

# РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ОБЛАКОМ ХОЛОДНЫХ АТОМОВ $^{87}\text{Rb}$

*А. В. Акимов\*, Е. О. Терещенко, С. А. Снигирев, А. Ю. Самокотин,  
А. В. Соколов, Н. Н. Колачевский, В. Н. Сорокин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 марта 2009 г.

Выполнено экспериментальное исследование резонансного взаимодействия атомов  $^{87}\text{Rb}$ , находящихся в магнитооптической ловушке, с фемтосекундным лазерным излучением в спектральном диапазоне 760–820 нм. Показано, что фемтосекундное излучение с шириной спектра 10 нм взаимодействует с атомным ансамблем одновременно как набор спектрально-узких мод и как ионизирующее лазерное поле. На основании исследования динамики загрузки ловушки в присутствии ионизации фемтосекундным излучением измерена населенность уровня  $5D_{5/2}$ , создаваемая дополнительным слабым лазерным полем.

PACS: 32.80.Fb, 37.10.De, 37.10.Gh, 07.57.-c, 07.60.-j

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время широкое развитие получили спектроскопические исследования лазерно-охлажденных атомных ансамблей. Основными преимуществами работы с такими ансамблями являются практически полное подавление влияния эффекта Доплера, а также длительное, вплоть до нескольких секунд, время взаимодействия атомов с излучением [1]. Атомы при сверхнизких температурах достаточно просто локализовать, что позволяет проводить чувствительные измерения с единичными, хорошо изолированными от взаимодействий атомами. Так, развитие техники стабилизации частоты излучения лазеров по внешнему опорному резонатору [2], а также захват атомов в оптические решетки позволили зарегистрировать спектральные линии атомных резонансов с шириной несколько герц [3].

Длительное время жизни атомов в магнитооптической ловушке превращает ее в удобный и относительно простой инструмент для исследования слабых процессов, обладающих малыми сечениями. Так, по потерям атомов из холодного облака были выполнены измерения сечений одно- и двухфотонной ионизации. Ряд измерений был выполнен в ре-

жиме выключенной ловушки: при этом определялось количество атомов в области ловушки до и после приложения ионизирующего импульса [4–6]. Другим способом проведения аналогичных измерений является регистрация сигнала люминесценции на длине волны охлаждающего перехода в режиме включенной ловушки [7, 8].

Взаимодействие атомов с фемтосекундным лазерным излучением носит принципиально широкополосный характер и, казалось бы, не может быть использовано для задач прецизионной спектроскопии. Однако в 1977 г. Бакланов и Чеботаев провели теоретический анализ возможности возбуждения двухфотонных резонансов импульсно-периодическими источниками и обосновали возможность наблюдения узких двухфотонных резонансов при использовании оптической «гребенки» (см. ниже) [9]. Успешное использование фемтосекундных лазеров (ФЛ) в задачах спектроскопии уровней с шириной, существенно меньшей спектральной ширины фемтосекундного излучения, было продемонстрировано в спектроскопии когерентного антистоксового рассеяния (КАРС) [10], двухфотонной спектроскопии [11, 12] и однофотонной спектроскопии атомов в пучке [13].

Возможность использования ФЛ, работающих в периодическом режиме, для спектроскопии высокого разрешения обусловлена их линейчатым спек-

\*E-mail: alakimov@lebedev.ru

ром со строго определенными характеристиками, получившим название фемтосекундная или оптическая «гребенка». Фактически, излучение непрерывного ФЛ представляет собой набор спектрально-узких эквидистантных продольных мод, каждая из которых может использоваться для возбуждения узких атомных переходов. Если при однофотонном возбуждении [13] обычно используется излучение одной моды, то в двухфотонных методах [9, 12] все моды гребенки одновременно дают вклад в процесс возбуждения. В нелинейной спектроскопии КАРС [10] также одновременно используется весь широкий спектр ФЛ, при этом излучение ФЛ используется как для создания большой нелинейности в среде, так и в качестве пробного поля. Спектральное разрешение и эффективное использование всего спектра фемтосекундного излучения (ФИ) достигается за счет использования методов когерентного квантового контроля, с помощью которых подбирается оптимальная временная форма импульса для эффективного заселения одного колебательного состояния.

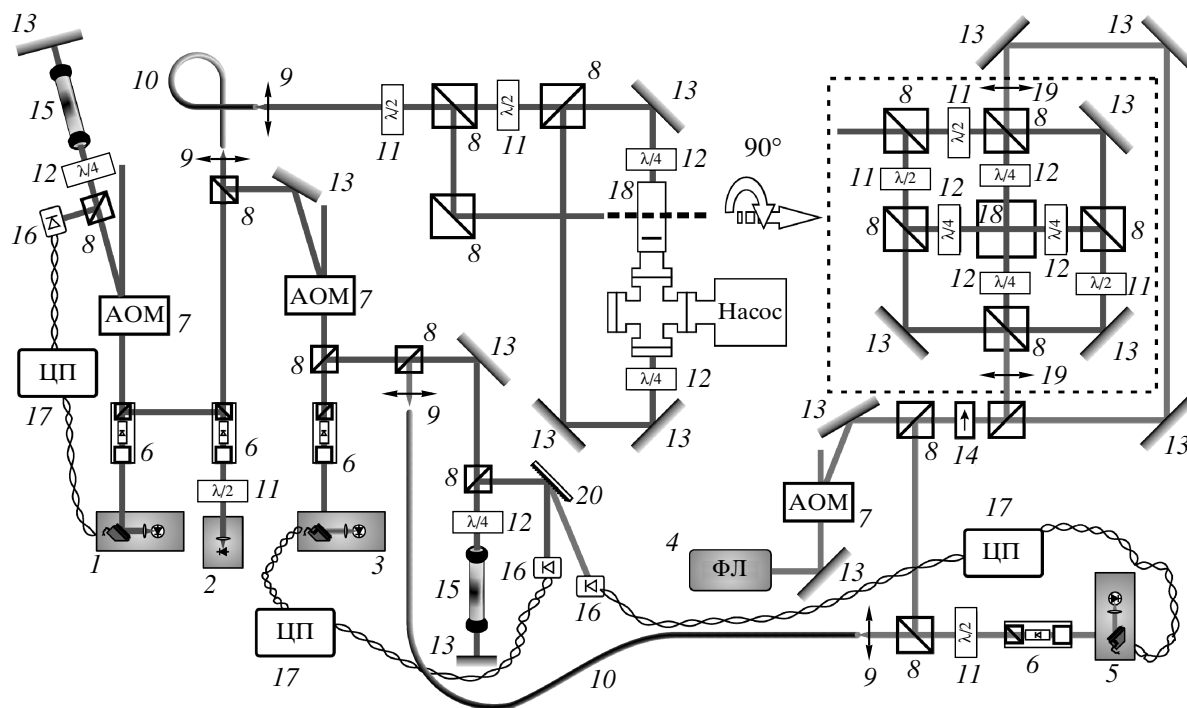
В данной работе исследуется экспериментально обнаруженное сильное взаимодействие ФИ в спектральном диапазоне 760–820 нм с облаком холодных атомов  $^{87}\text{Rb}$ . При этом показано, что при взаимодействии ФИ с облаком холодных атомов одновременно играют роль как узкополосные спектральные свойства фемтосекундного излучения, приводящие к взаимодействию резонансного характера, так и высокая средняя интенсивность импульсного поля.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Центральной частью установки является магнитооптическая ловушка (МОЛ), принципиальная схема которой представлена на рис. 1. Облако холодных атомов захватывается внутри стеклянной вакуумной кюветы прямоугольного сечения с размерами  $3 \times 3 \times 12 \text{ см}^3$ , которая непрерывно откачивается магнито-разрядным насосом с производительностью 20 л/с до давления ниже  $10^{-9}$  мбар. Для загрузки ловушки используются диспенсеры производства фирмы «Saes Getters», испускающие поток атомов рубидия при пропускании через них тока 4–5 А. Кювета помещена в центр колец в антигелмгольцевской конфигурации, обеспечивающих градиент магнитного поля вплоть до 10 Гс/см. Дополнительные катушки используются для компенсации лабораторного магнитного поля.

Лазерная система МОЛ состоит из трех лазеров: задающего, ведомого (охлаждающего) и перекачивающего. Задающий и перекачивающий полупроводниковые лазеры (модель SDL7140-201) снабжены внешними резонаторами по схеме Литтрова для настройки на резонансные переходы в атоме  $^{87}\text{Rb}$  в области 780 нм. Настройка длины волны лазеров проводится по сигналам насыщенного поглощения во встречных пучках от кювет с атомными парами, регистрируемых методом частотно-модуляционной спектроскопии. Частота задающего лазера стабилизируется с помощью петли обратной связи относительно одного из сильных перекрестных резонансов с отстройкой, определяемой акустооптическим модулятором (АОМ). При этом частота лазера оказывается отстроена на 10–14 МГц в длинноволновую сторону от частоты циклического охлаждающего перехода  $5S_{1/2}(F=2) \leftrightarrow 5P_{3/2}(F=3)$ . Излучение задающего лазера усиливается ведомым лазером (GH0781JA2C, производства фирмы Sharp), в который инжектируется около 2 мВт излучения. Для пространственной фильтрации излучения и подвода излучения к ловушке используется одномодовое оптоволокно. На выходе волокна гауссов пучок мощностью 20 мВт расширяется до 2.5 мм (радиус по уровню  $1/e$ ). Необходимость использования перекачивающего лазера обусловлена значительной ( $\sim 10^{-4}$ ) относительной вероятностью нерезонансного возбуждения переходов  $5S_{1/2}(F=2) \leftrightarrow 5P_{3/2}(F=2)$  и  $5S_{1/2}(F=2) \leftrightarrow 5P_{3/2}(F=1)$  охлаждающим лазером, что приводит к нежелательному заселению «темного» подуровня  $5P_{3/2}(F=1)$ . Привязка частоты излучения перекачивающего лазера, которое возвращает атомы в цикл охлаждения из «темного» состояния, также осуществляется по схеме насыщенного поглощения во встречных пучках к сильному перекрестному резонансу. Настройка на переход  $5S_{1/2}(F=1) \leftrightarrow 5P_{3/2}(F=2)$  осуществляется с помощью АОМ. В ловушку заводится излучение перекачивающего лазера мощностью около 2 мВт.

Излучение охлаждающего и перекачивающего лазеров делится на шесть пучков с помощью фазовых пластинок и поляризационных светоделителей, позволяющих точно балансировать плотности мощности в пучках [14]. Точная балансировка необходима для формирования симметричного облака в точке пространства с нулевым значением магнитного поля. Критерием качественной юстировки является симметричный разлет облака лазерно-охлажденных атомов при выключении магнитного поля. Анализ изображения облака, полученного с помощью цифровой камеры (не показана на схеме), показал, что



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки. Пунктирной линией выделена оптическая схема охлаждающих пучков в области ловушки в горизонтальной плоскости: 1 — задающий лазер, 2 — ведомый (охлаждающий) лазер, 3 — перекачивающий лазер, 4 — фемтосекундный лазер, 5 — дополнительный диодный лазер с внешним резонатором (работающий на длине волны 776 либо 795 нм), 6 — оптический изолятор, 7 — акусто-оптический модулятор, 8 — поляризационный делительный кубик, 9 — асферическая линза, согласующая пучок с волокном, 10 — волокно, 11 — полуволновая фазовая пластинка, 12 — четвертьволновая фазовая пластинка, 13 — зеркало, 14 — поляризатор, 15 — кювета с парами рубидия, 16 — фотодиод, 17 — электроника цепей привязки по частоте, 18 — вакуумный объем, 19 — линзы с фокусным расстоянием 300 мм. Фокусирующая оптика позволяет сформировать в области ловушки ( $140 \pm 15$  мкм) перетяжку фемтосекундного излучения диаметром  $210 \pm 20$  мкм соосно с одним из охлаждающих пучков ловушки, 20 — дифракционная решетка

оно имеет форму эллипсоида (1:1.5) с поперечным радиусом  $140 \pm 15$  мкм по уровню  $1/e$ . Эллиптичность облака обусловлена несимметрией градиентного магнитного поля в антигильмгольцевской конфигурации катушек. Для регистрации люминесценции на длине волны 780 нм также использовался фотодиод (не показан на схеме), на который с помощью линзы фокусировалось изображение облака холодных атомов. Фотодиод был откалиброван с помощью измерителя мощности PM120 производства фирмы Thorlabs. По сигналу люминесценции было оценено число захваченных атомов, которое составляет приблизительно  $8 \cdot 10^6$ . Сигнал фотодиода использовался в дальнейшем для исследования динамики населенности атомов МОЛ при взаимодействии с фемтосекундным и непрерывными лазерными полями. Температура атомов измерена методом разлета и методом перезахвата и составляет 300 мкК [1].

Для исследования взаимодействия лазерно-охлажденных атомов с ФИ на облако фокусировалось излучение непрерывного фемтосекундного лазера MIRA-900F производства фирмы Coherent (длительность импульса менее 200 фс, частота повторения  $f_{rep} \approx 76$  МГц), работающего на кристалле сапфира, активированного титаном. Радиус перетяжки лазерного пучка составлял  $210 \pm 20$  мкм (по уровню  $1/e$ ), при этом перетяжка полностью перекрывала облако холодных атомов. Диаметр перетяжки измерялся двумя методами — по изображению пучка, сфотографированному с помощью цифровой камеры при большой концентрации паров рубидия и путем пересчета параметров гауссова пучка в область ловушки. Во втором случае исходные параметры пучка были определены путем частичного перекрывания пучка и измерения его мощности в зависимости от области перекрывания.

Измерения проводились в двух точках, отстоящих друг от друга на один метр свободного от оптических элементов пространства. Сравнение двух методов позволило оценить точность измерения геометрических размеров в области ловушки. Для компенсации механического воздействия на атомы, излучение ФЛ заводилось с двух сторон вдоль одного из охлаждающих пучков, интенсивности балансировались по сигналу люминесценции облака (см. далее). Плотность мощности ФИ варьировалась с помощью АОМ, работающего в минус первом порядке дифракции. Кроме этого, наряду с ФИ на облако фокусировалось излучение непрерывного полупроводникового лазера (конструкция такая же, как у задающего лазера) с длиной волны  $\lambda = 776$  нм или  $\lambda = 795$  нм (рис. 2). Пространственные моды ФИ и излучения полупроводникового лазера были практически идентичны.

### 3. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Спектр ФИ, используемого в данной работе, обладает дискретной структурой, при этом расстояние между модами равно частоте повторения импульсов  $f_{rep}$ . Частота каждой моды гребенки может быть представлена как

$$f_n = f_0 + n f_{rep}, \quad (1)$$

где  $n$  — номер моды, а  $f_0 < f_{rep}$  — отстройка частоты, возникающая за счет различия групповой и фазовой скоростей в резонаторе ФЛ [15]. В резонаторе лазера установлен спектрально-селективный элемент, позволяющий перестраивать центральную длину волны лазера от 700 нм до 1000 нм. При настройке ФЛ на длину волны 776 нм величина  $n$  составляет около  $5 \cdot 10^6$ . Ширина спектра  $\Delta f$  удовлетворяет неравенству  $2\pi\Delta f\tau \geq 1/2$  ( $\tau$  — длительность импульса) и составляет для используемого нами лазера около 5 ТГц или 10 нм, что в несколько раз шире, чем у спектрально ограниченного импульса [16].

Из соотношения (1) следует, что при изменении частоты повторения  $f_{rep}$  на величину  $\delta f$  частота моды изменится на  $n\delta f$ . Таким образом, при спектроскопии отдельными модами фемтосекундной гребенки частоты оптического диапазона могут быть сведены к частотам радиочастотного диапазона [15, 17, 18]. При этом, однако, резко сужается область свободной дисперсии. Действительно, при перестройке частоты повторения на величину

$$\delta f_1 \approx \frac{f_{rep}}{n} \approx 15 \text{ Гц} \quad (2)$$

спектр сдвинется ровно на единицу номера моды и практически полностью воспроизведет себя. Таким образом, при однофотонной спектроскопии единичными модами ФЛ следует ожидать периодического повторения сигнала через интервал, определяемый выражением (2).

Как показано в работах [9, 11, 12], если две моды гребенки ФЛ попадают в резонанс с двухфотонным переходом, то остальные моды также оказываются резонансными. При этом оказывается, что за счет взаимной фазовой когерентности всех мод вероятность возбуждения ФИ равна вероятности возбуждения излучением непрерывного лазера с той же средней мощностью. Вследствие высокой плотности мощности использованного ФИ вероятность двухфотонных процессов может конкурировать с вероятностью однофотонных. Характерной особенностью двухфотонного поглощения является вдвое меньший период спектра при сканировании частоты повторения. Действительно, по аналогии с выражениями (1), (2) нетрудно получить следующие:

$$f_{atom} = 2(f_0 + n f_{rep}),$$

$$\delta f_2 \approx \frac{f_{rep}}{n} \approx 7.5 \text{ Гц},$$

где  $f_{atom}$  — частота, соответствующая частоте двухфотонного перехода в атоме,  $\delta f_2$  — период спектральной картины.

### 4. ИОНИЗАЦИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

На рис. 3а представлена экспериментальная зависимость сигнала люминесценции облака холодных атомов от частоты повторения импульсов ФЛ, настроенного вблизи резонансной линии 776 нм (переход  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$ ) при мощности ФИ около 50 мВт на пучок. Взаимодействие облака холодных атомов с фемтосекундным лазерным излучением может происходить по ряду каналов, например, одно- и двухфотонное поглощение, нелинейные процессы нерезонансного типа (комбинационное рассеяние, КАРС и т.п.) и ионизация. При настройке длины волны ФЛ в диапазон 800 нм могут возбуждаться однофотонные переходы из основного состояния на уровни  $5P_{1/2}$  (795 нм),  $5P_{3/2}$  (780 нм), переход с сильно заселенного верхнего уровня  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  (776 нм), а также двухфотонный переход  $5S_{1/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  (два фотона с  $\lambda = 778$  нм). Кроме того, энергии кванта достаточно для ионизации атома с уровня  $5D_{5/2}$ .

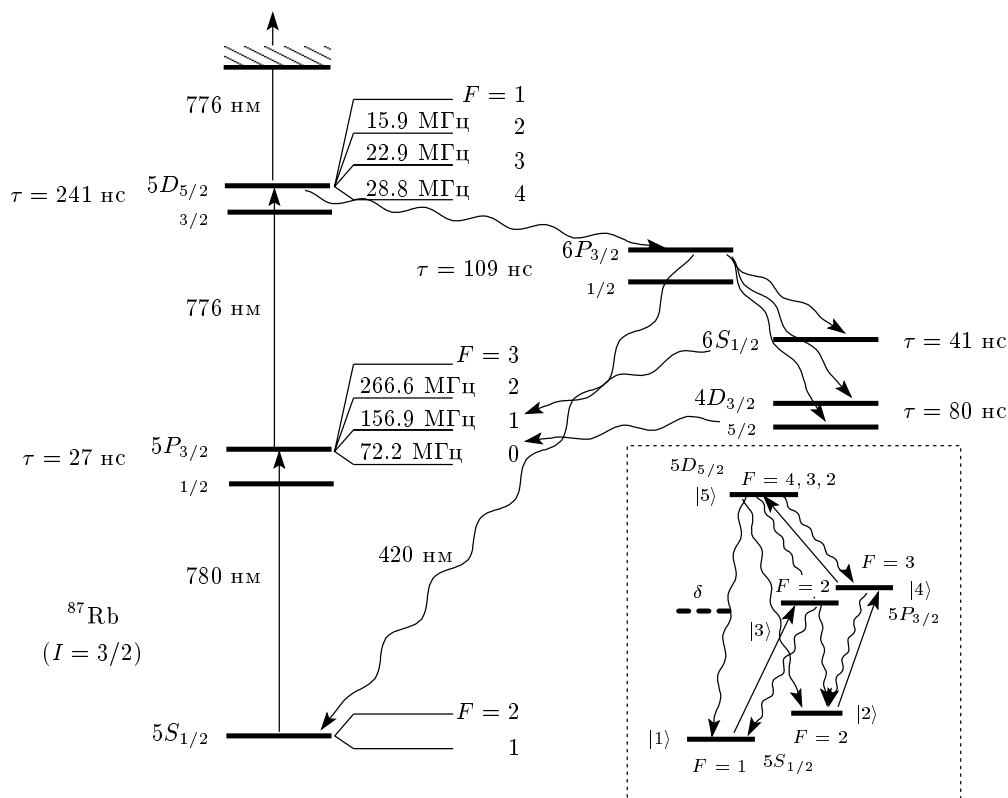


Рис. 2. Схема уровней атома  $^{87}\text{Rb}$ , задействованных в работе. Около каждого уровня указано соответствующее время жизни  $\tau$ . На вставке — модельная схема уровней, используемая в расчетах.  $\delta$  — коэффициент пропорциональности между населенностью, захваченной на промежуточных уровнях, и населенностью  $n_{5D}$  уровня  $5D_{5/2}$

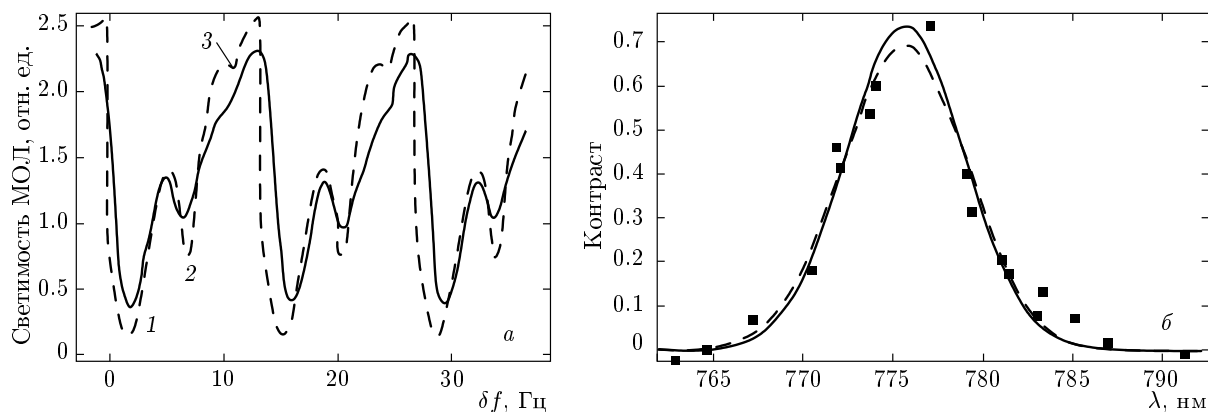


Рис. 3. а) Зависимость светимости МОЛ ( $\lambda = 780$  нм) от отстройки частоты повторения импульсов ФЛ. Штриховая линия — модельный расчет ослабления свечения ловушки за счет резонансного заселения уровня  $5D_{5/2}$  и ионизации фемтосекундным излучением. б) Отношение глубины провала (1 на рис. а) к максимуму сигнала при перестройке центральной длины волны ФЛ. Точки — экспериментальные значения, сплошная кривая — гауссова аппроксимация спектра фемтосекундного лазера на длине волны 776 нм, штриховая линия — гауссова аппроксимация экспериментальных точек

В первую очередь стояла задача определить основной механизм взаимодействия облака атомов и ФИ в различных спектральных диапазонах.

Анализ периода зависимости, приведенной на рис. 3а, позволяет однозначно исключить двухфотонные процессы, поскольку в спектре не наблюдается периода  $\delta f_2 \approx 7.5$  Гц, однако период картины совпадает с величиной  $\delta f \approx 15$  Гц. Рисунок 3б демонстрирует спектральную зависимость величины минимальной интенсивности свечения атомов в ловушке от центральной длины волны ФИ (при каждой длине волны частота повторения подбиралась таким образом, чтобы свечение ловушки было минимальным). Для сравнения приведен спектр излучения ФЛ, настроенного на длину волны 776 нм. Хорошо видно, что спектральная зависимость интенсивности свечения ловушки от частоты повторения фемтосекундного лазера почти полностью повторяет спектр ФИ, что говорит о преобладающей роли однофотонных резонансных процессов. Незначительное отличие формы кривой от спектра ФИ, по всей видимости, связано с искажением спектра фемтосекундного лазера при перестройке центральной длины волны ФИ. Следует отметить, однако, что уже при мощности ФИ 500 мВт становится заметным вклад нерезонансных процессов, проявляющихся как ослабление люминесценции МОЛ в широком диапазоне отстроек длины волны ФЛ, в несколько раз превышающих ширину его спектра.

Из рис. 3а можно определить, что расщепление наблюдаемых линий совпадает со сверхтонким расщеплением уровня  $5D_{5/2}$  [19]. Действительно, в соответствии с выражением (2), расщепление  $\Delta f_{rep}^{F_1, F_2}$  при сканировании частоты повторения будет определяться выражением

$$\Delta f_{rep}^{F_1, F_2} = \frac{f_{F_1}}{n_1} - \frac{f_{F_2}}{n_2}, \quad (3)$$

где  $f_{F_1}, f_{F_2}$  — оптические частоты, соответствующие резонансным переходам в атоме,  $n_1, n_2$  — номера мод, определяемые выражением (1). С учетом того, что расщепление уровня  $5D_{5/2}$  меньше частоты повторения, выражение (3) преобразуется к виду

$$\Delta f_{rep}^{F_1, F_2} = \frac{f_{F_1} - f_{F_2}}{n_1},$$

откуда

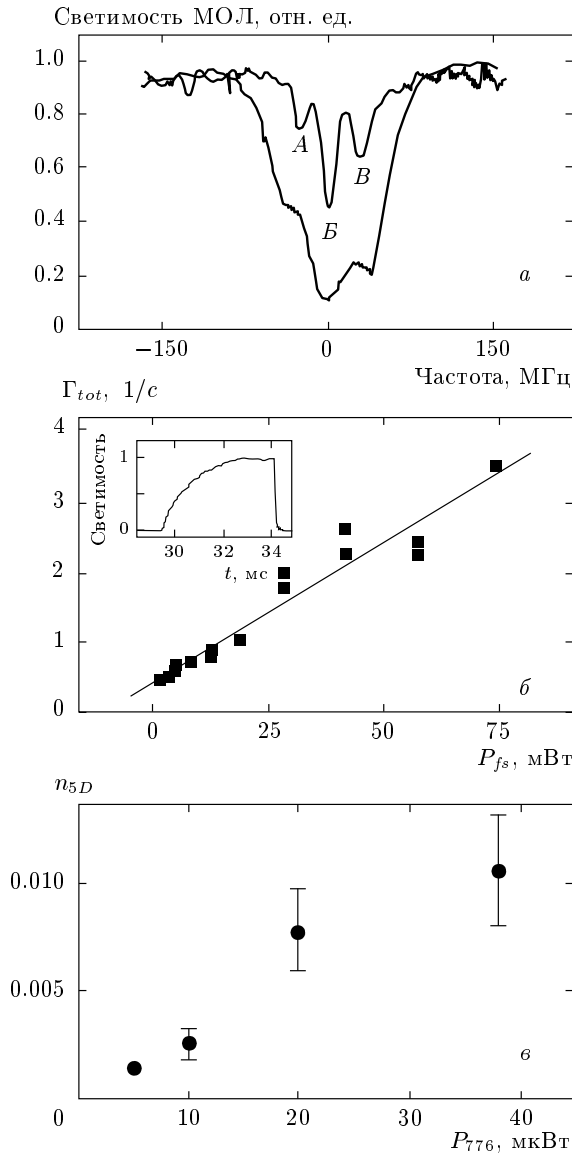
$$\Delta f_{rep}^{4,3} \approx 5.8 \text{ Гц}, \quad \Delta f_{rep}^{3,2} \approx 4.4 \text{ Гц}.$$

Анализ расщеплений позволяет отнести спектральные линии 1, 2, 3 на рис. 3а к переходам  $5P_{3/2}(F=3) \rightarrow 5D_{5/2}(F=4, 3, 2)$ . Однако столь

значительное снижение сигнала люминесценции не может быть объяснено лишь резонансным возбуждением перехода  $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$  (рис. 2) и соответствующим уменьшением населенности уровня  $5P_{3/2}$ , распад которого регистрируется в эксперименте (см. разд. 5).

Одним из возможных процессов, приводящих к уменьшению сигнала люминесценции за счет «выдувания» атомов из МОЛ, является механическое действие света. Если скорость передачи импульса от света атомам существенно превышает скорость охлаждения, атомы будут выталкиваться из облака. Для обеспечения высокой скорости передачи импульса необходима высокая скорость возбуждения перехода и быстрая релаксация населенности с верхнего уровня. Переход  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  обладает относительно небольшой скоростью распада верхнего уровня (660 кГц) по сравнению с переходами  $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2}$  и  $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{1/2}$  (около 6 МГц), поэтому можно ожидать, что механическое действие света на длине волны 776 нм будет на порядок слабее, чем при настройке ФИ на один из резонансных переходов из основного состояния. Однако, как видно из рис. 3б, влияние ФЛ при настройке на длину волны 780 нм оказывается заметно ниже, что говорит о том, что механическое воздействие света не является основным процессом при формировании сигнала, показанного на рис. 3а. Этот вывод подтверждается при перестройке лазера в область 795 нм (переход  $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{1/2}$ ). Тем не менее, чтобы полностью исключить влияние механического действия излучения, излучение лазеров, взаимодействующих с МОЛ, во всех экспериментах заводилось антиколлинеарно, а интенсивности пучков балансировались.

Процессом, существенно усиливающим резонансное воздействие ФИ на свечение атомов в работающей ловушке, может являться ионизация с уровня  $5D_{5/2}$ . Для проверки этого сценария ФЛ был перестроен на длину волны 820 нм, на которой при полной мощности 100 мВт ФИ не оказывало видимого воздействия на облако холодных атомов. Уровень  $5D_{5/2}$  возбуждался с помощью вспомогательного диодного лазера, настроенного на длину волны 776 нм. При включении ФЛ в такой конфигурации светимость ловушки существенно уменьшалась (рис. 4а), что свидетельствует о существенной роли процессов ионизации. Спектральная зависимость интенсивности свечения ловушки, так же как и в случае ФЛ, состоит из трех линий. Расшифровка этого спектра, однако, не совпадает с расшифровкой спектра, представленного на рис. 3а, так как расщепления линий не соответствуют расщеплению между сверхтонки-



**Рис. 4.** а) Сигнал люминесценции МОЛ в присутствии непрерывного (верхняя кривая), а также комбинации непрерывного и фемтосекундного излучения (нижняя кривая). Длина волны непрерывного излучения — 776 нм, мощность — около 70 мкВт. б) Зависимость скорости загрузки ловушки от мощности ФИ, настроенного на длину волны 820 нм, при мощности непрерывного лазерного излучения 5 мкВт. На вставке представлен характерный график светимости облака холодных атомов (в относительных единицах) при загрузке МОЛ. В момент  $t = 0$  включается магнитное поле. в) Измеренная населенность верхнего уровня для различных мощностей  $P_{776}$  непрерывного лазера

ми компонентами  $F = 2, 3, 4$  уровня  $5D_{5/2}$ . Кроме того, относительная интенсивность этих линий существенно отличается от приведенной на рис. 3. Расшифровка этого спектра обсуждается в разд. 6 и позволяет идентифицировать линии  $B$  и  $B'$  как линии, соответствующие переходам на уровни с  $F = 4$  и  $F = 3$ , линия же  $A$  идентифицируется как боковой резонанс, возникающий в результате расщепления Раби линии перехода на уровень с  $F = 4$ .

Для того чтобы количественно охарактеризовать процесс ионизации уровня  $5D_{5/2}$ , мы исследовали зависимость скорости загрузки МОЛ от мощности ФИ при фиксированной частоте непрерывного лазера (рис. 4б). Частота лазера стабилизировалась по максимуму линии перехода  $5P_{3/2}(F = 3) \rightarrow 5D_{5/2}(F = 4)$ , при этом использовалась дополнительная рубидиевая ячейка. В нее заводилось излучение стабилизированного по частоте охлаждающего лазера для создания населенности на уровне  $5P_{3/2}(F = 3)$ .

Уравнение загрузки МОЛ без учета столкновений атомов друг с другом в облаке записывается как [1, 5, 7]

$$\frac{dN}{dt} = R - (\Gamma_{coll} + \Gamma_{ion} + \Gamma_{pump}) N, \quad (4)$$

где  $N$  — число атомов в ловушке,  $R$  — скорость загрузки ловушки,  $\Gamma_{coll}$ ,  $\Gamma_{ion}$ ,  $\Gamma_{pump}$  — соответственно коэффициенты потерь из-за столкновений с атомами фонового газа, ионизации и оптической накачки. Решением уравнения (4) является экспоненциальная кривая:

$$N(t) = \frac{R}{\Gamma_{coll} + \Gamma_{ion} + \Gamma_{pump}} \times [1 - \exp(-(\Gamma_{coll} + \Gamma_{ion} + \Gamma_{pump})t)]. \quad (5)$$

Величина  $\Gamma_{coll}$  в экспериментах определялась давлением фонового газа в кювете и была постоянной в процессе измерений. В свою очередь,  $\Gamma_{pump}$  в данном случае определяется мощностью диодного лазера с  $\lambda = 776$  нм. Для определения константы загрузки МОЛ  $\Gamma_{tot} = \Gamma_{coll} + \Gamma_{ion} + \Gamma_{pump}$  мы периодически включали и выключали удерживающее градиентное магнитное поле. На вставке к рис. 4б представлен характерный график нарастания интенсивности люминесценции после включения магнитного поля. Скоростью включения самого поля ( $< 1$  мс) можно пренебречь. Для определения постоянной времени загрузки  $\Gamma_{tot}$  экспериментальный график аппроксимировался контуром (5). Аналогичным способом в отсутствие ФЛ и лазера с  $\lambda = 776$  нм была измерена величина  $\Gamma_{coll} + \Gamma_{pump} = 0.35 \pm 0.01$  с<sup>-1</sup>.

Скорость ионизации  $\Gamma_{ion}$  определяется средней эффективной плотностью мощности ФИ  $I_{fs}$ , учитывающей взаимную геометрию пучков и атомов в МОЛ, геометрией пучка, возбуждающего переход  $5P_{3/2}(F=3) \rightarrow 5D_{5/2}(F=4)$ , а также долей атомов  $n_{5D}$  на уровне  $5D_{5/2}$ :

$$\begin{aligned} \Gamma_{ion} &= \frac{I_{fs}}{h\nu} (\sigma_{5D} n_{5D} + \sigma_{6P} n_{6P} + \sigma_{6S} n_{6S}) = \\ &= \frac{I_{fs}}{h\nu} \sigma_{eff} n_{5D}, \\ I_{fs} &= \frac{\pi r_L^2 + \pi r_{MOT}^2}{\pi r_L^2 (2r_{MOT}^2 + r_L^2)} P_{fs}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\nu$  — частота ионизирующего излучения,  $n_{6P}$  и  $n_{6S}$  — населенности соответственно уровней  $6P$  и  $6S$ ,  $h$  — постоянная Планка,  $\sigma_{eff}$  — эффективное сечение ионизации,  $r_{MOT}$  и  $r_L$  — радиусы по уровню  $1/e$  соответственно облака холодных атомов и лазерного пучка,  $P_{fs}$  — мощность ФЛ.

Входящее в выражение (6) сечение  $\sigma_{eff}$  было измерено в работе [7] для случая импульсного заселения уровня  $5D_{5/2}$ , оно равно  $(1.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$  для  $\lambda = 778 \text{ нм}$  и  $(0.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$  для  $\lambda = 650 \text{ нм}$ . Аппроксимация данных, приведенных в работе [7], дает  $\sigma_{eff} = (1.3 \pm 0.2) \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$  для  $\lambda = 820 \text{ нм}$  и  $\sigma_{eff} = (1.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$  для  $\lambda = 776 \text{ нм}$ . Поскольку уровни  $6S_{1/2}$  и  $6P_{3/2}$  не взаимодействуют с лазерным излучением напрямую и заселяются лишь за счет спонтанного распада уровня  $5D_{5/2}$  (см. разд. 5), приведенные эффективные значения сечения должны оставаться справедливыми и в нашем случае. Следует отметить, что как излучение лазера с  $\lambda = 776 \text{ нм}$ , так и излучение охлаждающего и перекачивающего лазеров также способно ионизовать атомы рубидия, находящиеся на уровне  $5D_{5/2}$ . Однако мощность первого существенно уступает суммарной мощности мод ФИ, а охлаждающее и перекачивающие излучения обладают примерно в 20 раз более широкими пучками, поэтому суммарная плотность мощности всех непрерывных лазеров существенно уступает плотности мощности ФИ, и процессами ионизации непрерывным излучением можно пренебречь.

Экспериментально измеренная зависимость скорости загрузки ловушки от мощности ФИ (рис. 4б), в соответствии с формулой (6), должна оказаться линейной. На основании знания сечения ионизации и геометрии пучков по углу наклона этой линейной зависимости можно оценить населенность уровня  $5D_{5/2}$ :

$$n_{5D} = \frac{\pi r_L^2 (2r_{MOT}^2 + r_L^2)}{\pi r_L^2 + \pi r_{MOT}^2} \frac{h\nu}{\sigma_{eff}} \frac{d\Gamma_{ion}}{dP_{fs}}.$$

Результаты расчета изображены на рис. 4в. Описанный выше метод измерения населенности может с успехом применяться в тех случаях, когда прямое измерение населенности по сигналу флюоресценции затруднено.

Непрерывное излучение также оказывает заметное влияние на скорость загрузки ловушки даже в отсутствие ФИ. Ввиду малого сечения ионизации такое влияние не может быть связано с ней и, по всей видимости, связано с процессами оптической накачки в состояние  $5S_{1/2}(F=1)$  [20].

## 5. РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ПЕРЕХОДЕ $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$

Взаимодействие атомной системы, представленной на рис. 2, с пробным полем на переходе  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  в работающей МОЛ оказывается довольно сложным, поскольку система одновременно взаимодействует с тремя лазерными полями: охлаждающим, перекачивающим и спектроскопическим. В качестве спектроскопического поля в эксперименте выступает мода ФИ или непрерывного лазера с длиной волны излучения  $776 \text{ нм}$ . В результате приложения поля на переходе  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  населенность уровня  $5P_{3/2}(F=3)$  за счет поглощения и спонтанного распада начинает перераспределяться между подуровнями уровней  $5D_{5/2}$ ,  $6P_{3/2}$ ,  $6S_{1/2}$ ,  $4D_{3/2}$ ,  $4D_{5/2}$ ,  $5P_{1/2}$ ,  $5S_{1/2}$ ,  $5P_{3/2}$  ( $F=0, 1, 2$ ). При этом оптическая накачка на уровень  $5S_{1/2}(F=1)$  может оказаться сравнимой со скоростью нерезонансного заселения этого уровня излучением охлаждающего лазера и оказать существенное влияние на процесс лазерного охлаждения атомов [20]. Сигнал люминесценции, вызванной спонтанным распадом уровня  $5P_{3/2}(F=3)$ , в этом случае отражает как изменение общего числа атомов в ловушке, так и перераспределение населенности в атомном ансамбле. Рассмотрим два предельных случая взаимодействия резонансного лазерного излучения с атомами в ловушке: «спектроскопический» режим и режим «оптической накачки».

«Спектроскопический» режим взаимодействия будет осуществляться в случае, если скорость оптической накачки на уровень  $5S_{1/2}(F=1)$  существенно меньше скорости заселения этого уровня за счет охлаждающего лазерного излучения. В нашем случае такой режим осуществляется при взаимодействии атомов с одной модой ФИ, мощность которой составляет около  $1 \text{ мкВт}$ . В этом случае резонансное взаимодействие на переходе  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$  прак-



тически не возмущает процессы лазерного охлаждения. Сигнал люминесценции атомного облака (спонтанный распад с уровня  $5P_{3/2}$ ) отражает в этом случае лишь перераспределение населенности, вызванное резонансным взаимодействием. В то же время населенность уровня  $5D_{5/2}$  оказывает существенное влияние на процессы ионизации, описанные выше.

Для уровней, не взаимодействующих напрямую с лазерным излучением, населенность  $n_i$  определяется уравнением

$$\frac{dn_i}{dt} = -\gamma_i n_i + \sum_k \gamma_{ki} n_k,$$

откуда в стационарном случае

$$n_i = \frac{\sum_k \gamma_{ki} n_k}{\gamma_i}. \quad (7)$$

Здесь индекс  $k$  нумерует уровни, распадающиеся на уровень  $i$ ,  $\gamma_{ki}$  — вероятность спонтанного распада уровня  $k$  на уровень  $i$ ,  $\gamma_i$  — полная вероятность спонтанного распада уровня  $i$ . В силу того факта, что атомная система, изображенная на рис. 2, взаимодействует с тремя лазерными полями, ее можно заменить пятиуровневой системой, изображенной на вставке рис. 2, дополнительно учтя, что на промежуточных уровнях оказывается захваченной населенность  $\delta \cdot n_{5D}$ . Следует отметить, что расщепление подуровней верхнего уровня невелико и сравнимо как с однородной шириной линии, так и с частотой повторения фемтосекундного излучения, т. е. фемтосекундное излучение достаточно эффективно не резонансно заселяет все подуровни, поэтому сделанное здесь приближение пятиуровневой системой обладает существенной погрешностью. Однако для качественного анализа спектров, представленных на рис. 3а, мы будем использовать эту модель. При этом каждый компонент уровня  $5D_{5/2}(F = 4, 3, 2)$  рассматривается независимо. Анализ экспериментальных результатов показывает, что это оправдано. Используя данные по вероятностям переходов, приведенные в работах [21, 22], дефект населенности  $\delta$  нетрудно рассчитать. Исходя из уравнений (7), он оказывается равен соответственно

$$\delta_{F=4} \approx 0.24, \quad \delta_{F=3} \approx 0.24, \quad \delta_{F=2} \approx 0.29, \quad (8)$$

т. е. практически одинаков для всех задействованных сверхтонких компонентов уровня  $5D_{5/2}$ .

Пятиуровневая система может быть описана системой балансных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= - \left( \frac{g_3}{g_1} n_1 - n_3 \right) T_{13} + n_3 \gamma_{31} + n_4 \gamma_{41} + n_5 \gamma_{51}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= - \left( \frac{g_4}{g_2} n_2 - n_4 \right) T_{24} + n_3 \gamma_{32} + n_4 \gamma_{42} + n_5 \gamma_{52}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= \left( \frac{g_3}{g_1} n_2 - n_3 \right) T_{13} - n_3 \gamma_{33} + n_5 \gamma_{52}, \\ \frac{dn_4}{dt} &= - \left( \frac{g_5}{g_4} n_4 - n_5 \right) T_{45} + \left( \frac{g_4}{g_2} n_2 - n_4 \right) T_{24} - \\ &\quad - n_4 \gamma_{44} + n_5 \gamma_{54}, \\ 1 &= n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + (1 + \delta) n_5, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $g_i$  — статистический вес уровня  $i$ ,  $\gamma_i$  — полная вероятность спонтанного распада уровня  $i$ ,  $T_{ij}$  описывает вероятность вынужденных процессов между уровнями  $i$  и  $j$ .

Основной интерес в рамках данной работы представляют населенности  $n_1$ ,  $n_4$ ,  $n_5$ . В экспериментах, отвечающих рис. 3а, роль излучения на длине волны 776 нм играет мода ФИ. Расчет показывает, что различные компоненты перехода насыщаются при существенно различных интенсивностях, однако интенсивности одной моды ФИ оказываются недостаточно для насыщения даже перехода  $5P_{3/2}(F = 3) \rightarrow 5D_{5/2}(F = 4)$ , обладающего минимальным коэффициентом ветвления.

Как упоминалось в разд. 3, при сканировании частоты повторения  $f_{rep}$  ФИ для однофотонных переходов должна наблюдаться периодическая картина с периодом  $\delta f \approx 15$  Гц. Исходя из формул (5) и (6), зависимость количества атомов  $N$  в ловушке от центральной частоты  $f$  ФИ можно описать следующей формулой:

$$\begin{aligned} N(f) &= H(f \bmod \delta f), \\ H(f) &= R \left\{ \Gamma_{coll} + \Gamma_{pump} + \frac{I_{fs}}{h\nu} \sigma_{eff} \times \right. \\ &\quad \times \left. \left( n_{5D, F=4}^0 L(f - f_{F=4}) + n_{5D, F=3}^0 L(f - f_{F=3}) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + n_{5D, F=2}^0 L(f - f_{F=2}) \right) \right\}^{-1}, \quad (10) \\ L(f) &= \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (2\pi f)^2}. \end{aligned}$$

Здесь  $\Gamma$  — ширина линии перехода  $5P_{3/2} \leftrightarrow 5D_{5/2}$ ,  $f_{F=i}$  — резонансные частоты переходов на соответствующий сверхтонкий подуровень уровня  $5D_{5/2}$ ,  $n_{5D, F=i}^0$  — амплитуды населенностей подуровней сверхтонкой структуры уровня  $5D_{5/2}$ , оператор mod дает остаток от деления. Как видно из формулы (10), существенную роль в амплитудах провалов в

наблюдаемом спектре играет населенность  $n_{5D}$  уровня  $5D_{5/2}$ . Строго говоря, учет периодичности импульсов излучения фемтосекундного лазера должен проводиться суммированием вклада всех мод ФЛ с соответствующей отстройкой, однако при этом также должен быть учтен вклад всех мод ФИ в создание населенности уровня  $5D_{5/2}$ , что делает задачу крайне громоздкой. Поэтому в рамках данной работы мы приближенно считали, что  $N(f) = H(f \bmod \delta f)$ , подбирая при этом «точку обрезания» под минимум изменения сигнала за счет добавления к частоте  $f$  смещения, не превышающего  $\delta f$ .

Рассчитанные на основании модели (9) населенности и уравнение (10) позволяют определить изменение числа атомов в ловушке за счет ионизации ФИ (рис. 3а). Видно, что представленная модель в целом правильно описывает наблюдаемые результаты. Наиболее сильные отличия имеют место для линии, соответствующей переходу  $5P_{3/2}(F = 3) \rightarrow 5D_{5/2}(F = 2)$ , для которой амплитуда уменьшения интенсивности свечения ловушки в модельном расчете оказывается заметно заниженной.

В отличие от «спектроскопического» режим «оптической накачки» реализуется в случае, когда существенная часть атомов в результате взаимодействия с излучением с  $\lambda = 776$  нм оказывается на уровне  $5S_{1/2}(F = 1)$ . В нашем случае такой режим осуществляется при взаимодействии с излучением непрерывного лазера (рис. 4а). В этом случае уменьшение свечения ловушки в основном происходит за счет выхода атомов из цикла охлаждения, связанного с перераспределением населенности. Относительная интенсивность провалов в свечении ловушки в этом случае существенно зависит от населенности  $n_1$ . Поскольку для подуровня  $5D_{5/2}(F = 4)$  вероятность распада на подуровень  $5S_{1/2}(F = 1)$  мала по сравнению с аналогичной вероятностью для подуровней  $5D_{5/2}(F = 3)$ ,  $5D_{5/2}(F = 2)$  (соответственно  $0.13 \text{ с}^{-1}$ ,  $0.435 \text{ с}^{-1}$ ,  $2.21 \text{ с}^{-1}$ ), а также с учетом относительно быстрого насыщения этого перехода, можно ожидать, что влияние этого перехода (линия В) на населенность ловушки будет заметно ослаблено по сравнению с влиянием линии, соответствующей  $F = 3$  (линия Б), что и наблюдается в эксперименте.

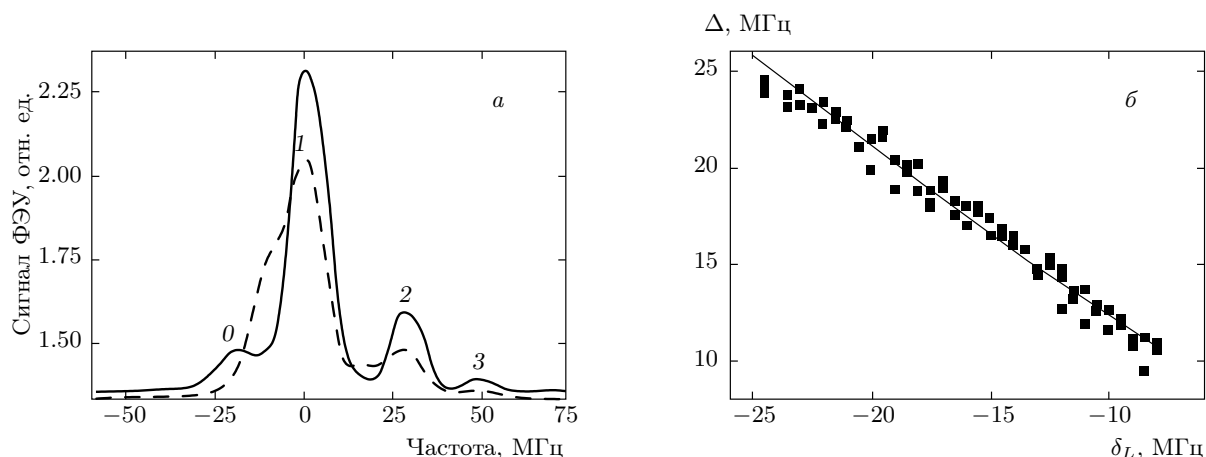
## 6. РАСЩЕПЛЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ СВЕРХТОНКОЙ СТРУКТУРЫ УРОВНЯ $5D_{5/2}$

Для корректной идентификации спектральных линий, приведенных на рис. 4а, мы провели дополни-

тельное исследование, нацеленное на непосредственное изучение населенности уровня  $5D_{5/2}$  при возбуждении непрерывным лазером с  $\lambda = 776$  нм. Как следует из уравнений (7), населенность уровня  $6P_{3/2}$  пропорциональна населенности уровня  $5D_{5/2}$ , которая может быть измерена на длине волны 420 нм (рис. 2). Проведение измерения населенностей по сигналу люминесценции, однако, требует отсутствия влияния процессов загрузки ловушки на наблюдаемый спектр. Для достижения этого условия использовалась импульсная схема детектирования. Излучение непрерывного лазера пропускалось через дополнительный АОМ и далее излучение в первом порядке дифракции на выходе АОМ заводилось в МОЛ. На АОМ подавалось импульсное напряжение с длительностью импульса 100 мкс и периодом 2 мс. Следует также отметить, что в этих экспериментах использовалась несколько меньшая общая мощность охлаждающего излучения (около 9 мВт). Сканирование спектральных линий осуществлялось за время порядка 1 с, что позволяло визуально наблюдать наличие или отсутствие влияния излучения на длине волны 776 нм на общее количество атомов в ловушке по изменению общего уровня сигнала свечения уровня  $5P_{3/2}$ . Для обеспечения высокого отношения сигнал/шум интенсивность непрерывного излучения максимизировалась при условии, что общий уровень свечения ловушки не изменялся при включении лазера с длиной волны 776 нм.

Детектирование излучения уровня  $6P_{3/2}$  проводилось с помощью фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) модели R1925 фирмы Hamamatsu, работающего в режиме счета фотонов. Перед ФЭУ был установлен синий светофильтр, ослабляющий излучение в области длин волн 750–800 нм более, чем в  $10^5$  раз. Импульсы сигнала ФЭУ считались синхронно с импульсами, подаваемыми на АОМ, с помощью счетчика SR-400 фирмы Stanford Research Systems, Inc. Типичный сигнал на выходе счетчика представлен на рис. 5а. Хорошо видно, что в спектре наблюдается по крайней мере четыре спектральных линии. На основании частотных расщеплений линии 1, 2, 3 можно идентифицировать как резонансы, соответствующие переходам на уровни  $F = 4, 3, 2$ . Из относительных амплитуд резонансов и их расщеплений можно сделать вывод, что линии А, Б, В на рис. 4а соответствуют резонансам 0, 1, 2 на рис. 5а.

О возникновении дополнительных резонансов при спектроскопии в работающей магнитооптической ловушке сообщалось ранее, в частности, спектральные линии могут сопровождаться раби-удвоением [23, 24], в радиочастотной области спектра из-



**Рис. 5.** *а)* Спектр свечения атомов рубидия в работающей МОЛ на длине волны 420 нм. За нуль принята частота перехода на подуровень  $5D_{5/2}(F = 4)$ , отстройка  $\delta_L = 17$  (сплошная линия), 8.5 (штриховая) МГц. Амплитуда штрихового спектра масштабирована для наглядности. *б)* Зависимость положения резонанса 0 из рис. *а* от отстройки  $\delta_L$  охлаждающего лазера. Сплошная кривая соответствует аппроксимации вида  $\Delta = \sqrt{\delta_L^2 + \Omega_R^2}$  с  $\Omega_R = 7.6$  МГц

вестным также как резонанс Ауслера–Таунса [25]. В этом случае каждая спектральная линия за счет взаимодействия с мощным излучением охлаждающего лазера расщепляется в дублет, причем расщепление между компонентами дублета определяется обобщенной частотой Раби мощного лазера. Обобщенная частота Раби определяется выражением

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta_L^2}, \quad (11)$$

где  $\Omega_R$  — частота Раби,  $\delta_L$  — отстройка частоты мощного излучения.

При изменении отстройки охлаждающего лазера расщепление линии 1, 2, 3 (рис. 5а) остается постоянным, а положение резонанса 0 изменяется (рис. 5б). Расщепление  $\Delta$  резонансов 0 и 1 хорошо описывается формулой (11). Кроме того, относительная амплитуда резонанса 0 уменьшается с увеличением абсолютной величины отстройки, что также является характерной чертой при раби-расщеплении резонансов [23]. Этот резонанс может присутствовать и в спектре, приведенном на рис. 3а. Общее расщепление резонансов 0, 1, 2, 3, однако, превосходит частоту повторения импульсов ФЛ, что приводит к тому, что при сканировании частоты повторения резонанс 0 перекрывается с резонансами 1, 2, 3, причем при параметрах охлаждающего лазера, использованных при получении данных для рис. 3а, резонанс 0 перекрывается с резонансом 3. Таким образом, разница модельного и экспериментально зарегистрированного подавления свечения ловушки на переходе

$5P_{3/2}(F = 3) \rightarrow 5D_{5/2}(F = 2)$  может объясняться вкладом резонанса 0.

Раби-расщепление должно наблюдаться и для линий 2 и 3, однако из-за малой амплитуды дополнительного резонанса и перекрытия спектров линий эти резонансы трудно различимы. Тем не менее резонанс, соответствующий линии 2, можно разглядеть при использовании меньших отстроек охлаждающего лазера.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено исследование экспериментально обнаруженного резонансного взаимодействия атомов рубидия-87 в магнитооптической ловушке с фемтосекундным лазерным излучением с частотой повторения импульсов 76 МГц (длительность импульса меньше 200 фс) в спектральном диапазоне 760–820 нм. Промоделированы процессы резонансного заселения подуровней сверхтонкой структуры уровня  $5D_{5/2}$  отдельными модами фемтосекундной гребенки с последующей ионизацией атомов всеми модами. Показано, что наблюдаемый спектр свечения хорошо описывается в рамках указанной модели.

Методом измерения потерь числа холодных атомов за счет ионизации фемтосекундным лазерным излучением была определена населенность уровня  $5D_{5/2}(F = 4)$ , заселяемого излучением дополнительного непрерывного лазера. Метод может быть использован в случаях, когда прямое измерение по сигналу флуоресценции затруднено.

Зарегистрировано раби-расщепление спектральной линии  $5P_{3/2}(F=3) \rightarrow 5D_{5/2}(F=4)$  при непосредственном измерении населенности уровня  $5D_{5/2}$  по сигналу флюоресценции в режиме постоянного числа атомов в ловушке.

Авторы выражают глубокую благодарность Pablo Londero (Harvard University), чьи советы оказались очень полезны при запуске МОЛ. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-02-16801), Фонда содействия отечественной науке, программ Президиума РАН и Отделения физических наук РАН.

### ЛИТЕРАТУРА

1. H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, New York (1999).
2. M. Notcutt, L. Ma, A. D. Ludlow et al., *Phys. Rev. A* **73**, 031804(R) (2006).
3. M. M. Boyd, A. D. Ludlow, S. Blatt et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 083002 (2007).
4. T. P. Dinneen, C. D. Wallace, Kit-Yan N. Tan et al., *Opt. Lett.* **17**, 1706 (1992).
5. B. M. Patterson, T. Takekoshi, and R. J. Knize, *Phys. Rev. A* **59**, 2508 (1999).
6. T. Takekoshi, G. M. Brooke, B. M. Patterson et al., *Phys. Rev. A* **69**, 053411 (2004).
7. B. C. Duncan, V. Sanchez-Villicana, P. L. Gould et al., *Phys. Rev. A* **63**, 043411 (2001).
8. O. Marago, D. Ciampini, F. Fuso et al., *Phys. Rev. A* **57**, R4110 (1998).
9. Е. В. Бакланов, В. П. Чеботаев, КЭ **4**, 2189 (1977).
10. N. Dudovich, D. Oron, and Y. Silberberg, *Nature* **418**, 512 (2002).
11. T. H. Yoon, A. Marian, J. L. Hall et al., *Phys. Rev. A* **63**, 011402(R) (2000).
12. A. Marian, M. C. Stowe, D. Felinto et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 023001 (2005).
13. V. Gerginov, C. E. Tanner, S. A. Diddams et al., *Opt. Lett.* **30**, 1734 (2005).
14. Yu. S. Domnin, G. A. Elkin, A. V. Novoselov et al., *Can. J. Phys.* **80**, 1321 (2002).
15. R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2264 (2000).
16. M. Pinsky, *Introduction to Fourier Analysis and Wavelets*, Brooks/Cole (2002).
17. D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka et al., *Science* **288**, 635 (2000).
18. Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, *Nature* **416**, 233 (2002).
19. T. T. Grove, V. Sanchez-Villicana, B. C. Duncan et al., *Phys. Scripta* **52**, 271 (1995).
20. R. W. Fox, S. L. Gilbert, L. Hollberg et al., *Opt. Lett.* **18**, 1456 (1993).
21. Yu. Ralchenko, A. E. Kramida, J. Reader and NIST ASD Team (2008). *NIST Atomic Spectra Database* (version 3.1.4), <http://physics.nist.gov/asd3> [2008, February 27]. National Institute of Standard and Technology, Gaithersburg, MD, USA.
22. P. L. Smith, C. Heise, J. R. Esmond et al., *Atomic Spectral Line Database*, <http://www.pmp.uni-hannover.de/cgi-bin/ssi/test/kurucz/sekur.html>.
23. B. K. Teo, D. Feldbaum, T. Cubel et al., *Phys. Rev. A* **68**, 053407 (2003).
24. D. V. Sheludko, S. C. Bell, E. J. D. Vredenburg et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **80**, 012040 (2007).
25. S. H. Autler and C. H. Townes, *Phys. Rev.* **100**, 703 (1955).