3 + \kappa_{23} a_3, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_3 + \left[i(\omega_{31} - \omega) + \frac{\Gamma_3}{3} \right] a_3 = \\ = \frac{i\mathbf{d}_{32} \cdot \mathbf{E}'}{\hbar} a_2 + \kappa_{32} a_2 + \frac{i\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0}{2\hbar} a_1. \quad (9) \end{aligned}$$

При выводе стандартным образом добавляются (см., например, [9]) не учтенные в работе [2] релаксационные члены, связанные со спонтанной межзонной электрон-дырочной рекомбинацией на переходе $1 \leftrightarrow 3$ с характерным временем $T_3 \approx 1 \text{ нс}$, а также в уравнение (4) для ρ_{11} добавляются дополнительные слагаемые $\Gamma_2 \rho_{22} + \Gamma_3 \rho_{33} - 2 \operatorname{Re}[(\kappa_{23}^* + \kappa_{32}) \tilde{\rho}_{23}]$, отражающие тот факт, что в установившемся режиме взаимодействия накачки с квантовыми точками (который только и исследуется в настоящей работе) электронный поток с уровней 2 и 3 в континуум точно компенсируется электронным потоком из континуума на уровень 1.

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК С ИЗЛУЧЕНИЕМ НАКАЧКИ: БЕЗДИССИПАТИВНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ

Рассмотрим взаимодействие системы квантовых точек с накачивающим излучением с частотой ω , близкой к частоте $\bar{\omega}_{21}$, при $\mathbf{E}' = 0$. Будем считать,

²⁾ Далее будет считаться, что все три уровня 1, 2 и 3 невырождены. Учет четырехкратного вырождения уровня 2 (двукратного по проекции момента импульса на ось роста и двукратного по спину) и двукратного вырождения уровней 1 и 3 по спину меняет полученный без учета вырождения коэффициент усиления среднего ИК-излучения g (см. разд. 4) на множитель порядка 2. Следовательно, используемая здесь модель невырожденных уровней достаточна для получения правильной оценки g .

что фазы волновых функций уровней 3 и 1 выбраны таким образом, что вектор \mathbf{d}_{31} действителен, так что $\mathbf{d}_{31} = \mathbf{d}_{13}$, и поляризация накачки такова, что $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{d}_{31}$. Обозначим стационарное решение системы (1)–(6) при $\mathbf{E}' = 0$ с помощью горизонтальной черточки над элементами матрицы плотности. Для вычисления коэффициента поглощения накачки α необходимо найти создаваемую ей плотность тока

$$\mathbf{j} \equiv \mathbf{j}_0 \exp(-i\omega t) + \mathbf{j}_0^* \exp(i\omega t),$$

где

$$\mathbf{j}_0 = -i\omega N \int \mathbf{d}_{13} \bar{\rho}_{31} f d\delta l, \quad (10)$$

N — концентрация квантовых точек, которая для следующих ниже оценок будет принята равной 10^{17} см^{-3} , и интеграл по δl с функцией распределения f введен для оценки эффекта вариации размеров квантовых точек в образце. Пусть $l \equiv \bar{l} + \delta l$ — характерный линейный размер КТ, а \bar{l} — его средняя величина. Частоты переходов ω_{31} , ω_{21} и ω_{23} зависят от δl (неоднородное уширение), и, вследствие (1)–(6), $\bar{\rho}_{31}$ тоже является функцией δl . Частота накачки ω сильно отстроена от резонанса с переходом $3 \leftrightarrow 1$, поэтому обусловленные флуктуациями размеров КТ отклонения величины $\omega_{31} - \omega$ от ее среднего значения $\bar{\omega}_{31} - \omega \equiv (\bar{\omega}_3 - \bar{\omega}_1) - \omega$ в формуле (2) относительно малы и ими можно пренебречь. Моделируем зависимости ω_{21} и ω_{23} от δl следующими выражениями:

$$\omega_{21} = \omega_g + \frac{\bar{\omega}_{21} - \omega_g}{(1 + \delta l/\bar{l})^2}, \quad \omega_{23} = \frac{\bar{\omega}_{23}}{(1 + \delta l/\bar{l})^2},$$

где $\omega_g \approx 2.2 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}$ и соответствует ширине запрещенной зоны GaAs. Функцию распределения f считаем гауссовой [10]:

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\delta l)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где σ — стандартное отклонение l от \bar{l} .

Далее, из уравнений Максвелла легко получить, что коэффициент поглощения накачки (по интенсивности) равен

$$\alpha = \frac{4\pi}{cn} \text{Re} \frac{\mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{E}_0^*}{\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_0^*}, \quad (11)$$

где c — скорость света в вакууме, $n \approx 3.3$ [11] — характерное значение показателя преломления AlGaAs гетеросистемы с небольшой долей Al в оптическом диапазоне. Величина $\bar{\rho}_{31}$, определяющая согласно формуле (10) амплитуду плотности

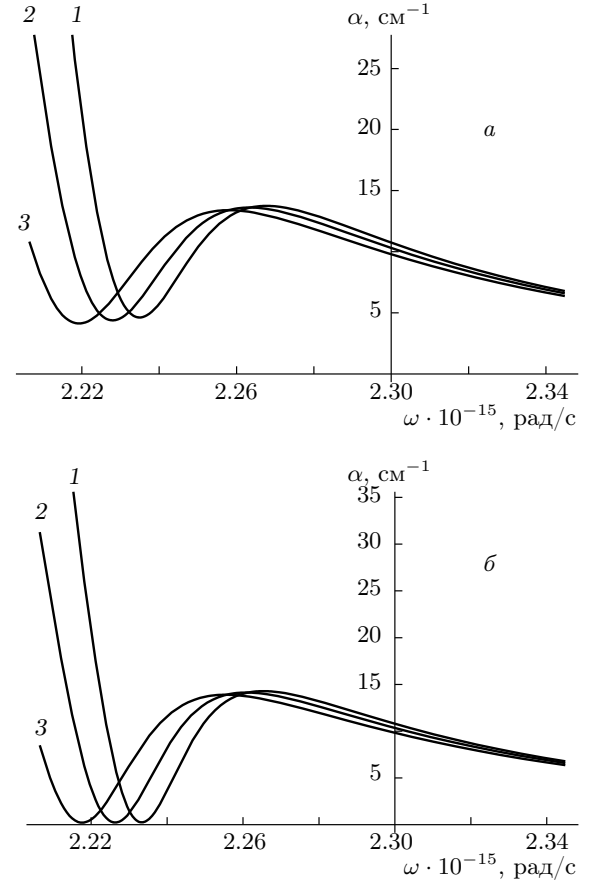


Рис. 2. Коэффициент поглощения накачки α как функция частоты ω при различных интенсивностях $I \equiv nc|\mathbf{E}_0|^2/8\pi$ и $\sigma = 0.05\bar{l}$ (а), $0.01\bar{l}$ (б): $I = 10^8$ (1), $5 \cdot 10^8$ (2), 10^9 (3) Вт/см²

тока \mathbf{j}_0 , находится из стационарного решения системы (1)–(6) при $\mathbf{E}' = 0$. Не приводя явную формулу для $\bar{\rho}_{31}$ вследствие ее громоздкости, представим зависимость α от ω на рис. 2. Пользуясь последним, легко установить, что для фиксированной интенсивности накачки минимум ее поглощения соответствует частоте ω , примерно равной $\bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$. Объяснение этого факта состоит в следующем. Непосредственной подстановкой можно убедиться, что при $T_3 = \infty$ и отсутствии неоднородного уширения (т. е. $\sigma = 0$ и $\omega_{23} = \bar{\omega}_{23}$, $\omega_{21} = \bar{\omega}_{21}$, $\omega_{31} = \bar{\omega}_{31}$) система (1)–(6) имеет простое решение, если частота накачки $\omega = \omega_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\omega_{23}$. Оно дается следующими формулами:

$$\bar{\rho}_{21} = -\frac{\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0 k_{23} \bar{\rho}_{11}}{\hbar \omega_{23} \Gamma_2}, \quad \bar{\rho}_{31} = -\frac{\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0 \bar{\rho}_{11}}{2\hbar \omega_{23}},$$

$$\bar{\rho}_{23} = \frac{|\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0|^2 \kappa_{23} \bar{\rho}_{11}}{2(\hbar\omega_{23})^2 \Gamma_2}, \quad \bar{\rho}_{22} = \left| \frac{\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0 \kappa_{23}}{\hbar\omega_{23} \Gamma_2} \right|^2 \bar{\rho}_{11},$$

$$\bar{\rho}_{33} = \left| \frac{\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0}{2\hbar\omega_{23}} \right|^2 \bar{\rho}_{11},$$

где $\bar{\rho}_{11}$ находится из условия нормировки $\bar{\rho}_{11} + \bar{\rho}_{22} + \bar{\rho}_{33} = 1$. Подставляя это решение в формулу (10), а затем (10) в (11), легко видеть, что $\alpha = 0$, т.е. накачка распространяется без диссипации. При частоте ω , отличной от $\omega_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\omega_{23}$, решение системы (1)–(6) становится значительно более сложным, а соответствующий коэффициент поглощения $\alpha > 0$. Учет неоднородного уширения и конечного T_3 приводит к конечной диссипации накачки при любой ω (см. рис. 2), однако минимум ее поглощения по-прежнему находится примерно при $\omega = \bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$.

В связи со сказанным выше следует отметить, что все проведенное в этом разделе рассмотрение и полученные формулы применимы и к случаю, когда уровень 2 лежит ниже уровня 3 (т.е. к схеме, рассмотренной в работе [2]), причем надо считать, что $\omega_{23} < 0$. В работе [2] было найдено, что при отсутствии неоднородного уширения и $T_3 = \infty$ бездиссипативное распространение накачки возможно при выполнении условия

$$\frac{2|\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2}{|\omega_{23}\Gamma_2|} \ll 1$$

и происходит при $\omega = \omega_{21}$. Таким образом, полученное выше решение системы (1)–(6) обобщает результат работы [2] и показывает, что бездиссипативное распространение накачки при отсутствии неоднородного уширения и $T_3 = \infty$ в схеме [2] возможно и при условии

$$\frac{2|\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2}{|\omega_{23}\Gamma_2|} \gtrsim 1$$

и имеет место, когда ее частота $\omega = \omega_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\omega_{23}$.

4. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ СРЕДНЕГО ИК-ПОЛЯ В СИСТЕМЕ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

Рассмотрим распространение в данной системе квантовых точек среднего ИК-поля с малой амплитудой \mathbf{E}'_0 в случае, когда поглощение накачки минимально, т.е. ее частота $\omega = \bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$. Будем считать, что фазы волновых функций уровней 2 и 3 выбраны таким образом, что вектор \mathbf{d}_{23} действителен, так что $\mathbf{d}_{23} = \mathbf{d}_{32}$, и поляризация среднего ИК-поля такова, что $\mathbf{E}'_0 \parallel \mathbf{d}_{23}$.

Для определения коэффициента усиления среднего ИК-излучения в режиме бесконечно слабого сигнала найдем диэлектрическую проницаемость рассматриваемой системы на частоте ω' :

$$\varepsilon(\omega') = n'^2 + \Delta\varepsilon(\omega') \equiv n'^2 + \text{Re } \Delta\varepsilon + i \text{Im } \Delta\varepsilon,$$

где $n' \approx 3.6$ [11] — показатель преломления AlGaAs в среднем ИК-диапазоне, а $\Delta\varepsilon$ — вклад в ε за счет квантовых точек. Для определения $\Delta\varepsilon$ будем искать решение системы (1)–(6) при $\mathbf{E}' \neq 0$ в виде суммы невозмущенного решения и поправки (обозначенной ниже знаком Δ перед элементами матрицы плотности), линейной по \mathbf{E}'_0 и осциллирующей с частотой ω' :

$$\Delta\tilde{\rho}_{jl} \equiv \Delta\tilde{\rho}_{jl}^- \exp(-i\omega't) + \Delta\tilde{\rho}_{jl}^+ \exp(i\omega't), \quad j \neq l,$$

$$\Delta\tilde{\rho}_{ji}^- = \Delta\tilde{\rho}_{ij}^{+*},$$

$$\Delta\rho_{jj} \equiv \Delta\rho_{jj}^- \exp(-i\omega't) + \Delta\rho_{jj}^+ \exp(i\omega't),$$

$$\Delta\rho_{jj}^- = \Delta\rho_{jj}^{+*}.$$

Возбуждаемая полем \mathbf{E}' поляризация, очевидно, равна

$$\mathbf{P}' \equiv [\mathbf{P}'_0 \exp(-i\omega't) + \mathbf{P}'_0^* \exp(i\omega't)]/2,$$

где

$$\mathbf{P}'_0 = (n'^2 - 1) \frac{\mathbf{E}'_0}{4\pi} + 2N \int (\mathbf{d}_{32} \Delta\tilde{\rho}_{23}^- + \mathbf{d}_{23} \Delta\tilde{\rho}_{32}^-) f d\delta l.$$

Отсюда можно найти диэлектрическую восприимчивость $\chi(\omega') = \mathbf{P}'_0 \cdot \mathbf{E}'_0^* / \mathbf{E}'_0 \cdot \mathbf{E}'_0^*$ и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon \equiv 1 + 4\pi\chi$. Будем считать, что среднее ИК-поле представляет собой плоскую поперечную волну, так что $\mathbf{E}'_0, \mathbf{P}'_0 \propto \exp(i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r})$, где \mathbf{k}' — волновой вектор среднего ИК-излучения, \mathbf{r} — радиус-вектор. Тогда из дисперсионного уравнения $k'^2 = \omega'^2\varepsilon/c^2$ следует, что при рассматриваемых параметрах системы, когда $\text{Re } \Delta\varepsilon, \text{Im } \Delta\varepsilon \ll n'^2$, коэффициент усиления $g \equiv -2 \text{Im } k'$ среднего ИК-излучения по интенсивности дается формулой

$$g \approx -\frac{\omega' \text{Im } \Delta\varepsilon}{cn'} \quad (12)$$

Зависимость g от безразмерной частоты среднего ИК-поля $\omega'/\bar{\omega}_{23}$ изображена на рис. 3. Из него видно, что наибольший коэффициент усиления достигается при $\omega' \approx \bar{\omega}_{23}$ и положение его максимума с ростом интенсивности накачки I слегка смещается в сторону больших частот. Величина g в максимуме увеличивается с уменьшением неоднородного уширения, т.е. величины σ .

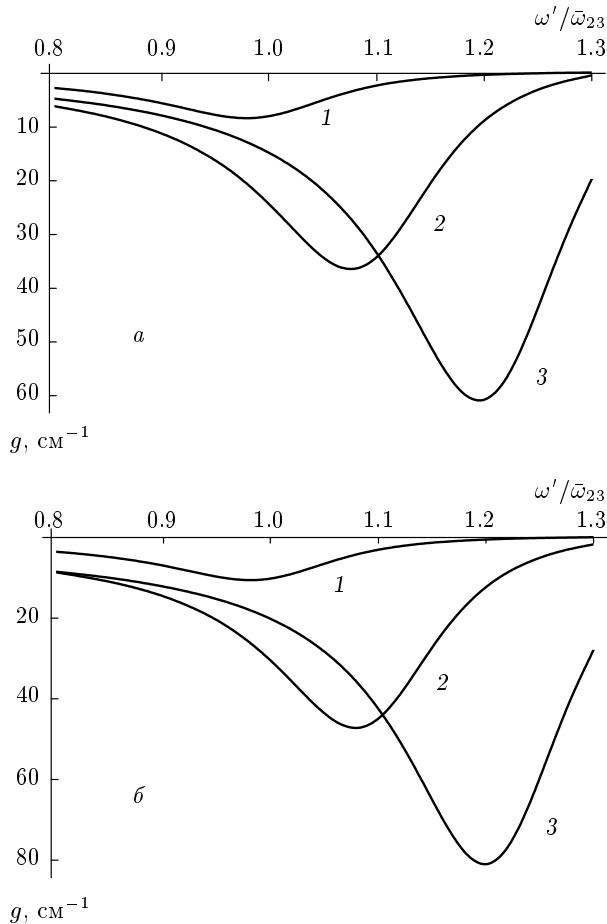


Рис. 3. Коэффициент усиления среднего ИК-поля как функция его частоты, приведенной к безразмерному виду делением на $\bar{\omega}_{23}$, для $\sigma = 0.1\bar{l}$ (а), $0.02\bar{l}$ (б) при интенсивностях накачки $I = 10^8$ (1), $5 \cdot 10^8$ (2), 10^9 (3) Вт/см². Для каждой кривой частота накачки $\omega = \bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$, где $|\mathbf{E}_0|^2 = 8\pi I/nc$

С помощью аналогичных численных расчетов для схемы, исследованной в работе [2] (т. е. для схемы, где уровень 3 лежит выше уровня 2), можно показать, что в ней будет происходить не усиление, а поглощение поля \mathbf{E}' на частоте, близкой к частоте перехода $2 \leftrightarrow 3$. Таким образом, предложенная модификация схемы [2] позволяет не только сохранить эффект резкого уменьшения поглощения накачки при $\omega = \bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$, но и обеспечить усиление среднего ИК-поля с частотой, близкой к $\bar{\omega}_{23}$.

Зависимость разности населенностей $\rho_{22} - \rho_{33}$ на переходе $2 \leftrightarrow 3$ от $\delta l/\bar{l}$ при различных интенсивностях накачки показана на рис. 4. Из него видно, что всегда $\rho_{22} - \rho_{33} < 0$, т. е. инверсия на переходе $2 \leftrightarrow 3$

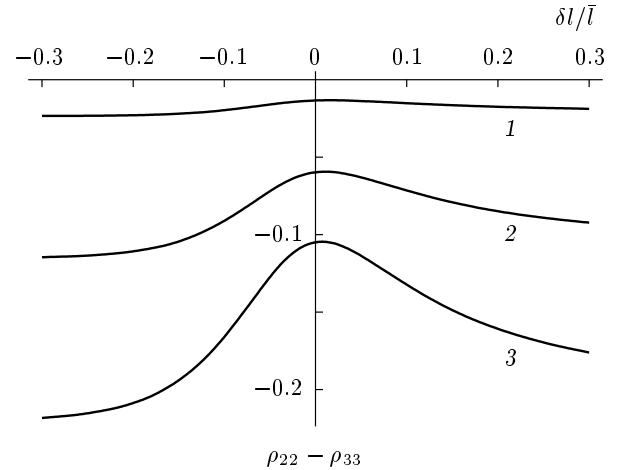


Рис. 4. Зависимости разности населенностей $\rho_{22} - \rho_{33}$ на переходе $2 \leftrightarrow 3$ от $\delta l/\bar{l}$ при различных I : $I = 10^8$ (1), $5 \cdot 10^8$ (2), 10^9 (3) Вт/см². Для каждой кривой $\omega = \bar{\omega}_{21} - |\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}_0/2\hbar|^2/\bar{\omega}_{23}$

не достигается. Следовательно, усиление среднего ИК-поля на нем определяется безынерсным механизмом [4].

5. ВЫВОДЫ

Таким образом, в настоящей работе предложена модификация известной схемы [2], позволяющая, с одной стороны, получить усиление электромагнитного поля на переходе между двумя квазидискретными уровнями квантовой системы и, с другой стороны, минимизировать поглощение накачивающего систему излучения, возникающее вследствие конечных времен жизни соответствующих этим уровням состояний. Для конкретного примера реализации такой схемы в системе квантовых точек с учетом неоднородного уширения, вызываемого флуктуациями их размеров, рассчитаны как коэффициент поглощения накачки, так и коэффициент усиления среднего ИК-поля и показано, что последний определяется безынерсным механизмом.

В заключение следует отметить, что изложенное выше рассмотрение годится и для случая, когда уровень 1 лежит в зоне проводимости, а уровни 2 и 3 — в валентной зоне и система (1)–(6) представляет собой уравнение фон Неймана для элементов матрицы плотности дырки. При этом вследствие того, что массы дырок больше массы электронов, частота $\bar{\omega}_{23}$ может лежать в дальнем ИК-диапазоне. Таким образом, когда уровни 2 и 3 находятся в валентной зоне, рассмотренная схема может служить прообразом для создания эффективных безынерсных усилителей и генераторов дальнего ИК-излучения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00163-а, 07-02-00486-а, 09-02-00909-а) и Совета по грантам Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (грант № 4485.2008.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. III, Физматлит, Москва (2001), гл. 6, 17.
2. S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1033 (1989).
3. U. Fano, *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
4. O. Kocharovskaya, P. Mandel, and Y. V. Radeonychev, *Phys. Rev. A* **45**, 1997 (1992).
5. В. Г. Малышкин, В. А. Шукин, *ФТП* **27**, 1931 (1993).
6. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978), с. 50.
7. D. Bimberg, M. Grundmann, and N. N. Ledentsov, *Quantum Dot Heterostructures*, J. Wiley & Sons, New York (1998).
8. Л. Е. Воробьев, Е. Л. Ивченко, Д. А. Фирсов и др., *Оптические свойства наноструктур*, Наука, Санкт-Петербург (2001), с. 41.
9. Я. И. Ханин, *Основы динамики лазеров*, Физматлит, Москва (1999), гл. 2.
10. K. Leifer, E. Pelucchi, S. Watanabe et al., *Appl. Phys. Lett.* **91**, 081106 (2007).
11. А. Н. Пихтин, А. Д. Яськов, *ФТП* **12**, 1047 (1978).