ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 1, стр. 165–176

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ГАЗАХ В ПРОБЛЕМЕ КУЭТТА

*В. Г. Черняк**, *А. Ф. Поликарпов***

Уральский государственный университет
620083, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 3 июля 2009 г.

Рассматриваются нелинейные процессы тепломассопереноса в разреженных газах, заключенных между бесконечными параллельными пластинами, которые имеют разные температуры и движутся относительно друг друга. С помощью решения модельных кинетических уравнений методом дискретных ординат рассчитаны профили макроскопической скорости газа, плотности, температуры, потоков тепла и тензора напряжений в широком диапазоне чисел Кнудсена и при различных значениях разности температур пластин и скорости их движения. Показано, что при определенных условиях направление движения газа вблизи «горячей» пластины может быть противоположным направлению движения этой пластины. Установлено также, что продольная и поперечная составляющие вектора плотности теплового потока при некотором перепаде температур пластин изменяют свои направления на противоположные в промежуточном и почти свободномолекулярном режимах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Движение газа между бесконечными параллельными пластинами, стимулируемое продольным движением этих пластин (задача Куэтта), хорошо изучено теоретически в линейном приближении. В связи с этим линеаризованная задача Куэтта представляет определенный интерес как инструмент для апробации газокинетических моделей и приближенных методов их решения [1–4].

При больших скоростях, сопоставимых по порядку величины со скоростью звука, и при большой относительной разнице температур пластин в газе возникают специфические нелинейные эффекты. В частности, за счет работы внутренних напряжений заметно повышается температура газа. Это стимулирует нормальный к пластинам перенос тепла. Величины противоположно направленных тепловых потоков в газе больше вблизи пластин (за исключением свободномолекулярного режима). В результате температура газа оказывается неоднородной в зазоре между пластинами, имеющими одинаковые температуры, — она максимальна в центре зазора и минимальна на стенках [5]. Если движущиеся с достаточно большой скоростью пластины имеют существенно различающиеся температуры, поперечный тепловой поток оказывается пространственно-неоднородным, в отличие от случая линейного теплопереноса. Как показано в этой работе, при определенной разности температур пластин направление движения газа около «горячей» пластины в почти свободномолекулярном режиме изменяется на противоположное, т. е. газ движется противоположно направлению движения пластины. Установлено также, что продольная и поперечная составляющие вектора плотности теплового потока при некотором перепаде температур пластин изменяют свои направления на противоположные в промежуточном и почти свободномолекулярном режимах. Такая инверсия направлений тепловых потоков происходит около «горячей» пластины.

Исследовать нелинейные эффекты тепломассопереноса в зависимости от степени разреженности газа, скорости движения пластин, разности их температур, от характера взаимодействия молекул с граничными поверхностями, установить пределы применимости существующих линейных теорий является актуальной задачей кинетики газов.

Теплоперенос в газе между неподвижными пластинами в нелинейной постановке рассматривался в работах [6, 7]. Основная цель этих работ состояла в разработке численных схем решения модельного кинетического уравнения Бхатнагара – Гросса – Крука (БГК) [6] и метода прямого статистического моде-

*E-mail: vladimir.chernyak@usu.ru
**E-mail: alexey.polikarpov@usu.ru

лирования (DSMC) [7]. Численные расчеты проводились при малых числах Кнудсена (Kn — отношение средней длины свободного пробега молекул к расстоянию между пластинами). В работах [8, 9] решена задача Куэтта методом DSMC при равных температурах движущихся пластин. В результате в работе [8] получены распределения температуры и плотности газа в зазоре для двух значений числа Кнудсена $\mathrm{Kn} = 0.01$ и $\mathrm{Kn} = 0.25$ и скорости движения пластин, равной $0.1\mathrm{Ma}_w$ (Ma_w — число Маха, определяемое как отношение скорости движения пластин к скорости звука в газе). В работе [9] рассмотрен случай сверхзвуковых скоростей движения пластин, а численные результаты получены для двух значений числа Кнудсена $\mathrm{Kn} = 0.01$ и $\mathrm{Kn} = 1$.

Решение задачи Куэтта в случае различных температур движущихся пластин представлено в работе [5]. На основе численного решения кинетической модели БГК рассчитаны профили температуры, плотности, потоков тепла и скорости движения газа для нескольких значений числа Kn, отношения температур пластин, равного трем, скорости движения пластин, равной $0.5\mathrm{Ma}_w$. В работе [10], по-видимому, впервые показана возможность существования продольного потока тепла за счет движения пластин, имеющих одинаковые температуры. При этом физический механизм явления не обсуждался.

Несмотря на большое количество публикаций, посвященных решению задачи Куэтта, результаты, полученные в нелинейном приближении, носят фрагментарный характер. Очевидно, для понимания физических механизмов нелинейного тепломассопереноса в газе, особенностей распределения термодинамических величин и потоков в зазоре между пластинами, а также эволюции этих распределений при изменении определяющих параметров необходимо провести расчеты в широком диапазоне значений этих параметров — скорости движения пластин, перепада температур между ними и параметра разреженности газа.

Заметим также, что использованная в ряде работ модель БГК содержит лишь один свободный параметр — эффективную частоту столкновений, которую связывают либо с коэффициентом вязкости, либо с коэффициентом теплопроводности газа в зависимости от решаемой задачи. В линейном приближении, когда скорость движения и разность температур пластин малы, задача Куэтта естественным образом распадается на две независимые задачи о сдвиговом изотермическом движении газа и теплопереносе между пластинами в неподвижном газе. В первом случае эффективную частоту столкновений в модели БГК выбирают по вязкости газа, а во втором — по его теплопроводности. В нелинейном приближении, когда потоки газа и тепла неразделимы, модель БГК не дает количественного описания процессов совместного тепло- и массопереноса. Необходимо использовать аппроксимирующие кинетические модели высшего порядка. Оценка ошибки модели БГК, в особенности для сильно неравновесного газа при различных значениях параметра разреженности, на основе сравнения с результатами решения кинетической модели более высокого порядка — одна из задач данной работы.

Цель работы состоит в следующем: а) рассчитать физические величины, характеризующие состояние газа, на основе численного решения двух модельных кинетических уравнений в широком диапазоне значений определяющих параметров, б) выявить физические механизмы эффектов, возникающих в газе между движущимися пластинами, при любых значениях числа Кнудсена и разности температур пластин.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим одноатомный газ, заключенный между бесконечными параллельными пластинами, расположенными в плоскостях $y = \pm H/2$. Начало системы координат находится в центре зазора, имеющего высоту H, координатные оси y и x направлены соответственно перпендикулярно и параллельно пластинам.

Пусть нижняя пластина, термостатированная при температуре T_1, движется относительно выбранной системы координат с постоянной скоростью u_w в отрицательном направлении оси x, а верхняя пластина, термостатированная при температуре T_2, движется с той же скоростью в положительном направлении оси x. Для определенности примем $T_2 > T_1$.

Поскольку пластины термостатированы при фиксированных температурах и движутся без ускорения, состояние газа является стационарным. Ввиду бесконечности пластин (их линейные размеры много больше расстояния H между ними) задачу можно считать одномерной — все физические величины зависят только от поперечной координаты y. Разумеется, такое приближение оправдано только при условии устойчивости процессов переноса в газе.

Состояние газа описывается функцией распределения молекулярных скоростей $f(y, \mathbf{v})$, удовлетворяющей уравнению Больцмана ($\mathbf{v}$ — скорость молекул относительно лабораторной системы координат). В соответствии с принятыми предположениями кинетическое уравнение записывается в следующем виде:

$$v_y \frac{\partial f}{\partial y} = Q\,(f)\,, \qquad (1)$$

где v_y — проекция вектора скорости молекул на ось y, $Q\,(f)$ — больцмановский интеграл столкновений.

Воспользуемся аппроксимирующими интегралами столкновений

$$Q(f) = -\nu(f - f_{mod}), \qquad (2)$$

где f_{mod} — функция распределения, специфичная для каждой кинетической модели, ν — эффективная частота молекулярных столкновений, не зависящая от скорости молекул.

В частности, для простейшей модели БГК имеем [11] $f_{mod} = f_M$, где f_M — локально-равновесная функция распределения Максвелла,

$$f_M = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{2kT}\right).$$

Здесь m — масса молекулы, k — постоянная Больцмана, $\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$ — собственная скорость молекул, $\mathbf{u}$ — макроскопическая скорость движения газа; температура T, числовая плотность n и скорость $\mathbf{u}$ газа зависят от поперечной координаты y. Если эффективную частоту столкновений — единственный свободный параметр модели — выбирать по времени релаксации напряжений в газе, то $\nu = p/\eta$ (p и η — соответственно давление и коэффициент вязкости газа). Если же ее связывать с временем релаксации плотности теплового потока, то $\nu = 2p/3\eta$. В первом случае модель БГК обеспечивает правильное значение коэффициента вязкости газа, а во втором — теплопроводности. В этом и состоит основной недостаток модели БГК при описании процессов, обусловленных как вязкостью, так и теплопроводностью газа одновременно.

Аппроксимирующий интеграл столкновений более высокого порядка, так называемая S-модель [12], также имеет вид (2), причем

$$f_{mod} = f_M\left[1+\frac{2q_iV_i}{15pRT}\left(\frac{V^2}{2RT}-\frac{5}{2}\right)\right], \quad \nu = \frac{p}{\eta}. \qquad (3)$$

Здесь q_i — i-я компонента вектора плотности потока тепла, $R = k/m$ — газовая постоянная. Заметим, что вопрос о пределах применимости S-модели для описания сильно неравновесных процессов является дискуссионным. Ответить на него можно было бы после сравнения результатов решения различных нелинейных задач для уравнения Больцмана и его моделей друг с другом, а также с экспериментальными данными. В настоящее время делать однозначные выводы и тем более давать количественные критерии пределов применимости модельных уравнений высших порядков невозможно. Однако можно утверждать, что в рамках моментного метода Грэда S-модельное уравнение позволяет получить точно такую же систему нелинейных релаксационных уравнений для всех физических величин, что и полное уравнение Больцмана. В отличие от модели БГК S-модель дает правильное описание диссипативных процессов в газе, обусловленных вязкостью и теплопроводностью одновременно. Другими словами, из решения S-модельного уравнения методом Чепмена – Энскога, в отличие от модели БГК, следуют правильные значения коэффициентов вязкости и теплопроводности одновременно.

В качестве граничных условий примем, что доля α налетающих на стенку молекул рассеивается диффузно при полной аккомодации энергии с максвелловским распределением скоростей f_w, а доля молекул $1-\alpha$ отражается зеркально. Тогда функции распределения молекул, отраженных от нижней и верхней пластин, равны:

$$f^+ = (1-\alpha)f^- + \alpha f_w, \qquad (4)$$

где

$$f_w\left(y = \mp\frac{H}{2}\right) = n_{1,2}\left(\frac{1}{2\pi RT_{1,2}}\right)^{3/2} \times \\ \times \exp\left[-\frac{(v_x \pm u_w)^2 + v_y^2 + v_z^2}{2RT_{1,2}}\right],$$

верхними индексами «+» и «−» обозначены функции распределения соответственно испущенных и налетающих на стенку молекул. Неизвестные числовые плотности молекул n_1 и n_2, соответствующие температурам нижней T_1 и верхней T_2 пластин, определяются из условий непротекания:

$$\int\limits_{\pm|v_y|} |v_y| f^+\left(y = \mp\frac{H}{2}\right)\,d\mathbf{v} = \\ = \int\limits_{\mp|v_y|} |v_y| f^-\left(y = \mp\frac{H}{2}\right)\,d\mathbf{v}. \qquad (5)$$

Уравнения (1)–(5) однозначно определяют функцию распределения молекулярных скоростей в любой точке пространства между пластинами. Конечная цель решения задачи Куэтта состоит в расчете следующих макроскопических величин и потоков: числовая плотность молекул и температура газа —

$$n = \int f\, d\mathbf{v}, \quad \frac{3}{2}kT = \frac{m}{2n}\int V^2 f\, d\mathbf{v}, \tag{6}$$

скорость движения газа вдоль пластин и напряжение —

$$u_x = \frac{1}{n}\int v_x f\, d\mathbf{v}, \quad p_{xy} = m\int V_x V_y f\, d\mathbf{v}, \tag{7}$$

поперечная и продольная составляющие вектора плотности теплового потока —

$$q_y = \frac{m}{2}\int V_y V^2 f\, d\mathbf{v}, \quad q_x = \frac{m}{2}\int V_x V^2 f\, d\mathbf{v}. \tag{8}$$

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для проведения численных расчетов следует перейти к безразмерным величинам. В качестве характерных параметров выберем среднюю температуру пластин T_0, соответствующие ей числовую плотность n_0, давление p_0 и наиболее вероятную скорость молекул v_0:

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2), \quad n_0 = \frac{p_0}{kT_0}, \quad v_0 = \sqrt{2RT_0}.$$

Введем безразмерные величины:

$$y' = \frac{y}{H}, \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{v}}{v_0}, \quad n' = \frac{n}{n_0}, \quad f' = \frac{f v_0^3}{n_0}, \quad T' = \frac{T}{T_0},$$

$$\mathbf{q}' = \frac{\mathbf{q}}{p_0 v_0}, \quad u'_w = \frac{u_w}{v_0}, \quad p'_{xy} = \frac{p_{xy}}{2p_0}.$$

Коэффициент вязкости η, соответствующий локальной температуре газа T, выразим через коэффициент вязкости η_0, соответствующий средней температуре T_0. Для модели твердых сферических молекул имеем

$$\eta = \sqrt{\frac{T}{T_0}}\,\eta_0, \quad \eta_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} n_0 m v_0 l, \tag{9}$$

где l — средняя длина свободного пробега молекул.

Кинетическое уравнение (1) с модельным интегралом столкновений (2) и частотой $\nu = p/\eta$ приобретает следующий вид:

$$c_y \frac{\partial f}{\partial y} = \delta n \sqrt{T}(f_{mod} - f). \tag{10}$$

Для простоты в этом уравнении и далее штрихи у безразмерных величин опущены; безразмерный параметр δ, характеризующий степень разреженности газа, связан с числом Кнудсена ($\mathrm{Kn} = l/H$) обратно пропорциональной зависимостью:

$$\delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2\,\mathrm{Kn}}. \tag{11}$$

Предел $\delta \to 0$ соответствует свободномолекулярному режиму процессов переноса, а предел $\delta \to \infty$ — режиму сплошной среды.

Безразмерная функция распределения f_{mod} в уравнении (10) в случае модели БГК имеет вид

$$f_{mod} = \frac{n}{(\pi T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}-\mathbf{u})^2}{T}\right),$$

в случае S-модели —

$$f_{mod} = \frac{n}{(\pi T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{c}-\mathbf{u})^2}{T}\right) \times \\ \times \left[1 + \frac{4}{15}\frac{q_i(c_i - u_i)}{nT^2}\left(\frac{(\mathbf{c}-\mathbf{u})^2}{T} - \frac{5}{2}\right)\right].$$

Для уменьшения количества переменных воспользуемся тем, что задача одномерная, и введем усеченные функции распределения:

$$\phi = \int f\, dc_z, \quad \psi = \int f c_z^2\, dc_z. \tag{12}$$

Умножая уравнение (10) последовательно сначала на 1, а затем на c_z^2 и интегрируя полученные выражения по dc_z, получим систему кинетических уравнений для усеченных функций распределения:

$$c_y \frac{\partial \phi}{\partial y} = \delta n \sqrt{T}(\phi_{mod} - \phi), \tag{13}$$

$$c_y \frac{\partial \psi}{\partial y} = \delta n \sqrt{T}(\psi_{mod} - \psi). \tag{14}$$

Здесь для модели БГК

$$\phi_{mod} = \frac{n}{\pi T} \exp\left[-\frac{(c_x - u_x)^2 + c_y^2}{T}\right],$$

$$\psi_{mod} = \frac{n}{2\pi} \exp\left[-\frac{(c_x - u_x)^2 + c_y^2}{T}\right],$$

в случае S-модели

$$\phi_{mod} = \left[\frac{n}{\pi T} + \frac{4}{15}\frac{1}{\pi T^3}\left(\frac{(c_x - u_x)^2 + c_y^2}{T} - 2\right) \times \\ \times \left[q_x(c_x - u_x) + q_y c_y\right]\right] \exp\left[-\frac{(c_x - u_x)^2 + c_y^2}{T}\right],$$

$$\psi_{mod} = \left[\frac{n}{2\pi} + \frac{2}{15}\frac{1}{\pi T^2}\left(\frac{(c_x-u_x)^2+c_y^2}{T} - 1\right) \times \right.$$
$$\left. \times \left[q_x(c_x-u_x)+q_yc_y\right]\right] \exp\left[-\frac{(c_x-u_x)^2+c_y^2}{T}\right].$$

Граничные условия к уравнениям (13) и (14) получаются последовательным умножением соотношения (4) на 1 и c_z^2 и интегрированием полученных выражений по dc_z:

$$\phi^+ = (1-\alpha)\phi^- + \alpha\phi_w, \quad \psi^+ = (1-\alpha)\psi^- + \alpha\psi_w, \quad (15)$$

где

$$\phi_w\left(y=\mp\frac{1}{2}\right) = \frac{n_{1,2}}{\pi T_{1,2}}\exp\left(-\frac{(c_x\mp u_w)^2+c_y^2}{T_{1,2}}\right),$$

$$\psi_w\left(y=\mp\frac{1}{2}\right) = \frac{n_{1,2}}{2\pi}\exp\left(-\frac{(c_x\mp u_w)^2+c_y^2}{T_{1,2}}\right).$$

Из условия непротекания (5) следуют выражения для числовых плотностей n_1 и n_2 молекул, отраженных соответственно от нижней и верхней пластин:

$$n_{1,2} = 2\sqrt{\frac{\pi}{T_{1,2}}}\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}dc_x\int\limits_0^{\infty}c_y\phi^-\left(c_x,\mp c_y, y=\mp\frac{1}{2}\right)dc_y. \quad (16)$$

Безразмерные физические величины (6)–(8) определяются через усеченные функции распределения следующими соотношениями:

$$n(y) = \iint \phi(y)\,dc_x\,dc_y,$$

$$T(y) = \frac{2}{3n}\iint\left[((c_x-u_x)^2+c_y^2)\phi+\psi\right]\,dc_x\,dc_y,$$

$$u_x(y) = \frac{1}{n}\iint c_x\phi\,dc_x\,dc_y,$$
$$p_{xy}(y) = \iint (c_x-u_x)c_y\phi\,dc_x\,dc_y, \quad (17)$$

$$q_x(y) = \iint\left[(c_x-u_x)^3\phi + c_y^2(c_x-u_x)\,\phi + \right.$$
$$\left. + (c_x-u_x)\psi\right]dc_x\,dc_y,$$

$$q_y(y) = \iint\left[c_y^3\phi + (c_x-u_x)^2c_y\phi + c_y\psi\right]dc_x\,dc_y.$$

Определяющими параметрами для этих физических величин являются безразмерная скорость движения пластин u_w, безразмерная разность температур пластин $\Delta T = (T_2-T_1)/(T_2+T_1)$ и параметр разреженности газа δ (11).

Задача (13)–(17) решалась методом дискретных ординат. Численная схема была реализована в следующем виде. Координатное пространство $-1/2 \le y \le 1/2$ было разделено на равные интервалы точками $i = 1, \ldots, N_y$.

Непрерывное пространство молекулярных скоростей заменялось дискретным. Для компонент c_x и c_y выбиралось $N_{cx} = 80$ дискретных значений c_{xl} и $N_{cy} = 200$ значений c_{ym}, взятых равномерно на интервале $[-5, 5]$. Количество узловых точек N_y в координатном пространстве по переменной y варьировалось от 200 до 400 в зависимости от значения параметра разреженности газа. В каждой точке i координатного пространства определялись значения функции ϕ (аналогично и для ψ) по следующей итерационной схеме:

$$c_{ym}\frac{\phi_{i,m}^k - \phi_{i-1,m}^k}{\Delta y} = \delta\sqrt{T_i^{k-1}}n_i^{k-1}\left(\phi_{mod,i}^{k-1} - \phi_i^k\right).$$

Количество итерационных шагов k определялось относительной погрешностью расчета температуры газа в некоторой выбранной точке. Эта относительная погрешность полагалась равной 10^{-6}. Значения всех макроскопических величин в данной точке координатного пространства находились численным расчетом двумерных интегралов (17) методом центральных прямоугольников.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Основные результаты численных расчетов представлены ниже на рис. 1–9 для случая полной аккомодации молекул газа на пластинах ($\alpha = 1$), за исключением рис. 9.

Численный расчет показал, что при одинаковых температурах пластин повышение температуры газа, соответствующее перераспределение плотности молекул и нормальный к стенкам тепловой поток пропорциональны квадрату скорости движения пластин при любых значениях параметра разреженности. Заметим, что данные результаты следуют также и из уравнения сохранения внутренней энергии единицы объема газа. В то же время скорость движения газа и напряжение пропорциональны первой степени скорости движения пластин независимо от

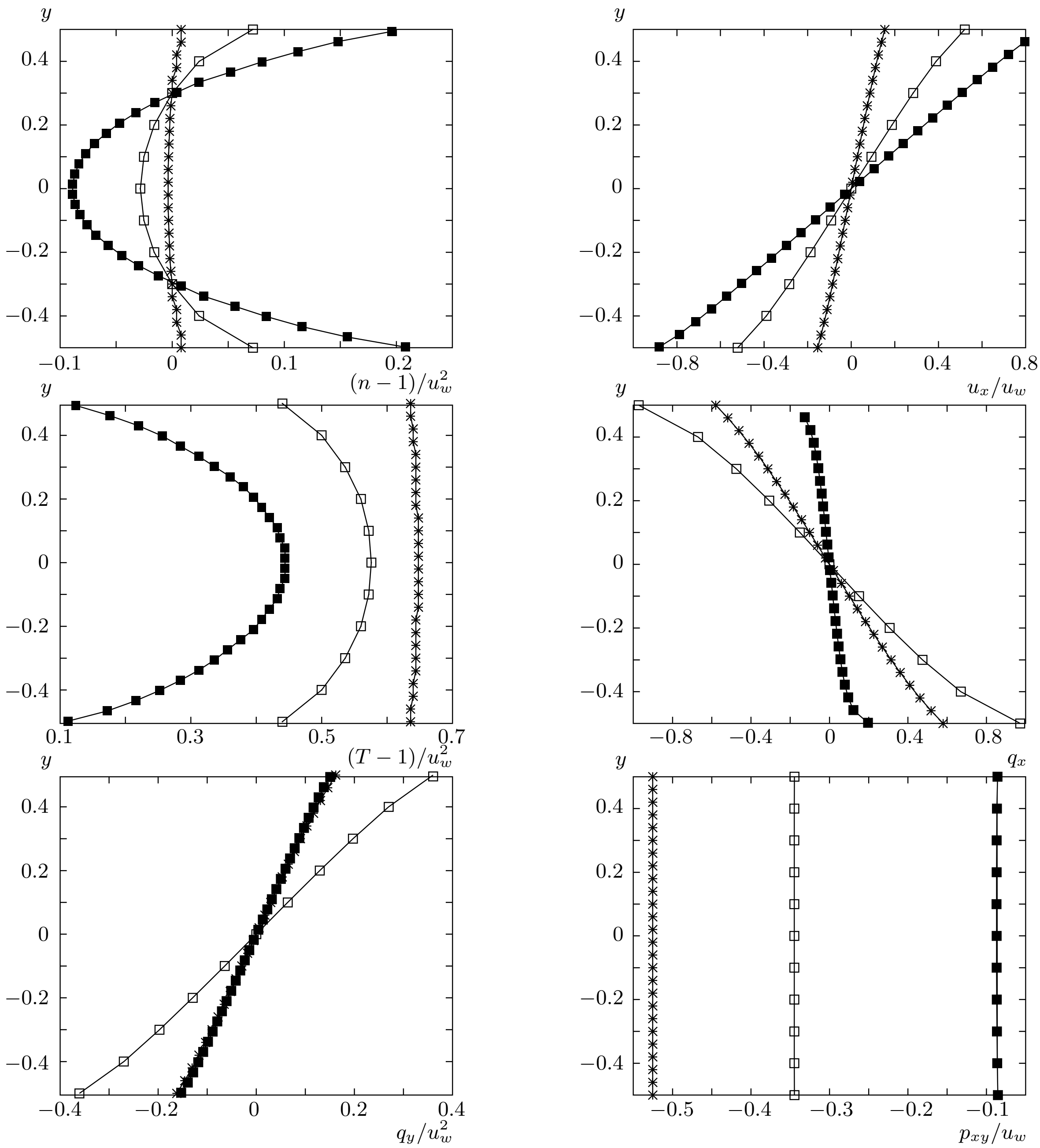

Рис. 1. Профили физических величин при различных значениях параметра разреженности $\delta = 0.1$ ($*$), 1 ($\square$), 10 ($\blacksquare$) и $\Delta T = 0$

величины этой скорости. Продольный тепловой поток в общем случае описывается выражением

$$q_x = q_x^{(1)} u_w + q_x^{(3)} u_w^3,$$

где $q_x^{(1)}$ и $q_x^{(3)}$ — составляющие теплового потока, зависящие от параметра разреженности газа и разности температур пластин. Это выражение согласуется с аналитической формулой, полученной для продольного теплового потока в свободномолекулярном режиме [13].

Если механизм возникновения потока газа очевиден, то физическая природа изотермического теплопереноса изучена недостаточно. По-видимому, он представляет собой разность между потоками энергии и энтальпии в движущемся газе, т. е. является разновидностью термомеханического эффекта [14].

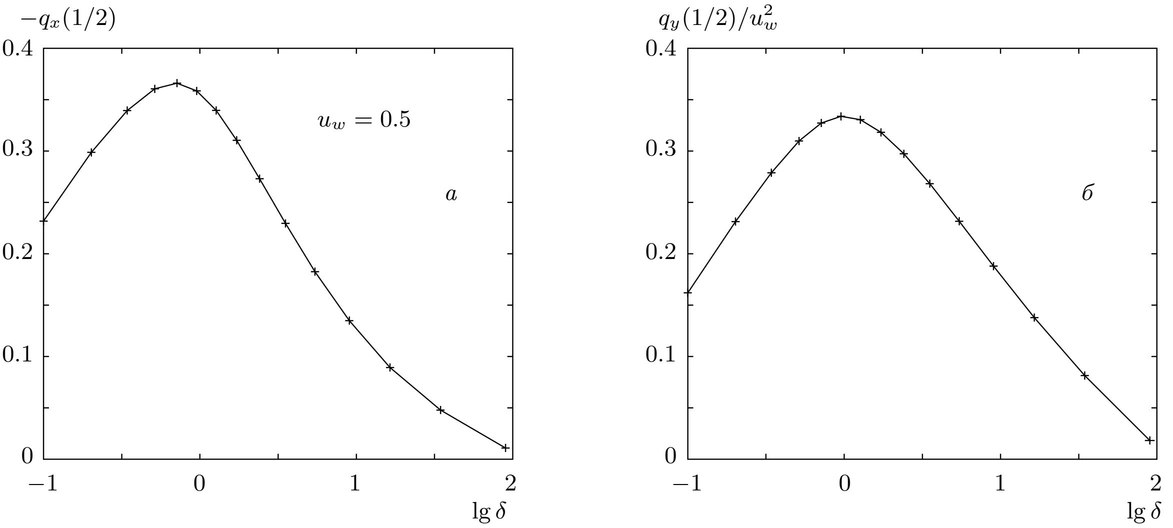

Рис. 2. Нормальный (*а*) и продольный (*б*) потоки тепла как функции параметра разреженности при $\Delta T = 0$

Этим объясняется тот факт, что продольные потоки газа и тепла в любой точке между пластинами направлены в противоположные стороны.

На рис. 1 показаны профили числовой плотности, скорости, температуры, поперечной и продольной составляющих вектора плотности теплового потока при различных значениях параметра разреженности, которые соответствуют режиму со скольжением ($\delta = 10$), промежуточному ($\delta = 1$) и почти свободномолекулярному ($\delta = 0.1$) режимам. Температуры пластин одинаковы. Видно, что при уменьшении параметра разреженности пространственная неоднородность трех первых физических величин уменьшается, поскольку исчезает механизм, формирующий эту неоднородность, — межмолекулярные столкновения. Иначе ведут себя тепловые потоки. Их пространственные неоднородности максимальны в промежуточном режиме.

На рис. 2 показаны зависимости величин нормальной и тангенциальной составляющих вектора плотности теплового потока на поверхности пластины от параметра разреженности, когда температуры пластин одинаковые. Виден немонотонный характер этих зависимостей. Отсутствие тепловых потоков в свободномолекулярном режиме при одинаковых температурах пластин очевидно. С увеличением параметра разреженности формируется неоднородный профиль температуры газа и, следовательно, увеличивается нормальный тепловой поток, достигая максимума при $\delta \approx 1$. При этом тангенциальный тепловой поток также растет за счет роста скорости движения газа. При переходе от промежуточного к континуальному режиму величины безразмерных тепловых потоков уменьшаются как $1/\delta$, что для нормального потока тепла соответствует закону теплопроводности Фурье.

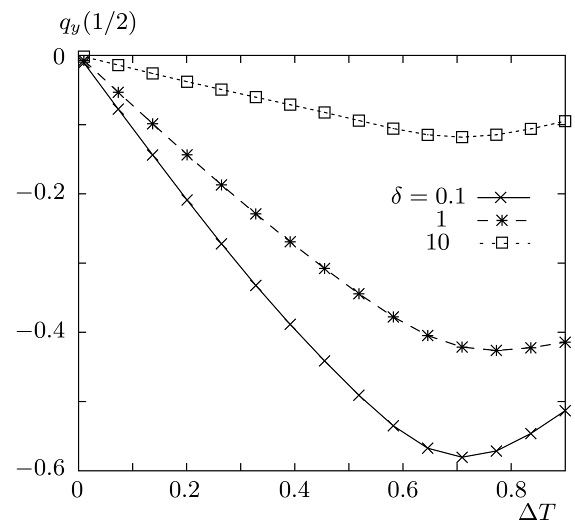

Рис. 3. Тепловой поток между неподвижными пластинами в зависимости от величины разности температур пластин

Рисунок 3 иллюстрирует зависимость величины плотности теплового потока в неподвижном газе от разности температур пластин при различных значениях параметра разреженности. Для $\Delta T < 0.6$, что соответствует отношению температур пластин $T_2/T_1 < 4$, эта зависимость остается линейной при любых режимах теплопереноса.

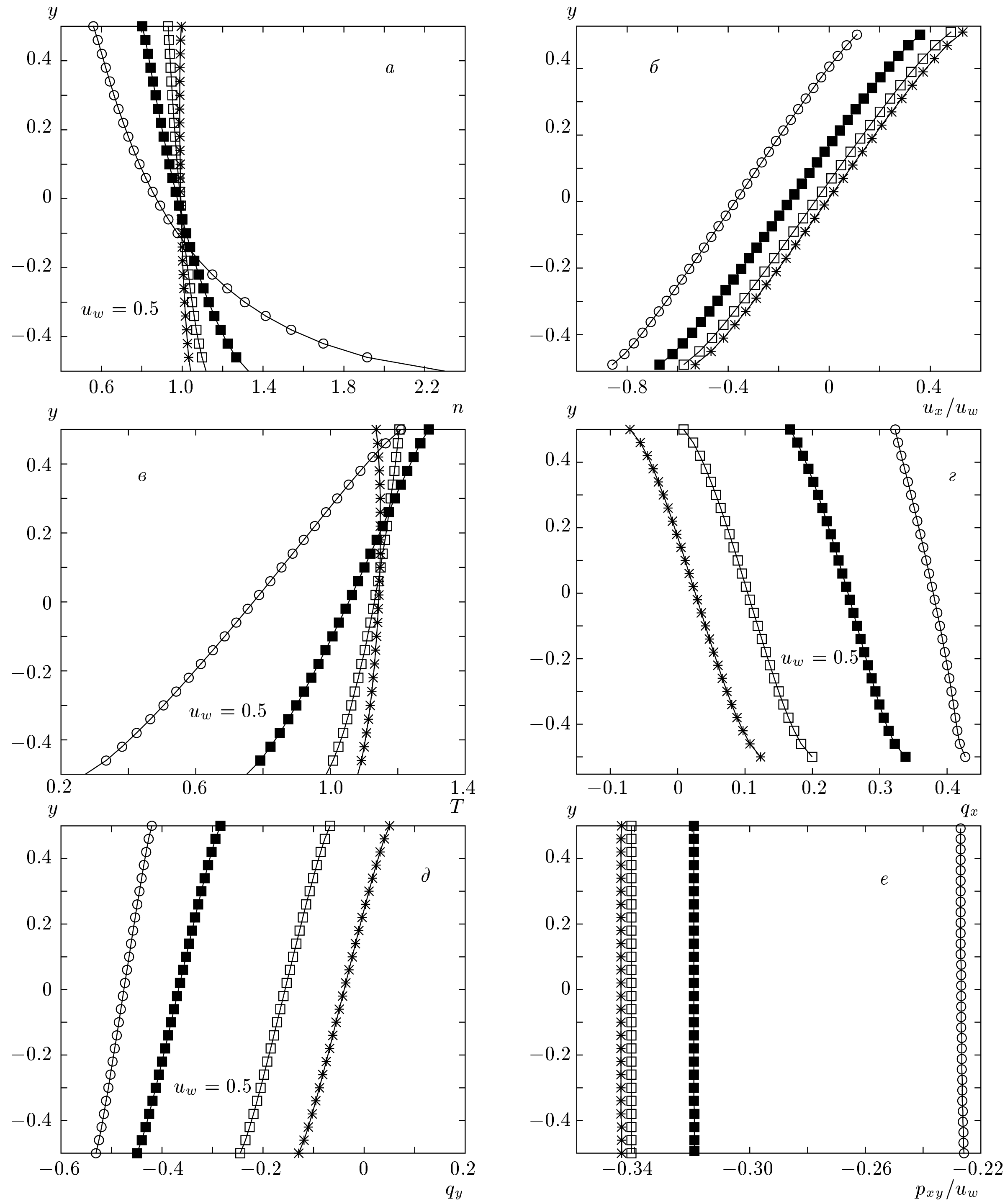

Рис. 4. Профили физических величин при различных значениях разности температур пластин $\Delta T = 0.05$ ($*$), 0.2 ($\square$), 0.5 ($\blacksquare$), 0.9 ($\circ$) и $\delta = 1$

На рис. 4 показаны результаты расчета параметров состояния газа и потоков в нем при движении пластин, термостатированных при различных температурах. Приведены профили числовой плотности (*а*), скорости (*б*), температуры (*в*), тангенциального (*г*) и нормального (*д*) потоков тепла, а также напряжения (*е*) при $\delta = 1$ и различных значениях разности температур пластин. В этом случае два меха-

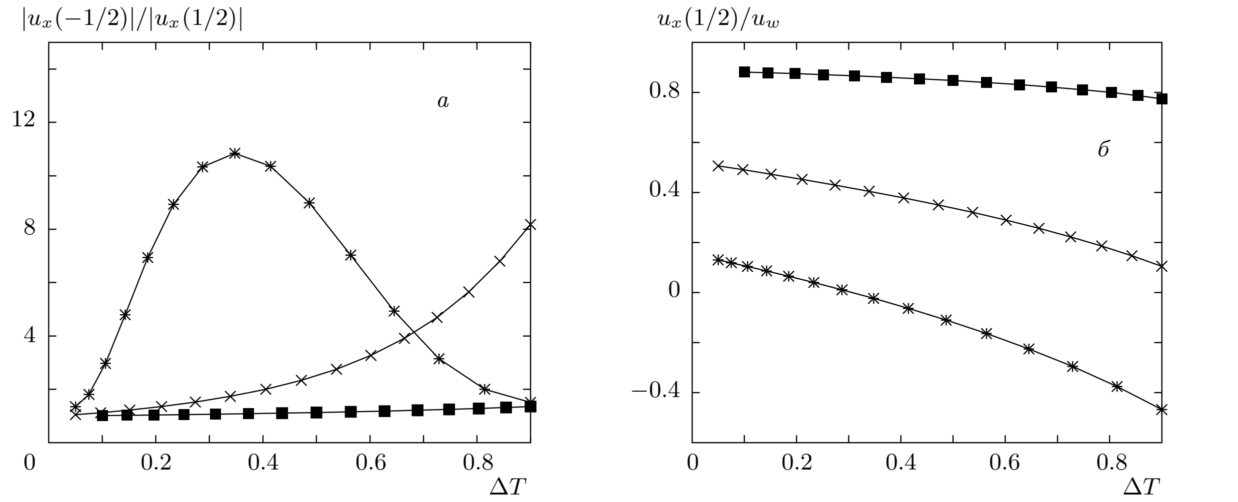

Рис. 5. Значения скорости газа на верхней пластине в зависимости от перепада температур, $\delta = 0.1$ ($*$), 1 ($\times$), 10 ($\blacksquare$)

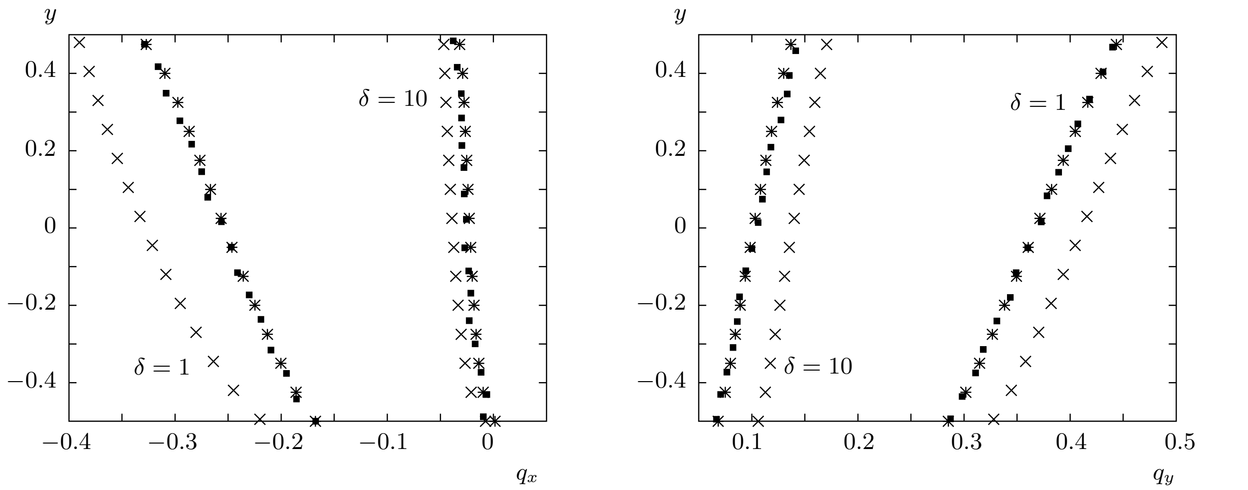

Рис. 6. Профили продольного q_x и поперечного q_y тепловых потоков при $\Delta T = 0.5$, $u_w = 0.5$, $\delta = \sqrt{\pi}/2\,\mathrm{Kn}$: S-модель ($\times$), БГК ($*$), БГК [5] ($\blacksquare$)

низма формируют значения всех физических величин — разность температур пластин и их движение. В линейном приближении оба фактора входят в выражения для физических величин аддитивно, что приводит к расщеплению задачи на чистый теплоперенос в газе между неподвижными пластинами и сдвиговое изотермическое движение газа. В общем случае такое расщепление невозможно.

Различие температур пластин приводит к нарушению симметрии профилей потоков относительно оси зазора. Скорость движения газа вблизи «холодной» пластины оказывается больше его скорости около «горячей» пластины (рис. 4*б*). Это связано, вероятнее всего, с тем, что коэффициент вязкости «холодного» газа меньше, чем «горячего». Поскольку скорость движения газа растет с увеличением локального параметра разреженности $\delta' = \delta n\sqrt{T}$ вплоть до режима сплошной среды, при промежуточных значениях δ' величина скорости движения газа увеличивается с уменьшением коэффициента вязкости. На рис. 5*а* приведены зависимости отношения скоростей движения газа на «холодной» и «горячей» пластинах от разности температур пластин при различных значениях параметра разреженно-

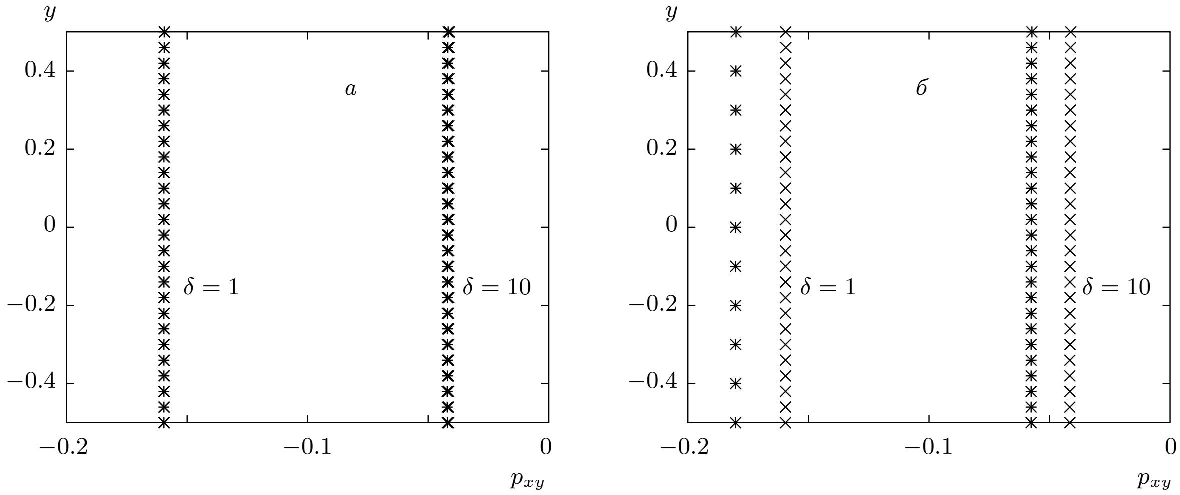

Рис. 7. Профиль напряжения при $\Delta T = 0.5$, $u_w = 0.5$; S-модель ($\times$), БГК ($*$); $\delta = \sqrt{\pi}/2\,\mathrm{Kn}$ (*а*), $\delta = \sqrt{\pi}/3\,\mathrm{Kn}$ (*б*)

сти. Например, при $\delta = 0.1$ эти скорости различаются в десятки раз. Чем больше величина δ, тем меньше различие скоростей. В режиме сплошной среды ($\delta \to \infty$) скорости движения газа на пластинах одинаковы и равны скоростям пластин, т. е. выполняется граничное условие «прилипания». Этот результат соответствует гидродинамическому решению задачи Куэтта на основе уравнения Стокса. Как следует из гидродинамической теории, скорость движения газа в режиме сплошной среды не зависит от его вязкости.

Как показал расчет, при определенном различии температур пластин направление движения газа около «горячей» пластины в почти свободномолекулярном режиме изменяется на противоположное, т. е. газ движется противоположно направлению движения этой пластины. Из рис. 5*б* видно, что при $\delta = 0.1$ происходит обращение направления движения газа вблизи «горячей» пластины для разности температур (в безразмерных единицах) $\Delta T \approx 0.3$, что соответствует отношению температур пластин $T_2/T_1 \approx 2$. Причина состоит в том, что «холодный» слой газа, имея меньшую вязкость, движется с большей скоростью, увлекает в движение «горячий» слой газа, преодолевая силу трения на «горячей» пластине. В континуальном и промежуточном режимах при $\delta \geq 1$ направление скорости движения газа вблизи «горячей» пластины остается неизменным при любом различии температур.

В результате существенного различия скоростей газа на пластинах продольный тепловой поток изменяется в зависимости от разности температур пластин не только по величине, но вблизи «горячей» пластины и по направлению. Инверсное значение разности температур ΔT_{inv}, при которой происходит изменение направления продольного потока тепла, зависит от величин параметра разреженности газа и скорости движения пластин. Так, при $\delta = 1$, $u_w = 0.5$ получаем $\Delta T_{inv} \approx 0.2$, что соответствует отношению температур пластин $T_2/T_1 \approx 1.5$ (рис. 4*г*). В зависимости от значения разности температур пластин происходит перестройка и нормального потока тепла. При малой разности температур превалирует фактор движения пластин. При этом температура газа в центре зазора выше, чем на периферии, и два нормальных тепловых потока направлены из объема газа, где температура выше, в стороны пластин. С увеличением разности температур пластин происходит перераспределение температуры газа, она оказывается меньше температуры T_2 «горячей» пластины. При этом нормальный поток тепла направлен в любой точке зазора в сторону «холодной» пластины. В частности, при $\delta = 1$ инверсное значение перепада температур, при котором нормальный поток тепла становится однонаправленным, составляет $\Delta T_{inv} \approx 0.2$ (рис. 4*д*).

На рис. 6 представлено сравнение результатов данной работы, полученных для двух кинетических моделей, с результатами работы [5], полученными на основе численного решения модели БГК. В данной работе эффективная частота молекулярных столкновений для модели БГК выбиралась двумя способами — по времени релаксации напряжений и по времени релаксации плотности теплового потока. В

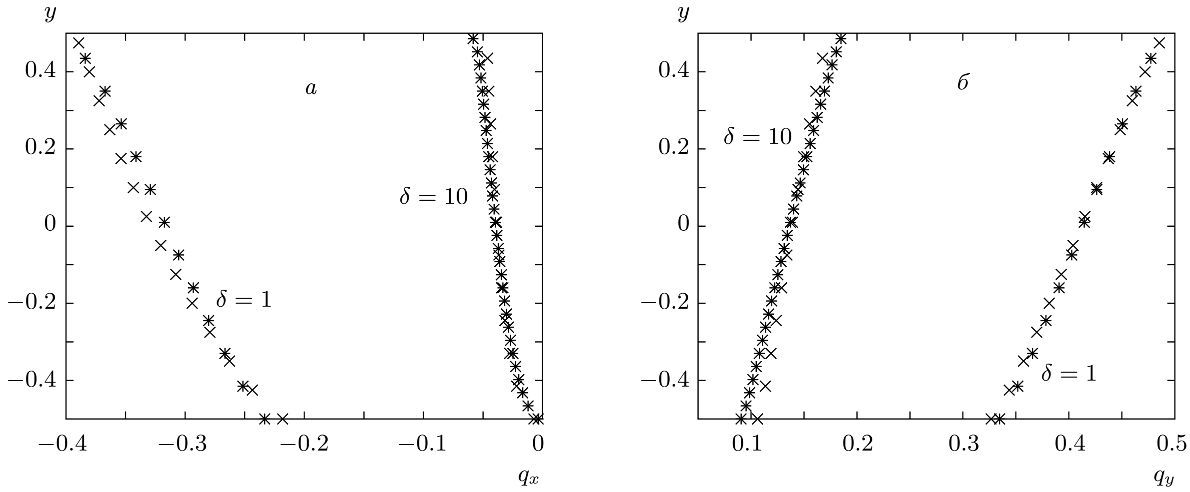

Рис. 8. Распределения тепловых потоков при $\Delta T = 0.5$, $u_w = 0.5$; S-модель ($\times$), БГК ($*$) при $\delta = \sqrt{\pi}/3\,\mathrm{Kn}$

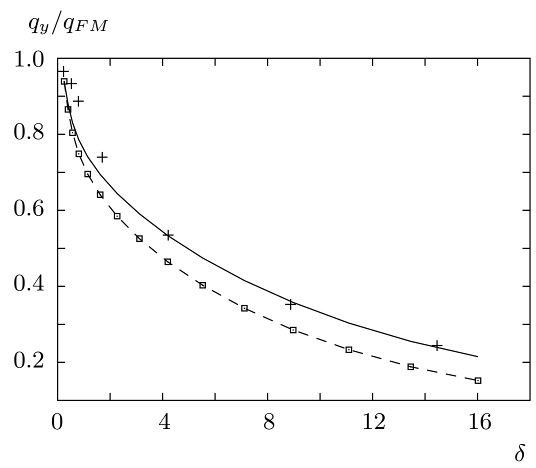

Рис. 9. Сравнение рассчитанных значений потока тепла (S-модель (–), БГК (□)) с экспериментальными данными [15] (+); q_{FM} — поток тепла в свободномолекулярном режиме

первом случае параметр разреженности газа связан с числом Кнудсена соотношением $\delta = \sqrt{\pi}/2\,\mathrm{Kn}$, во втором случае — $\delta = \sqrt{\pi}/3\,\mathrm{Kn}$. Результаты модели БГК, полученные в данной работе и в работе [5], в пределах ошибки расчета согласуются между собой, но для потоков тепла существенно отличаются от результатов S-модели. При $\delta = 1$ максимальное расхождение результатов расчета по двум кинетическим моделям составляет 20 % для температуры T, по 20 % для q_x и q_y. Если эффективную частоту молекулярных столкновений в модели БГК выбрать по времени релаксации теплового потока, то результаты, полученные по двум моделям, хорошо согласуются между собой для всех физических величин, в том числе для тепловых потоков (рис. 8), за исключением значений напряжения, для которых при $\delta = 1$ расхождение составляет 15 % (рис. 7*б*).

Сравнение результатов теории и эксперимента [15] по теплопереносу в аргоне между пластинами представлено на рис. 9. В эксперименте поддерживалась разность температур пластин, соответствующая величине безразмерного параметра $\Delta T = 0.14$. Коэффициент зеркально-диффузного отражения α принимался равным 0.826. Получено удовлетворительное согласие теории для S-модели с экспериментальными данными во всем диапазоне значений параметра разреженности газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00052).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. R. Willis, Phys. Fluids **5**, 127 (1962).
2. E. P. Gross and S. Ziering, Phys. Fluids **2**, 701 (1959).
3. Ю. И. Макеев, П. Е. Суетин, В. Г. Черняк, МЖГ **13**, 141 (1978).
4. С. Г. Скакун, П. Е. Суетин, В. Г. Черняк, МЖГ **6**, 325 (1971).
5. S. Misdanitis and D. Valougeorgis, 6^{th} Int. ASME Conf. on Nanochannels, Microchannels and Minichannels, ASME (2008).

6. T. Ohwada, Phys. Fluids **8**, 2153 (1996).

7. D. C. Wadsworth, Phys. Fluids A **5**, 1831 (1993).

8. W. Marques, G. M. Kremer, and F. M. Sharipov, Continuum Mech. Thermodyn. **12**, 379 (2000).

9. G. Russo, L. Pareschi, S. Trazzi et al., Proc. 24^{th} Int. Symp. on RGD, AIP (2005).

10. M. Tij and A. Santos, Phys. Fluids **7**, 2858 (1995).

11. P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, Phys. Rev. **94**, 511 (1954).

12. E. M. Shakhov, Fluid Dyn. **3**(5), 95 (1968).

13. A. M. Bishaev and V. A. Rykov, Fluid Dyn. **15**(3), 460 (1980)

14. S. R. de Groot and P. Mazur, *Non-equilibrium Thermodynamics*, NorthHolland, Amsterdam (1962).

15. W. P. Teagan and G. S. Springer, Phys. Fluids **11**, 497 (1968).