

ТЕРМОПОЛЕВАЯ ЭМИССИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА И ВЗРЫВНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ ИЗ МИКРООСТРИЙ

*А. Б. Петрин**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 февраля 2009 г.

Предложен общий подход к рассмотрению термоэлектронной, полевой и термополевой эмиссий электронов из металла. Для этого в рамках стандартной модели свободных электронов в металле предложен численный метод определения коэффициента прохождения через потенциальный барьер на границе металл–вакуум, пригодный для произвольного вида барьера. Этот метод свободен как от приближений, основанных на методе перевала и характерных для аналитических моделей термоэлектронной эмиссии, так и от приближений для коэффициента туннелирования через потенциальный барьер, характерных для моделей полевой эмиссии. На основе численного моделирования определяется тепловой эффект эмиссии и выясняется, что при некоторых значениях электрического поля и температуры происходит очень резкий переход от охлаждения поверхности эмиссией электронов к ее разогреву. Этим явлением в данной работе объясняется спусковой механизм взрывной эмиссии электронов, наблюдающейся при взрыве микроострий. Показывается, что взрывная эмиссия начинается, когда уровень потенциального барьера на вершине микроострия опускается ниже уровня Ферми в металле.

PACS: 79.40.+z, 79.70.+q, 73.40.Gk, 73.30.+y

1. ВВЕДЕНИЕ

Термическая и полевая эмиссии электронов из металла известны давно и хорошо изучены [1–4]. Широко известны приближенные аналитические формулы, связывающие плотность электрического тока эмиссии и приложенное внешнее электрическое поле в широком диапазоне изменений этих параметров [5–7]. Известно также, что при эмиссии электронов тепло на поверхности металла может как выделяться, так и поглощаться (прямой и обратный эффекты Ноттингхэма [8, 9]). Эффект Ноттингхэма был обнаружен при полевой эмиссии электронов при низких температурах и состоит в нагреве катода при эмиссии из него электронов. Это явление объясняется преимущественным туннелированием электронов с энергией, меньшей энергии Ферми, через барьер на границе металла. При повышении температуры нагрев катода сменяется охлаждением, так как преимущественно начинают туннелировать более быстрые электроны с энергиями из хвоста функции распределения. Как правило, эффект Ноттингхэма прене-

брежимо мал из-за малых токов полевой эмиссии, однако при низкой работе выхода или аномально высокой температуре металла, эмиссия становится термополевой и тепловой эффект, сопровождающий эмиссию электронов из металла, может быть существенным.

Чтобы разобраться в теплообмене при эмиссии электронов, рассмотрим вначале термоэлектронную эмиссию электронов. Преодолеть потенциальный барьер на границе металла могут лишь быстрые электроны, имеющие энергию (относительно дна зоны проводимости) большую, чем $W + E_F$, где W — работа выхода, E_F — энергия Ферми. К границе из глубины металла будут приходить электроны, имеющие в среднем энергию Ферми. Поэтому при термоэлектронной эмиссии металл теряет энергию. Это явление аналогично охлаждению жидкости при испарении, только при термоэлектронной эмиссии роль испаряющихся молекул играют эмиттированные электроны. При выходе из металла одного электрона будет теряться энергия, примерно равная W . Согласно формуле Ричардсона–Дешмана для плотности тока термоэлектронной эмиссии, имеем

*E-mail: a_petrin@mail.ru

$$J \left[\frac{\text{А}}{\text{см}^2} \right] \approx 120T^2 \exp \left(-\frac{W}{kT} \right),$$

где k — постоянная Больцмана, а температура измеряется в градусах Кельвина. Легко убедиться, что высокая поверхностная плотность мощности охлаждения может быть достигнута только при очень малой работе выхода или высокой температуре. Однако известно, что можно уменьшить высоту барьера на границе с помощью внешнего электрического поля благодаря наличию силы изображения, действующей на электрон у границы металла. Высота потенциального барьера у границы металла (барьера Шоттки [10, 11]) будет уменьшаться с увеличением напряженности электрического поля E как $\Delta U = -\sqrt{e^3 E / 4\pi\epsilon_0}$, где e — элементарный заряд, ϵ_0 — диэлектрическая постоянная, ΔU [эВ] $\approx -1.2\sqrt{E}$ [В/нм].

При увеличении электрического поля ток эмиссии поверх барьера будет расти, а с ним и тепловая мощность охлаждения поверхности. Когда электрическое поле достигнет значений порядка 1 В/нм толщина барьера станет настолько малой, что электроны начнут туннелировать сквозь барьер, причем при больших полях и больших работах выхода поток электронов будет идти главным образом из зоны проводимости (см. рис. 1). Такое явление, в отличие от эмиссии поверх барьера, будет приводить к нагреву границы. При дальнейшем увеличении поля толщина барьера будет уменьшаться, а количество туннелирующих электронов из зоны проводимости будет экспоненциально расти. Это приведет к тому, что при некотором критическом поле охлаждение металла при эмиссии электронов сменится его нагревом. Очевидно, что величина такого критического поля определяется величинами W , E_F и T . Заметим, что при малых работах выхода и высоких температурах, в принципе, можно добиться значительной мощности охлаждения поверхности.

Настоящая работа посвящена количественному исследованию термополевой эмиссии из металла во всех режимах эмиссии и изучению сопровождающих ее тепловых эффектов. К сожалению, область применимости приближенных аналитических формул для электронной эмиссии из металла ограничена. Проблема нахождения тока эмиссии во всем диапазоне приложенных электрических полей до сих пор актуальна и решается двумя основными подходами: созданием все новых аналитических приближений, охватывающих необходимый диапазон параметров [12, 13], и при помощи численных методов. Для численного решения задачи прохождения электронов через барьер и соответствующего

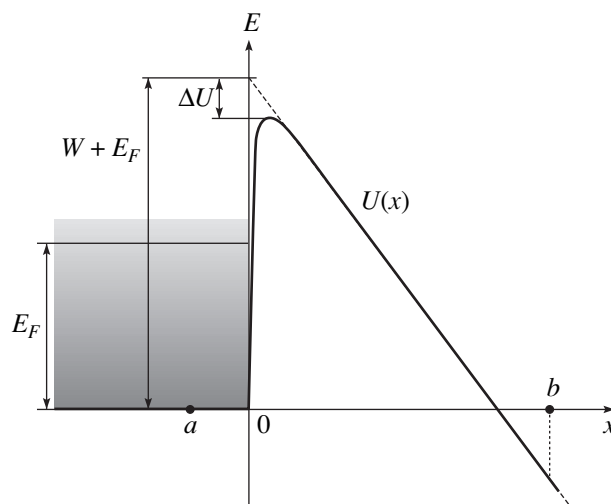


Рис. 1. Геометрия потенциального барьера для электронов на границе металла

этой задаче одномерного уравнения Шредингера в работе [14] использовалось численное решение, основанное на интегральной формулировке Липпмана – Швингера [15] с применением техники функции Грина [16].

В данной работе квантовомеханическая задача прохождения электронов через барьер решается численно в формулировке дифференциального уравнения Шредингера простым, но чрезвычайно эффективным и методически прозрачным методом. Вычислительная эффективность метода настолько высока, что ее можно сравнивать с вычислениями по аналитическим формулам.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем отсчитывать потенциальную энергию электрона относительно дна зоны проводимости. Тогда в рамках модели свободных электронов энергия электрона в металле равна его кинетической энергии

$$E_e = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) / 2m,$$

где p_x , p_y и p_z — составляющие импульса электрона по координатным осям, m — масса электрона. Ось x направлена по нормали к границе металла.

Чтобы покинуть металл, электрон должен либо иметь энергию $p_x^2 / 2m > p_{x0}^2 / 2m = E_F + W$, достаточную для преодоления потенциального барьера, двигаясь при этом к границе металла ($p_x > 0$), либо туннелировать через барьер. Следовательно, в любом случае вероятность того, что падающий на ба-

рьер электрон покинет металл, равна квантовомеханическому коэффициенту $D(p_x)$ прохождения через потенциальный барьер.

Если число электронов в интервале значений импульса $[p_x, p_x + dp_x]$ равно $N(p_x) dp_x$, то плотность потока электронов, движущихся к поверхности металла со скоростью v_x , равна

$$v_x N(p_x) dp_x = \frac{p_x}{m} N(p_x) dp_x,$$

а число электронов, вылетающих с единицы поверхности за одну секунду, составит

$$D(p_x) \frac{p_x}{m} N(p_x) dp_x.$$

Тогда плотность тока эмиссии можно выразить следующим образом:

$$J = \frac{e}{m} \int_0^{\infty} D(p_x) p_x N(p_x) dp_x. \quad (1)$$

Известно, что плотность состояний в единице объема металла равна $Z(p_x, p_y, p_z) = 2/h^3$, где h — постоянная Планка. Так как электроны в металле подчиняются распределению Ферми–Дирака, число электронов, импульс которых попадает в интервалы $[p_x, p_x + dp_x]$, $[p_y, p_y + dp_y]$ и $[p_z, p_z + dp_z]$, равно

$$N(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z = \frac{2}{h^3} dp_x dp_y dp_z \times \left\{ 1 + \exp \left[\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} - E_F \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Интегрируя полученное выражение по p_y и p_z , получим число электронов с импульсом в интервале $[p_x, p_x + dp_x]$:

$$N(p_x) dp_x = \frac{2}{h^3} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp_y dp_z \times \left\{ 1 + \exp \left[\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} - E_F \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Перейдем к полярным координатам $p_y = p_{\perp} \cos \gamma$, $p_z = p_{\perp} \sin \gamma$. Тогда

$$\begin{aligned} N(p_x) dp_x &= \frac{2}{h^3} dp_x \int_0^{\infty} 2\pi p_{\perp} dp_{\perp} \times \\ &\times \left\{ 1 + \exp \left[\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2 + p_{\perp}^2}{2m} - E_F \right) \right] \right\}^{-1} = \\ &= \frac{4\pi mkT}{h^3} dp_x \int_0^{\infty} d \left(\frac{p_{\perp}^2}{2mkT} \right) \times \\ &\times \left\{ 1 + \exp \left(\frac{p_{\perp}^2}{2mkT} \right) \exp \left[\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2}{2m} - E_F \right) \right] \right\}^{-1} = \\ &= \frac{4\pi mkT}{h^3} \ln \left(1 + \exp \left[-\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2}{2m} - E_F \right) \right] \right) dp_x. \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в формулу (1), для плотности тока получим:

$$J = \frac{4\pi emkT}{h^3} \times \int_0^{\infty} D(E_x) \ln \left[1 + \exp \left(-\frac{E_x - E_F}{kT} \right) \right] dE_x, \quad (2)$$

где $E_x = p_x^2/2m$ — энергия направленного движения электрона по оси x .

Поверхностная плотность мощности тепла, выделяющегося на поверхности металла при эмиссии электронов, равна

$$\begin{aligned} Q_s &= \frac{4\pi emkT}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{E_F - E_x}{e} D(E_x) \times \\ &\times \ln \left[1 + \exp \left(-\frac{E_x - E_F}{kT} \right) \right] dE_x = \\ &= \frac{4\pi mkT}{h^3} \int_0^{\infty} D(E_x) (E_F - E_x) \times \\ &\times \ln \left[1 + \exp \left(-\frac{E_x - E_F}{kT} \right) \right] dE_x. \quad (3) \end{aligned}$$

Величина Q_s отрицательна, когда поверхность охлаждается электронной эмиссией, и положительна, когда поверхность нагревается.

Заметим, что если в выражении (2) $W \gg kT$, то единицей в знаменателе подынтегрального выражения можно пренебречь и интеграл сильно упростится. В результате интегрирования получим

$$N(p_x) dp_x = \frac{4\pi mkT}{h^3} \exp \left(\frac{E_F}{kT} \right) \exp \left(-\frac{p_x^2}{2mkT} \right) dp_x.$$

Если принять, что $D(p_x) = D$ не зависит от p_x (что, вообще говоря, неверно, но часто является вполне приемлемым приближением), то вместо

выражения (2) получим приведенную выше формулу Ричардсона–Дешмана для плотности тока термоэлектронной эмиссии:

$$J = \frac{4\pi emk^2}{h^3} DT^2 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) = ADT^2 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right),$$

где $A = 4\pi emk^2/h^3 = 1.2 \cdot 10^6 \text{ А} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-2}$.

3. ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

Рассмотрим прохождение электронов через барьер Шоттки (см. рис. 1). Такой барьер описывается потенциальной энергией

$$U(x) = \begin{cases} W + E_F - e^2/16\pi\epsilon_0 x - eE_{ext}x, & x > x_l, \\ 0, & x \leq x_l, \end{cases} \quad (4)$$

где E_{ext} — напряженность внешнего электрического поля, $x_l \approx 0$ — меньший из корней уравнения $W + E_F - e^2/16\pi\epsilon_0 x - eE_{ext}x = 0$.

Заменим для простоты потенциал (4) на потенциал (рис. 2), описываемый формулой

$$U(x) = \begin{cases} W + E_F - \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x} - eE_{ext}x, & x > 0 \cap U(x) > 0, \\ 0, & x \leq 0 \cup U(x) \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Такая замена никак не скажется на спектре прошедших электронов, если отсчитывать потенциальную энергию от дна зоны проводимости. Однако

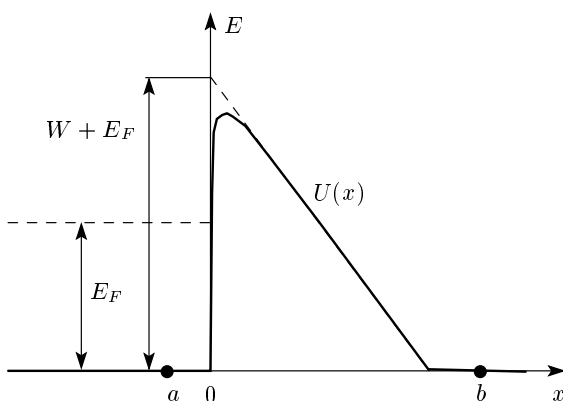


Рис. 2. Модифицированный потенциальный барьер, не меняющий спектр вылетающих электронов и удобный для численных расчетов

потенциальная энергия $U(x)$ на рис. 2 изменяется на ограниченном отрезке. Вдали от барьера (5) потенциальная энергия равна константе, поэтому в этих областях решением одномерного уравнения Шредингера являются плоские волны. Поэтому в этом случае мы можем задать точные граничные условия. Такой метод постановки граничных условий был использован в работе [17], в которой решалась аналогичная задача нахождения коэффициента прохождения электромагнитной волны через слой замагниченной плазмы и ставились граничные условия для дифференциального уравнения распространения электромагнитной волны.

Пусть на потенциальный барьер (5) слева (со стороны отрицательных x) падает волна единичной амплитуды, а составляющая импульса частицы вдоль оси x , соответствующая этой волне, равна p_0 (вдали от барьера). Энергия движения частицы вдоль оси x , соответствующая этой волне, равна $E_x = p_0^2/2m$. Тогда эту волну, опуская временной множитель, можно представить как $\psi_i = \exp(ip_0x/\hbar)$. Отраженную и прошедшую волны (вдали от барьера) запишем соответственно в виде $\psi_r = r \exp(-ip_0x/\hbar)$ и $\psi_t = d \exp(ip_x x/\hbar)$, где r — коэффициент отражения, d — коэффициент прохождения, p_x — составляющая импульса частицы вдоль оси x справа от барьера.

В промежуточной области $a \leq x \leq b$ волновая функция удовлетворяет уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E_x\psi. \quad (6)$$

Рассмотрим конечно-разностное представление этого уравнения. Введем дискретизацию x_n на отрезке $[a, b]$ (см. рис. 2) и вектор-столбец ψ_n значений волновой функции в точках дискретизации:

$$x_n = a + \frac{b-a}{N+1}n, \quad \psi_n = \psi(x_n),$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N, N+1.$$

Точки x_n расположены между точками a и b равномерно с шагом $\Delta x = (b-a)/(N+1)$.

Конечно-разностную аппроксимацию производных в точке x_n примем в виде

$$\frac{d\psi}{dx}(x_n) \approx \frac{\psi_{n+1} - \psi_{n-1}}{2\Delta x} + O((\Delta x)^2),$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}(x_n) \approx \frac{\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}}{(\Delta x)^2} + O((\Delta x)^2).$$

Подставляя эти приближенные конечно-разностные выражения в уравнение Шредингера (6), получим

$$\psi_{n+1} - \left[\frac{2m(\Delta x)^2 U(x_n)}{\hbar^2} + 2 - \frac{2m(\Delta x)^2 E_x}{\hbar^2} \right] \times \psi_n + \psi_{n-1} = 0. \quad (7)$$

В рассматриваемой задаче на левой границе существуют только падающая и отраженная волны, поэтому

$$\psi_0 = \exp\left(\frac{ip_0 x_0}{\hbar}\right) + r \exp\left(-\frac{ip_0 x_0}{\hbar}\right),$$

$$\psi_1 = \exp\left(\frac{ip_0 x_1}{\hbar}\right) + r \exp\left(-\frac{ip_0 x_1}{\hbar}\right).$$

Исключая r , получим граничное условие на левой границе:

$$\psi_0 = \psi_1 \exp\left(\frac{ip_0 \Delta x}{\hbar}\right) + \exp\left(\frac{ip_0 x_0}{\hbar}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{2ip_0 \Delta x}{\hbar}\right) \right]. \quad (8)$$

Аналогично, на правой границе, далеко от барьера, существует только прошедшая волна, тогда

$$\psi_N = d \exp\left(\frac{ip_x x_N}{\hbar}\right), \quad \psi_{N+1} = d \exp\left(\frac{ip_x x_{N+1}}{\hbar}\right),$$

причем $p_x = p_0$ в случае барьера (5). Исключая коэффициент прохождения, получим граничное условие на правой границе:

$$\psi_{N+1} = \psi_N \exp(ip_x \Delta x / \hbar). \quad (9)$$

В итоге имеем N алгебраических уравнений (7) с граничными условиями (8) и (9). Полученное матричное уравнение

$$\sum_j M_{ij} \psi_j = B_i \quad (10)$$

имеет трехдиагональную матрицу M_{ij} . Кроме того,

$$B_1 = -\exp\left(\frac{ip_0 x_0}{\hbar}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{2ip_0 \Delta x}{\hbar}\right) \right], \quad B_2 = 0,$$

$$B_3 = 0, \dots, \quad B_{N-1} = 0, \quad B_N = 0.$$

Решив уравнение (10), найдем ψ_N и, значит, $d = \psi_N \exp(-ip_x x_N / \hbar)$. Вероятность прохождения через барьер определяется по величине d следующей формулой:

$$D(E_x) = (p_x / p_0) |d|^2.$$

Ширина барьера (5), показанного на рис. 2, в основании с большой точностью равна $b_w = (W + E_F) / eE_{ext}$. После прохождения такого барьера энергия вышедших электронов в точности равна энергии электронов, падающих слева на барьер,

и при дальнейшем движении направо не меняется. Расчеты проводились для области $a \leq x \leq b$ такой, чтобы потенциальный барьер (5) находился полностью внутри этой области. Для этого полагалось, например, что $a = -b_w / 10$ и $b = 11b_w / 10$.

Отметим, что можно решить задачу численно и для потенциала, показанного на рис. 1. Надо только достаточно хорошо аппроксимировать граничное условие на правой границе. Так, можно положить, что на правой границе

$$p_x = p(x_N) = \sqrt{2m [E_x - U(x_N)]} \approx p(x_{N+1}),$$

причем все остальные формулы остаются прежними. Численные расчеты показали, что коэффициенты прохождения изменяются (в относительном смысле) менее чем на 10^{-6} .

4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА С ИЗВЕСТНЫМИ РЕШЕНИЯМИ

Численный метод тестировался на задаче о прохождении электрона через прямоугольный потенциальный барьер, для которого известно аналитическое решение [18]. Относительная точность нахождения коэффициента прохождения порядка 10^{-5} – 10^{-4} оказалась легко достижимой.

Для сравнения результатов численного метода данной работы с известными приближенными решениями был исследован режим полевой эмиссии.

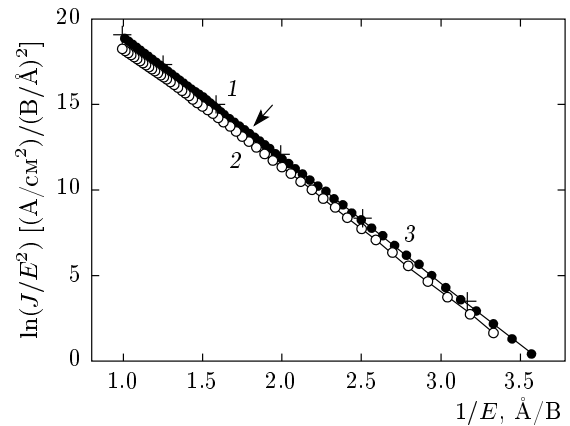


Рис. 3. Зависимости $\ln(J/E^2)$ от E^{-1} для режима полевой эмиссии, вычисленные методом данной работы (кривая 1, точки помечены крестиками), численным методом работы [14] (кривая 2, светлые кружки) и по аналитической зависимости Мэрфи – Гуда [7, 14] (кривая 3, темные кружки). Работа выхода $W = 5$ эВ, температура $T = 300$ К

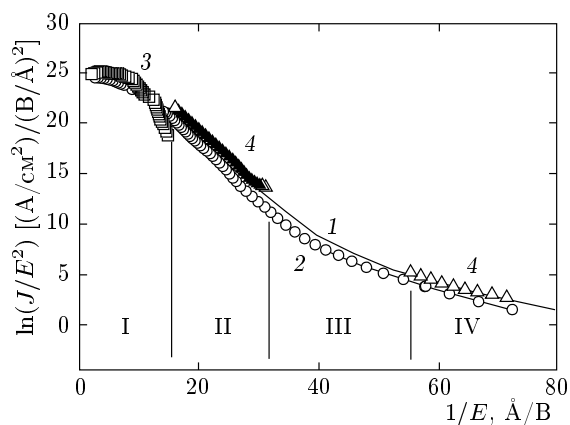


Рис. 4. Зависимости $\ln(J/E^2)$ от E^{-1} в широком диапазоне изменения напряженности электрического поля для катода с малой работой выхода $W = 1.05$ эВ. Температура $T = 300$ К. Кривая 1 получена численным методом настоящей работы (сплошная кривая), кривая 2 — численным методом работы [14] (светлые кружки), кривая 3 — приближенным численным методом для баллистической эмиссии работы [14] (квадраты). Показаны также зависимости 4, полученные по аналитическому решению Мэрфи–Гуда [7, 14] (треугольники). Представленные зависимости описывают различные режимы эмиссии: I — баллистическую; II — полевою ($0.032 \text{ В/Å} < E < 0.062 \text{ В/Å}$); III — термополевою; IV — эмиссию Шоттки ($E < 0.018 \text{ В/Å}$)

Известно, что полевая эмиссия электронов хорошо описывается формулой Фаулера – Нордгейма [3] и ее обобщением — формулой Мэрфи–Гуда [7]. Согласно этим формулам зависимость $\ln(J/E^2)$ от E^{-1} является прямой линией в области электрических полей, характерных для полевой эмиссии. На рис. 3 показана указанная зависимость, вычисленная методом данной работы, численным методом работы [14] и по аналитической зависимости Мэрфи–Гуда (результаты вычислений авторов работы [14]). Видно, что результаты расчета предложенным выше численным методом отлично совпадают с зависимостью Мэрфи–Гуда.

Для проверки численного метода данной работы был также исследован режим электронной эмиссии в широком диапазоне изменения электрического поля. На рис. 4 показаны зависимости $\ln(J/E^2)$ от E^{-1} для баллистического режима эмиссии, полевой эмиссии и термоэлектронной эмиссии. Был рассмотрен случай малой работы выхода $W = 1.05$ эВ (при температуре $T = 300$ К), когда, согласно работе [14], существует обширная область полей, при которых

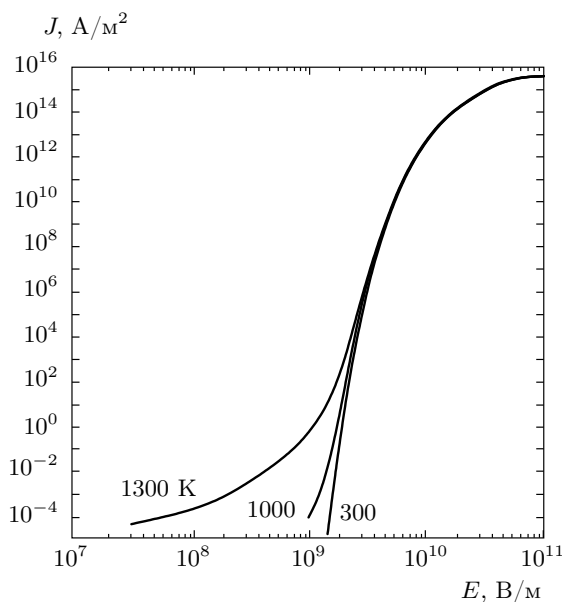


Рис. 5. Плотность тока термополевой электронной эмиссии в зависимости от напряженности внешнего электрического поля для различных температур катода

аналитические формулы не дают удовлетворительного приближения. На рис. 4 видно, что результаты расчета методом данной работы хорошо описывают рассматриваемую зависимость в таком значительном интервале напряженностей полей и дают более точные результаты по сравнению с численным методом работы [14].

Таким образом, можно сделать вывод о хорошей точности описания эмиссионных характеристик с помощью предложенного в данной работе численного метода и о хорошем совпадении результатов расчетов с аналитическими зависимостями в интервалах их применимости.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 5 показаны результаты расчетов по формуле (2) зависимости плотности тока эмиссии от напряженности электрического поля на поверхности меди ($W = 4.5$ эВ, $E_F = 7.0$ эВ) для трех значений температуры поверхности. Для рассматриваемого диапазона изменения напряженности электрического поля условно можно выделить четыре режима эмиссии.

Первый режим — это термозависимая эмиссия ($E < 2 \cdot 10^9 \text{ В/м}$), при которой ток зависит от температуры. В этом режиме существенный вклад вносят электроны, идущие поверх барьера. В пре-

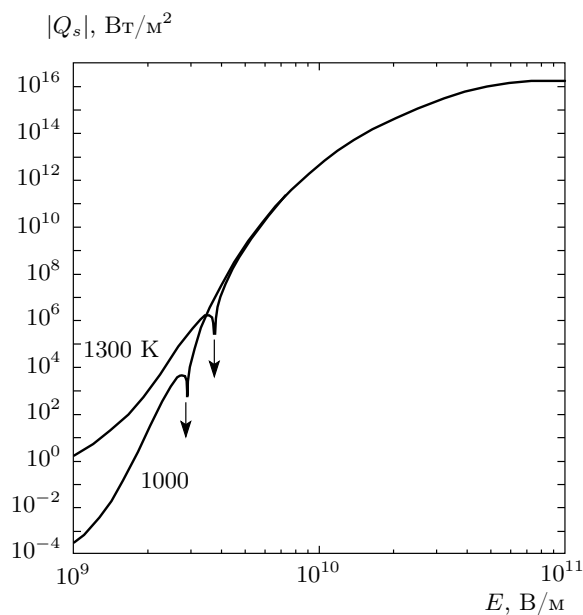


Рис. 6. Зависимости модуля поверхностной плотности тепловой мощности $|Q_s|$, выделяющейся на поверхности меди, от напряженности E внешнего электрического поля, соответствующие температурам поверхности 1000 К и 1300 К. Стрелками показаны места, где функция $Q_s(E)$ меняет знак

деле при $E \rightarrow 0$ кривые стремятся к соответствующим значениям, определяемым формулой Ричардсона–Дешмана.

Второй режим — это полевая эмиссия. Здесь главный вклад вносят электроны, туннелирующие сквозь барьер.

Третий режим — это режим баллистической эмиссии электронов [14], возникающий, когда высота барьера становится ниже энергии Ферми. Поле, соответствующее переходу в этот режим, можно вычислить из уравнения $W = -\Delta U$. Отсюда $E = 4\pi\epsilon_0 W^2 / e^3$; для меди это поле равно $E \approx 1.41 \cdot 10^{10}$ В/м.

Наконец, четвертый режим — это режим насыщения эмиссии электронов, возникающий, когда высота барьера становится ниже дна зоны проводимости. Поле, соответствующее переходу в этот режим можно вычислить из уравнения $W + E_F = -\Delta U$. Отсюда $E = 4\pi\epsilon_0 (W + E_F)^2 / e^3$; для меди это поле равно $E \approx 9.2 \cdot 10^{10}$ В/м. Плотность тока насыщения составляет для меди примерно $J_{sat} \approx 4 \cdot 10^{15}$ А/м² = $4 \cdot 10^{11}$ А/см².

На рис. 6 показана зависимость, вычисленная по формуле (3), модуля поверхностной плотности тепловой мощности $|Q_s(E)|$, выделяющейся на поверхности меди (точнее внутри металла вблизи

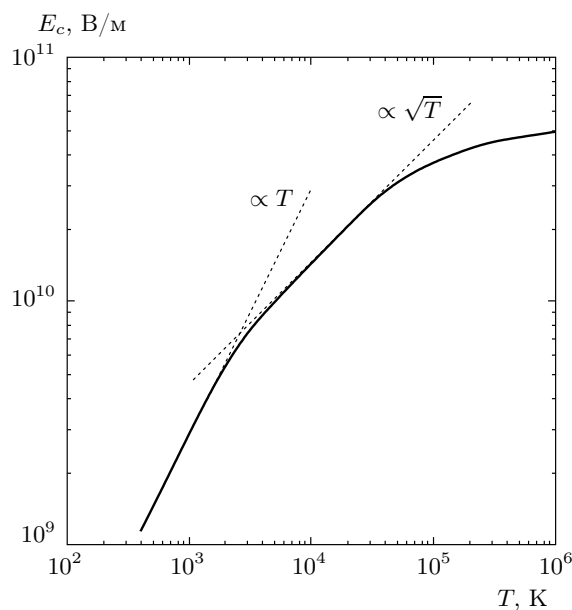


Рис. 7. Зависимость напряженности критического электрического поля, при котором происходит смена режима нагрева (от охлаждения к нагреву и обратно), от температуры катода

его поверхности) при эмиссии электронов, от напряженности электрического поля. Для примера показаны кривые $|Q_s(E)|$, соответствующие температурам поверхности 1000 К и 1300 К. Здесь также различимы четыре режима эмиссии. Плотность мощности насыщения приблизительно равна $Q_{sat} \approx 1.85 \cdot 10^{16}$ Вт/м² = $1.85 \cdot 10^{12}$ Вт/см². Стрелками на рис. 6 показаны критические поля, при которых происходит переход от охлаждения поверхности при меньших полях к быстрому нагреву при больших. В указанных стрелками точках происходит настолько резкий переход от охлаждения к нагреву, что даже мелкий шаг по полю E точек кривой не позволяет полностью «разрешить» этот переход. Нетрудно понять, что это важное обстоятельство является ключевым при рассмотрении взрывной эмиссии микроострий, если подавать на них импульс высокого напряжения с временем нарастания порядка 1 нс, как в экспериментах, описанных в работах [19, 20]. Из рис. 6 и аналогичных вычислений для других температур однозначно следует, что именно резкий переход от режима эмиссионного охлаждения к резкому нагреву является спусковым механизмом взрывного нагрева кончика микроострий.

На основании зависимостей рис. 6, найденных в широком диапазоне температур, было определено критическое поле E_c перехода от охлаждения к нагреву в зависимости от температуры медной по-

верхности (рис. 7). На рис. 7 можно выделить два участка со степенными зависимостями от температуры T . Это линейный участок и участок с зависимостью \sqrt{T} . Если точка (T, E) находится ниже кривой, то металл охлаждается эмиссией, а если выше — нагревается.

Заметим, что в упомянутых выше работах [19, 20] по взрывной электронной эмиссии указано, что взрыв эмиссии начинается при температуре $T \sim 10^4$ К и плотности тока $J \sim 10^{12}$ А/м² с поверхности острия. Такие токи (см. рис. 5) соответствуют полям $E \sim 10^{10}$ В/м. На рис. 7 эта точка соответствует переходу через критическую кривую. Таким образом, наши вычисления позволяют понять следующую экспериментальную закономерность: поле $E \sim 10^{10}$ В/м по порядку величины соответствует началу баллистического режима, когда барьер опускается ниже уровня Ферми. Таким образом, взрывной характер эмиссии наблюдается при достижении баллистического режима электронной эмиссии. В этом режиме эмиссии электроны из ферми-резервуара начинают вылетать поверх барьера, опустившегося ниже уровня Ферми на вершине микроострия. Взрывная эмиссия не является только тепловым эффектом (тепловой эффект приводит к необратимому разрушению микроострия), а определяется критическим понижением потенциального барьера под действием сильного электрического поля на кончике микроострия.

В заключение отметим, что при достижении баллистического взрывного выхода электронов из металла будет меняться функция распределения электронов вблизи границы металла. Изменение функции распределения приведет к тому, что ток насыщения и мощность тепловыделения будут достигать несколько меньших значений, чем в приведенных выше вычислениях. Неравновесные процессы пока остаются в основном неисследованными. Так, при взрывной эмиссии мы полагали в приведенных выше оценках, что ионный остов металла не успевает расплавиться, а работа выхода и энергия Ферми слабо меняются. Нагрев ионного остова металла будет происходить при столкновительных переходах на освободившиеся при эмиссии расположенные ниже уровня Ферми уровни электронов, приходящих к острию со средней энергией Ферми. Часть этих переходов будет происходить с излучением. По этому излучению, в принципе, можно судить о динамике релаксации энергии электронов и динамике нагрева ионного остова.

Итак, в работе проведен теоретический анализ термополевой эмиссии электронов из металла. На

основании исследования теплового эффекта эмиссии обнаружен спусковой механизм взрывного нагрева микроострий при подаче на них импульса высокого напряжения. Показано, что взрывная эмиссия начинается, когда уровень потенциального барьера на вершине микроострия опускается ниже уровня Ферми в металле.

ЛИТЕРАТУРА

1. O. W. Richardson and A. F. A. Young, Proc. Roy Soc. London A **107**, 377 (1925).
2. S. Dushman, Rev. Mod. Phys. **2**, 381 (1930).
3. R. H. Fowler and L. Nordheim, Proc. Roy Soc. London A **119**, 173 (1928).
4. R. H. Fowler, Proc. Roy Soc. London A **117**, 549 (1928).
5. C. Herring and M. H. Nichols, Rev. Mod. Phys. **21**, 185 (1949).
6. W. W. Dolan and W. P. Dyke, Phys. Rev. **95**, 327 (1954).
7. E. L. Murphy and R. H. Good, Phys. Rev. **102**, 1464 (1956).
8. W. B. Nottingham, Phys. Rev. **59**, 907 (1941).
9. F. M. Charbonnier, R. W. Strayer, L. W. Swanson, and E. E. Martin, Phys. Rev. Lett. **13**, 397 (1964).
10. W. Schottky, Z. Phys. **15**, 872 (1914).
11. L. W. Nordheim, Proc. Roy Soc. London A **121**, 626 (1928).
12. K. L. Jensen and M. Cahay, Appl. Phys. Lett. **88**, 154105 (2006).
13. K. L. Jensen, J. Appl. Phys. **102**, 024911 (2007).
14. V. Semet, Ch. Adessi, T. Capron et al., Phys. Rev. B **75**, 045430 (2007).
15. B. Lippmann and J. Schwinger, Phys. Rev. **79**, 469 (1950).
16. N. D. Lang and A. R. Williams, Phys. Rev. B **18**, 616 (1978).
17. A. B. Petrin, IEEE Trans. Plasma Sci. **28**, 1763 (2000).
18. З. Флюгге, *Задачи по квантовой механике*, т. 1, Изд-во ЛКИ, Москва (2008).
19. Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский, Письма в ЖЭТФ **13**, 7 (1971).
20. Г. А. Месяц, Письма в ЖЭТФ **57**, 88 (1993).