

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

*А. В. Кольцов**, *А. В. Серов***

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 февраля 2009 г.

Определено пространственное распределение поля переходного излучения релятивистской частицы, влетающей в двугранный угол, образованный идеально проводящими плоскими поверхностями. Рассмотрены случаи инъекции частиц из ребра и из плоскости двугранного угла. Проведены расчеты угловых распределений интенсивности излучения в двугранных углах с различными углами раствора.

PACS: 41.60.-m, 52.70.Gw

1. ВВЕДЕНИЕ

Излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред, обладает свойствами, позволяющими использовать его при решении различных задач [1]. В теории переходного излучения наиболее простым и очень важным частным случаем является излучение, возникающее при падении частицы на идеально проводящую плоскость. Эта задача была рассмотрена уже в первой работе Гинзбурга и Франка по теории переходного излучения [2]. Было отмечено, что переходное излучение на идеально проводящей плоскости можно рассматривать как излучение двух частиц: реальной частицы с зарядом q и зеркального изображения частицы с зарядом $-q$. При падении на идеально проводящую плоскость заряд и его изображение встречаются в точке их пересечения с плоскостью. Возникающее при этом излучение можно представить как сумму излучений, генерируемых при остановке заряда и его изображения.

Имеется большое количество материалов, которые обладают свойствами, близкими к свойствам идеальных проводников. В диапазоне от радиочастот до оптических частот в качестве идеально проводящих можно рассматривать металлические по-

верхности. По грубым оценкам частота, до которой металлы можно считать идеальными проводниками, имеет порядок $\omega \sim 10^{16} \text{ с}^{-1}$.

В работе [2] было показано, что при пересечении плоскости под прямым углом энергия, излучаемая по направлению скорости частицы, равна нулю и максимальна под углом $\theta_m \approx \gamma^{-1}$ к направлению скорости, где γ — относительная энергия частицы. Исследования излучения на более сложных поверхностях раздела показали, что в этих случаях в спектрально-угловых распределениях появляются новые особенности, расширяющие возможности использования переходного излучения в различных приложениях. Одной из таких поверхностей раздела двух сред является поверхность, имеющая форму двугранного угла.

Свойства переходного излучения, генерируемого при пересечении частицей двугранного угла, исследовались теоретически [3, 4] и экспериментально [5]. В работе [3] было рассмотрено переходное излучение заряженной частицы для случая, когда граница раздела двух сред образована двумя плоскостями, составляющими двугранный угол с раствором $\alpha = \pi/2$. В работе [4] изучался более общий случай, когда плоскости пересекаются не только под прямым углом, а под углом $\alpha = \pi/m$, где m — целое число. В этой работе для описания переходного излучения использовался метод зеркальных изображений.

*E-mail: koltsov@x4u.lebedev.ru

**E-mail: serov@x4u.lebedev.ru

В настоящей работе рассматриваются особенности переходного излучения в двугранном угле с произвольной величиной угла раствора ($0 < \alpha < 2\pi$). Частным случаем излучения в двугранном угле является излучение, генерируемое при пересечении частицей плоской поверхности. Для вычисления электромагнитных полей, возбужденных внешним источником в двугранном угле, использовался традиционный электродинамический метод, применяемый при рассмотрении полей, возбуждаемых в закрытых волноводах [6, 7]. В этом методе поле в волноводе представляется в виде линейной комбинации полей собственных волн двух различных типов: поперечно-электрических волн (H -волн) и поперечно-магнитных волн (E -волн).

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Введем цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) . Раствор двугранного угла равен α . Ось z проходит по ребру двугранного угла, а плоскости, образующие угол, совпадают с плоскостями $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = \alpha$.

В данной работе рассмотрено переходное излучение, генерируемое при двух различных траекториях частиц в двугранном угле. На рис. 1 траектории показаны штрихами. В первом случае (рис. 1а) заряженная частица с зарядом q вылетает из точки, расположенной на ребре двугранного угла, и движется с постоянной скоростью v . Вектор скорости частицы лежит в плоскости $z = 0$ и направлен под углом φ_0 . Во втором случае (рис. 1б) частица вылетает из

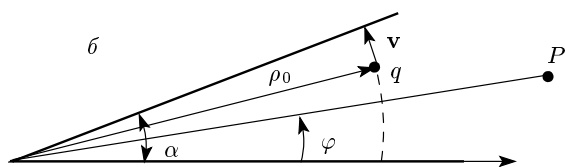
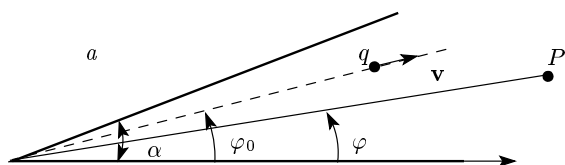


Рис. 1. Геометрия задачи при инжекции частицы из ребра (а) и из плоскости двугранного угла (б)

точки, расположенной на одной из граней двугранного угла на расстоянии ρ_0 от ребра. В пространстве между проводниками на частицу действует постоянное однородное магнитное поле, направленное параллельно ребру двугранного угла. Величина поля такова, что частица движется по дуге радиуса ρ_0 и падает на вторую грань угла.

Влияние внешних электрического и магнитного полей на угловое распределение переходного излучения, генерируемого при вылете частицы из проводящей плоскости, рассмотрено в работах [8, 9]. Исследованы случаи, когда изменение скорости, вызванное действием внешнего поля, много меньше начальной скорости частицы. В настоящей работе рассматривается переходное излучение, генерируемое при пересечении двух плоскостей, а при движении между плоскостями частица может существенно изменять направление своего движения (угол раствора двугранного угла может быть $\alpha \approx 2\pi$).

В дальнейшем используется система единиц, в которой скорость света $c = 1$.

Двугранный угол представляет собой направляющую структуру, однородную вдоль продольной оси z . В волне, бегущей вдоль оси z , зависимость всех величин определяется множителем $\exp i(\omega t - k_z z)$, где k_z — продольное волновое число. В последующем все величины будем разлагать в интегралы Фурье по ω и k_z и проводить вычисления с их фурье-образами. Компоненты Фурье электромагнитных полей определяются выражениями

$$\mathbf{E}_{\omega k_z}(\rho, \varphi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \mathbf{E}(\rho, \varphi, z, t) \times \exp[-i(\omega t - k_z z)] dt dz, \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{\omega k_z}(\rho, \varphi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \mathbf{H}(\rho, \varphi, z, t) \times \exp[-i(\omega t - k_z z)] dt dz. \quad (2)$$

Нижние индексы « ωk_z » у фурье-образов будут опускаться.

По условиям задачи продольная компонента j_z плотности тока равна нулю, а поперечные компоненты плотности тока j_φ и j_ρ в общем случае не равны нулю. С учетом этого из уравнений Максвелла можно вывести соотношения, позволяющие по продольным компонентам полей E_z и H_z определить все поперечные компоненты,

$$E_\rho = -i \frac{1}{k_\perp^2} \left(k_z \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - 4\pi \omega j_\rho \right), \quad (3)$$

$$E_\varphi = -i \frac{1}{k_\perp^2} \left(\frac{k_z}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \omega \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - 4\pi\omega j_\varphi \right), \quad (4)$$

$$H_\rho = i \frac{1}{k_\perp^2} \left(\frac{\omega}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - k_z \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - 4\pi k_z j_\varphi \right), \quad (5)$$

$$H_\varphi = -i \frac{1}{k_\perp^2} \left(\omega \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{k_z}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - 4\pi k_z j_\rho \right), \quad (6)$$

и получить неоднородные уравнения Гельмгольца с соответствующими граничными условиями для E_z и H_z на поверхности S двугранного угла:

$$\Delta_2 E_z + k_\perp^2 E_z = -4\pi i k_z \varrho, \quad E_z|_S = 0, \quad (7)$$

$$\Delta_2 H_z + k_\perp^2 H_z = -4\pi \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho j_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial j_\rho}{\partial \varphi} \right), \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial n} \right|_S = 0,$$

где Δ_2 — двумерный оператор Лапласа, k_\perp^2 — поперечное волновое число, $k_\perp^2 = k^2 - k_z^2$, $k = \omega$, ϱ — плотность заряда.

Собственные функции двугранного угла могут быть определены из решений волновых уравнений, удовлетворяющих граничным условиям [10]:

$$\Delta_2 E_z + k_\perp^2 E_z = 0, \quad E_z|_S = 0, \quad (9)$$

$$\Delta_2 H_z + k_\perp^2 H_z = 0, \quad \left. \frac{\partial H_z}{\partial n} \right|_S = 0. \quad (10)$$

В качестве собственных функций двугранного угла выбираем [6, 7]

$$\Phi_m = \sin(\nu m \varphi) J_{\nu m}(k\rho), \quad (11)$$

где $\nu = \pi/\alpha$, m — целое число, $J_{\nu m}$ — функции Бесселя.

Построим функции Грина G для двух пересекающихся идеально проводящих плоскостей. Для E -волн функция Грина G^E должна удовлетворять уравнению

$$\Delta_2 G^E + k_\perp^2 G^E = -4\pi \delta(\rho - \rho') \quad (12)$$

при $k_\perp^2 > 0$ с граничным условием $G^E|_S = 0$.

Представим δ -функцию в правой части выражения (12) в виде произведения двух δ -функций

$$\delta(\rho - \rho') = \frac{1}{\rho'} \delta(\rho - \rho') \delta(\varphi - \varphi').$$

Используя разложения функции $\delta(\varphi - \varphi')$ в ряд по синусам,

$$\delta(\varphi - \varphi') = \frac{2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi'),$$

а функции $\delta(\rho - \rho')$ в интеграл по Бесселевым функциям,

$$\delta(\rho - \rho') = \int_0^{\infty} J_{\nu m}(\rho\eta) J_{\nu m}(\rho'\eta) \rho' \eta d\eta,$$

получаем

$$\delta(\rho - \rho') = \frac{2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi') \times \int_0^{\infty} J_{\nu m}(\rho\eta) J_{\nu m}(\rho'\eta) \eta d\eta. \quad (13)$$

Ищем решение уравнения (12) в виде

$$G^E = \frac{2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{\infty} A_m(\eta) \sin(\nu m \varphi) J_{\nu m}(\rho\eta) \eta d\eta. \quad (14)$$

Подставляя выражения (13) и (14) в уравнение (12), после дифференцирования получаем

$$\frac{2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{\infty} A_m(\eta) \sin(\nu m \varphi) J_{\nu m}(\rho\eta) (k_\perp^2 - \eta^2) \eta d\eta = -\frac{8\pi}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi') \times \int_0^{\infty} J_{\nu m}(\rho\eta) J_{\nu m}(\rho'\eta) \eta d\eta, \quad (15)$$

откуда находим выражение для функции $A_m(\eta)$:

$$A_m(\eta) = -\frac{4\pi}{k_\perp^2 - \eta^2} \sin(\nu m \varphi') J_{\nu m}(\rho'\eta). \quad (16)$$

Интеграл в правой части выражения (15) можно представить в виде [11]

$$\int_0^{\infty} J_{\nu m}(\rho\eta) J_{\nu m}(\rho'\eta) \frac{\eta}{k_\perp^2 - \eta^2} d\eta = \begin{cases} \frac{i\pi}{2} H_{\nu m}^{(2)}(k_\perp \rho') J_{\nu m}(k_\perp \rho), & \rho < \rho', \\ \frac{i\pi}{2} H_{\nu m}^{(2)}(k_\perp \rho) J_{\nu m}(k_\perp \rho'), & \rho > \rho', \end{cases} \quad (17)$$

где $H_p^{(2)}(u)$ — функция Ганкеля.

Учитывая (17), функцию Грина G^E записываем в виде

$$G^E = \begin{cases} -\frac{4i\pi^2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi') H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho') J_{\nu m}(k_{\perp} \rho), & \rho < \rho', \\ -\frac{4i\pi^2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi') H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho) J_{\nu m}(k_{\perp} \rho'), & \rho > \rho'. \end{cases} \quad (18)$$

Для H -волн функция Грина G^H должна удовлетворять уравнению

$$\Delta_2 G^H + k_{\perp}^2 G^H = -4\pi \delta(\rho - \rho'), \quad (19)$$

при $k_{\perp}^2 > 0$ с граничным условием $(\partial G^H / \partial n)_S = 0$.

Используя разложения $\delta(\varphi - \varphi')$ -функции в ряд по косинусам и проводя вычисления, аналогичные выполненным ранее при построении функции Грина G^E , получаем выражение для G^H :

$$G^H = \begin{cases} -\frac{2i\pi^2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon_m \cos(\nu m \varphi) \cos(\nu m \varphi') H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho') J_{\nu m}(k_{\perp} \rho), & \rho < \rho', \\ -\frac{2i\pi^2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon_m \cos(\nu m \varphi) \cos(\nu m \varphi') H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho) J_{\nu m}(k_{\perp} \rho'), & \rho > \rho', \end{cases} \quad (20)$$

где $\epsilon_m = 1$ при $m = 0$ и $\epsilon_m = 2$ при $m > 0$.

Электромагнитные поля с помощью функции Грина определяются из соотношений

$$E = \int G^E(\rho, \rho') ik_z \varrho(\rho') d\rho', \quad (21)$$

$$H = \int G^H(\rho, \rho') \frac{1}{\rho'} \left(\frac{\partial(\rho' j_{\varphi})}{\partial \rho'} - \frac{\partial j_{\rho}}{\partial \varphi'} \right) d\rho'. \quad (22)$$

Для точечной частицы имеем

$$\begin{aligned} \varrho &= \frac{q}{\rho} \delta(\rho - \rho_q(t)) \delta(\varphi - \varphi_q(t)) \delta(z), \\ j_{\rho} &= \frac{qv_{\rho}}{\rho} \delta(\rho - \rho_q(t)) \delta(\varphi - \varphi_q(t)) \delta(z), \\ j_{\varphi} &= \frac{qv_{\varphi}}{\rho} \delta(\rho - \rho_q(t)) \delta(\varphi - \varphi_q(t)) \delta(z), \end{aligned}$$

где функции $\rho_q(t)$ и $\varphi_q(t)$ определяют траекторию частицы.

Фурье-образы по ω и k_z для плотности заряда и тока имеют вид

$$\varrho = \frac{q}{(2\pi)^2 \rho} \int \delta(\rho - \rho_q(t)) \delta(\varphi - \varphi_q(t)) e^{-i\omega t} dt, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho j_{\varphi})}{\partial \rho} - \frac{\partial j_{\rho}}{\partial \varphi} \right) &= \frac{q}{(2\pi)^2 \rho} \times \\ &\times \int \left[v_{\varphi}(t) \delta(\varphi - \varphi_q(t)) \frac{\partial}{\partial \rho} \delta(\rho - \rho_q(t)) - \right. \\ &\left. - v_{\rho}(t) \frac{\delta(\rho - \rho_q(t))}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \delta(\varphi - \varphi_q(t)) \right] e^{-i\omega t} dt. \quad (24) \end{aligned}$$

Для составляющей E_z поля переходного излучения при $\rho \rightarrow \infty$ получаем

$$E_z = \frac{qk_z}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho) \sin(\nu m \varphi) \times \int \sin(\nu m \varphi_q(t)) J_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t)) e^{-i\omega t} dt, \quad (25)$$

а составляющая поля H_z описывается выражением

$$\begin{aligned} H_z &= -\frac{iq}{2\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m H_{\nu m}^{(2)}(k_{\perp} \rho) \cos(\nu m \varphi) \times \\ &\times \int \left[v_{\rho}(t) \sin(\nu m \varphi_q(t)) \frac{J_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t))}{\rho_q(t)} - \right. \\ &\left. - v_{\varphi}(t) \cos(\nu m \varphi_q(t)) k_{\perp} J'_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t)) \right] e^{-i\omega t} dt. \quad (26) \end{aligned}$$

Чтобы получить выражение для энергии W , излучаемой на данной частоте, нужно вычислить фурье-представление поля по ω . Используя асимптотику функции Ганкеля при $\rho \rightarrow \infty$, метод стационарной фазы и выражения поперечных компонент поля через E_z и H_z , в которых после дифференцирования оставляем только основные члены, получаем

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{|K_E|^2 + |K_H|^2}{\sin^2 \theta}, \quad (27)$$

где Ω — телесный угол, θ — угол между осью z и прямой, направленной в точку наблюдения, а коэффициенты K_E и K_H определяются выражениями

$$K_E = \frac{2ik_z q}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} e^{i\nu m \pi/2} \sin(\nu m \varphi) \times \\ \times \int \sin(\nu m \varphi_q(t)) J_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t)) e^{-i\omega t} dt, \quad (28)$$

$$K_H = \frac{q}{\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m e^{i\nu m \pi/2} \cos(\nu m \varphi) \times \\ \times \int \left[v_{\rho}(t) \nu m \sin(\nu m \varphi_q(t)) \frac{J_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t))}{\rho_q(t)} - \right. \\ \left. - v_{\varphi}(t) \cos(\nu m \varphi_q(t)) k_{\perp} J'_{\nu m}(k_{\perp} \rho_q(t)) \right] e^{-i\omega t} dt, \quad (29)$$

где $k_{\perp} = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$, $J'_p = dJ_p(u)/du$.

Выражения (27) и (29) позволяют при заданном законе движения заряженной частицы вычислить спектрально-угловое распределение поля переходного излучения. Рассмотрим особенности поля переходного излучения в двух частных случаях движения частицы в двугранном угле.

3. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ВЫЛЕТЕ ЧАСТИЦЫ ИЗ РЕБРА ДВУГРАННОГО УГЛА

Геометрия задачи показана на рис. 1а. Частица инжектируется из точки, расположенной на ребре двугранного угла. Вектор скорости частицы направлен перпендикулярно ребру под углом φ_0 к плоскости $\varphi_1 = 0$. Траектория частицы описывается выражениями

$$\rho_q = vt, \quad \varphi_q = \varphi_0. \quad (30)$$

Используя выражения (28), (29) и уравнения движения (30), получаем выражение для функций K_E и K_H :

$$K_E = \frac{2ik_z q}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} e^{i\nu m \pi/2} \sin(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi_0) \times \\ \times \int_0^{\infty} J_{\nu m}(k_{\perp} vt) e^{-i\omega t} dt, \quad (31)$$

$$K_H = \frac{2q}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} e^{i\nu m \pi/2} \nu m \cos(\nu m \varphi) \sin(\nu m \varphi_0) \times \\ \times \int_0^{\infty} \frac{J_{\nu m}(k_{\perp} vt)}{t} e^{-i\omega t} dt. \quad (32)$$

Вычисляя интегралы [11] и замечая, что полученные ряды представляют собой геометрическую прогрессию, окончательно получаем

$$K_E = \frac{q \cos \theta}{\alpha \sqrt{1-v^2 \sin^2 \theta}} \left(\frac{1-h \cos [\nu(\varphi_0-\varphi)]}{1+h^2-2h \cos [\nu(\varphi_0-\varphi)]} - \right. \\ \left. - \frac{1-h \cos [\nu(\varphi_0+\varphi)]}{1+h^2-2h \cos [\nu(\varphi_0+\varphi)]} \right), \quad (33)$$

$$K_H = \frac{qh}{\alpha} \left(\frac{\sin [\nu(\varphi_0-\varphi)]}{1+h^2-2h \cos [\nu(\varphi_0-\varphi)]} + \right. \\ \left. + \frac{\sin [\nu(\varphi_0+\varphi)]}{1+h^2-2h \cos [\nu(\varphi_0+\varphi)]} \right), \quad (34)$$

$$h = \left(\frac{v \sin \theta}{1 + \sqrt{1-v^2 \sin^2 \theta}} \right)^{\nu}. \quad (35)$$

Соотношения (33)–(35) позволяют описать пространственное распределение интенсивности переходного излучения частицы, вылетающей из ребра двугранного угла. Эти выражения совпадают с соотношениями, полученными методом изображения для случая, когда угол раствора α удовлетворяет условию $\alpha = \pi/m$ [4].

4. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ВЫЛЕТЕ ЧАСТИЦЫ ИЗ ПЛОСКОСТИ, ОБРАЗУЮЩЕЙ ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

Геометрия задачи показана на рис. 1б. Частица инжектируется из точки, расположенной на одной из плоскостей двугранного угла на расстоянии ρ_0 от ребра. Вектор скорости частицы лежит в плоскости $z = 0$ и в момент инжекции направлен перпендикулярно поверхности $\varphi_1 = 0$. В последующем частица движется внутри двугранного угла по дуге окружности радиуса ρ_0 и падает на вторую грань угла под прямым углом к поверхности.

Траектория частицы описывается выражениями

$$\rho_q = \rho_0, \quad \varphi_q = \frac{vt}{\rho_0}. \quad (36)$$

При таком движении заряженной частицы для K_E и K_H имеем

$$K_E = \frac{2ik_z q}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} e^{i\nu m \pi/2} \sin(\nu m \varphi) J_{\nu m}(k_{\perp} \rho_0) \times \\ \times \int_0^T \sin \left(\nu m \frac{vt}{\rho_0} \right) e^{-i\omega t} dt, \quad (37)$$

$$K_H = -\frac{q}{\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m e^{i\nu m\pi/2} \cos(\nu m\varphi) k_{\perp} J'_{\nu m}(k_{\perp} \rho_0) \times \int_0^T v \cos\left(\nu m \frac{vt}{\rho_0}\right) e^{-i\omega t} dt, \quad (38)$$

где $T = \alpha\rho_0/v$. Интегрируя, получаем

$$K_E = -\frac{2iq\rho_0 k \cos\theta}{v\pi} \sum_{m=1}^{\infty} e^{i\nu m\pi/2} J_{\nu m}(\rho_0 k \sin\theta) \times \frac{m(1 - e^{-i\chi\pi + im\pi})}{\chi^2 - m^2} \sin(\nu m\varphi), \quad (39)$$

$$K_H = \frac{iq\rho_0 k \sin\theta}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m e^{i\nu m\pi/2} J'_{\nu m}(\rho_0 k \sin\theta) \times \frac{\chi(1 - e^{-i\chi\pi + im\pi})}{\chi^2 - m^2} \cos(\nu m\varphi), \quad (40)$$

где $\chi = \omega\rho_0/\nu v$.

5. ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ

Отметим некоторые особенности излучения при инжекции частиц из ребра угла. Из выражений (33)–(35) следует, что пространственное распределение интенсивности переходного излучения, генерируемого при инжекции частицы из ребра двугранного угла, не зависит от длины волны. Поэтому спектр излучения, испускаемого в заданном направлении, будет плоским, т. е. интенсивность излучения не зависит от частоты.

Рассмотрим угловые распределения интенсивности излучения в плоскости $z = 0$. В этом случае угол θ между продольной осью z и прямой, направленной в точку наблюдения, равен $\pi/2$, функция $K_E = 0$ и $h = [(\gamma - 1)/(\gamma + 1)]^{\nu/2}$. На рис. 2 показаны распределения интенсивности при различных углах раствора. Частицы инжектируются вдоль биссектрисы двугранного угла, т. е. под углом $\varphi_0 = \alpha/2$. Видно, что при больших углах раствора α максимальная интенсивность наблюдается под углами $\psi = \pm\gamma^{-1}$ ($\psi \approx \pm 4^\circ$) к скорости частицы. Уменьшение двугранного угла приводит к увеличению интенсивности в максимуме. Сравнение зависимостей, приведенных на рис. 2, показывает, что максимальная интенсивность при движении частицы в угле с раствором $\alpha = 10^\circ$ в два раза выше, чем при пересечении плоскости ($\alpha = 180^\circ$). Из рис. 2 следует, что интенсивность излучения вдоль плоскостей двугранного угла максимальна, когда угол раствора равен

$dW/d\omega d\Omega$, отн. ед.

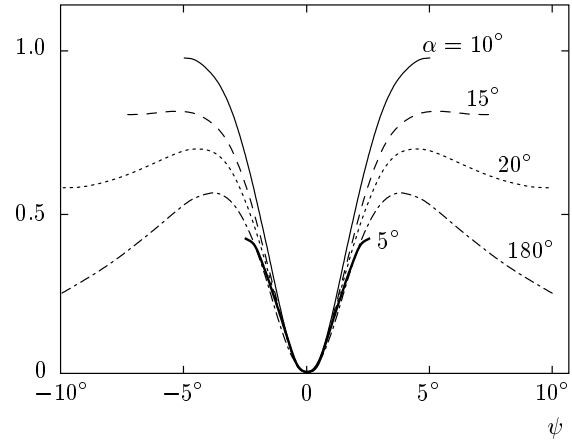


Рис. 2. Угловые распределения интенсивности при инжекции частиц с энергией $\gamma = 15$ вдоль биссектрисы двугранного угла ($\varphi_0 = \alpha/2$) при различных углах раствора α ; $\psi = \varphi - \alpha/2$ — угол между направлением наблюдения и биссектрисой

$dW/d\omega d\Omega$, отн. ед.

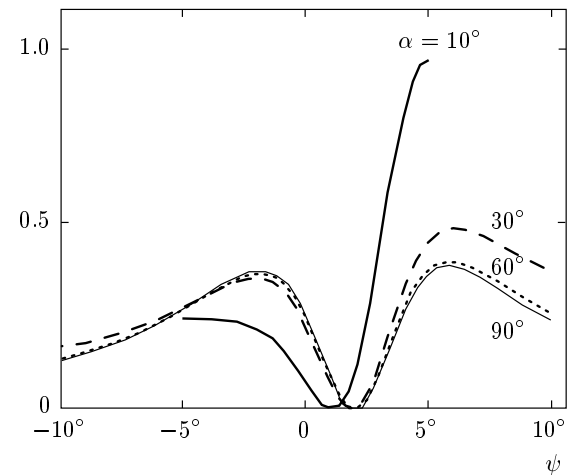


Рис. 3. Угловые распределения интенсивности при инжекции частиц с энергией $\gamma = 15$ под углом $\psi = 2^\circ$ к биссектрисе двугранного угла ($\varphi_0 - \alpha/2 = 2^\circ$)

$\alpha = 10^\circ$, что соответствует величине $2\gamma^{-1}$. Уменьшение и увеличение угла раствора приводит к снижению интенсивности вдоль плоскостей.

Определим углы, при которых интенсивность излучения максимальна. Функция K_H имеет экстремумы при углах наблюдения

$$\varphi = \frac{1}{\nu} \arccos X, \quad (41)$$

где

$$X = \left[4h^2 \cos(\nu\varphi_0) \pm (1 - h^2) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{(1 + h^2)^2 - 4h^2 \cos^2(\nu\varphi_0)} \right] \times \\ \times [2(1 + h^2)h]^{-1}.$$

В том случае, когда частица инжектируется вдоль биссектрисы двугранного угла (т. е. $\varphi_0 = \alpha/2$), величина $\cos(\nu\varphi_0) = 0$ и углы наблюдения ψ_{max}^\pm , при которых интенсивность излучения проходит через максимумы $dW_{max}^\pm/d\omega d\Omega$, расположены симметрично относительно направления скорости частицы. Угол

$\psi_{max}^+ > 0$, а угол $\psi_{max}^- < 0$. Если частица инжектируется под другими углами (т. е. $\varphi_0 \neq \alpha/2$), то в общем случае интенсивности излучения в максимумах различны, $dW_{max}^+/d\omega d\Omega \neq dW_{max}^-/d\omega d\Omega$, и различны углы, при которых интенсивность имеет максимум: $|\psi_{max}^+| \neq |\psi_{max}^-|$.

Если $|X| < 1$, то кривая углового распределения интенсивности излучения проходит через максимум в пространстве между гранями двугранного угла. Интенсивность в максимумах равна

$$\frac{dW_{max}^\pm}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{q \sin(\nu\varphi_0)(1 + h^2)^2}{2\alpha(1 - h^2) \left[\sqrt{(1 + h^2)^2 - 4h^2 \cos^2(\nu\varphi_0)} \pm (1 - h^2) \cos(\nu\varphi_0) \right]} \right)^2. \quad (42)$$

Угол, при котором интенсивность излучения равна нулю, определяется из решения уравнения

$$(1 + h^2) \cos(\nu\varphi) - 2h \cos(\nu\varphi_0) = 0, \quad (43)$$

что дает

$$\varphi = \frac{1}{\nu} \arccos \frac{2h \cos(\nu\varphi_0)}{1 + h^2}. \quad (44)$$

Если $|X| \geq 1$, то интенсивность излучения достигает максимумов на плоскостях двугранного угла при $\varphi = 0$ и $\varphi = \alpha$. Величина интенсивности в этом случае равна

$$\frac{dW_{max}^\pm}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{2qh \sin(\nu\varphi_0)}{\alpha [1 + h^2 \pm 2h \cos(\nu\varphi_0)]} \right)^2. \quad (45)$$

На рис. 3 приведены угловые распределения интенсивности излучения при инжекции частиц с энергией $\gamma = 15$ под углом $\psi = 2^\circ$ к биссектрисе двугранного угла. Зависимости построены для различных углов раствора α . Видно, что при $\alpha \gg \gamma^{-1}$ ($\alpha = 60^\circ - 90^\circ$) отклонение направления инжекции от биссектрисы двугранного угла практически не нарушает симметрии углового распределения. Асимметрия становится заметной при углах раствора $\alpha = 20^\circ - 30^\circ$. При $\alpha \approx 2\gamma^{-1}$ интенсивности излучения вдоль плоскостей угла различаются в 3.5 раза. Из рис. 3 следует, что при малых углах раствора направление, в котором интенсивность излучения равна нулю, не совпадает с направлением скорости частицы.

Важной особенностью переходного излучения, генерируемого при инжекции частиц из плоскости, образующей двугранный угол, является зависимость интенсивности излучения от длины волны. Были проведены расчеты спектров излучения для некоторых конкретных случаев. Заметим, что спектрально-угловые распределения зависят от отношения радиуса траектории ρ_0 к длине волны λ . На рис. 4 показаны зависимости интенсивности излучения от величины ρ_0/λ . Расчеты проведены для двух углов наблюдения. Из рис. 4 видно, что с длиной волны изменяется спектральная интенсивность излучения, а смещение угла наблюдения на 2° не только изменяет интенсивность излучения, но и приводит к изменению характера зависимости спектра от частоты.

Расчеты показывают, что угловое распределение интенсивности излучения зависит от ρ_0 — радиуса, по которому движется частица. При малых углах раствора эта зависимость становится особенно сильной. На рис. 5 приведены угловые распределения интенсивности излучения, генерируемого частицей с энергией $\gamma = 10$. Угол раствора равен $\alpha = 9^\circ$. Распределение, показанное на рис. 4 сплошной кривой, рассчитано для случая когда $\rho_0/\lambda = 20$. Штриховой кривой показана зависимость для случая, когда изменение величины ρ_0 составляет $\Delta\rho/\rho_0 = 0.025$.

Из приведенного выше рассмотрения следует, что спектрально-угловые распределения переходного излучения в двугранном угле сильно зависят от параметров движения заряженной частицы.

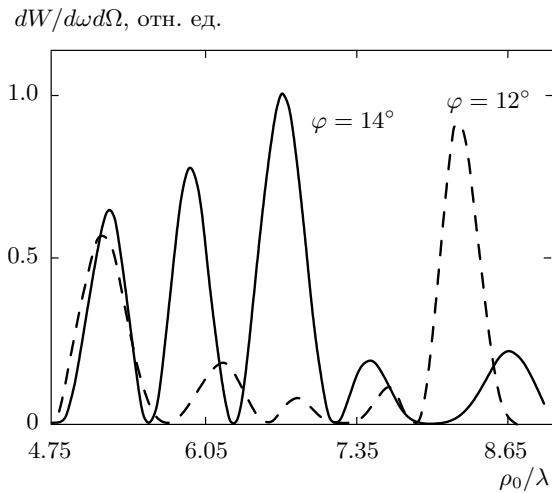


Рис. 4. Спектры переходного излучения под различными углами наблюдения. Частица движется в двугранном угле по окружности, $\rho_0 = 40$ отн. ед. (λ в тех же отн. ед.), $\gamma = 10$, $\alpha = 20^\circ$

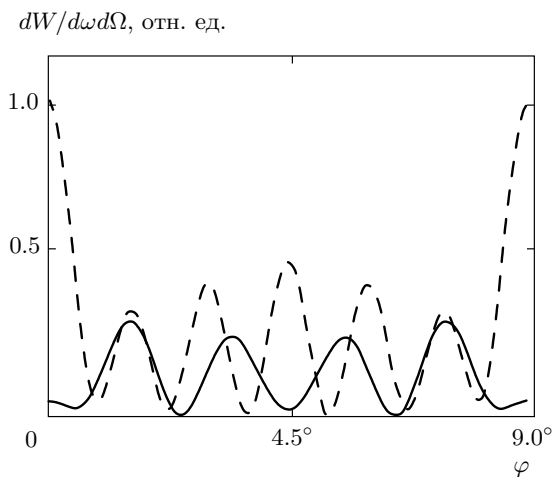


Рис. 5. Угловые распределения интенсивности излучения частицы с энергией $\gamma = 10$, движущейся в двугранном угле по окружностям различного радиуса: сплошная кривая — $\rho_0 = 40$ отн. ед.; штриховая кривая — $\rho_0 = 41$ отн. ед.; $\lambda = 2$ отн. ед., $\alpha = 9^\circ$

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена задача возбуждения переходного излучения в двугранном угле. Получены выражения, описывающие пространственное распределение поля излучения. Показано, что зависимость угловых распределений интенсивности излучения в двугранном угле от энергии и направления движения частиц более сильная, чем в случае переходного излучения на плоской границе раздела. Это расширяет возможности использования переходного излучения, в частности при измерении параметров заряженных частиц.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
2. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
3. M. I. Ryazanov and A. N. Safronov, *Laser Phys.* **6**, 708 (1996).
4. А. В. Серов, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ **131**, 6, 994 (2007).
5. А. В. Серов, ЖЭТФ **135**, 4 (2009).
6. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, Радио и связь, Москва (1988).
7. Л. Фелсен, Н. Маркувиц, *Излучение и рассеяние волн*, Мир, Москва (1978).
8. М. И. Рязанов, ЖЭТФ **122**, 999 (2002).
9. М. И. Рязанов, ЖЭТФ **125**, 543 (2004).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
11. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды*, Наука, Москва (1981).