

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ ДЛЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ В ВИХРЕВОМ СОСТОЯНИИ И ИХ УПОРЯДОЧЕННЫХ МАССИВОВ

А. Ю. Галжин^{a,b}, Б. А. Иванов^{a,c}*

^a *Институт магнетизма Национальной академии наук Украины
03142, Киев, Украина*

^b *Институт металлофизики Национальной академии наук Украины
03142, Киев, Украина*

^c *Киевский университет им. Тараса Шевченко
03127, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 26 января 2009 г.

Изучается динамика колебаний намагниченности немалой амплитуды с радиальной симметрией в малых частицах ферромагнетика в форме тонкого диска с магнитным вихрем. Вводятся коллективные переменные, описывающие радиально-симметричные колебания динамики намагниченности для частиц в вихревом состоянии, и исследуется зависимость энергии частицы от этих переменных. На основе этих переменных получены аналитические формулы, описывающие частоту колебаний намагниченности с радиальной симметрией, в том числе нелинейных колебаний. Показано, что присутствие магнитного поля, перпендикулярного плоскости частицы, уменьшает частоту колебаний и может приводить к гибридизации указанной моды с другими модами спиновых колебаний, включая моду трансляционных колебаний вихревого кора. Получены солитонные решения, описывающие распространение коллективных колебаний вдоль цепочки магнитных частиц.

PACS: 75.50.Ee, 75.45.+j, 75.50.Xx, 75.50.Tt

1. ВВЕДЕНИЕ

Вихри (топологически нетривиальные распределения намагниченности) возникают в субмикронных мезоскопических образцах магнитомягких материалов приблизительно круговой формы (их часто называют магнитными точками). Сейчас наблюдается пик интереса к вихревым состояниям в магнитных точках [1–3] и магнитных кольцах [4]. Использование частиц в вихревом состоянии и их упорядоченных массивов планируется для создания новых поколений устройств записи и обработки информации. С другой стороны, вихри как топологически нетривиальные распределения намагниченности представляют интерес для фундаментальной физики магнетизма [5–10]. Интерес к магнитным вихрям возник в 70-х годах, когда было

понято, что в двумерных легкоплоскостных магнетиках вихри (или связанные вихревые пары) играют роль нелинейных (солитонных) элементарных возбуждений и что тепловое возбуждение свободных вихрей при достаточно высоких температурах, $T > T_{ВКТ}$, приводит к фазовому переходу Березинского–Костерлица–Таулеса для двумерной среды [11, 12], см. также обзоры [9, 13–15].

В отличие от двумерных легкоплоскостных магнетиков, для малых магнитных частиц вихрь реализует основное состояние. Энергетическая выгодность вихрей определяется тем, что вихревые конфигурации намагниченности не создают размагничивающего поля. Состояние с уединенным вихрем в цилиндрической частице представляет собой простейшее состояние намагниченности с замкнутым магнитным потоком [16] и при увеличении размера частицы возникает сразу за квазиоднородным однодоменным состоянием. Иными словами, вихревое

*E-mail: bivanov@i.com.ua

состояние для микронных и субмикронных частиц (диаметром от 0.1 мкм до нескольких мкм [17] и толщиной 20–300 нм) является альтернативой обычной доменной структуре. Вихревое состояние наблюдалось экспериментально в цилиндрических частицах диаметром $2R = 200\text{--}800$ нм, при этом для значений толщины $h = 20\text{--}40$ нм распределение намагниченности в таких частицах слабо изменялось по толщине частицы. Понятно, что присутствие неоднородного состояния намагниченности может сильно изменить динамические свойства частицы в сравнении с однородно намагниченным диском [18–23].

В последние годы также широко изучаются экспериментально упорядоченные массивы магнитных частиц, находящихся в вихревом состоянии и имеющие вид цепочек или двумерных решеток на немагнитной подложке. Высокая точность изготовления решеток магнитных частиц позволила полностью исключить прямой контакт различных частиц. Применение двумерных решеток частиц в вихревом состоянии с использованием систем кодирования с помощью дискретных параметров вихря (мы обсудим этот вопрос ниже) позволяет избежать магнитного взаимодействия частиц и повысить плотность записи информации. Цепочечные структуры магнитных точек предлагались для создания нового поколения чисто магнитных цифровых устройств обработки информации, работающих при комнатной температуре [24]. Исследование динамических и статических свойств одной частицы, находящейся в вихревом состоянии, является первым шагом к описанию динамики ансамбля таких взаимодействующих неоднородно намагниченных частиц. Для таких объектов, массивов магнитных точек, можно ожидать появления интересных особенностей, связанных как со спецификой собственных мод для отдельной малой частицы, так и с особенностью коллективных колебаний упорядоченной системы дипольно-связанных частиц. Последнее обусловлено дальнедействующим характером взаимодействия колебаний намагниченности, локализованных на различных частицах.

Исследованию динамики вихрей в малых магнитных частицах посвящено огромное число работ, см. недавние работы [22, 25–28] и ссылки в них, а также обзор [29]. Специфика задачи обусловлена прежде всего существованием вихревого кора, сильно локализованной области диаметром порядка 20–30 нм, в которой намагниченность перпендикулярна плоскости частицы. Собственные моды частицы в вихревом состоянии могут быть классифицированы по значению азимутального числа m , причем частоты мод со значением $m = |m|$ и $m = -|m|$ раз-

личаются [25, 26, 30, 31]. Однако для магнитных вихрей основные теоретические результаты существуют только в виде численных данных. Исключением являются работы [18, 27], в которых изучена низкочастотная трансляционная динамика вихря, которой отвечает мода с азимутальным числом $m = \pm 1$. В этих работах удалось удачно применить подход коллективных переменных, в качестве которых выбрана координата центра вихря. В итоге, динамика центра вихря описывается простым уравнением в обыкновенных производных.

Полный спектр мод частицы в вихревом состоянии включает, помимо указанной выше низкочастотной моды, систему радиально-симметричных мод $m = 0$ [19, 25]. Эти моды, как и низкочастотная трансляционная мода, наблюдались во многих экспериментах. Для остальных мод с $m \neq 0$ для частиц магнитомягких магнетиков предсказана дублетная структура [19, 25, 26, 32] со слабым расщеплением частот мод с $m = |m|$ и $m = -|m|$. Качественно эта картина соответствует экспериментам, но точность расчета, использующего приближения, оказалась не очень высокой, различия с экспериментальными данными достигают десятков процентов [33]. Это же можно сказать и об анализе радиально-симметричной моды $m = 0$: используемые ранее различные аналитические подходы дают только качественное описание экспериментальных данных или результатов прямого численного моделирования.

В такой ситуации, когда аналитический расчет слишком сложен, для того чтобы получить простые замкнутые выражения для спектра частот, а численный расчет не дает возможности извлечь общие закономерности для большого разнообразия геометрий и параметров задачи, нужно искать какой-то новый путь. Отметим, что большая часть экспериментальных данных относится к простейшим модам с $m = 0$ и $m = \pm 1$. Как отмечалось выше, для описания мод с $m = \pm 1$ успешно использовался метод коллективных переменных, в качестве такой коллективной переменной выбиралась координата центра вихря $\mathbf{X} = \mathbf{X}(t)$. Оказалось, что весь спектр магнитных мод с $m = \pm 1$, включая высшие дублеты, может быть связан с временной эволюцией $\mathbf{X}(t)$. Такой подход успешно использовался для описания данных по прямому численному моделированию динамики вихрей в модели легкоплоскостного ферромагнетика. Как мы покажем, для радиально-симметричных колебаний, т. е. мод с $m = 0$, также может быть развит подход, базирующийся на методе коллективных переменных. Модам с $m = 0$ соответствуют осцил-

ляции размера кора вихря, и для них коллективная переменная должна быть связана с магнитным моментом в коре вихря, т. е. с индуцированным спиновой динамикой магнитным моментом частицы вдоль нормали к поверхности частицы.

Этот подход можно применить и для упорядоченных массивов взаимодействующих магнитных частиц, для которых может иметь место только магнитное дипольное взаимодействие магнитных моментов частиц. Для вихревого состояния это взаимодействие пренебрежимо мало в статическом случае, однако возникает в динамике. Поэтому системы малых магнитных частиц представляют собой чистую реализацию дипольных магнетиков, и изучение динамики решеток магнитных частиц наполняет новым физическим содержанием теоретическое изучение дипольно-связанных систем, которое проводится уже более 50 лет [34, 35].

Изучение динамики массивов магнитных точек представляет интерес с точки зрения фундаментальной физики магнетизма и приложений. В частности, для регулярных решеток должны существовать хорошо определенные моды коллективных колебаний, характеризующиеся определенным значением квазиимпульса. Спектр этих мод похож на зонный спектр, который возникает в квантовой теории твердых тел, с тем существенным отличием, что в случае решетки магнитных точек мы имеем дело с чисто классической задачей. Отдельные энергетические зоны возникают за счет коллективизации динамических состояний (собственных мод с дискретным спектром), локализованных на отдельных частицах. Дисперсия коллективных мод определяется взаимодействием отдельных частиц.

Собственные моды массивов магнитных точек, находящихся как в однородном, так и в вихревом состоянии, исследовались методом бриллюэновского рассеяния света. В первых работах утверждалось, что дисперсия коллективных мод находится вне области разрешения аппаратуры, см. обзор [36], или очень слаба [37]. Однако в последние годы для более плотных массивов эффекты достаточно сильной дисперсии были обнаружены экспериментально [38], что стимулировало параллельное развитие теории. В первых теоретических работах авторы ограничились анализом конечных систем, иногда достаточно больших, до 10^3 частиц [39], а иногда предельно малых, включающих только девять частиц [40], и только недавно появились работы [41, 42], в которых эта проблема анализировалась для большого массива с использованием теоремы Блоха. Кроме того, вопрос о нелинейных коллективных модах теоретически не

обсуждался, хотя некоторые типы нелинейных волн в линейных структурах магнитных точек предлагались для реализации логических операций [24].

В данной работе изучается динамика колебаний намагниченности немалой амплитуды с радиальной симметрией в малых частицах ферромагнетика в форме тонкого диска, находящегося в состоянии с магнитным вихрем, и массивах таких частиц. В разд. 2 кратко описывается (в той мере, в какой это необходимо для дальнейшего анализа) структура вихрей в континуальной модели ферромагнетика, вводятся коллективные переменные, описывающие радиально-симметричные колебания динамики намагниченности для частиц в вихревом состоянии, и исследуется зависимость энергии частицы от этих переменных. Далее, в разд. 3 на основе лагранжиана для введенных коллективных переменных исследуется динамика колебаний намагниченности с радиальной симметрией, в том числе нелинейных колебаний, в присутствии магнитного поля, перпендикулярного плоскости частицы. В этом же разделе обсуждается возможность возбуждения таких колебаний вихря под действием импульсного магнитного поля различного типа. В разд. 4 исследуются коллективные моды для цепочки и квадратной решетки магнитных частиц, возникающие за счет колебаний, локализованных на различных частицах, благодаря взаимодействию частиц, а также существенно нелинейные квазиоднородные коллективные колебания. Полученные результаты обсуждаются в заключительном разд. 5.

2. ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ МАГНИТНОГО ВИХРЯ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

При описании частицы магнитомягкого ферромагнетика в вихревом состоянии ее энергия содержит вклады изотропного ферромагнитного обменного взаимодействия и магнитного дипольного взаимодействия, а энергией кристаллической анизотропии можно пренебречь. Эти два вклада в энергию можно записать в виде интеграла

$$W\{\mathbf{M}\} = \frac{1}{2} \int [A(\nabla\mathbf{M})^2 - \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_m] d^3x, \quad (1)$$

где \mathbf{M} — намагниченность ферромагнетика, $\mathbf{M}^2 = M_s^2 = \text{const}$, M_s — намагниченность насыщения, A — константа неоднородного обмена, интегрирование проводится по объему частицы. Первый член в выражении (1) определяет вклад изотропного обменного взаимодействия. Второй член содержит

магнитостатическое поле \mathbf{H}_m , которое определено уравнениями магнитостатики $\operatorname{div} \mathbf{H}_m = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{M}$, с обычными граничными условиями [43]

$$(\mathbf{H}_m, \mathbf{n}_i) = -4\pi(\mathbf{M}, \mathbf{n}_i), (\mathbf{H}_m, \mathbf{t}_i), \quad (2)$$

где \mathbf{n}_i — единичный вектор, нормальный к поверхности частицы в каждой точке поверхности, \mathbf{t}_i — единичный вектор, касательный к поверхности частицы.

В соответствии с этими уравнениями, можно ввести магнитостатический потенциал Φ_m , $\mathbf{H}_m = -\operatorname{grad} \Phi_m$. Для понимания характера распределения поля \mathbf{H}_m полезна электростатическая аналогия, в соответствии с которой источники \mathbf{H}_m суть формальные «магнитные заряды»; объемный заряд, пропорциональный $\operatorname{div} \mathbf{M}$, и поверхностные заряды, связанные с ненулевой нормальной компонентой \mathbf{M} на поверхности. Различные магнитные заряды играют различные роли в образовании вихревого состояния. В общем случае \mathbf{H}_m определяется сложным нелокальным функционалом от намагниченности и учет \mathbf{H}_m приводит к тому, что уравнения Ландау – Лифшица становятся интегродифференциальными. Анализ таких уравнений связан с большими трудностями. Однако для интересующего нас случая тонкого диска, высота которого L мала по сравнению с его радиусом R , возможны существенные упрощения. Первое — распределение намагниченности в тонком диске можно считать эффективно двумерным. Используя цилиндрические координаты r, z, χ , для тонкой частицы можно считать, что намагниченность не зависит от z . Вклад объемных магнитостатических зарядов $\operatorname{div} \mathbf{M}$ и поверхностных зарядов на боковой поверхности частицы в размагничивающее поле пропорционален дополнительной степени малого параметра L . Второе — вклад магнитостатических зарядов на верхней и нижней поверхностях можно описать, воспользовавшись следующими рассуждениями. Важный источник магнитостатического поля есть компонента намагниченности, нормальная к двум — верхней и нижней — поверхностям цилиндра M_z , направление z определяет ось диска. Для достаточно тонких частиц эти заряды дают плотность энергии $-(1/2)\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_m = 2\pi M_z^2$. В выражении для энергии это соответствует локальному вкладу такого же типа, как для легкоплоскостного ферромагнетика, в виде энергии анизотропии с эффективной константой $2\pi M_s^2$.

Проинтегрировав объемную плотность энергии (1) по координате z и учитывая только локальную часть, указанную выше, получаем

простое выражение для локальной части энергии намагниченности,

$$W_{loc} = \frac{L}{2} \int [A (\nabla \mathbf{M})^2 + 4\pi M_z^2] d^2x, \quad (3)$$

которое буквально совпадает с тем, что имеет место для легкоплоскостного ферромагнетика. Обсудим сначала равновесное распределение намагниченности в такой частице. Направление намагниченности удобно описывать угловыми переменными, полярным и азимутальным углами θ и φ ,

$$\mathbf{M}_0 = M_0 [e_z \sin \theta + \cos \theta (e_x \cos \phi + e_y \sin \phi)]. \quad (4)$$

В угловых переменных для локальной модели магнетика (2) решение, описывающее магнитный вихрь, может быть записано в таком же виде, как для легкоплоскостного ферромагнетика,

$$\theta = \theta(r), \quad \varphi = q\chi + \varphi_0, \quad (5)$$

где φ_0 — произвольная постоянная; r и χ — полярные координаты в плоскости магнетика xy ; $q = \pm 1, \pm 2, \dots$ определяет π_1 -топологический заряд вихря, который называют завихренностью (vorticity). Для локальной модели легкоплоскостного магнетика (2) энергия вихря пропорциональна q^2 и вихри со значениями q и $-q$ энергетически эквивалентны. Состояние вихря в локальной модели (2) также непрерывно вырождено по значению константы φ_0 .

При учете нелокальной части магнитного дипольного взаимодействия вырождение состояния вихря значительно понижается. Во-первых, предпочтительным является единственное состояние с $q = 1$, во-вторых, снимается непрерывное вырождение по φ_0 . Именно состояние с $q = 1$ соответствует также минимуму нелокальной части магнитного дипольного взаимодействия, и его можно использовать для описания статической структуры вихря в магнитомягких материалах. Действительно, легко видеть, что для состояния (5) проекция намагниченности на боковую поверхность диска $\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_r = M_s \sin \theta \cos \varphi_0$ и обращается в нуль при двух различных значениях φ_0 , $\varphi_0 = \pi/2$ и $\varphi_0 = -\pi/2$, что отвечает двум физически различающимся состояниям вихря. Легко также показать, что для этого решения

$$\operatorname{div} \mathbf{M} = \left[\frac{1}{r^q} \frac{d}{dr} (r^q \sin \theta) \right] \cos(\varphi - \chi),$$

т. е. $\operatorname{div} \mathbf{M} \propto \cos[(q-1)\chi + \varphi_0]$. Поэтому при значении $q = 1$ и одновременно $\cos \varphi_0 = 0$ плотность «объемных зарядов» $\operatorname{div} \mathbf{M}$ обращается в нуль. Таким обра-

зом, для вихрей в магнитомягких материалах, обусловленных магнитным дипольным взаимодействием, значение π_1 -топологического заряда q фиксировано, $q = 1$. Заметим, что хотя вихрь с $q = -1$ (антивихрь) для частиц (магнитных точек) не выгоден энергетически, он может реализоваться в так называемой магнитной антиточке [44], которая представляет собой область локального уменьшения толщины тонкой магнитной пленки.

Таким образом, для диска из магнитомягкого материала структура вихря определяется выражениями (4) и (5) с фиксированным значением $q = 1$, величиной $\varphi_0 = \pm\pi/2$, при этом функция $\theta_0(r)$ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} + \left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2} \right) \sin\theta \cos\theta = 0, \quad (6)$$

где $r_0 = \sqrt{A/4\pi M_s^2}$ — обменная длина. Граничные условия отвечают тому, что намагниченность стремится к своему равновесному значению на бесконечности, $\theta_0(r) \rightarrow \pi/2$, $d\theta(r)/dr \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$. Условие непрерывности намагниченности в центре вихря приводит к тому, что $\theta_0(0) = 0$ или $\theta_0(0) = \pi$. Таким образом, при данной завихренности $q = 1$ мы имеем два различных состояния вихря, структура которых описывается решениями

$$\begin{aligned} \varphi &= \chi + \varphi_0, & \theta &= \theta_0^{(\pm)}(r), \\ \cos\theta_0^{(\pm)}(0) &= p = \pm 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Функции $\theta^{(\pm)}(r)$ отличаются от $\pi/2$ в области кора вихря с радиусом порядка $3r_0$, значение r_0 мало (примерно 5 нм для пермаллоя), но значительно превышает постоянную решетки. Однако два распределения \mathbf{M} с одинаковым значением $q = 1$ могут различаться значениями другого топологического инварианта, так называемого π_2 -топологического заряда Q , который отвечает отображению плоскости (x, y) на сферу $S^2\{\mathbf{M}^2 = 1\}$. В частности, величина Q определяет знак гироконстанты G для вихря. Для вихря значение Q полуцелое, $Q = -qp/2$, где $p = \cos\theta(0) = \pm 1$ определяет знак M_z в коре вихря (7). Состояния вихря с $Q = \pm 1/2$ различаются топологически и не могут быть переведены друг в друга непрерывной деформацией. Следовательно, вихрь в магнитомягких материалах можно характеризовать π_2 -топологическим зарядом, поляризацией (polarization) $p = \pm 1$. Итак, с учетом фиксированного значения φ_0 состояние дипольного вихря определяется двумя независимыми дискретными числами,

$p = \pm 1$ и $\varphi_0/(\pi/2) = \pm 1$. В литературе обсуждается возможность записи информации с использованием кодирования с помощью этих дискретных чисел. Иногда о состояниях с различным φ_0 говорят как о состояниях с различными значениями дискретного параметра, киральности (chirality), однако два состояния вихря с $\varphi_0 = \pi/2$ и $\varphi_0 = -\pi/2$ не различаются топологически. (В частности, они имеют одинаковое значение гироконстанты G , знак которой связан с топологической природой вихря.) Как следствие, ниже получим непрерывное решение, описывающее динамический переход вихря между этими двумя состояниями.

3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МОДЫ С $m = 0$

Для выбора адекватного набора коллективных переменных запишем лагранжиан ферромагнетика в виде

$$\mathcal{L} = \frac{L}{\gamma} \int M_z \frac{\partial \varphi}{\partial t} d^2x - W\{\mathbf{M}\}, \quad (8)$$

где учтено, что намагниченность \mathbf{M} не зависит от координаты z , толщина частицы обозначена L . Проекция намагниченности на ось z отлична от нуля только в области кора вихря. Поскольку эта область мала, можно пренебречь зависимостью кора от координаты и ввести новую переменную $\psi = \psi(t)$, характеризующую отклонение φ от равновесного значения, скажем, $\varphi = \pi/2 + \chi + \psi(t)$. Вынося $\partial\psi/\partial t$ за знак интеграла, приходим к записи кинетической части (8) в виде $(1/\gamma)\mu(\partial\psi/\partial t)$, где μ — полный магнитный момент частицы вдоль оси z , равный

$$\mu = L \int M_z d^2x. \quad (9)$$

Таким образом возникает пара коллективных переменных: ψ и μ . Величина μ/γ играет роль обобщенного импульса, сопряженного с обобщенной координатой ψ . Далее функцию Лагранжа, описывающую радиально-симметричную динамику магнитной частицы в вихревом состоянии в терминах коллективных переменных ψ и μ , можно представить в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\gamma} \mu \frac{d\psi}{dt} - W(\mu, \psi). \quad (10)$$

Здесь $W(\mu, \psi)$ — эффективная энергия системы, фактически, функция Гамильтона, записанная через обобщенную координату ψ и обобщенный импульс $p = \mu/\gamma$. В соответствии с методом коллективных переменных функция $W(\mu, \psi)$ равна значению функционала энергии ферромагнетика $W\{\mathbf{M}\}$,

в котором проведена минимизация по распределению намагниченности \mathbf{M} при условии, что значения величин ψ и μ фиксированы. Основной нашей задачей будет нахождение этой энергии.

Зависимость энергии ферромагнетика от угловой переменной φ_0 в эффективной легкоплоскостной модели отсутствует, поэтому она определяется только нелокальной частью магнитостатического поля. Для вклада компоненты намагниченности, перпендикулярной боковой поверхности диска, $g \equiv (\mathbf{M}, \mathbf{e}_r) \equiv M_S \sin \theta \cdot \sin \psi$, в работе [19] было получено с логарифмической точностью простое выражение:

$$W_{edge} = L^2 M_S^2 \ln \left(\frac{\eta R}{L} \right) \oint g^2(r) dl, \quad (11)$$

где коэффициент $\eta \sim 1$, а интеграл вычисляется по боковой границе диска, окружности радиуса R . Отметим, что ранее это выражение использовалось для $g \ll 1$ [19], но в силу линейности уравнений магнитостатики оно справедливо и для немалых g , т.е. значений $\psi \sim \pi/2$. Для интересующих нас радиально-симметричных колебаний $g \approx g(R) \approx \text{const}$ и $\oint g^2(r) dl = 2\pi g^2 R$.

Для вклада объемных зарядов нетрудно получить следующую оценку: $W_{vol} \sim 2\pi L^2 R M_S^2$ [25]. Поэтому учет этого вклада, хотя и является существенным, однако для радиально-симметричной моды сводится к перенормировке коэффициента η . В результате, зависимость функции Гамильтона от ψ определяется слагаемым

$$W(\psi) = 2\pi R L^2 M_S^2 \ln \left(\frac{\eta R}{L} \right) \sin^2 \theta(R) \cdot \sin^2 \psi. \quad (12)$$

Для определения зависимости W от μ необходимо рассчитать минимум энергии системы при заданном значении μ . Эта задача может быть решена методом неопределенных множителей Лагранжа, что отвечает поиску минимума функционала \tilde{W} , $\tilde{W} = W - H\mu$. Отметим, что слагаемое $W(\psi)$ содержит малый параметр (L/R) и, в целом, зависимость W от ψ слабая. Поэтому при анализе \tilde{W} можно пренебречь зависимостью энергии от ψ и считать $\psi = 0$. Нетрудно убедиться, что неопределенный множитель Лагранжа H входит в задачу таким же образом, как и внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси вихря (оси z). В этом случае в системе реализуется так называемое состояние конического вихря (cone state vortex) [45, 46]. Следовательно, экстремали функционала \tilde{W} описывают распределение намагниченности в таком магнитном вихре. В таком вихре, как и при $H = 0$, величина φ определяется формулой (5),

а распределение угла $\theta = \theta_H(r)$ определяется уравнением

$$A \left(\frac{d^2 \theta_H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta_H}{dr} - \frac{1}{r^2} \sin \theta_H \cos \theta_H \right) - 4\pi M_S^2 (\sin \theta_H \cos \theta_H - h \sin \theta_H) = 0, \quad (13)$$

где $h = H/4\pi M_S$. Это уравнение было решено численно и детально исследовано в работе [47], оно имеет вихревое решение при $|H| < 4\pi M_S$, т.е. $|h| < 1$. Для конического вихря размер кора растет с увеличением поля и неограниченно возрастает при $h \rightarrow 1$. Значение функции $\theta_H(r)$ вдали от кора определяется выражением $\cos \theta = h$, т.е. можно считать, что $\cos \theta_H(R) = h$, см. детали в работе [46].

Искомая функция $W(\mu)$, определяющая зависимость функции Гамильтона от μ , получается подстановкой функций φ , $\theta = \theta_H(r)$ в выражение для энергии $W\{M\}$. В этом выражении удобно выделить в явном виде слагаемое вида $H\mu$. Для этого достаточно домножить уравнение (13) на $r^2(d\theta/dr)$ и проинтегрировать по r от нуля до $r = R$. В результате, энергия $W = W(\mu)$ может быть представлена в виде

$$W(\mu) = \mu H + \pi A (1 - h^2) \ln \left(\frac{R}{r_0} \sqrt{\pi \Lambda(h)} \right) - 2\pi^2 R^2 L M_S^2 h^2, \quad (14)$$

где функция $\Lambda = \Lambda(h) \approx 5.27$ при $h \rightarrow 0$, и линейно убывает до нуля при $h \rightarrow 1$ [46]. Далее при анализе надо считать, что $h = h(\mu)$, связь h и μ описывается неявной зависимостью:

$$\frac{d\tilde{W}}{dh} = \frac{d}{dh} (W - \mu H) = -\mu. \quad (15)$$

Учитывая явную зависимость W от ψ (12), уравнение Гамильтона для коллективных переменных μ и ψ можно представить в виде

$$-\frac{d\mu}{dt} = 4\gamma \pi R L^2 \ln \left(\frac{\eta R}{L} \right) M_S^2 (1 - h^2) \times \sin \psi \cos \psi; \quad (16)$$

$$+\frac{d\psi}{dt} = \gamma \left. \frac{\partial W}{\partial \mu} \right|_{\psi=\text{const}}.$$

Используя соотношение $dW(\mu)/d\mu = h$ и обратная выражение (15), правую часть уравнения для $d\psi/dt$ удобно записать как $\gamma h(\mu)$. В линейном приближении по $(\mu - \mu_0)$, где μ_0 — равновесное значение z -проекции магнитного момента в коре вихря,

можно заменить $\partial W/\partial \mu$ на $(d^2W(\mu)/d\mu^2)_{\mu_0}(\mu - \mu_0)$ (ниже мы аргументируем выполнимость этого условия). Тогда динамическим уравнениям (16) можно придать вид уравнений Гамильтона, рассматривая ψ как координату и вводя динамический импульс $p = (\mu - \mu_0)/\gamma$. Динамика этих переменных описывается стандартной функцией Гамильтона, такой же, как в механике материальной точки:

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(\psi), \quad \frac{1}{m} = \gamma^2 \left. \frac{d^2W(\mu)}{d\mu^2} \right|_{\mu=\mu_0}, \quad (17)$$

$$U(\psi) = 2\pi RL^2 \ln\left(\frac{\eta R}{L}\right) M_S^2 (1 - h^2) \sin^2 \psi,$$

где эффективная масса m не зависит от переменных p и ψ , а потенциальная энергия $U(\psi)$ не зависит от p .

Таким образом, нам необходимо вычислить величину $(d^2W(\mu)/d\mu^2)_{\mu_0}$, которая выражается через функцию $h = h(\mu)$ следующим образом:

$$\left(\frac{d^2W}{d\mu^2}\right)_{\mu_0} = \frac{1}{dh/d\mu}. \quad (18)$$

В результате, в главном логарифмическом приближении по малому параметру r_0/R приходим к простой формуле:

$$\left(\frac{d^2W}{d\mu^2}\right)_{\mu_0} = \frac{4}{R^2L} \left[1 + 2\pi \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \ln\left(\frac{R}{r_0\Lambda}\right) \right]. \quad (19)$$

Заметим, что полученные выше выражения позволяют описывать колебания намагниченности и для конического вихря в присутствии конечного магнитного поля $H_0 < 4\pi M_S$. В этом случае достаточно использовать выражение (14), считая, что в нем $H = H_0 + \dot{H}$, роль множителя Лагранжа играет величина \dot{H} . При этом величина магнитного поля H_0 входит в формулу (18) через равновесное значение магнитного момента $\mu = \mu_0(H_0)$. Важно отметить, что вид функции $(d^2W/d\mu^2)$ весьма слабо зависит от h , и, следовательно, от значения магнитного поля H_0 . В главном приближении по малому параметру $(r_0/R)^2$ можно считать, что

$$\frac{1}{m} = \gamma^2 \frac{d^2W}{d\mu^2} \approx \frac{4\gamma^2}{R^2L}.$$

Этим простым выражением можно пользоваться и в случае конического вихря в присутствии немалого магнитного поля, перпендикулярного плоскости диска.

В таком приближении второе уравнение Гамильтона записывается в виде $\mu = \mu_0 + m\gamma(d\psi/dt)$ и

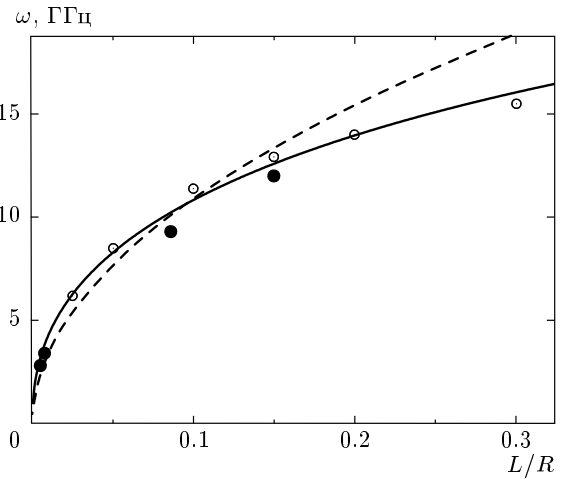


Рис. 1. Зависимость частоты радиально-симметричной моды ω_0 от толщины частицы. Для расчета принято значение $\omega_M = 4\pi\gamma M_S = 30$ ГГц, как для пермаллоя. Светлые и темные символы — данные прямого численного моделирования, проведенного в работе [48], и экспериментальные данные, которые известны для значений $R/L = 0.005$ [49], 0.0075 [50], 0.086 [22], 0.15 [51]. Сплошная линия представляет зависимость типа (21) со значением $\eta = 6$, штриховая линия показывает результаты подгонки под простую корневую зависимость $\omega_0 \propto \sqrt{R/L}$ из работы [48]

можно представить уравнение для переменной $\psi(t)$ в стандартном виде:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \omega_0^2(1 - h^2) \sin \psi \cos \psi = 0, \quad (20)$$

характерном для нелинейного осциллятора. Здесь величина $\omega_0\sqrt{1 - h^2}$ играет роль частоты малых (линейных) колебаний с $m = 0$, величина ω_0 равна

$$\omega_0 = 4\pi\gamma M_S \sqrt{\frac{L}{\pi R} \ln\left(\frac{\eta R}{L}\right)}. \quad (21)$$

Величина ω_0 совпадает с частотой линейных колебаний при нулевом поле $h = 0$. Корневая зависимость типа $\omega_0 \propto (L/R)^{1/2}$ получалась в работах многих авторов на основе приближенных расчетов, но при этом отмечалось, что простая корневая зависимость описывает поведение частоты, найденное прямым численным моделированием, только качественно. Учет логарифмического множителя в формуле (21) существенно улучшает согласие с этими данными, см. рис. 1.

В силу соотношения (20), частота радиально-симметричной моды убывает с ростом внешнего поля:

$$\omega_0(h) = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{4\pi M_S}\right)^2}, \quad (22)$$

где ω_0 — частота при $H = 0$, определяющаяся формулой (21). Было бы интересно проверить эту простую зависимость частоты от магнитного поля экспериментально или хотя бы путем численного моделирования.

Помимо линейного режима движения, это уравнение позволяет описать существенно нелинейные режимы колебаний. Стандартное нелинейное решение уравнения (20), описывающее периодические колебания $\psi(t)$ с произвольной амплитудой $\psi_0 < \pi$, может быть легко записано через эллиптические функции с модулем $k = \sin \psi_0$,

$$\sin \psi = \sin \psi_0 \operatorname{sn}(\omega_0 t, \sin \psi_0), \quad \cos \psi = \operatorname{dn}(\omega_0 t, \sin \psi_0).$$

Для таких колебаний период T выражается формулой $T\omega_0(h) = 4K(\sin \psi_0)$, где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Таким образом, частота нелинейных колебаний убывает с ростом амплитуды. Этот результат будет использован ниже при анализе солитонных состояний в цепочке частиц. Для этих колебаний переменная часть магнитного момента $\mu - \mu_0$ определяется формулой

$$\begin{aligned} \mu - \mu_0 &= \mu_{max} \sin \psi_0 \operatorname{cn}(\omega_0 t), \\ \mu_{max} &= \mu_{sat} \sqrt{L/\pi R}, \quad \mu_{sat} = \pi M_s L R^2, \end{aligned}$$

где величина μ_{sat} имеет смысл магнитного момента насыщения частицы. Эта формула показывает, что даже для существенно нелинейного решения хорошо выполняется использованное выше условие малости $\mu - \mu_0$, $\mu - \mu_0 \ll \mu_{max}$ и сделанные выше приближения адекватны. С другой стороны, величина динамического магнитного момента даже при малых амплитудах колебаний может существенно превышать равновесное значение магнитного момента в коре вихря, $\mu_0 \sim M_s L r_0^2$. Этот факт важен для анализа коллективной динамики систем магнитных частиц. Энергия этих колебаний определяется выражением

$$E_{oscil} = \sin^2 \psi_0 E_{max}, \quad E_{max} = \pi M_s^2 L^3 \ln \left(\frac{\eta R}{L}\right).$$

Значение энергии колебаний ограничено величиной E_{max} , и эта величина мала по сравнению с характерным значением энергии эффективной анизотропии, $2\pi^2 M_s^2 R L^2$. В предельном случае, $E = E_{max}$, имеет место апериодическое движение, которое описывается сепаратрисным решением вида

$$\cos \psi = \operatorname{th}(\omega_0 t), \quad \sin \psi = \frac{1}{\operatorname{ch}(\omega_0 t)}, \quad \mu = \frac{\mu_{max}}{\operatorname{ch}(\omega_0 t)}.$$

Это решение описывает динамический «переброс» вихря между энергетически эквивалентными, но физически различными состояниями с $\psi = 0$ и $\psi = \pi$. Для энергий колебаний $E > E_{max}$ имеет место динамика с неограниченным ростом переменной $\psi(t)$.

Отметим, что режим движения с переворотом намагниченности кора, т. е. динамическим переходом от состояния вихря с $\mu = \mu_0$ к состоянию с $\mu = -\mu_0$, в этой системе не реализуется. Этот вывод справедлив как для упрощенного уравнения (20), так и в рамках полной системы уравнений (16). Невозможность такого движения определяется тем, что оно должно быть связано с изменением топологического заряда (поляризации) вихря. Следовательно, это движение не может быть представлено никакой непрерывной функцией $\mu = \mu(t)$, $\psi = \psi(t)$, в частности, решением некоторой динамической системы. Обсуждавшиеся ранее сценарии переориентации магнитного момента кора вихря непременно включают появление сингулярности различного типа, например, блоховской точки («ежа» поля намагниченности) [52–54], или пары вихрь–антивихрь, с последующей аннигиляцией антивихря с исходным вихрем [55].

Полученные выше уравнения удобны для описания вынужденных колебаний намагниченности под действием переменного магнитного поля, направленного вдоль оси вихря. Как в экспериментах, так и при численном моделировании такой динамики часто используется импульсное магнитное поле вида $\mathbf{H} = H_p(t)\mathbf{e}_z$ с различным характером импульса. Учет переменного поля приводит к появлению в правой части уравнения (16) для $d\psi/dt$ дополнительного слагаемого $-\gamma H_p(t)$. Чаще всего используется быстрое (за время, более короткое, чем период свободных осцилляций намагниченности $T = 2\pi/\omega_0$) включение или выключение поля. В последние годы предложен новый весьма перспективный метод возбуждения спиновых колебаний в магнетиках, основанный на использовании ультракоротких импульсов магнитного поля, генерируемых за счет обратного эффекта Фарадея [56] (см. также [57]) циркулярно-поляризованным лазерным импульсом [58–60]. Обсудим эти варианты.

Для описания действия быстрого изменения величины поля на систему достаточно считать, что до переключения поля, при $t \leq 0$, реализуется вихревое состояние с некоторым равновесным значением полного момента $\mu = \mu_<$. Это значение отличается от того $\mu_>$, что должно существовать при измененном значении поля, при $t > 0$. Тогда эволюция намагниченности после переключения поля

описывается уравнениями с начальным условием $\mu - \mu_0 = \Delta\mu = \mu_{<} - \mu_{>}$. Для уравнения для переменной ψ (20) это может быть описано начальными условиями $(d\psi/dt)_{t=0} = \Delta\mu/\gamma m$, $\psi_{t=0} = 0$. Используя связь μ и H , эти условия можно представить в простом виде:

$$\psi_{t=0} = 0, \quad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)_{t=0} = \gamma\Delta H. \quad (23)$$

Для оценки эффективности этого механизма рассмотрим колебания малой амплитуды ψ_0 , для которых $\psi = \psi_0 \sin(\omega_0 t)$. Используя формулу (20), получаем простую оценку амплитуды колебаний $\psi_0 = \gamma\Delta H/\omega_0$. Поскольку величина ω_0 порядка нескольких гигагерц, для возбуждения немалых колебаний с $\psi_0 \sim 1$ изменение поля должно быть достаточно большим. Для характерного $\Delta H \sim 100$ Э и $\omega_0 \sim 10$ ГГц величина $\psi_0 \sim 0.03$, т. е. амплитуда колебаний угла ψ не превышает 5° .

Рассмотрим теперь другую возможность, а именно, возбуждение системы коротким импульсом магнитного поля с амплитудой H_0 и длительностью $\Delta t \ll 1/\omega_0$. В этом случае удобно использовать второе уравнение системы (16), из которого при замене реального импульса на дельта-функцию, $H_p(t) \rightarrow H_0\Delta t\delta(t)$, где $H_0\Delta t = \int H_p(t)dt$, следует начальное условие

$$\psi_{t=0} = \gamma H_0\Delta t, \quad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)_{t=0} = 0. \quad (24)$$

Отметим, что такое же условие возникает для вектора антиферромагнетизма при возбуждении антиферромагнетика ультракоротким импульсом магнитного поля [61]. Таким образом проявляется общее свойство вихревого состояния ферромагнетика и антиферромагнетика: в обоих случаях среднее значение магнитного момента в основном состоянии равно нулю, но магнитный порядок проявляется через ненулевые «квадрупольные» средние [62, 63].

В силу уравнения (24) в линейном приближении колебания описываются формулой $\psi = \psi_0 \cos(\omega_0 t)$, амплитуда $\psi_0 = \gamma H_0\Delta t$, как и в работе [61], не содержит большого параметра ω_0 в знаменателе. Переключение имеет место при значениях ψ_0 , больших $\pi/2$. Такое переключение наблюдалось при численном моделировании возбуждения магнитной точки импульсом перпендикулярного магнитного поля с интенсивностью около 5 кЭ и длительностью около 40 пс [64], что в соответствии с полученной выше формулой и значением $\gamma \approx 1.76 \cdot 10^7$ (с.Э) $^{-1}$ или $\gamma \approx 1.76 \cdot 10^{-2}$ (пс.кЭ) $^{-1}$ дает $\psi_0 \sim 1$. Экспериментально такие импульсы поля создать достаточно

сложно. При лазерном возбуждении величина импульса магнитного поля может достигать значения 10 кЭ, что при длине импульса порядка 1 пс дает $\psi_0 \sim 0.2$, т. е. десятки градусов. Такой метод возбуждения перспективен для возбуждения существенно нелинейных режимов динамики, в частности, реализации «переключения» угловой переменной ψ от значения $\psi = 0$ к $\psi = \pi$.

4. КОЛЛЕКТИВНЫЕ МОДЫ КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ МАССИВА ЧАСТИЦ В ВИХРЕВОМ СОСТОЯНИИ

Рассмотрим теперь коллективную динамику изученных выше радиально-симметричных мод для случая, когда цилиндрические частицы объединены в некоторый массив и взаимодействуют друг с другом. Как было показано выше, для отдельной частицы динамика интересующей нас моды описывается стандартной гамильтоновой динамикой для переменной ψ . При анализе динамики системы невзаимодействующих частиц можно пользоваться суммой механических функций Гамильтона (17), записанных для переменных p_a, ψ_a для a -й частицы. При учете взаимодействия функция Гамильтона системы представляется в виде

$$H = \sum_a \left[\frac{p_a^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega_0^2 \sin^2 \psi_a \right] + \frac{1}{2} \sum_{a \neq b} U(p_a, \psi_a; p_b, \psi_b), \quad (25)$$

где ω_0 — введенная выше частота колебаний для уединенной частицы, $U(p_a, \psi_a; p_b, \psi_b)$ описывает энергию взаимодействия некоторой пары частиц, расположенных в точках \mathbf{l}_a и \mathbf{l}_b . Здесь мы для удобства записали коэффициент жесткости для уединенной частицы через эффективную массу m . Это взаимодействие естественно включает энергию дипольного взаимодействия магнитных моментов вихревых коров частиц, которое в принципе должно приводить к шахматному антиферромагнитному упорядочению направлений магнитного момента в коре [65]. Однако этот порядок легко разрушается слабым магнитным полем [66], и далее мы будем считать, что все магнитные моменты коров параллельны. Как мы отмечали, не только для линейного, но и для существенно нелинейного режима радиально-симметричного движения спинов отклонение магнитного момента a -й частицы μ_a от его равновесного значения μ_0 мало и его можно учитывать в линейном приближении. С

учетом того, что в нашем случае магнитный момент перпендикулярен плоскости массива, дипольное взаимодействие частиц пары, расположенных в точках \mathbf{l}_a и \mathbf{l}_b , определяется выражением

$$U^{dip}(a; b) = (\mu_a - \mu_0)(\mu_b - \mu_0)/l_{ab}^3 = p_a p_b / \gamma^2 l_{ab}^3,$$

где $\mathbf{l}_{ab} = \mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b$, $l_{ab} = |\mathbf{l}_{ab}|$ — расстояние между частицами.

В силу малости магнитного момента кора нужно учесть также и вклад периферийных участков вихрей во взаимодействие частиц. Чтобы описать энергию взаимодействия частиц в вихревом состоянии, будем считать, что частицы находятся на расстоянии a , большом по сравнению с радиусом частицы R . В этом случае вклад периферийных участков вихрей с планарной намагниченностью определяется «магнитным квадрупольным взаимодействием» и он пропорционален дополнительному малому параметру $(R/a)^2$. Простой, но громоздкий расчет для двух цилиндрических магнитных частиц в вихревом состоянии вида (7), для которых значения угловых переменных равны соответственно ψ_a и ψ_b , дает

$$U^{quad}(\psi_a, \psi_b) = \frac{(\pi L R^3 M_s)^2}{l_{ab}^5} \sin \psi_a \sin \psi_b. \quad (26)$$

Таким образом, функция Гамильтона системы взаимодействующих частиц принимает вид

$$H = \sum_a \left[\frac{p_a^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_0^2 \sin^2 \psi_a \right] + \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{a \neq b} \frac{p_a p_b}{l_{ab}^3} + \frac{1}{2} (\pi L R^3 M_s)^2 \sum_{a \neq b} \frac{\sin \psi_a \sin \psi_b}{l_{ab}^5}. \quad (27)$$

Отметим специфическое свойство взаимодействия частиц, описывающегося этим гамильтонианом: если каждая из частиц находится в одном из двух возможных состояний с минимальной энергией, $\psi_a = 0$ или $\psi_a = \pi$, то энергия статического взаимодействия обращается в нуль. Иными словами, статическая энергия системы одинакова для всех состояний с произвольным распределением переменных $\psi_a = 0$ или $\psi_a = \pi$ по частицам системы. В принципе, такое свойство является идеальным для записи информации посредством переменных ψ_a , что и предлагалось в ряде работ. В динамическом случае взаимодействие, конечно, присутствует, оно обусловлено как отклонениями ψ_a от их номинальных значений $0, \pi$, так и прямым взаимодействием магнитных моментов частиц.

Для произвольной регулярной решетки гамильтониан удобно представить в виде

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{\mathbf{l}} \left[p_{\mathbf{l}}^2 + \frac{L R^2}{4a^3} \sum_{\mathbf{n} \neq 0} \frac{p_{\mathbf{l}} p_{\mathbf{l}+\mathbf{n}a}}{|\mathbf{n}|^3} \right] + \frac{m \omega_0^2}{2} \sum_{\mathbf{l}} \sin^2 \psi_{\mathbf{l}} + \frac{m \omega_0^2}{2} \frac{\pi R^5}{4a^5 \ln(\eta R/L)} \sum_{\mathbf{l}} \sum_{\mathbf{n} \neq 0} \frac{\sin \psi_{\mathbf{l}} \sin \psi_{\mathbf{l}+\mathbf{n}a}}{|\mathbf{n}|^5}, \quad (28)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{l}/a$ — безразмерный вектор трансляции решетки, нормированный на межатомное расстояние a . Отметим, что слагаемые, описывающие взаимодействие частиц друг с другом, содержат различные степени малых параметров L/R и R/a . В этом случае можно ожидать сильной локализации нелинейных коллективных возбуждений. Такие возмущения должны быть в значительной мере дискретными, и их характерный размер должен быть меньше расстояния между частицами в массиве. Единственное исключение возможно для слабонелинейных возбуждений с малой амплитудой, и для их анализа полезно сначала обсудить свойства линейных коллективных мод.

В рамках линейной теории нужно считать, что отклонение переменной $\psi_{\mathbf{l}}$ от его значения в состоянии равновесия $\psi_{\mathbf{l}}^0 = 0, \pi$ мало и можно ограничиться слагаемыми, квадратичными по $\Delta \psi_{\mathbf{l}} = \psi_{\mathbf{l}} - \psi_{\mathbf{l}}^0$. Для элементарных возбуждений линейной теории в решетке справедлива теорема Блоха и коллективные моды естественным образом вводятся через блоховские состояния с определенным квазимпульсом. Гамильтониан (28) имеет то свойство, что одноузельные слагаемые не зависят от характера состояния на данном узле, $\sin^2 \psi_{\mathbf{l}} \rightarrow (\Delta \psi_{\mathbf{l}})^2$ и для $\psi_{\mathbf{l}}^0 = 0$, и для $\psi_{\mathbf{l}}^0 = \pi$. Что касается взаимодействия, то оно преобразуется по простому закону:

$$\sin \psi_a \sin \psi_b \rightarrow (\cos \psi_a^0 \cos \psi_b^0) \Delta \psi_a \Delta \psi_b = \rho_{ab} \Delta \psi_a \Delta \psi_b.$$

Взаимодействие содержит множитель $\rho_{ab} = 1$ или $\rho_{ab} = -1$, в случае, если частицы a и b находятся соответственно в одинаковом или в разных состояниях. Поэтому можно достаточно просто провести анализ любого состояния массива с периодическим распределением $\psi_{\mathbf{l}}^0$, когда ρ_{ab} зависит только от $\mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b$, $\rho_{ab} = \rho(\mathbf{l}_a - \mathbf{l}_b)$.

Будем считать, что решетка, определяющая массив, разбита на совокупность подрешеток, и в каждой из подрешеток $\psi_{\mathbf{l}}^0$ принимают определенные одинаковые значения, $\psi_{\mathbf{l}}^0 = 0$ для одной системы и $\psi_{\mathbf{l}}^0 = \pi$ для другой. Такая ситуация похожа на ту, что возникает в теории антиферромагнетиков. Однако заметим, что, как правило, одноузельные энер-

гии разных подрешеток антиферромагнетика различаются, это очевидно при наличии внешнего магнитного поля. Поэтому при описании стандартных антиферромагнетиков для разных подрешеток нужно вводить различные блоховские состояния, что усложняет вычисления. В нашем же случае вид одноузельной части гамильтониана вообще не зависит от ψ_1^0 ; эта зависимость возникает только во взаимодействии, причем простым мультипликативным образом. В этом случае можно не вводить различные блоховские состояния для переменных на разных подрешетках и использовать единый набор блоховских состояний ψ_k, p_k ,

$$\psi_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{l}} \Delta\psi_1, \quad p_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{l}} p_1.$$

Эти состояния характеризуются определенным значением квазиимпульса \mathbf{k} , вычисленным в первой зоне Бриллюэна исходной решетки, без учета подрешеточной структуры, с точностью до вектора соответствующей обратной решетки \mathbf{g} .

После расчета закона дисперсии $\omega = \omega(\mathbf{k})$ во всей зоне Бриллюэна нужно сделать переход к редуцированной «магнитной» зоне Бриллюэна, построенной для подрешетки, что представляет собой простую геометрическую задачу. В результате спектр коллективных возмущений будет состоять из нескольких ветвей, число которых совпадает с числом подрешеток. Как следствие, появляются аналоги «акустических» и «оптических» коллективных мод. Указанное выше свойство симметрии проявится в том, что закон дисперсии на границах зоны может оказаться вырожденным.

Здесь возникает вопрос, важный не только для данного примера, но и для физики твердого тела в целом, а именно: следует ли в данном случае переходить к редуцированной зоне Бриллюэна. На языке обычной динамики решетки вопрос может быть сформулирован так: если кристалл состоит из частиц, физически различающихся значением какого-то параметра, но имеющих одинаковую массу и константы взаимодействия, то имеет ли смысл рассматривать колебания решетки в редуцированной зоне Бриллюэна и говорить о существовании оптических фононов? Ответ на этот вопрос состоит в следующем. Понятно, что если частицы в кристалле различаются по какому-либо физическому свойству, то существует некоторое поле, которое по-разному действует на указанные частицы двух сортов (если такого поля не существует в принципе, то говорить о различии частиц бессмысленно). Понятно, что воздействие на систему этого поля, однородно-

го в пространстве, приведет к разному действию на разные частицы, т. е. воздействие волны с нулевым волновым вектором и конечной частотой приведет к линейному резонансному возбуждению нормальной моды, в которой указанные частицы двух сортов колеблются в противофазе. Такое поведение как раз и является физической особенностью оптических фононов.

Понятно, что в нашем случае ситуация полностью эквивалентна. Различие магнитных частиц со значениями $\psi_1^0 = 0$ и $\psi_1^0 = \pi$ не приводит к возникновению щели на границе зоны Бриллюэна основной решетки. Однако существуют такие способы воздействия на систему, которые приводят к различным эффектам для частиц с разными значениями ψ_1^0 . Если такое воздействие однородно в пространстве, то будет иметь место возбуждение противофазных колебаний при однородном воздействии на систему. Как очевидный пример, отметим воздействие поля Эрстеда постоянного тока, протекающего через частицу перпендикулярно плоскости частицы. В этом случае, при том же направлении тока в зависимости от величины $\psi_0 = 0, \pi$, поле будет параллельно или антипараллельно намагниченности на периферии вихря. Другие возможности воздействия на параметр ψ_0 мы обсудим в заключительном разд. 5.

Коллективные моды в линейном приближении определяются гамильтонианом, квадратичным по ψ_k, p_k , который с учетом соотношения $\cos\psi_a^0 \cos\psi_b^0 = \rho_{ab} = \rho(\mathbf{1}_a - \mathbf{1}_b)$ может быть записан в виде

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \frac{p_{\mathbf{k}} p_{-\mathbf{k}}}{2m} \left[1 + \frac{LR^2}{4a^3} \sigma(\mathbf{k}) \right] + \frac{1}{2} m \omega_0^2 \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}} \psi_{-\mathbf{k}} \left[1 + \frac{\pi R^5}{4a^5 \ln(\eta R/L)} \sigma_2(\mathbf{k}) \right]. \quad (29)$$

Здесь введены суммы $\sigma(\mathbf{k})$ и $\sigma_2(\mathbf{k})$:

$$\sigma(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{n} \neq 0} \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}a}}{|\mathbf{n}|^3}, \quad \sigma_2(\mathbf{k}) = \sum_{|\mathbf{n}| \neq 0} \rho(\mathbf{n}a) \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{n}a}}{|\mathbf{n}|^5}, \quad (30)$$

в которых суммирование проводится по всем ненулевым векторам трансляции полной решетки. В общем случае искомая зависимость частоты коллективной моды от квазиимпульса записывается в виде

$$\omega(\mathbf{k}) = \omega_0 \sqrt{\left[1 + \frac{LR^2}{4a^3} \sigma(\mathbf{k}) \right] \left[1 + \frac{\pi R^5}{4a^5 \ln(\eta R/L)} \sigma_2(\mathbf{k}) \right]}. \quad (31)$$

Сумма $\sigma(\mathbf{k})$ не зависит от характера основного состояния. Такая сумма возникает при анализе спек-

тров дипольно связанных систем, и ее свойства описаны во многих работах [41, 67]. Основной особенностью функции $\sigma(\mathbf{k})$ является ее медленная сходимость, в результате чего возникает неаналитическое поведение $\sigma(\mathbf{k})$ при малых $|\mathbf{k}|$. В случае двумерной решетки сингулярность достаточно сильная, $\sigma_{2D}(\mathbf{k}) - \sigma_{2D}(0) \sim |a\mathbf{k}|$ [41, 67]. В этом случае можно ожидать, что в длинноволновом пределе (при малых $|\mathbf{k}|$) основной источник дисперсии коллективной моды связан с отмеченным выше неаналитическим поведением $\sigma(\mathbf{k})$, т. е. определяется первой скобкой дипольного происхождения. Именно такая ситуация реализуется для двумерной решетки связанных диполей. Но в нашем случае соответствующий множитель содержит не только параметр R/a , который не может быть больше чем $1/2$, но и дополнительный параметр L/R , который считался малым при выводе формул для частоты колебаний в уединенной частице. Поэтому для тонкой частицы надо учитывать оба вклада, дипольный, обусловленный $\sigma(\mathbf{k})$, и магнитный квадрупольный, связанный с $\sigma_2(\mathbf{k})$ [41].

Мы ограничимся анализом спектров для простой линейной цепочки частиц (одномерной решетки). Для иллюстрации закономерностей задачи достаточно рассмотреть два возможных магнитных состояния частиц в цепочке, наиболее простое, однородное состояние, в котором все частицы в массиве имеют одинаковое значение ψ_1^0 , и двухподрешеточное состояние с двумя эквивалентными подрешетками, в одной из которых $\psi_1^0 = 0$, а в другой $\psi_1^0 = \pi$.

Для случая цепочки частиц (одномерной решетки) сингулярность минимальная, при $a|\mathbf{k}| \ll 1$ функция $\sigma_{1D}(k) - \sigma_{1D}(0) \sim (ak)^2 \ln(ak)$, и разрыв возникает только для второй производной этой функции [68]. Такое поведение обусловлено тем, что хотя ряд, описывающий $\sigma(k)$, сходится, результат его двукратного почленного дифференцирования расходится (логарифмически) на больших расстояниях, что и приводит к указанной асимптотике.

Результаты анализа функции $\sigma(k)$ представлены на рис. 2. Легко видеть, что даже приближение ближайших соседей, $\sigma_{NN}(k) = 2 \cos(ak)$, качественно описывает эту зависимость. Учет соседей, следующих за ближайшими, дает $\sigma_{NNN}(k) = 2 \cos(ak) + 0.5 \cos(2ak)$ и хорошее количественное описание поведения функции во всей зоне Бриллюэна, за исключением малой окрестности начала координат. Поэтому для описания закона дисперсии в одномерном случае, тем более для тонких частиц, когда вклад $\sigma(k)$ мал, можно пользоваться этой простой зависимостью.

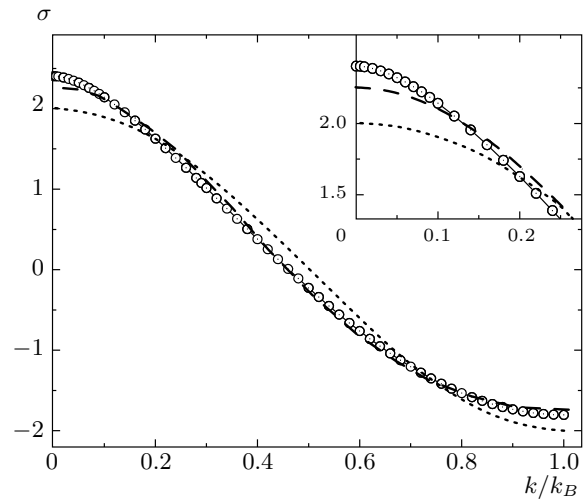


Рис. 2. Зависимость суммы $\sigma(k)$ от величины волнового вектора в цепочке магнитных частиц, здесь и далее $k_B = \pi/a$ — размер зоны Бриллюэна. На вставке показаны детали поведения при малых k . Данные численного расчета представлены точками, поведение функции в приближении ближайших соседей показано пунктиром. Штриховая линия описывает поведение функции $\sigma(k)$ с учетом ближайших и последующих соседей, отличия в поведении этой зависимости от точной заметны только при малых k

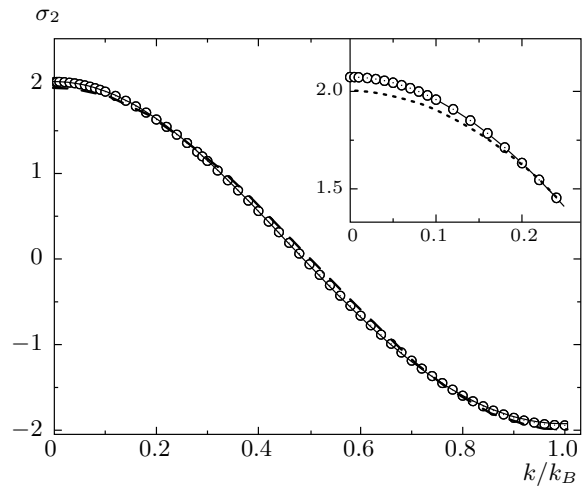


Рис. 3. Зависимость суммы $\sigma_2(k)$ для однородного состояния от величины волнового вектора в цепочке магнитных частиц. Данные численного расчета представлены точками, поведение этой функции в приближении ближайших соседей показано пунктиром, сплошная линия дает результат расчета с учетом ближайших и последующих соседей

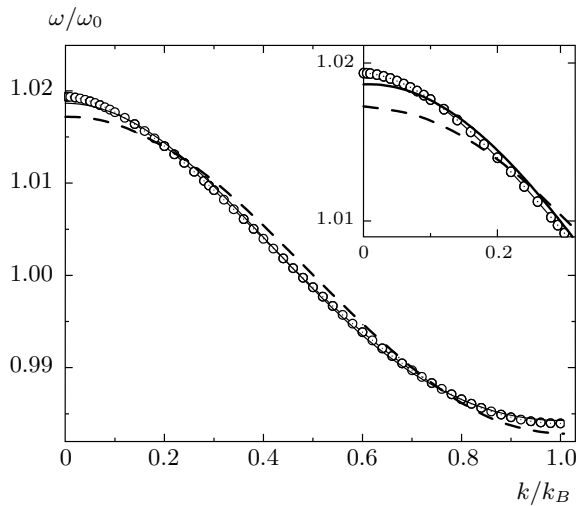


Рис. 4. Зависимость частоты коллективных колебаний от величины волнового вектора в цепочке магнитных частиц в однородном состоянии, геометрические параметры $L/R = 0.3$ и $R = 0.5a$. Данные численного расчета представлены символами, данные расчета в приближении ближайших соседей показаны штриховой линией. Сплошная линия описывает поведение функции $\omega(k)$ с учетом ближайших и последующих соседей

Для второй суммы $\sigma_2(k)$ ситуация еще более простая. Не только ряд, описывающий эту функцию, но и результат его двукратного почленного дифференцирования абсолютно сходится для любого вида $\rho(l)$, поэтому функция $\sigma_2(k)$ при малых k аналитическая. Для однородного состояния результаты анализа этой функции представлены на рис. 3. Как легко видеть, для $\sigma_2(k)$ результаты расчета с учетом как ближайших, так и последующих соседей практически не отличаются от численных данных во всей зоне Бриллюэна.

Вид закона дисперсии $\omega(k)$ для однородного состояния цепочки приведен на рис. 4. Спецификой задачи для цепочки частиц в форме тонкого диска является то, что неаналитический вклад дипольного слагаемого существенно уменьшен множителем L/R по сравнению с квадрупольным вкладом. Поэтому даже для не очень малых значений этого параметра, $L/R \sim 0.3-0.4$, когда еще применима развитая выше теория колебаний для уединенной частицы, отличия в поведении точного закона дисперсии и результата учета только двух ближайших соседей практически незаметны и проявляются только при малых k .

Для цепочки частиц в двухподрешеточном состоянии ситуация оказывается более интересной. В

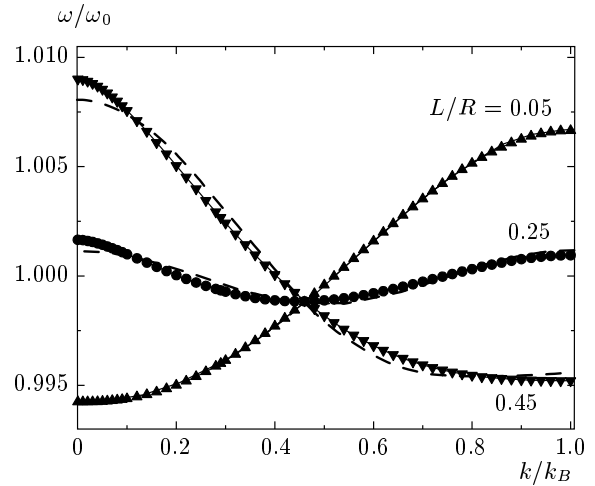


Рис. 5. Зависимость частоты коллективных колебаний $\omega(k)$ от величины волнового вектора в цепочке магнитных частиц с $R = 0.5a$ в двухподрешеточном состоянии, найденная численно для разных значений параметра формы L/R (точки). Штриховой линией представлен результат в приближении ближайших и последующих соседей, который неплохо описывает точный ответ, а для малого $L/R = 0.05$ практически совпадает с ним. Спектр представлен в зоне Бриллюэна исходной решетки, $k_B = \pi/a$

этом случае вклады взаимодействия ближайших соседей в функции $\sigma(k)$ и $\sigma_2(k)$ имеют противоположные знаки. Эта же закономерность справедлива и для точных результатов, поэтому возникает эффект конкуренции вкладов дипольного и квадрупольного взаимодействий в дисперсию коллективных мод. В результате получается, что для малой толщины частицы, когда существенно только квадрупольное взаимодействие, дисперсия имеет знак, противоположный тому, что наблюдался для однородного состояния массива. При увеличении параметра L/R растет роль дипольной части и дисперсия уменьшается. Далее, при достаточно больших значениях L/R дипольный вклад доминирует, и дисперсия меняет знак, см. рис. 5, 6.

Рассмотрим теперь нелинейные коллективные колебания. Прежде всего, заметим, что для цепочки частиц возможны нелинейные однородные колебания, для которых как фаза, так и амплитуда колебания переменной ψ_l на узле I одинаковы для всех частиц системы. Частоту таких нелинейных колебаний легко записать в виде

$$\omega_{NL} = \frac{\pi\omega(0)}{2K(\sin\psi_0)}, \quad (32)$$

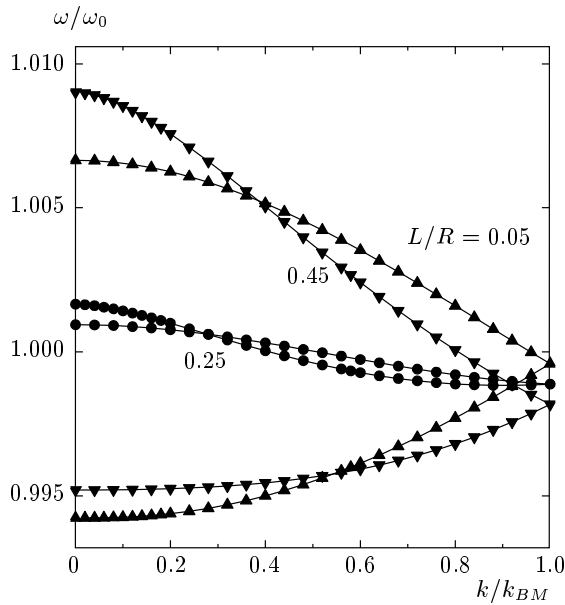


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но в приведенной (магнитной) зоне Бриллюэна, учитывающей неэквивалентность соседних узлов, и на этом рисунке обозначено $k_{BM} = \pi/2a$

где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, $\omega(0)$ — частота линейных колебаний с $k = 0$, ψ_0 — амплитуда колебаний. Таким образом, частота является убывающей функцией амплитуды, $\partial\omega_{NL}/\partial\psi_0^2 < 0$ для всех значений ψ_0 , в частности, $\partial\omega_{NL}/\partial\psi_0^2 \approx -\omega(0)/2$ при $\psi_0 \ll 1$. По известному критерию Лайтхилла [69] это означает, что такие колебания устойчивы относительно неоднородных возмущений (самофокусировки) только при выполнении условия $\partial^2\omega(k)/\partial k^2 < 0$, т. е. для случая отрицательной дисперсии. Таким образом, хотя дисперсия коллективных колебаний для цепочки частиц мала, для описания нелинейной динамики ее учет принципиально важен. Как мы показали, дисперсия всегда является отрицательной для малых k в случае однородного основного состояния цепочки (см. рис. 4) и для него всегда присутствует область устойчивости таких однородных нелинейных колебаний с произвольной амплитудой. Однако для двух рассмотренных основных состояний есть и такие области k , для которых $\partial^2\omega(k)/\partial k^2 > 0$ и дисперсия положительна. В этих условиях устойчивыми являются самолокализованные нелинейные волны (солитоны огибающей). Насколько нам известно, дискретная модель (28) не является точно интегрируемой и говорить о точных солитонных свойствах, таких как абсолютная устойчивость солито-

на или асимптотический принцип суперпозиции, не приходится. Однако даже для неинтегрируемых моделей возможны слабонелинейные локализованные возбуждения с малой амплитудой. Для их анализа можно использовать асимптотическую процедуру, основанную на разложении решения в ряд по малой амплитуде солитона ψ_0 [69]. Конечно, при этом проявляются эффекты неинтегрируемости, приводящие к затуханию солитонов за счет их распада на магнаны непрерывного спектра. Однако интенсивность этого процесса экспоненциально мала по параметру ψ_0 , порядка $\exp(-1/\psi_0)$ [70], поэтому солитоны являются достаточно долго живущими возбуждениями.

Результат использования асимптотической процедуры для слабо локализованных солитонов огибающей с малой амплитудой достаточно универсален. В основном порядке по малой амплитуде получается решение, описывающее пространственную локализацию периодической волны вида $\psi \propto \cos(kx - \omega t)$, где частота волны ω близка к соответствующей частоте коллективной моды $\omega(k)$, $\omega(k) - \omega \sim \psi_0^2$. В основном приближении по малой амплитуде ψ_0 солитонное решение записывается в виде

$$\psi_{sol}(x, t) = \frac{\psi_0}{\text{ch}[(x - Vt)/\Delta_0]} \cos(kx - \omega t), \quad (33)$$

где нелинейный сдвиг частоты волны связан с амплитудой солитона, $\omega(k) - \omega = \omega(k)\psi_0^2/4$, скорость движения центра области локализации совпадает с групповой скоростью волны линейной теории, а ширина области локализации Δ_0 обратно пропорциональна амплитуде солитона:

$$V = \frac{\partial\omega(k)}{\partial k}, \quad \Delta_0 = \frac{2}{\psi_0} \sqrt{\frac{1}{\omega(k)} \frac{\partial^2\omega(k)}{\partial k^2}}. \quad (34)$$

Дисперсия интересующих нас коллективных колебаний достаточно слабая и для ее описания можно использовать приближение ближайших и последующих соседей. В этом приближении легко записать конкретные выражения для параметров солитона в виде

$$\begin{aligned} V = & -\frac{\omega_0 R^3}{4a^2} \sin(ak) \left[\left(\frac{L}{R} + \zeta \frac{\pi R^2}{2a^2 \ln(\eta R/L)} \right) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{L}{2R} + \frac{\pi R^2}{8a^2 \ln(\eta R/L)} \right) \cos(ak) \right], \\ \Delta^2 = & -\frac{\psi_0^2 R^3}{a} \left[\left(\frac{L}{R} + \zeta \frac{\pi R^2}{2a^2 \ln(\eta R/L)} \right) \times \right. \\ & \left. \times \cos(ak) + \left(\frac{L}{2R} + \frac{\pi R^2}{8a^2 \ln(\eta R/L)} \right) \cos(2ak) \right], \end{aligned} \quad (35)$$

где $\zeta = 1$ для однородного и $\zeta = -1$ для двухподрешеточного состояний цепочки. Естественно, солитон существует только при $\Delta^2 > 0$, в противном случае нелинейные однородные колебания стабильны относительно самофокусировки. При выполнении условия $\Delta^2 > 0$ в приближении ближайших соседей справедливо неравенство $\partial\omega/\partial k > 0$ и скорость солитона имеет тот же знак, что k . Солитоны движутся не очень быстро, максимальное значение скорости при типичных значениях параметров $\omega_0 \sim 5$ ГГц, $L/R \sim 0.3$, $R \sim 0.5a$ и $R \sim 300$ нм не превышает 10^3 м/с. Надо заметить, однако, что при этом характерное время переноса возбуждения между соседними узлами, $\tau_0 = R/V$, порядка пикосекунды. Малость дисперсии приводит к тому, что размер области локализации солитона достаточно быстро убывает с ростом его амплитуды и уже при $\psi_0 \geq 0.2$ значение $\Delta \leq 3a$. При значениях Δ , меньших чем несколько периодов цепочки, приближение слабонелинейных волн неприменимо, поэтому величину $\psi_0 \sim 0.2$ следует считать предельно допустимой для солитонов подобного типа.

5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обсудим полученные выше закономерности поведения радиально-симметричных мод колебаний для уединенной магнитной частицы в вихревом состоянии и для упорядоченных систем таких частиц. Обычно такой моде свойственно большое значение частоты, порядка нескольких гигагерц [49–51]. Поэтому интересно отметить возможность достаточно сильного уменьшения частоты этой моды под действием внешнего магнитного поля H_0 , $\omega_0(h) = \omega_0\sqrt{1-h^2}$, где ω_0 — частота моды при $h = 0$, $h = H_0/4\pi M_S$, см. формулу (22). Поскольку при увеличении поля частота низкочастотной моды прецессии вихрей ω_{PV} растет как $(1+h)\omega_{PV}(h=0)$ [45], при определенном значении поля, $1-h \approx 2\omega_{PV}^2/\omega_0^2$, частоты этих мод сблизятся и должна произойти их гибридизация. Гибридизация мод различной симметрии и сопровождающий ее эффект «расталкивания» частот с образованием динамической щели представляют интерес для конструирования нового поколения СВЧ-приборов в рамках современного направления прикладной физики магнитных наночастиц, так называемой *магноники*, что сейчас широко обсуждается в литературе [71].

Как мы показали, дисперсия коллективных мод в этой системе в целом не велика, в частности, она

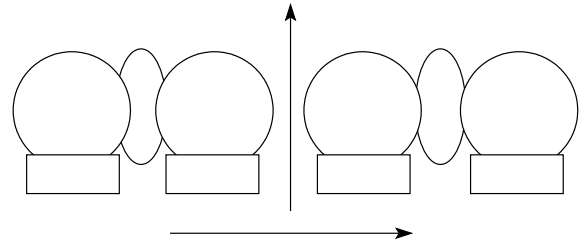


Рис. 7. Возможная схема управления параметрами ψ_i для цепочки магнитных точек (отмечены кружками). Элементы управления (маски или аппликации), отмеченные эллипсами, по одному на каждую пару частиц, действуют на противоположные участки магнитных частиц. Под действием поля, направленного на рисунке вертикально, они переводят систему в двухподрешеточное состояние по параметрам ψ_i^0 . Элементы управления (по одному на каждую частицу), отмеченные прямоугольниками, переводят систему в однородное состояние под действием поля, направленного на рисунке горизонтально

слабее, чем для двумерной решетки магнитных частиц [41]. Однако наблюдение дисперсии коллективных мод такого типа вполне доступно для существующих экспериментальных методов. Интересной особенностью таких мод является то, что при переходе от однородного к двухподрешеточному состоянию дисперсия может существенно меняться и даже изменять знак, характер изменения определяется параметром формы отдельной частицы. Здесь интересно отметить также и существование солитонных состояний, область локализации которых может быть порядка нескольких расстояний между частицами в цепочке, а скорость распространения превышать 10^3 м/с.

Для анализа возможных приложений коллективной динамики намагниченности для частиц в вихревом состоянии важно, что можно управлять величиной ψ_i^0 на отдельной частице. Для этого предлагались различные методы, в частности, использование асимметричной маски и импульса магнитного поля [72]. Заметим, что с помощью двух систем масок, которые вытянуты в перпендикулярных направлениях и «срабатывают» от импульсов поля двух различных ориентаций (рис. 7), можно переводить цепочку частиц из однородного состояния в двухподрешеточное. При этом могут быть использованы как маски, экранирующие магнитное поле, так и маски, сделанные из магнитомягкого материала. В этом случае используется тот же принцип, что и при управлении цилиндрическими доменами в системе

T - I аппликаций [6], а именно, вытянутая аппликация легко намагничивается слабым полем, направленным вдоль ее длинной оси, и практически не реагирует на поле в перпендикулярном направлении. Таким же способом можно организовать и переключения между более сложными состояниями с числом подрешеток большим чем две. Как мы показали, при этом возникает возможность эффективного управления дисперсией коллективных мод в системе.

В литературе обсуждалась возможность использования бистабильности состояния частицы с магнитным вихрем, связанная с возможностью двух различных значений, $\psi_l^0 = 0$ или $\psi_l^0 = \pi$, для нового типа кодирования информации, см., например, [73]. Сочетание двух подходов, кодировки состояний частиц цепочки с применением квазистатических методов и обработки СВЧ-сигнала в виде распространяющихся коллективных колебаний, периодических квазилинейных или солитонных, открывает широкие возможности в магнитной наноэлектронике.

Мы благодарны Е. Г. Галкиной и К. Заспелю (Craig Zaspel) за полезные указания и помощь, В. Г. Барьяхтару, А. К. Звездину и К. А. Звездину за полезные обсуждения результатов работы. Работа выполнена при совместной финансовой поддержке РФФИ и Национальной академии наук Украины (гранты №№ 219-08, 219-09).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Skomski, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R841 (2003).
2. W. Wernsdorfer, *Adv. Chem. Phys.* **118**, 99 (2001).
3. *Advanced Magnetic Nanostructures*, ed. by D. J. Selmyer and R. Skomski, Springer, Berlin (2006).
4. M. Kläui, C. A. F. Vaz, L. Lopez-Diaz, and J. A. C. Bland, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R985 (2003).
5. N. Manton and P. Sutcliffe, *Topological Solitons*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2004).
6. А. Малоземов, Дж. Слозуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
7. V. G. Bar'yakhtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, and S. N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons. Experiment and Theory*, Springer-Verlag, Berlin (1994).
8. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, *Physica D* **3**, 363 (1981); *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
9. V. G. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, *Sov. Sci. Rev. Sec. A* **16**, 3 (1993).
10. D. L. Huber, *Phys. Rev. B* **26**, 3758 (1982).
11. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970); **61**, 1144 (1971).
12. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
13. D. D. Wiesler, H. Zabel, and S. M. Shapiro, *Z. Phys. B* **93**, 277 (1994).
14. F. G. Mertens and A. R. Bishop, in *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*, ed. by P. L. Christiansen, M. P. Soerensen, Springer-Verlag, Berlin (2000).
15. С. Е. Коршунов, *УФН* **176**, 233 (2006).
16. N. A. Usov and S. E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mater.* **118**, L290 (1993).
17. K. Yu. Guslienko and V. Novosad, *J. Appl. Phys.* **96**, 4451 (2004).
18. K. Yu. Guslienko, B. A. Ivanov, Y. Otani, H. Shima, V. Novosad, and K. Fukamichi, *J. Appl. Phys.* **91**, 8037 (2002).
19. B. A. Ivanov and C. E. Zaspel, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1261 (2002).
20. K. Yu. Guslienko, X. F. Han, D. J. Keavney, R. Divan, and S. D. Bader, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067205 (2006).
21. S. B. Choe, Y. Acremann, A. Scholl, A. Bauer, A. Doran, J. Stöhr, and H. A. Padmore, *Science* **304**, 420 (2004).
22. X. Zhu, Zh. Liu, V. Metlushko, P. Grütter, and M. R. Freeman, *Phys. Rev. B* **71**, 1804089(R) (2005).
23. J. P. Park, P. Eames, D. M. Engebretson, J. Berezovsky, and P. A. Crowell, *Phys. Rev. B* **67**, 020403(R) (2003).
24. R. P. Cowburn and M. E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000).
25. B. A. Ivanov and C. E. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 027205 (2005).
26. C. E. Zaspel, B. A. Ivanov, P. A. Crowell, and J. Park, *Phys. Rev. B* **72**, 024427 (2005).
27. B. A. Ivanov and C. E. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 247208 (2007).

28. N. Vukadinovic and F. Boust, Phys. Rev. B **75**, 014420 (2007).
29. R. Antos, Y. Otani, and J. Shibata, J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 031004 (2008).
30. B. A. Ivanov, H. J. Schnitzer, F. G. Mertens, and G. M. Wysin, Phys. Rev. B **58**, 8464 (1998).
31. D. D. Sheka, I. A. Yastremsky, B. A. Ivanov, G. M. Wysin, and F. G. Mertens, Phys. Rev. B **69**, 054429 (2004).
32. J. Park and P. A. Crowell, Phys. Rev. Lett. **95**, 167201 (2005).
33. F. Hoffmann, G. Woltersdorf, K. Perzlmaier, A. N. Slavin, V. S. Tiberkevich, A. Bischof, D. Weiss, and C. H. Back, Phys. Rev. B **76**, 014416 (2007).
34. J. M. Luttinger and L. Tisza, Phys. Rev. **70**, 954 (1946).
35. П. И. Белобров, Р. С. Гехт, В. А. Игнатченко, ЖЭТФ **84**, 1097 (1983).
36. S. O. Demokritov, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, Phys. Rep. **348**, 441 (2001).
37. C. Mathieu, C. Hartmann, M. Bauer, O. Buettner, S. Riedling, B. Roos, S. O. Demokritov, B. Hillebrands et al., Appl. Phys. Lett. **70**, 2912 (1997).
38. G. Gubbiotti, M. Madami, S. Tacchi, G. Socino, G. Carlotti, and T. Okuno, Surf. Sci. **600**, 4143 (2006).
39. J. Shibata and Y. Otani, Phys. Rev. B **70**, 012404 (2004).
40. G. Gubbiotti, M. Madami, S. Tacchi, G. Carlotti, and T. Okuno, J. Appl. Phys. **99**, 08C704 (2006).
41. A. Yu. Galkin, B. A. Ivanov, and C. E. Zaspel, Phys. Rev. B **70**, 144419 (2006).
42. E. Tartakovskaya, W. Kreuzpaintner, and A. Schreyer, J. Appl. Phys. **103**, 023913 (2008).
43. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
44. Y. Liu, S. Gliga, R. Hertel, and C. M. Schneider, Appl. Phys. Lett. **91**, 112501 (2007).
45. B. A. Ivanov and G. M. Wysin, Phys. Rev. B **65**, 134434 (2002).
46. Б. А. Иванов, Д. Д. Шека, ФНТ **21**, 431 (1995).
47. А. М. Косевич, В. П. Воронов, ФНТ **7**, 908 (1981).
48. K. Yu. Guslienko, W. Scholz, R. W. Chantrell, and V. Novosad, Phys. Rev. B **71**, 144407 (2005).
49. M. Buess, R. Hoellinger, T. Haug, K. Perzlmaier, U. Krey, D. Pescia, M. R. Scheinfein, D. Weiss, and C. H. Back, Phys. Rev. Lett. **93**, 077207 (2004).
50. M. Buess, T. Haug, M. R. Scheinfein, and C. H. Back, Phys. Rev. Lett. **94**, 127205 (2005).
51. V. Novosad, M. Grimsditch, K. Yu. Guslienko, P. Vavassori, Y. Otani, and S. D. Bader, Phys. Rev. B **66**, 052407 (2002).
52. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, Письма в ЖЭТФ **61**, 495 (1995).
53. A. Thiaville, J. M. Garcia, R. Dittrich, J. Miltat, and T. Schrefl, Phys. Rev. B **67**, 094410 (2003).
54. R. Hertel and J. Kirschner, J. Magn. Magn. Mater. **278**, L291 (2004).
55. R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, and C. M. Schneider, Phys. Rev. Lett. **98**, 117201 (2007); R. Hertel and C. M. Schneider, Phys. Rev. Lett. **97**, 177202 (2006).
56. L. P. Pitaevskii, Sov. Phys. JETP **12**, 1008 (1961).
57. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
58. A. V. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsvetkov, R. V. Pisarev, and Th. Rasing, Nature **429**, 850 (2004).
59. A. V. Kimel, A. Kirilyuk, P. A. Usachev, R. V. Pisarev, A. M. Balbashov, and Th. Rasing, Nature **435**, 655 (2005).
60. A. M. Kalashnikova, A. V. Kimel, R. V. Pisarev, V. N. Gridnev, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, Phys. Rev. Lett. **99**, 167205 (2007).
61. А. Ю. Галкин, Б. А. Иванов, Письма в ЖЭТФ **88**, 296 (2008).
62. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
63. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин, И. Ф. Мирсаев, В. В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
64. R. Höllinger, A. Killinger, and U. Krey, J. Magn. Magn. Mater. **261**, 178 (2003).
65. J. E. L. Bishop, A. Yu. Galkin, and B. A. Ivanov, Phys. Rev. B **65**, 174403 (2002).
66. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto, and T. Ono, Science **289**, 930 (2000).
67. P. Politi and M. G. Pini, Phys. Rev. B **66**, 214414 (2002); P. Politi, M. G. Pini, and R. L. Stamps, Phys. Rev. B **73**, 020405(R) (2006).

68. И. Р. Каретникова, И. М. Нефедов, М. В. Сапожников, А. А. Фраерман, И. А. Шерешевский, ФТТ **43**, 2030 (2001).
69. Дж. Уизем, *Линейные и нелинейные волны*, Мир, Москва (1977).
70. В. М. Елеонский, Н. Е. Кулагин, Н. С. Новожилова, В. П. Силин, ТМФ **60**, 395 (1984).
71. R. Hertel, W. Wulfhekel, and J. Kirschner, Phys. Rev. Lett. **93**, 257202 (2004); S. Choi, K.-S. Lee, K. Y. Guslienko, and S.-K. Kim, Phys. Rev. Lett. **98**, 087205 (2007).
72. Y. Gaididei, D. D. Sheka, and F. G. Mertens, Appl. Phys. Lett. **92**, 012503 (2008).
73. S. Bohlens, B. Krüger, A. Drews, M. Bolte, G. Meier, and D. Pfannkuche, Appl. Phys. Lett. **93**, 142508 (2008).