ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 5, стр. 1031–1036

СТРУКТУРА ПОЛЯРИЗАЦИОННО-РАЗРЕШЕННЫХ КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИН ПЛАНАРНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЯЧЕЕК

А. Д. Киселев [*]***, Р. Г. Вовк*** [**]

Институт физики Национальной академии наук Украины
03028, Киев, Украина

Поступила в редакцию 21 ноября 2009 г.

Геометрия распределений поляризации света в коноскопических картинах планарно ориентированных нематической и холестерической жидкокристаллических ячейках описана с помощью поляризационных сингулярностей: C-точек (точки циркулярной поляризации) и L-линий (линии линейной поляризации). Изучены условия формирования поляризационных сингулярностей (C-точек) в ансамбле коноскопических картин, параметризованном азимутом поляризации и эллиптичностью падающей световой волны. Показано, что характерной особенностью этих условий является селективность по поляризационным параметрам. При этом определяющими параметрами для ячеек нематика и холестерика являются соответственно азимут поляризации и эллиптичность.

1. ВВЕДЕНИЕ

Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой анизотропные среды, анизотропия которых определяется их ориентационной структурой, чувствительной к внешним полям и граничным условиям [1]. Оптические свойства ЖК не только лежат в основе их многочисленных применений как материалов с относительно легко контролируемой анизотропией [2, 3], но и играют важную роль при решении таких задач, как определение параметров (характеризация) ориентационной структуры ЖК.

Одним из оптических методов, который давно и успешно используется для исследования ориентационных ЖК-структур, является коноскопия [4–6]. Традиционный вариант коноскопического метода предполагает, что сходящийся световой пучок проходит через ЖК-образец, помещенный между скрещенными поляризаторами, и после коноскопа наблюдается коноскопическая картина. Распределение интенсивности света на этой картине показывает зависящее от направления распространения изменение состояния поляризации падающей волны, которое возникает как результат интерференции собственных мод ЖК-ячейки.

Следует отметить, что при использовании скрещенных поляризаторов значительная часть информации о состоянии поляризации света, прошедшего через ЖК-ячейку, оказывается потерянной. В принципе, эта информация может содержать дополнительные сведения об ориентационной структуре ЖК и оказаться полезной для разработки новых устройств [7, 8], а также улучшения существующих методик идентификации ориентационных структур анизотропных сред [9, 10].

В настоящей работе будем изучать поляризационные распределения света, которые лежат в основе коноскопических картин. Геометрическим образом таких поляризационных распределений, которые можно назвать поляризационно-разрешенными коноскопическими (угловыми) картинами, является поле поляризационных эллипсов на плоскости наблюдения [11].

Ранее мы показали [11, 12], что геометрия таких поляризационных структур характеризуется наличием поляризационных сингулярностей: C-точек (точки круговой поляризации) и L-линий (линии линейной поляризации). Известно, что в поляризационных распределениях неоднородных случайных световых полей [13–15] сингулярности такого сорта исключительно важны как устойчивые топологические дефекты [16].

[*] E-mail: kiselev@iop.kiev.ua
[**] E-mail: roman.vovk@gmail.com

Экспериментальные и теоретические результаты работы [12] исчерпывающим образом описывают случай гомеотропно ориентированного нематического ЖК (НЖК), когда ориентационная структура (НЖК-директор перпендикулярен плоскости подложки) характеризуется цилиндрической симметрией с осью вращения вдоль нормали к ячейке (ось z). В частности, детально исследовано бифуркационное поведение C-точек при перестройках поляризационно-разрешенных коноскопических картин, индуцированных изменением поляризационных параметров (азимут поляризации и эллиптичность) падающей волны.

Естественно, что при исследовании поляризационных распределений для других ориентационных структур следует ожидать эффекты, непосредственно связанные с нарушением цилиндрической симметрии гомеотропной конфигурации. С целью изучения таких эффектов рассмотрим планарно ориентированный ЖК-слой как важный предельный случай, где ЖК-директор $\mathbf{d}$, который определяет ориентацию оптической оси, лежит в плоскости ЖК-ячейки (плоскость xy):

$$\mathbf{d} = d_x \mathbf{x} + d_y \mathbf{y} = \cos\phi_{\mathbf{d}}\, \mathbf{x} + \sin\phi_{\mathbf{d}}\, \mathbf{y}, \qquad (1)$$

и характеризуется азимутальным углом директора $\phi_{\mathbf{d}}$. В частности, наряду с поляризационными распределениями коноскопической однородной НЖК-структуры с $\phi_{\mathbf{d}} = \phi_0$, мы рассмотрим случай холестерика с геликоидальной ориентационной структурой, которая описывается уравнением (1) с азимутальным углом $\phi_{\mathbf{d}} = qz + \phi_0$, где $q = 2\pi/P$ и P — соответственно волновое число и шаг холестерической спирали [1]. Нас будут интересовать условия возникновения C-точек в таких поляризационных распределениях.

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННО-РАЗРЕШЕННЫЕ КОНОСКОПИЧЕСКИЕ КАРТИНЫ

2.1. Матрица пропускания

Рассмотрим задачу пропускания света одноосно анизотропным ЖК-слоем толщиной D, тензор диэлектрической проницаемости которого имеет общий вид [1]:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_\perp \delta_{ij} + \Delta\varepsilon\, d_i d_j, \qquad (2)$$

где $\Delta\varepsilon = \varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp$ и δ_{ij} — символ Кронекера. Собственные значения тензора (2) дают обыкновенный и необыкновенный показатели преломления: $n_o = \sqrt{\mu\varepsilon_\perp}$ и $n_e = \sqrt{\mu\varepsilon_\parallel}$, где μ — магнитная проницаемость ЖК.

Будем полагать, что падающая и прошедшая волны — плоские и распространяются во внешней изотропной среде с показателем преломления $n_m = \sqrt{\mu_m\varepsilon_m}$. Для плоскости xz, совмещенной с плоскостью падения, векторные амплитуды электрического поля падающей и прошедшей волны

$$\mathbf{E}_{inc,\,tr} = E_\parallel^{(inc,\,tr)}\big(q_m\,\hat{\mathbf{x}} - q_x\,\hat{\mathbf{z}}\big)n_m^{-1} + E_\perp^{(inc,\,tr)}\hat{\mathbf{y}}, \quad (3)$$

где $q_m = \sqrt{n_m^2 - q_x^2}$, $q_x = n_m \sin\theta_{inc}$ и θ_{inc} — угол падения связаны соотношением

$$\begin{pmatrix} E_\parallel^{(tr)} \\ E_\perp^{(tr)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\mathcal{T}} \begin{pmatrix} E_\parallel^{(inc)} \\ E_\perp^{(inc)} \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

определяющим матрицу пропускания $\boldsymbol{\mathcal{T}}$.

Для вычисления матрицы пропускания воспользуемся аналитическими результатами работ [11, 12], где решение граничной задачи выражено через оператор эволюции матричных уравнений Максвелла [17] для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей:

$$\mathbf{E}_P = (E_x, E_y)^T \quad \text{и} \quad \mathbf{H}_P = (H_y, -H_x)^T.$$

Опуская математические подробности, касающиеся точного решения задачи пропускания света НЖК-ячейкой (их можно найти в работах [11, 12]), ниже приведем аналитическое выражение для матрицы пропускания планарной НЖК-ячейки. При этом следует отметить, что получить аналогичные выражения для матрицы пропускания холестерика можно лишь в случае нормального падения света при $\theta_{inc} = 0$. В случае же наклонного падения, когда $\theta_{inc} \neq 0$, аналитическое решение отсутствует и оператор эволюции следует находить с помощью численных методов. Отметим, что аналитические результаты можно также получить в приближении, описывающем предельный случай большого шага спирали [18].

Для собственных мод электромагнитного поля в планарной НЖК-ячейке определим матрицу собственных значений:

$$\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \mathrm{diag}(q_e, q_o), \qquad (5)$$

$$q_e = \sqrt{n_e^2 - q_x^2(1 + u_a d_x^2)}, \quad q_o = \sqrt{n_o^2 - q_x^2}, \qquad (6)$$

где $u_a = \Delta\epsilon/\epsilon_\perp$ — параметр анизотропии НЖК, а

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \mu \begin{pmatrix} d_x[1 - q_x^2/n_o^2] & d_y q_o \\ d_y & -d_x q_o \end{pmatrix}, \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} d_x q_e & d_y n_o^2 \\ d_y q_e & -d_x[n_o^2 - q_x^2] \end{pmatrix} \qquad (8)$$

— две блок-матрицы собственных векторов. Аналогичные матрицы собственных векторов для внешней среды имеют вид

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_m = \mathrm{diag}\left(\frac{q_m}{n_m}, 1\right), \quad \mu_m \boldsymbol{\mathcal{H}}_m = \mathrm{diag}(n_m, q_m),$$

где μ_m — магнитная проницаемость среды.

Следуя вычислительной процедуре работ [11, 12], получаем матрицу пропускания планарно ориентированного нематика в виде

$$\boldsymbol{\mathcal{T}} = N_m \left[\boldsymbol{\mathcal{A}}_+ \cdot \boldsymbol{\mathcal{W}}_- \cdot \boldsymbol{\mathcal{A}}_+^T - \boldsymbol{\mathcal{A}}_- \cdot \boldsymbol{\mathcal{W}}_+ \cdot \boldsymbol{\mathcal{A}}_-^T\right]^{-1}, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{W}}_\pm = \exp[\pm i \boldsymbol{\mathcal{Q}} h] \cdot \boldsymbol{\mathcal{N}}^{-1}, \quad \boldsymbol{\mathcal{N}} = \mathrm{diag}(N_e, N_o), \quad (10)$$

$$N_e = \frac{2 q_e \mu}{n_o^2}(n_o^2 - q_x^2 d_x^2), \quad N_o = 2 q_o \mu (n_o^2 - q_x^2 d_x^2), \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{A}}_\pm = \boldsymbol{\mathcal{E}}_m \cdot \boldsymbol{\mathcal{H}} \pm \boldsymbol{\mathcal{H}}_m \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}, \quad (12)$$

где $N_m = 2q_m/\mu_m$, $h = k_{vac} D$ и $k_{vac} = \omega/c$ — волновое число в вакууме.

Рассчитанная в плоскости падения с нулевым азимутальным углом падения, $\phi_{inc} = 0$, матрица $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ определяет матрицу пропускания коноскопических картин $\tilde{\boldsymbol{\mathcal{T}}}$ в циркулярном базисе следующим образом [11, 12]:

$$\tilde{\boldsymbol{\mathcal{T}}}(\rho, \phi) = \begin{pmatrix} t_{++} & t_{+-} \\ t_{-+} & t_{--} \end{pmatrix} = \\ = \exp(-i\phi \boldsymbol{\sigma}_3) \boldsymbol{\mathcal{T}}_c(\rho, \phi_{\mathbf{d}} - \phi) \exp(i \phi \boldsymbol{\sigma}_3), \quad (13)$$

$$\rho = r \,\mathrm{tg}\, \theta_{inc}, \quad \phi = \phi_{inc}, \quad (14)$$

где

$$\boldsymbol{\sigma}_3 = \mathrm{diag}(1, -1), \quad \boldsymbol{\mathcal{T}}_c = \boldsymbol{\mathcal{C}} \boldsymbol{\mathcal{T}} \boldsymbol{\mathcal{C}}^\dagger,$$

$$\boldsymbol{\mathcal{C}} = 2^{-1/2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix},$$

r — масштабный коэффициент. При этом на плоскости наблюдения коноскопической картины ρ и ϕ представляют собой полярные координаты (декартовы координаты: $x = \rho \cos\phi$ и $y = \rho \sin \phi$), которые определяются углом падения θ_{inc} и азимутальным углом плоскости падения ϕ_{inc}.

Необходимо также отметить, что в центре коноскопической картины ($\rho = 0$), которому соответствует случай нормального падения ($\theta_{inc} = 0$), матрица пропускания (13) не зависит от азимутального угла плоскости падения ϕ. Используя аналитические результаты для матриц пропускания нематических и холестерических ЖК-ячеек, можно показать, что при $q_x = 0$

$$\tilde{\boldsymbol{\mathcal{T}}}\Big|_{\rho=0} = \boldsymbol{\mathcal{T}}_c(0, \phi_{\mathbf{d}}). \quad (15)$$

Матрица пропускания (13) и соотношение

$$\begin{pmatrix} E_+^{(tr)}(\rho, \phi) \\ E_-^{(tr)}(\rho, \phi) \end{pmatrix} = \tilde{\boldsymbol{\mathcal{T}}}(\rho, \phi) \begin{pmatrix} E_+^{(inc)} \\ E_-^{(inc)} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $E_\pm^{(inc,\,tr)} = 2^{-1/2}\big(E_\parallel^{(inc,\,tr)} \mp i E_\perp^{(inc,\,tr)}\big)$, определяют распределение циркулярных компонент прошедшей волны на плоскости наблюдения. Теперь поляризационно-разрешенную коноскопическую картину можно рассчитать как поле поляризационных эллипсов, которые определяются распределением поляризационных параметров (азимута поляризации $\phi_p^{(tr)}$ и эллиптичности $\varepsilon_{ell}^{(tr)}$) пропущенной волны в плоскости наблюдения. Эти параметры нетрудно получить из уравнений

$$2\phi_p = \arg(E_+^* E_-) = \mathrm{arctg}\left[\frac{S_2}{S_1}\right], \quad (17)$$

$$\varepsilon_{ell} = \frac{|E_+| - |E_-|}{|E_+| + |E_-|} = \mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{S_3}{S_0}\right)\right], \quad (18)$$

где $E_\pm = |E_\pm| \exp(i\phi_\pm)$, а $E_\pm^{(inc,\,tr)} = 2^{-1/2}\big(E_\parallel^{(inc,\,tr)} \mp i E_\perp^{(inc,\,tr)}\big)$; $\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$ — параметры Стокса [19], которые определяют сферу Пуанкаре, параметризованную азимутом поляризации $0 < \phi_p \le \pi$ и углом эллиптичности $-1 \le \mathrm{tg}\,\chi_p = \varepsilon_{ell} \le 1$. При $E_\pm = E_\pm^{(inc)}$ ($E_\pm = E_\pm^{(tr)}$) уравнения (17) и (18) определяют азимут поляризации $\phi_p^{(inc)}$ ($\phi_p^{(tr)}$) и эллиптичность ($\varepsilon_{ell}^{(tr)}$) падающей (прошедшей) волны.

Если $|E_\nu| = 0$, то волна имеет круговую поляризацию и ее фаза ϕ_ν вместе с азимутом поляризации ϕ_p не определены. Поэтому такая поляризационная сингулярность может рассматриваться как фазовая сингулярность комплекснозначного поля Стокса, $S = S_1 + iS_2 = E_+^* E_-$. Точки с $|E_\nu| = 0$, где $\varepsilon_{ell} = -\nu$, будем называть C_ν-точками.

В случае линейной поляризации $|E_+| = |E_-|$ и знак поляризации неопределен. Кривые линейной поляризации — L-линии. В случайных неоднородно-поляризованных световых полях L-линии разделяют области с правой и левой поляризациями [13].

Рассмотрим условия формирования C_ν-точек в поляризационно-разделенных коноскопических картинах.

Так как матрица пропускания $\tilde{\boldsymbol{\mathcal{T}}}(\rho, \phi)$ зависит от двух углов падения, θ_{inc} и ϕ_{inc}, то для данных значений этих углов C_ν-точка индуцируется при определенных параметрах поляризации падающей волны. Чтобы определить такие индуцирующие C-точки состояния поляризации, решим обратную задачу пропускания света.

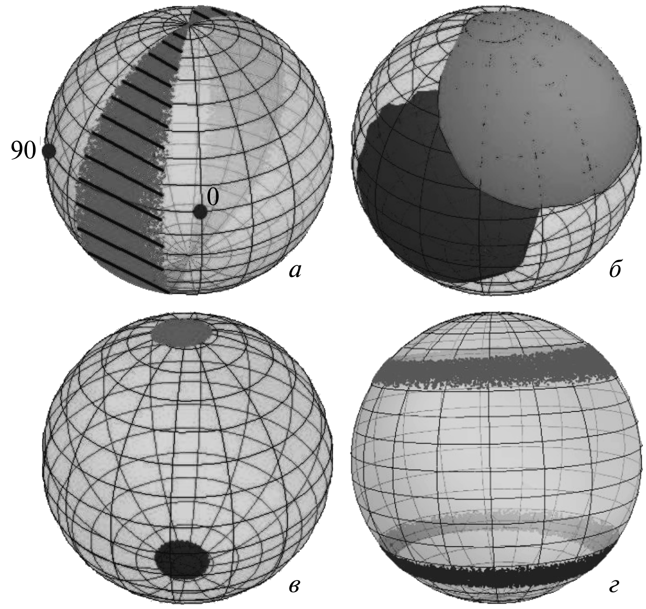

Рис. 1. Состояния поляризации падающей световой волны, индуцирующие C-точки в поляризационно-разрешенных коноскопических картинах: *а* — планарный нематик, *б* — холестерик $P = 250$ мкм, *в* — холестерик $P = 200$ мкм, *г* — холестерик $P = 100$ мкм. Светлым цветом отмечены области, индуцирующие правые C-точки, темным цветом — левые C-точки. Для планарного НЖК эти области совпадают. Параметры расчета: нематический ЖК E7 ($n_o = 1.54$, $n_e = 1.72$), $n_m = 1.5$, толщина ячейки $D = 100$ мкм, апертура светового пучка $30°$, $\phi_{\mathbf{d}} = 0$. Направление изменения азимута поляризации показано на рис. *а*

Очевидно, состояния поляризации прошедшей волны в C_ν-точке известны. Для правой ($\nu = -1$) и левой ($\nu = +1$) C-точек имеем соответственно $\mathbf{E}_{inc} \propto (1,0)^T$ и $\mathbf{E}_{inc} \propto (0,1)^T$. Нетрудно показать, что соотношение

$$\begin{pmatrix} E_+^{(inc)} \\ E_-^{(inc)} \end{pmatrix} \propto \nu \begin{pmatrix} -t_{\nu\,-} \\ t_{\nu\,+} \end{pmatrix} \tag{19}$$

определяет состояние поляризации падающей волны, индуцирующее C_ν-точку при заданных углах падения, θ_{inc} и ϕ_{inc} (в данной точке коноскопической картины (ρ, ϕ)). Изменяя углы падения, получим множество состояний поляризации падающей волны, которые индуцируют хотя бы одну C-точку в соответствующей коноскопической картине. Геометрически на сфере Пуанкаре такие состояния удобно изображать точками, образующими область. Например, для простого случая гомеотропной НЖК-ячейки картин без C-точек нет [11, 12] и такая область покрывает всю сферу.

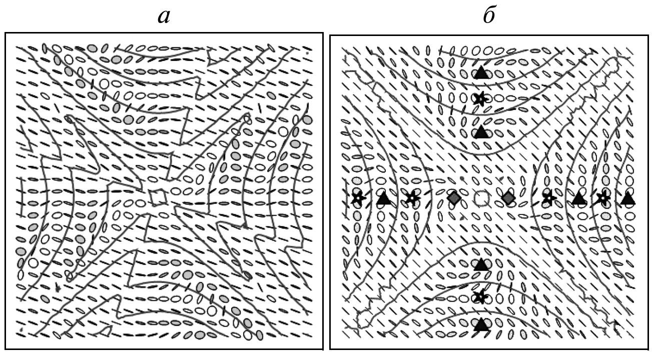

Рис. 2. Поляризационно-разрешенные коноскопические картины планарного нематика. Параметры расчета те же, что и на рис. 1: *а* — $\phi_p^{(inc)} = 20°$, $\varepsilon_{ell}^{(inc)} = 0$; *б* — $\phi_p^{(inc)} = 45°$, $\varepsilon_{ell}^{(inc)} = 0$

2.2. Однородная планарная структура

На рис. 1*а* представлены области индуцирующих C_ν-точки состояний поляризации падающей волны на сфере Пуанкаре (азимут поляризации $\phi_p^{(inc)}$ изменяется вдоль параллелей, а эллиптичность $\varepsilon_{ell}^{(inc)}$ — вдоль меридианов). Параметры расчета, выполненного по формулам (9)–(13), даны в подписи к рис. 1.

На рис. 1*а* видно, что в отличие от гомеотропно ориентированного НЖК, для планарной ориентации существует выраженная зависимость условий формирования C_ν-точек от азимутального угла поляризации падающей волны $\phi_p^{(inc)}$. При этом сфера Пуанкаре, представленная на рис. 1*а*, рассчитана для случая, когда $\phi_{\mathbf{d}} = 0$. Изменение значения азимутального угла НЖК-директора $\phi_{\mathbf{d}}$ эквивалентно сдвигу азимута поляризации $\phi_p^{(inc)}$ на $\phi_{\mathbf{d}}$, что соответствует перемещению области вдоль параллелей (повороту вокруг оси S_3).

Поляризационно-разрешенные коноскопические картины планарного НЖК, представленные на рис. 2, демонстрируют эффект селективности по азимуту поляризации падающей волны. Видно, что на теоретически рассчитанных поляризационно-разрешенных коноскопических картинах (рис. 2) C-точки образуют правильную геометрическую структуру, характеризующуюся чередованием знака топологического индекса C-точек.

Перестройка этой структуры при изменении азимута поляризации сопровождается бифуркациями рождения/аннигиляции C-точек и расталкиванием структурно-неустойчивых пересечений L-линий. Интересно, что подобное поведение было обнаружено в картинах для гомеотропной НЖК-структуры при индуцированных изменением эллиптичности перестройках [12].

2.3. Холестерическая спираль

Рассмотрим теперь, что происходит в случае холестерической ЖК (ХЖК)-ячейки, в которой за счет хиральности сформирована геликоидальная ориентационная структура с отличным от нуля волновым числом ХЖК-спирали, $q \neq 0$, и конечным шагом спирали, $P = 2\pi/q$. На рис. 1*б,в,г* представлены области на сфере Пуанкаре, которые индуцируют C-точки в поляризационно-разрешенных коноскопических картинах ХЖК.

В первом случае (рис. 1*б*), когда шаг спирали равен $P = 250$ мкм и число полувитков $2D/P = 0.4$ меньше единицы, уже возникает ситуация, когда определенные состояния поляризации индуцируют только правые или только левые C-точки. Как и для НЖК-ячейки, в этом случае цилиндрическая симметрия области нарушена и еще сохраняется зависимость от азимутального угла $\phi_p^{(inc)}$. Появляется возможность формирования C-точек за счет изменения эллиптичности $\varepsilon_{ell}^{(inc)}$ падающего света.

Как показано на рис. 1*в*, дальнейшее уменьшение шага холестерической спирали до $P = 200$ мкм с увеличением числа полувитка единицы приводит к локализации областей, которые индуцируют C-точки разного знака в окрестности соответствующих полюсов сферы Пуанкаре. Когда же в ХЖК-ячейке сформированы два полувитка спирали, $P = 100$ мкм, то области трансформируются в две полосы, расположенные в верхней и нижней полусферах (см. рис. 1*г*).

Разделение областей по знаку циркулярной поляризации указывает на необязательность присутствия L-линий. Пример поляризационно-разрешенной коноскопической картины ХЖК без L-линий, содержащей поляризационные эллипсы лишь одного знака, представлен на рис. 3.

Интересно, что в рассмотренных выше случаях холестерической спирали с целым числом полувитков соответствующие области на сфере Пуанкаре становятся цилиндрически-симметричными, и, как следствие, зависимость условий появления C-точек от азимутального угла $\phi_p^{(inc)}$ полностью исчезает. Для таких ХЖК-ячеек появление C-точек в поляризационно-разрешенной коноскопической картине холестерического ЖК полностью определяется эллиптичностью $\varepsilon_{ell}^{(inc)}$ падающего света.

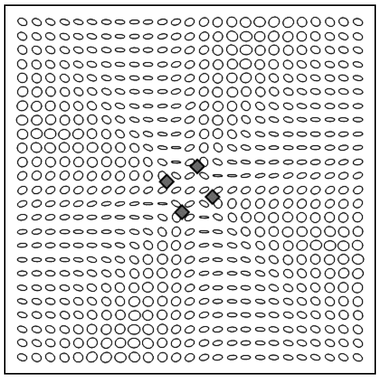

Рис. 3. Поляризационно-разрешенная коноскопическая картина холестерического ЖК, $P = 100$ мкм, $\varepsilon_{ell}^{(inc)} = 0.7$, $\phi_p^{(inc)} = 0$

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характерной особенностью поляризационно-разрешенных коноскопических картин планарных НЖК- и ХЖК-ячеек является селективность условий формирования C-точек по поляризационным параметрам падающей световой волны.

Для планарного НЖК показано, что появление C-точек зависит только лишь от азимутального угла поляризации $\phi_p^{(inc)}$, в то время как эллиптичность фактически не влияет на их формирование. Причем на сфере Пуанкаре области, которые индуцируют C-точки, вращаются вокруг оси S_3 при изменении азимутального угла директора. Такое поведение указывает на то, что селективность по азимутальному углу связана с нарушением цилиндрической симметрии гомеотропной конфигурации НЖК.

В ХЖК-ячейках равновесной является неоднородная геликоидальная конфигурация, в которой директор вращается вокруг нормали к ячейке. Когда число полувитков в ХЖК-ячейке становится больше единицы, тогда «восстанавливается» цилиндрическая симметрия и соответствующие области на сфере Пуанкаре становятся цилиндрически-симметричными. В этом случае решающим фактором при формировании C-точек становится эллиптичность $\varepsilon_{ell}^{(inc)}$ падающей волны. Причем области состояний поляризации падающей волны, которые индуцируют C-точки противоположных знаков, не пересекаются. Очевидно, что указанные особенности можно рассматривать как эффекты хиральности ХЖК.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта УНТЦ № 4687.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1993).
2. P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, Wiley, Singapore (1999).
3. V. G. Chigrinov, *Liquid Crystal Devices: Physics and Applications*, Artech House, Boston (1999).
4. G. Baur, V. Wittwer, and D. W. Berreman, Phys. Lett. A **56**, 142 (1976).
5. L. H. Brett and H. H. Winter, Appl. Opt. **40**, 2089 (2001).
6. Yu. A. Nastishin, O. B. Dovgyi, and O. G. Vlokh, Ukr. J. Phys. Opt. **2**, 98 (2001).
7. L. Lucchetta, R. Karopiran, A. Mann, and F. Simoni, J. Appl. Phys. **91**, 6060 (2002).
8. В. А. Лойко, А. В. Конколович, ЖЭТФ **130**, 1082 (2006).
9. С. В. Яблонский, А. С. Михайлов, С. П. Палто, С. Г. Юдин, С. И. Яковлев, Г. Дюран, Письма в ЖЭТФ **67**, 387 (1998).
10. В. А. Лойко, А. В. Конколович, ЖЭТФ **126**, 385 (2004).
11. A. D. Kiselev, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 246102 (2007).
12. A. D. Kiselev, R. G. Vovk, R. I. Egorov, and V. G. Chigrinov, Phys. Rev. A **78**, 033815 (2008).
13. J. F. Nye, *Natural Focusing and Fine Structure of Light: Caustics and Wave Dislocations*, Institute of Physics Publishing, Bristol (1999).
14. В. Г. Денисенко, Р. И. Егоров, М. С. Соскин, Письма в ЖЭТФ **80**, 21 (2004).
15. Р. И. Егоров, В. Г. Денисенко, М. С. Соскин, Письма в ЖЭТФ **81**, 454 (2005).
16. N. D. Mermin, Rev. Mod. Phys. **51**, 591 (1979).
17. D. W. Berreman, J. Opt. Soc. Amer. **62**, 502 (1972).
18. Е. В. Аксенова, Е. В. Крюков, В. П. Романов, ЖЭТФ **132**, 1435 (2007).
19. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford (1980).