

АНАЛИЗ ПАРНОГО МЕЖЧАСТИЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В НЕИДЕАЛЬНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМАХ

О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, А. В. Гавриков, О. Ф. Петров, В. Е. Форттов*

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
127412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 июля 2009 г.

Предложен новый метод для определения сил взаимодействия между частицами в неидеальных диссипативных системах с изотропными парными потенциалами. Метод основан на решении обратной задачи, описывающей движение взаимодействующих частиц системой уравнений Ланжевена, и позволяет восстанавливать параметры внешнего удерживающего потенциала, не опираясь на априорную информацию о коэффициентах трения частиц. Предлагаемая процедура была проверена путем численного моделирования задачи в широком диапазоне параметров, типичных для условий экспериментов в лабораторной пылевой плазме. Представлены результаты первой экспериментальной апробации метода для анализа взаимодействия пылевых частиц в лабораторной плазме емкостного высокочастотного разряда.

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача об определении потенциала взаимодействия между частицами в неидеальных диссипативных системах представляет значительный интерес в различных областях науки и техники (физика плазмы, медицинская промышленность, физика и химия полимеров и т. д.) [1–7]. Информация о потенциале U межчастичного взаимодействия необходима для анализа различных термодинамических и физических характеристик систем (таких как давление, внутренняя энергия, сжимаемость и т. д.), а также для вычисления различных кинетических коэффициентов (например, вязкости, теплопроводности, электропроводности и т. д.) с использованием известных формул Грина–Кубо [6, 7].

Лабораторная пылевая плазма является хорошей экспериментальной моделью для исследования свойств неидеальных диссипативных систем. Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные частицы вещества микронных размеров (пыль, макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе (в космосе, в верхних слоях атмосферы и т. д.) и образуется в ряде технологических процессов [3–5]. Большинство экспериментов по изучению свойств пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов.

Микронные пылевые частицы в газоразрядной плазме могут приобретать значительный отрицательный заряд eZ (где e — заряд электрона) и формировать пылевые структуры, подобные жидкостям или твердому телу. В зависимости от условий эксперимента такие структуры могут быть близки к однородным трехмерным системам или иметь сильно неізотропный квазидвумерный характер, как, например, отдельные пылевые слои (обычно от 1 до 10) в приэлектродной области высокочастотного разряда [3, 4].

Наиболее известной моделью для описания парного взаимодействия между одноименно заряженными частицами в физической кинетике является модель экранированного кулоновского потенциала (типа потенциала Юкавы) [1–5]:

$$U = (eZ)^2 \exp(-l/\lambda)/l. \quad (1)$$

Здесь l — расстояние между двумя частицами, λ — длина экранирования. Предположение экранированного потенциала (1) хорошо согласуется с результатами измерений радиальных сил взаимодействия между двумя частицами в плазме [8] и с результатами расчетов структуры экранирующего облака для уединенной пылевой частицы [9] только на небольших расстояниях от частицы $l < 4\lambda_D$; здесь λ_D — радиус Дебая плазмы. С ростом расстояния от частицы экранирование ослабевает и при $l \gg \lambda_D$ поведение потенциала приобретает степенную асимптотику: $U \propto l^{-2}$ [10] или $U \propto l^{-3}$ [11]. Упомянутые ис-

*E-mail: ealisin@yandex.ru

следования [8–11] относятся к случаю уединенных пылевых частиц в плазме. На настоящий момент окончательно не ясно, как влияют на форму потенциала межчастичного взаимодействия наличие других частиц в пылевом облаке, процессы ионизации газа, столкновения электронов (ионов) с нейтралами окружающего газа и множество других факторов [12, 13]. Добавим также, что вопрос о наличии сил притяжения в пылевых системах активно исследуется в ряде работ, однако убедительные экспериментальные подтверждения существования таких сил отсутствуют по настоящее время [3, 4]. Таким образом, задача о форме потенциала взаимодействия между пылевыми частицами в плазме на настоящий момент не имеет удовлетворительного решения.

В случае изотропного парного взаимодействия $U \equiv U(l)$ равновесные свойства неидеальной системы полностью определяются температурой частиц T и парной корреляционной функцией $g(l)$ [6, 7] которую можно измерить или получить путем компьютерного моделирования задачи. В статистической теории жидкостей значительное внимание уделяется методам восстановления парного потенциала $U(l)$ путем поиска приближенных интегральных уравнений для связи между $U(l)$ и $g(l)$. Наиболее распространенными являются простые приближения, основанные на интегральных уравнениях, предложенных Боголюбовым, Борном, Грином, Кирквудом и Ивоном, а также гиперцепное приближение и уравнение Перкуса–Йевики [6]. Методам определения парного потенциала взаимодействия между пылевыми частицами в плазме на основе упомянутых интегральных уравнений посвящен ряд недавних работ [14–16]. К сожалению, существующие интегральные уравнения включают в себя некоторые упрощенные предположения о связи между парной корреляционной функцией $g(l)$ и потенциалом парного взаимодействия $U(l)$ и не позволяют проводить корректное восстановление функции $U(l)$ для сильно коррелированных жидкостных систем [14]. Дополнительное ограничение таких методов связано с малым пространственным диапазоном корректной идентификации функции $U(l)$; рабочий диапазон методики ограничен межчастичными расстояниями от $l \sim l_p/2$ до $l \approx l_p$, где l_p — среднее расстояние между двумя частицами [14].

Широкий круг методов определения потенциалов межчастичного взаимодействия и зарядов пылевых частиц опирается на измерения их динамического отклика на различные внешние возмущения (например, периодические) с последующим анализом данного отклика с использованием уравнений дви-

жения отдельных пылевых частиц в поле известных внешних сил [3, 4, 17–20]. Одним из недостатков упомянутых методов диагностики является необходимость априорной информации об электрических полях и внешних силах, действующих на пылевую частицу в плазме. Такая информация может быть получена либо путем дополнительных измерений, либо при помощи численного моделирования условий в рассматриваемом эксперименте. Другие ограничения связаны с возможностью определения силы взаимодействия только между двумя изолированными частицами [8, 17] и/или с наличием внешних возмущений исследуемой системы [18–20], которое может приводить к значительному изменению параметров окружающей плазмы и пылевых частиц.

Целью данной работы являлась разработка метода восстановления параметров плазменно-пылевых систем в лабораторной плазме путем решения обратной задачи, описывающей движение пылевых частиц системой уравнений Ланжевена. Специфика данной задачи состоит в том, что уравнения Ланжевена являются «необратимыми» в том смысле, что включают в себя действие случайных сил. Поэтому даже в том случае, если потенциал межчастичного взаимодействия задан какой-либо параметрической функцией, для корректного восстановления неизвестных параметров обратной задачи требуется анализ динамики исследуемой системы в течение определенного (достаточно длительного) интервала времени, позволяющего избежать случайных ошибок, связанных со стохастическим (тепловым) движением частиц. В настоящей работе восстановление неизвестных параметров опиралось на наилучшее согласование между решением прямой задачи о движении частиц и информацией о координатах и смещениях этих частиц, которая легко фиксируется как в численных, так и в реальных экспериментах. Предлагаемая методика учитывает силы трения, действующие на частицы анализируемой системы, и позволяет восстановить как силы парного взаимодействия, так и параметры внешнего удерживающего потенциала.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Моделирование динамики взаимодействующих частиц

Расчеты выполнялись методом молекулярной динамики Ланжевена, основанном на решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений

(состоящей из N_p уравнений движения, где N_p — количество частиц) с силой Ланжевена \mathbf{F}_{ran} , которая является источником стохастического («теплового») движения частиц с заданной кинетической температурой T . При этом учитывались силы парного межчастичного взаимодействия \mathbf{F}_{int} и внешние электрические силы \mathbf{F}_{ext} со стороны ловушки, удерживающей облако частиц в стационарном состоянии. Техника моделирования подробно описана в работе [21]. Уравнения движения имели вид

$$M \frac{d^2 \mathbf{l}_k}{dt^2} = \sum_j F_{int}(l_{kj}) \frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_j}{l_{kj}} + \mathbf{F}_{ext} - M \nu_{fr} \frac{d\mathbf{l}_k}{dt} + \mathbf{F}_{ran}. \quad (2)$$

Здесь $F_{int}(l) = -\partial U/\partial l$, $l_{kj} = |\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_j|$ — межчастичное расстояние, U — потенциал парного взаимодействия, M — масса частицы, ν_{fr} — коэффициент трения пылевых частиц за счет их столкновений с нейтралами окружающего газа. Для корректного моделирования шаг интегрирования Δt должен удовлетворять условию $\Delta t \ll 1/\max\{\nu_{fr}, \omega^*\}$, где $\omega^* = (U''/\pi M)^{1/2}$ — характерная частота столкновений заряженных частиц между собой, U'' — вторая производная U в точке среднего межчастичного расстояния l_p [21]. Шаг интегрирования для наших вычислений выбирался равным $\Delta t = 1/20 \max\{\nu_{fr}, \omega^*\}$, длительность численного эксперимента варьировалась от $10/\min\{\nu_{fr}, \omega^*\}$ до $1000/\min\{\nu_{fr}, \omega^*\}$.

Потенциалы межчастичного взаимодействия, используемые для расчетов, были изотропными и представляли собой различные комбинации степенных и экспоненциальных функций, которые наиболее часто используются для моделирования отталкивания в кинетике взаимодействующих частиц [1]:

$$U = U_c [c_1 (l_p/l)^{n_1} \exp(-\kappa l/l_p) + c_2 (l_p/l)^{n_2} + c_3 (l_p/l)^{n_3}]. \quad (3)$$

Здесь κ , c_i , n_i — варьируемые параметры, $\kappa = l_p/\lambda$, а $U_c = (eZ)^2/l$ — кулоновский потенциал межчастичного взаимодействия.

Задача была решена в двумерной постановке для монослоя частиц, удерживаемых во внешнем линейном электрическом поле $\mathbf{F}_{ext} = eZ\mathbf{E}(r)$, $\mathbf{E}(r) = \alpha \mathbf{r}$, имеющем радиальную симметрию. Здесь \mathbf{r} — расстояние от частицы до центра ловушки, α — величина градиента электрического поля. При этом смещением частиц в «вертикальном» направлении (в направлении перпендикулярном пылевому монослою) пренебрегалось и силы, действующие на частицы в данном направлении, не учитывались.

Для анализа динамики частиц, взаимодействующих с потенциалами (3), уравнения движения (2) решались для разных эффективных параметров, введенных по аналогии с параметрами, найденными для протяженных квазидвумерных систем частиц, взаимодействующих с изотропным парным потенциалом, а именно, для эффективного параметра неидеальности [22, 23]

$$\Gamma^* = 1.5 l_{pm}^2 U''(l_{pm})/2T \quad (4)$$

и параметра масштабирования

$$\xi = |U''(l_{pm})|^{1/2} (\pi M)^{-1/2} \nu_{fr}^{-1}. \quad (5)$$

Здесь l_{pm} — наиболее вероятное расстояние между частицами системы для кристаллической структуры, поиск которого осуществлялся путем построения парных корреляционных функций $g(l)$. (Положение первого максимума функции $g(l)$ для кристаллической структуры с $\Gamma^* \geq 110$ соответствовало величине l_{pm} .) Отметим, что пространственная корреляция макрочастиц полностью определяется параметром Γ^* (при $\Gamma^* > 10$), если имеет место эмпирическое условие [14, 22, 23]

$$2\pi > |U'(l_p)|l_p/|U(l_p)|.$$

Как уже было упомянуто (см. Введение), в сильно коррелированных жидкостных системах данное обстоятельство является препятствием для корректного восстановления функции $U(l)$ на основе приближенных интегральных уравнений для связи между $U(l)$ и $g(l)$ [14, 16].

Величина эффективного параметра Γ^* менялась от 5 до 180, а величина параметра масштабирования ξ варьировалась в пределах от 0.2 до 5, типичных для условий экспериментов в пылевой плазме газовых разрядов. Число взаимодействующих частиц в анализируемой системе частиц составляло от $N_p = 2$ до $N_p = 500$. Следует отметить, что число частиц, наблюдаемых в одном пылевом слое в условиях лабораторной плазмы высокочастотного разряда, зависит от характерных размеров конструкции ловушки, в частности, размеров кольца, и может меняться в пределах от 1 до 2000 частиц. Однако для корректного пространственного разрешения траекторий движения пылевых частиц область поля зрения видеосистем, используемых для диагностики, обычно ограничивают наблюдением части пылевого облака, включающей в себя не более 100–500 частиц.

Иллюстрация расположения 50-и и 500 частиц ($N_p = 50, 500$) в моделируемом пылевом облаке дана на рис. 1а,б для $\xi \approx 5$ и различных параметров

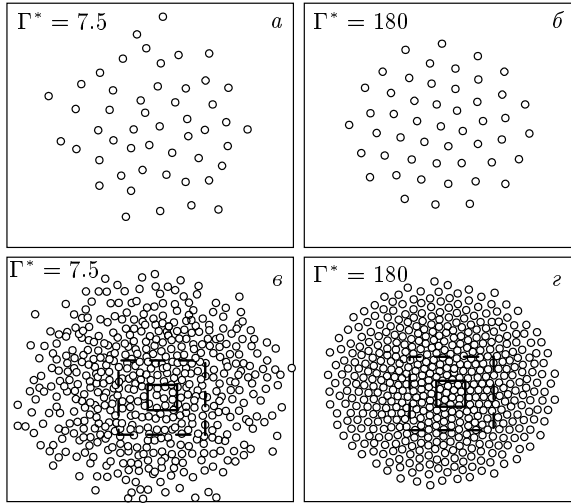


Рис. 1. Иллюстрация расположения $N_p = 50$ (а, б), 500 (в, г) частиц в пылевом облаке для $\xi = 5$ и потенциала $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$ при разных Γ^* . Штриховыми линиями показаны участки решения обратной задачи для части пылевого облака, сплошными — область центральной ячейки

Γ^* . Парные корреляционные функции $g(l/l_{pm})$ представлены на рис. 2а, б для различных потенциалов и параметров Γ^* .

2.2. Метод решения обратной задачи

На каждом шаге интегрирования $\Delta t = t_{m+1} - t_m$ решение прямой задачи (2) записывалось в виде массива координат всех частиц в момент времени t_m (скорости и ускорения частиц не фиксировались). Для решения обратной задачи скорость \mathbf{V}_k и ускорение \mathbf{a}_k отдельной (k -й) частицы в момент времени t_m определялись как

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_k(t_m) &= \frac{d\mathbf{l}_k}{dt} \approx \frac{\mathbf{l}_k(t_m) - \mathbf{l}_k(t_{m-1})}{\Delta t}, \\ \mathbf{a}_k(t_m) &= \frac{d^2\mathbf{l}_k}{dt^2} \approx \frac{\mathbf{V}_k(t_{m+1}) - \mathbf{V}_k(t_m)}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, данные численных экспериментов, используемые для решения обратной задачи, были аналогичны данным, которые обычно регистрируются в ходе реальных лабораторных измерений.

Для восстановления силы парного межчастичного взаимодействия $F \equiv F_{int}$ (а соответственно, парного потенциала U) использовались разложения в виде различных комбинаций степенных и экспоненциальных функций:

$$F = \sum_{i=1}^{I_p} \left\{ a_i l^{-(i+1)} + b_i l^{-i} \exp\left(\frac{\kappa l}{l_p}\right) \right\}. \quad (7)$$

Здесь a_i, b_i, κ — неизвестные коэффициенты, I_p — число членов в разложении. Таким образом, суммарная сила F_{pp} , действующая на k -ю пылевую частицу со стороны остальных частиц пылевого облака, имела вид

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pp}^k &= \sum_{j=1, j \neq k}^{N_p-1} \sum_{i=1}^{I_p} \left\{ a_i + b_i l_{kj} \exp\left(-\frac{\kappa l_{kj}}{l_p}\right) \right\} \times \\ &\quad \times \frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_j}{l_{kj}^{i+2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Силы парного межчастичного взаимодействия ($F \equiv F_{int}$) также аппроксимировались сплайнами вида

$$\begin{aligned} \psi_n(l) &= \sum_{i=0}^3 c_{ni} l^{-i}, \quad l \in [l_n; l_{n+1}), \\ n &= 1, 2, \dots, I_s, \end{aligned} \quad (9)$$

где I_s — число отрезков разбиения. При этом на концах отрезков разбиения поддерживались условия непрерывности и гладкости функций $F(l)$:

$$\psi_n(l_{n+1}) = \psi_{n+1}(l_{n+1}), \quad \psi_n'(l_{n+1}) = \psi_{n+1}'(l_{n+1}),$$

а их длина $|l_{n+1} - l_n|$ в различных численных экспериментах варьировалась от $0.5l_{pm}$ до $1.5l_{pm}$.

В качестве аппроксимирующей функции для силы F_{pt} , действующей на k -ю частицу со стороны внешнего поля ловушки, использовались полиномы вида

$$\mathbf{F}_{pt}^k = \mathbf{r}_k \sum_{i=1}^{I_t} d_i r_k^{i-1}. \quad (10)$$

Здесь d_i — коэффициенты разложения, r_k — расстояние от k -й частицы до центра ловушки, I_t — число членов в разложении.

Таким образом, обратная задача представляла собой поиск неизвестных коэффициентов κ, a_i, b_i (или c_{ni}), d_i и ν_{fr} системы уравнений движения, записанных для каждой из анализируемых частиц для различных моментов t_m в течение полного времени численного эксперимента

$$M \mathbf{a}_{km} = -\nu_{fr} M \mathbf{V}_{km} + \mathbf{F}_{pp}^{km} + \mathbf{F}_{pt}^{km}. \quad (11)$$

Здесь $\mathbf{V}_{km} \equiv \mathbf{V}_k(t_m)$, $\mathbf{a}_{km} \equiv \mathbf{a}_k(t_m)$ — скорость и ускорение частиц в момент времени t_m , определяемые путем анализа их смещений (см. уравнения (6)),

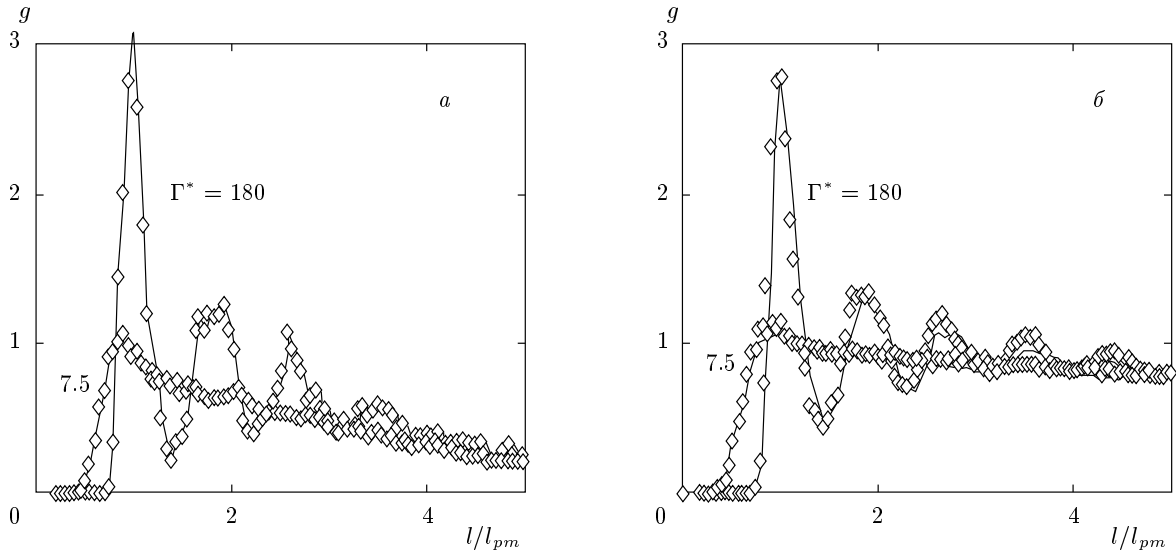


Рис. 2. Парная корреляционная функция $g(l/l_{pm})$ для $N_p = 50$ (а), 500 (б) при различных потенциалах $U \propto 1/l^2$ (точки), $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$ (линии)

$\mathbf{F}_{pt}^{km} \equiv \mathbf{F}_{pt}^k(t_m, d_1, d_2, \dots, d_{I_t})$ — аппроксимирующая функция для силы, действующей со стороны ловушки (10), а

$$\mathbf{F}_{pp}^{km} \equiv \mathbf{F}_{pp}^k(t_m, \kappa, a_1, a_2, \dots, a_{I_p}, b_1, b_2, \dots, b_{I_p})$$

— аппроксимация силы парного взаимодействия в том случае, если эта сила задана функцией (8), или

$$\mathbf{F}_{pp}^{km} \equiv \mathbf{F}_{pp}^k(t_m, c_{10}, \dots, c_{I_s 0}, \dots, c_{13}, \dots, c_{I_s 3})$$

— аппроксимация парных сил сплайнами (9). Поиск коэффициентов осуществлялся путем наилучшего согласования между экспериментальными данными о положениях частиц ($\mathbf{V}_{km}, \mathbf{a}_{km}$) и аппроксимирующими функциями ($\mathbf{F}_{pp}^{km}, \mathbf{F}_{pt}^{km}$), входящими в уравнения (11), с использованием стандартной процедуры минимизации среднеквадратичного отклонения S , так чтобы величина всех отклонений отвечала условию

$$S \equiv \sum_{k=1}^{N_p} \sum_{m=1}^{N_c} (M \mathbf{a}_{km} + \nu_{fr} M \mathbf{V}_{km} - \mathbf{F}_{pp}^{km} - \mathbf{F}_{pt}^{km})^2 = \min. \quad (12)$$

Здесь $N_c = t_{exp} / \Delta_c t$ — величина, эквивалентная числу анализируемых кадров видеозаписи в реальных лабораторных экспериментах, t_{exp} — полное время (продолжительность) численного (или лабораторного) эксперимента, $\Delta_c t$ — временной шаг, с которым анализируется изменение координат отдельных частиц.

2.3. Результаты решения обратной задачи и их анализ

Решение обратной задачи выполнялось для разных систем ($N_p = 2-500, \Gamma^* = 5-180, \xi = 0.2-5$) пылевых частиц, взаимодействующих с различными парными потенциалами $U(l)$. В процессе решения восстановлению подлежали силы парного межчастичного взаимодействия $F(l)$, электростатическая сила ловушки $F_{pt}(r)$ (10), коэффициент трения частиц ν_{fr} , а также два дополнительных неизвестных параметра (x_o, y_o), определяющие положение центра ловушки. (Последние два неизвестных параметра необходимо учитывать в ситуации, когда центр ловушки не совпадает с центром анализируемой системы частиц.) При этом использовались различные аппроксимации для парных сил $F(l)$. Здесь для иллюстрации мы представили четыре различных случая аппроксимации $F(l)$, а именно: (А) обратными полиномами [формула (7), $I_p = 4, b_i = 0$]; (Б) экспоненциальной нелинейной функцией [формула (7), $I_p = 4, a_i = 0$]; (В) комбинированной функцией [формула (7), $I_p = 4, a_i \neq 0, b_i \neq 0$]; (Г) сплайнами [формула (9), $|l_{n+1} - l_n| = l_{pm}$].

Отметим, что первые результаты численного исследования решения обратной задачи Ланжевена с использованием аппроксимации сил парного взаимодействия обратными полиномами (случай (А)) были представлены в работе [24]. Тем не менее, даже для этого случая в упомянутой работе не были рассмотрены

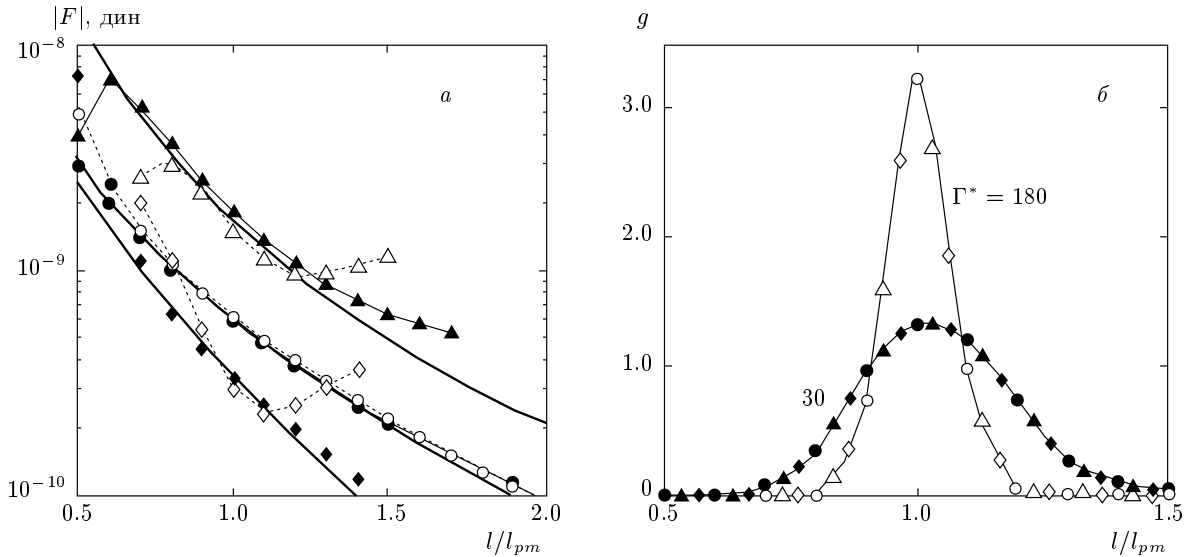


Рис. 3. Результаты восстановления силы парного взаимодействия $|F|$ (а) и парная корреляционная функция $g(l/l_{pm})$ (б) для $N_p = 2$ при различных U и ξ : $\blacktriangle, \triangle$ — $U \propto 1/l^2$, $\xi = 0.2$; \bullet, \circ — $U = U_c \exp(-l/l_{pm})$, $\xi \approx 5$; \blacklozenge, \diamond — $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$, $\xi \approx 0.2$. Черные символы — $\Gamma^* = 30$; белые символы — $\Gamma^* = 180$. Жирными линиями на рис. 3а обозначены заданные парные силы

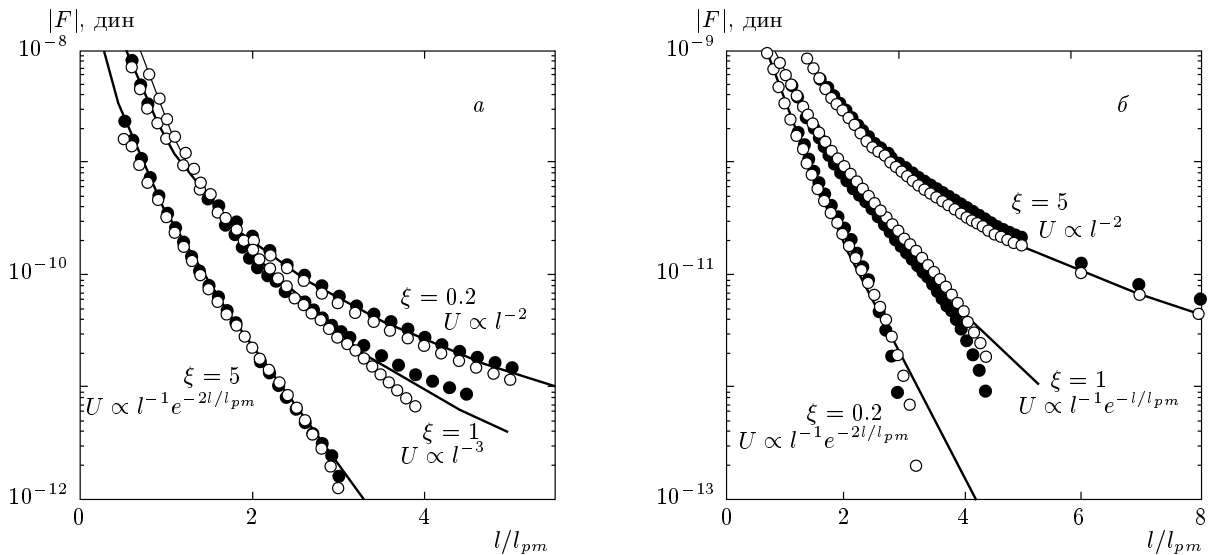


Рис. 4. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ при помощи полиномов (А) для $N_p = 50$ (а), 500 (б) при различных U , ξ и Γ^* : $\Gamma^* = 7.5$ (\bullet), 180 (\circ). Линиями обозначены заданные парные силы

ренны такие особенности корректного решения обратной задачи, как минимальная продолжительность эксперимента, временное и пространственное разрешение движения частиц, необходимые для определения возможностей и границ работы метода в реальных лабораторных условиях.

Иллюстрация решения обратной задачи для двух взаимодействующих частиц ($N_p = 2$) во

внешнем линейном электрическом поле ($\mathbf{F}_{pt} = d_1 \mathbf{r}$) показана на рис. 3а для различных параметров U , Γ^* и ξ . При этом использование разных приближений для $F(l)$ ((А)–(Г)), а также увеличение числа их членов ($I_p > 4$) не приводило к заметному улучшению результатов восстановления неизвестных параметров системы. Замена разложения (А) аппроксимацией парного взаимодействия при помощи

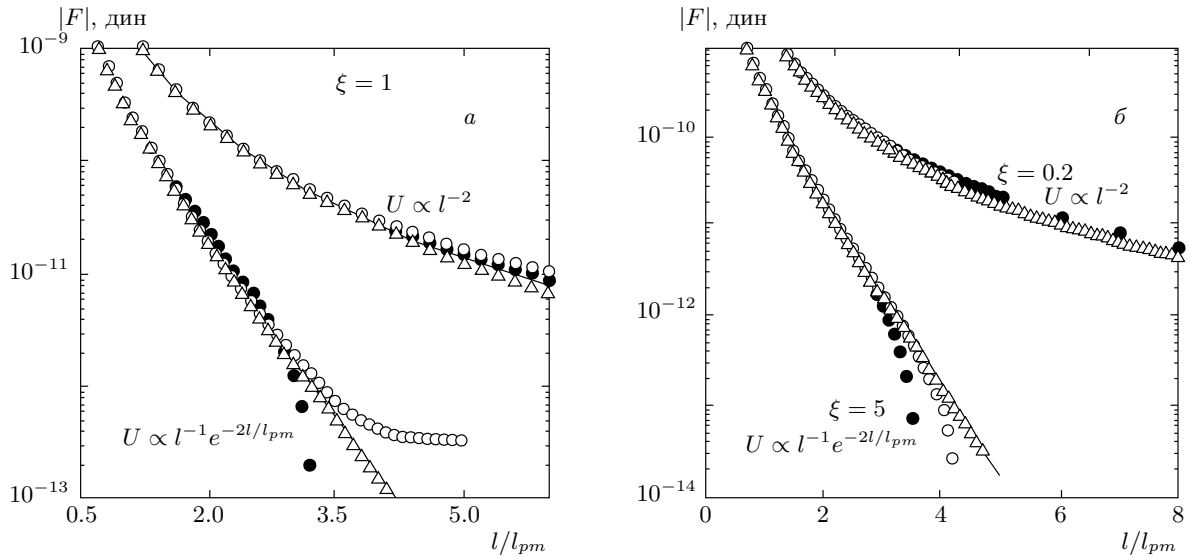


Рис. 5. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ для $N_p = 50$ (а), 500 (б), для $\Gamma^* = 180$ и разных U, ξ при помощи различных аппроксимаций: А (●), Б (○), В (△). Линиями обозначены заданные парные силы

ряда Тейлора показало, что при той же точности восстановления неизвестных параметров обратной задачи требуется не менее 10 членов ($I_p \geq 10$) и, соответственно, большее число уравнений (большая длительность измерений), необходимых для обращения. Кроме того, разложение Тейлора оказалось практически не пригодным для восстановления параметров систем, состоящих из множества частиц ($N_p > 10$). Анализ результатов решения обратной задачи для двух взаимодействующих частиц показал, что найденные силы F (а, соответственно, парные потенциалы U) хорошо согласуются с первоначально заданными функциями в пределах анализируемых траекторий движения частиц. Отклонения положений для двух взаимодействующих частиц от их наиболее вероятного межчастичного расстояния представлены на рис. 3б в виде парных корреляционных функций для различных параметров неидеальности анализируемых систем.

Пространственный диапазон. Решение обратной задачи в случае $N_p = 50-500$ частиц представлено на рис. 4–7 для различных аппроксимаций (А)–(Г) при разных параметрах Γ^* и ξ . При этом смещения частиц, полученные путем прямого решения задачи (2), анализировались для всех моментов времени t_m на каждом шаге интегрирования $\Delta_c t \equiv \Delta t$. (Здесь Δt — временной шаг решения прямой задачи, $\Delta_c t$ — шаг записи координат частиц в условиях численного эксперимента.) Во всех указанных случаях (при $\Delta_c t = \Delta t$) ошибка определения коэффициента тре-

ния частиц и параметров поля ловушки составляла менее 5%. Для иллюстрации на рис. 8 представлены результаты восстановления электростатической силы ловушки F_{pt} ($N_p = 50, U \propto 1/l^2$), первоначально заданной линейной функцией и кубическим полиномом. Восстановленные значения парных сил соответствовали первоначально заданным функциям $F(l)$ с точностью до 3–5% в пространственном диапазоне $l_{min} \leq l \leq l_{max}$, где нижний предел l_{min} определяется условием $g(l) \neq 0$, а величина l_{max} зависит от численных ошибок процедуры поиска минимума среднеквадратичного отклонения между решениями прямой и обратной задач и ограничена условием: $F(l_{pm})/F(l_{max}) \leq 100-200$. В случае удачного выбора аппроксимирующей функции (которая допускает хорошую экстраполяцию $F(l)$) пространственный диапазон корректного восстановления пространственной зависимости парных сил может быть существенно выше указанных ограничений l_{min}, l_{max} (см. рис. 4, 5).

Продолжительность эксперимента. Результаты восстановления парных сил при помощи аппроксимаций (А), (Б) были близки к случаю использования приближения (В). Однако использование последнего приближения (В) для корректного восстановления функции $F(l)$ в том же самом пространственном диапазоне ($l_{min} \leq l \leq l_{max}$) требовало привлечения заметно большего числа уравнений движения N_c для каждой отдельной частицы пылевого облака, чем упомянутые аппроксимации (А), (Б).

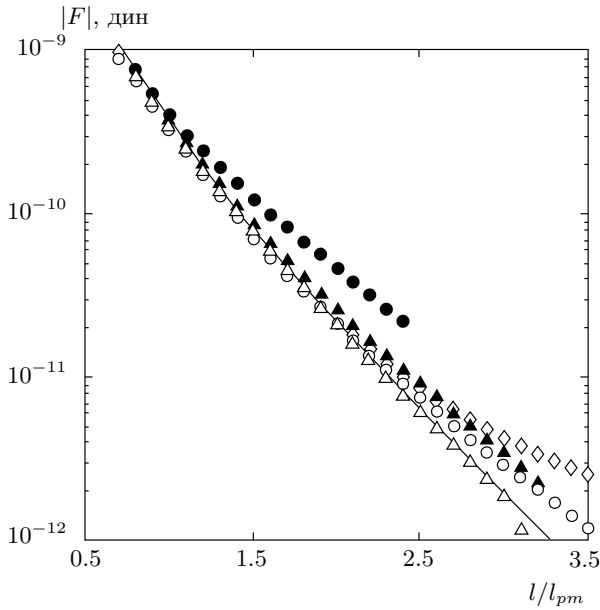


Рис. 6. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ ($\Gamma^* = 180$, $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$) при помощи полинома (А) для различных N_p , ξ , N_c : \diamond — $N_p = 50$, $\xi = 5$, $N_c = 500$; \circ — $N_p = 500$, $\xi = 5$, $N_c = 500$; \triangle — $N_p = 50$, $\xi = 5$, $N_c = 2500$; \bullet — $N_p = 50$, $\xi = 0.2$, $N_c = 500$; \blacktriangle — $N_p = 50$, $\xi = 0.2$, $N_c = 2500$. Линией обозначена заданная парная сила

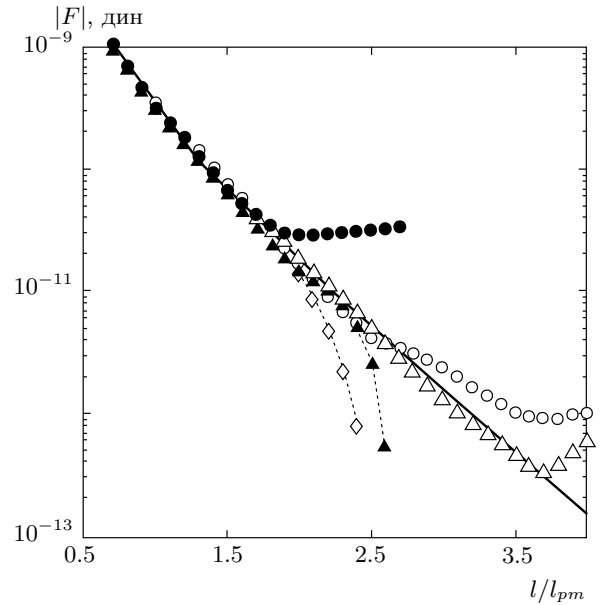


Рис. 7. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ ($N_p = 50$, $\Gamma^* = 180$, $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$) при помощи сплайнов (Г) для различных ξ и N_c : \diamond — $\xi \approx 5$, $N_c = 1000$; \circ — $\xi \approx 5$, $N_c = 5000$; \triangle — $\xi \approx 5$, $N_c = 25000$; \bullet — $\xi \approx 0.2$, $N_c = 5000$; \blacktriangle — $\xi \approx 0.2$, $N_c = 25000$. Линией обозначена заданная парная сила

Здесь $N_c = t_{exp}/\Delta ct$, а t_{exp} — полное время (продолжительность) численного эксперимента. Следует еще раз отметить, что в реальных лабораторных экспериментах величина N_c эквивалента числу анализируемых кадров видеозаписи. Решение обратной задачи ($\Gamma^* = 180$, $N_p = 50$, $U = U_c \exp(-2l/l_{pm})$) для различных значений N_c представлено на рис. 6, 7 для случаев аппроксимации $F(l)$ соответственно полиномами (А) и сплайнами (Г).

Во всех случаях (А)–(Г) анализ решения обратной задачи показал, что для корректного восстановления парных сил $F(l)$ в пространственном диапазоне $l \leq l_{max}$ необходимое количество кадров записи экспериментов должно удовлетворять условию:

$$N_c \geq 10N_{un} \frac{(l_{max}/l_{pm})^2}{\min\{1; \xi\}},$$

где N_{un} — число неизвестных параметров. Максимальная длина l_{max} восстановления парных сил, а также необходимые для этого количество кадров N_c и длительность t_{exp} эксперимента при частоте кадров видеозаписи $f_{vr} = 200 \text{ с}^{-1}$ для различных аппроксимаций $F(l)$ ((А)–(Г)), используемых при ре-

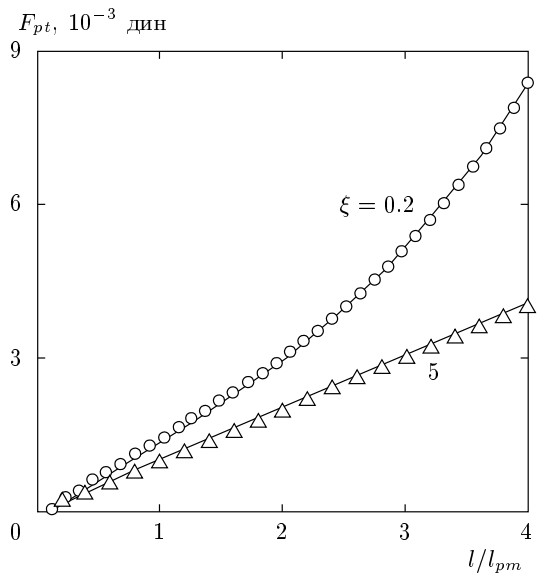


Рис. 8. Результаты восстановления электростатической силы ловушки F_{pt} ($N_p = 50$, $U \propto 1/l^2$), заданной линейной функцией (\triangle) и кубическим полиномом (\circ), при различных параметрах ξ

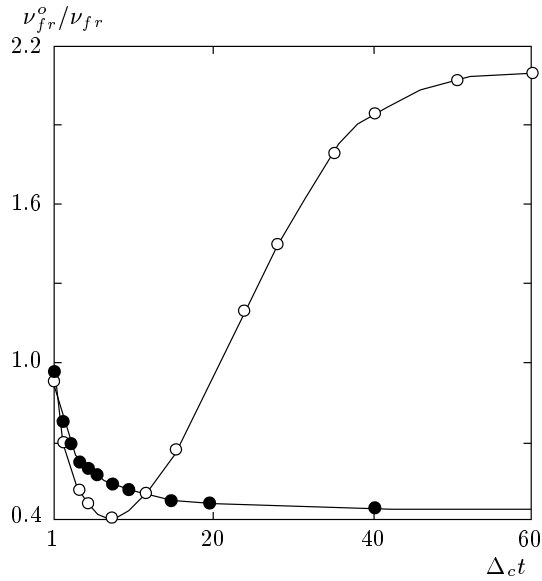


Рис. 9. Ошибки восстановления коэффициента трения ν_{fr}^o/ν_{fr} ($N_p = 50$) в зависимости от Δ_{ct} для $\xi = 5$ (○), 0.2 (●)

шении обратной задачи, приведены в табл. 1. Легко увидеть, что в случае использования приближений (В), (Д) необходимое время записи t_{exp} может быть критическим для выполнения реальных экспериментов при их неизменных (стабильных) условиях в лабораторной плазме. Отметим, что необходимую продолжительность эксперимента t_{exp} можно сократить на 10–30 %, если центр ловушки совпадает с геометрическим центром анализируемой системы частиц (т. е. если известны координаты x_o, y_o).

Дополнительно также были рассмотрены другие особенности применения предлагаемого метода диагностики плазменно-пылевых систем в условиях лабораторных экспериментов, а именно: временное и пространственное разрешение движения частиц, визуализация части пылевого облака, а также влияние дополнительной степени свободы (смещения частиц в направлении, перпендикулярном пылевому монослою) на восстановление неизвестных параметров частиц.

Временное разрешение. Для анализа влияния частоты кадров f_{vr} видеокамеры, используемой для регистрации движения частиц в условиях лабораторных экспериментов, на результаты восстановления неизвестных параметров пылевого облака обратная задача также была решена для координат частиц, записанных через интервалы времени $\Delta_{ct} = m\Delta t$, где $m = 2-60$. Точность восстановления коэффициента трения ν_{fr}^o/ν_{fr} (здесь ν_{fr}^o —

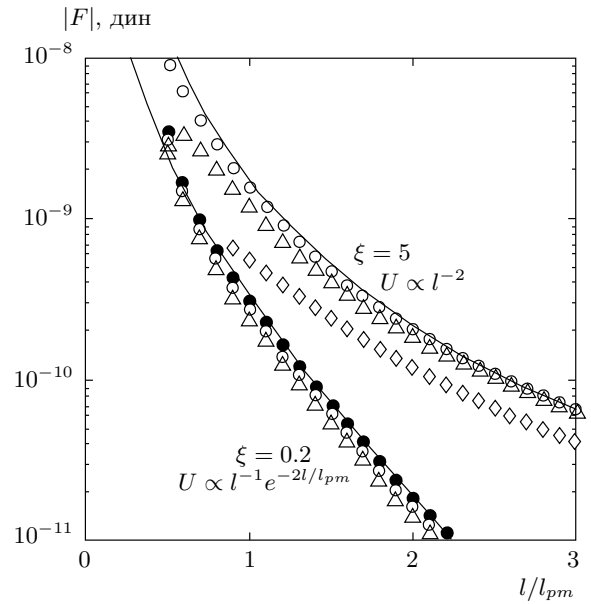


Рис. 10. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ ($N_p = 50, \Gamma^* = 180$) для разных U, ξ при $\Delta_{ct} = 7\Delta t$ (●), $10\Delta t$ (○), $20\Delta t$ (△), $35\Delta t$ (◇). Линиями обозначены заданные парные силы

восстановленное значение коэффициента) уменьшалась с уменьшением точности разрешения их движения (с увеличением $\Delta_{ct} = m\Delta t$) приблизительно от 25 % ($\Delta_{ct} = 2\Delta t$) до 60–100 % ($\Delta_{ct} = 40-60\Delta t$), см. рис. 9. При этом точность восстановления силы парного взаимодействия и градиента поля ловушки практически не изменялась (была менее 10 %) при $\Delta_{ct} \leq \max^{-1}\{3\nu_{fr}, 2\omega^*\}$. При последующем увеличении Δ_{ct} до

$$\max^{-1}\{2\nu_{fr}, \omega^*\} - \max^{-1}\{\nu_{fr}, 0.5\omega^*\}$$

ошибка в восстановлении парных сил $F(l)$ росла от 20 % до 40 % (см. рис. 10). Таким образом, минимальное значение частоты кадров видеозаписи для проведения корректных лабораторных измерений определяется как $f_{vr}^{min} = \max\{3\nu_{fr}, 2\omega^*\}$. Для предварительной оценки величины характерных частот ν_{fr}, ω^* можно использовать как известные теоретические модели, так и независимые методы экспериментальной диагностики параметров пылевых частиц, например, метод, основанный на анализе процессов массопереноса на малых временах наблюдения [22, 23] или измерения парных корреляционных функций и коэффициентов диффузии частиц [21].

Пространственное разрешение. Влияние пространственного разрешения на результаты измерений в лабораторной пылевой плазме связано

Таблица 1. Максимальная длина l_{max} восстановления парных потенциалов $U(l)$, а также необходимые для этого количество кадров N_c и длительность t_{exp} эксперимента при частоте кадров видеозаписи $f_{vr} = 200 \text{ с}^{-1}$ для различных аппроксимаций функции $U(l)$ ((А)–(Г)), используемых при решении обратной задачи

$U(l)$	$\propto l^{-1}$	$\propto l^{-2}$	$\propto l^{-3}$	$\propto l^{-1}e^{-l/l_{pm}}$	$\propto l^{-1}e^{-2l/l_{pm}}$	$\propto l^{-1}e^{-4l/l_{pm}}$
l_{max}/l_{pm}	12	5.2	3.5	4.2	2.9	2.3
N_c (А), $N_{un} = 8$	16590	3115	1411	2032	969	609
N_c (Б), $N_{un} = 9$	18660	3505	1588	2286	1090	686
N_c (В), $N_{un} = 13$	26960	5062	2293	3302	1574	990
N_c (Г), $N_{un} = 22$	45620	8566	3881	5588	2664	1676
t_{exp} (А), с	83	15.5	7.0	10	4.8	3.0
t_{exp} (Б), с	93	17.5	7.9	11.5	5.5	3.4
t_{exp} (В), с	135	25	11.5	16.5	7.9	5.0
t_{exp} (Г), с	228	43	19.5	28	13.3	8.4

с неточным определением центра масс анализируемых частиц. Величина пространственного разрешения δl в условиях типичных экспериментов обычно находится в пределах от $0.0025l_{pm}$ (малые кластерные системы) до $0.01l_{pm}$ (протяженные облака частиц $N_p \approx 500-1000$). Для оценки необходимой величины пространственного разрешения можно использовать соотношение

$$\delta l < \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} f_{vr}^{-1} \approx \omega^* l_{pm} f_{vr}^{-1} \left(\frac{3\pi}{4\Gamma^*}\right)^{1/2}.$$

При фиксированном пространственном разрешении $\delta_l = \delta l/l_{pm}$ можно получить максимальное значение частоты следования кадров для корректного анализа движения частиц в предполагаемых экспериментах:

$$f_{vr} < f_{vr}^{max} = \omega^* \delta_l^{-1} \left(\frac{3\pi}{4\Gamma^*}\right)^{1/2}.$$

Тогда для случая $\xi \geq 1$ и $\delta_l = 0.005$ рабочий диапазон частот будет определяться как $[f_{vr}^{min}, f_{vr}^{max}] = [2\omega^*; 112\omega^*]$ при $\Gamma^* = 7.5$ и $[f_{vr}^{min}, f_{vr}^{max}] = [2\omega^*; 23\omega^*]$ при $\Gamma^* = 180$. В том случае, когда частота кадров видеозаписи $f_{vr} > f_{vr}^{max}$, обработку экспериментальных данных необходимо проводить, ограничиваясь кадрами, следующими через временной интервал $\Delta_c t > 1/f_{vr}^{max}$, очевидно меньший, чем $\Delta_c t = 1/f_{vr}^{min}$.

Визуализация части пылевого облака. В реальных экспериментах с пылевой плазмой часто реали-

зуется ситуация, когда в область зрения видеокамеры попадает только часть пылевого облака. Чтобы смоделировать эту ситуацию, использовались расчеты, выполненные для пылевого облака, состоящего из 500 частиц. Анализируемая часть облака содержала от 20 % до 30 % всех его частиц. Участки решения обратной задачи для части пылевого облака показаны штриховыми линиями на рис. 1в,г. Выделенный участок разбивался на девять равных частей, при этом взаимодействие между частицами рассматривалось только для центральной ячейки (в предположении, что потенциал взаимодействия между частицами пылевого облака достаточно эффективно ослабляется на расстояниях $L_c = L/3$, где L — длина стороны квадрата выделенной области). Иллюстрация решения такой задачи при использовании аппроксимации (А) для различных потенциалов и параметров ξ и Γ^* представлена на рис. 11. В результате моделирования было получено, что парные силы F , восстановленные в данной ситуации, соответствуют первоначально заданным функциям на участках $l \leq L_c$ с точностью не менее, чем 5 %.

Наличие дополнительной степени свободы. В заключение напомним (см. разд. 2.2), что прямая задача была решена в двумерной постановке для монослоя частиц, удерживаемых во внешнем электрическом поле, имеющем цилиндрическую симметрию. Поскольку смещение частиц в «вертикальном» направлении (направлении, перпендикулярном монослою) не оказывает существенного влияния на их

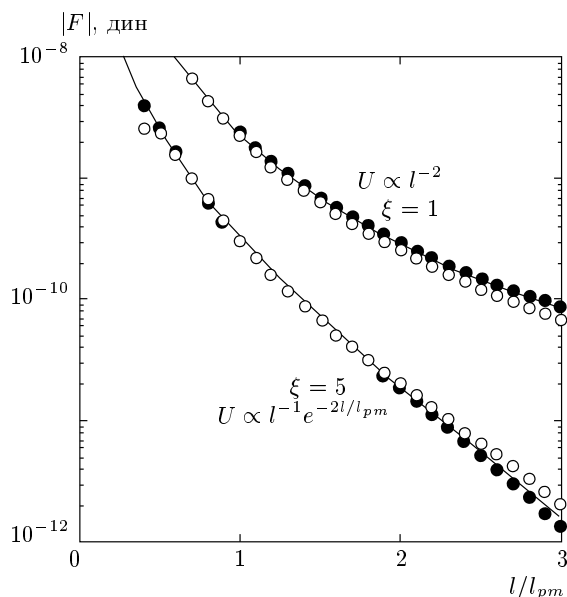


Рис. 11. Результаты восстановления функции $|F(l/l_{pm})|$ при помощи полинома (А) для части пылевого облака (см. рис. 16,2) при различных U, ξ , $\Gamma^* = 7.5$ (●), 180 (○). Линиями обозначены заданные парные силы

транспортные характеристики, наличие степени свободы в вертикальном направлении может приводить к дополнительным случайным ошибкам, связанным с неточным определением расстояния между пылевыми частицами в плоскости пылевого слоя. Такие ошибки аналогичны ошибкам из-за хаотического теплового смещения частиц и также подавляются благодаря решению избыточной системы уравнений.

Необходимо отметить, что и в случае формирования многослойной пылевой системы, который часто наблюдается в лабораторных экспериментах, обычно используется двумерная диагностика, регистрирующая движение частиц в пределах одного из образованных пылевых слоев. В этом случае двумерный подход при восстановлении параметров анализируемой системы в первую очередь будет приводить к искажению параметров внешнего поля ловушки, поскольку действие сил от частиц соседнего пылевого слоя будет сводиться к установлению дополнительного электрического поля в радиальном направлении.

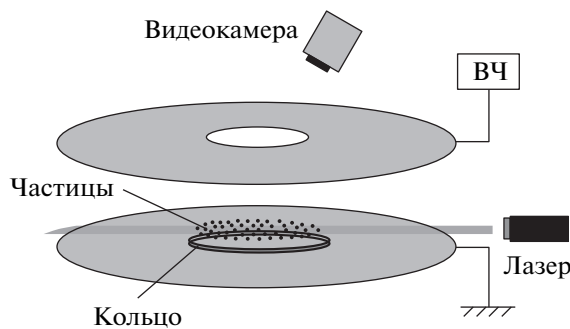


Рис. 12. Упрощенная схема установки для экспериментов в емкостном высокочастотном (ВЧ) разряде

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

3.1. Описание экспериментальной установки и результаты измерений

Упрощенная схема установки по проверке предлагаемого метода в лабораторной пылевой плазме приэлектродного слоя высокочастотного разряда приведена на рис. 12. В ходе эксперимента вакуумная камера заполнялась инертным газом, а на электроды подавалось напряжение от высокочастотного генератора с несущей частотой 13.56 МГц, между ними в атмосфере аргона возникал тлеющий разряд. В разряд через отверстие в верхнем электроде из специального контейнера вбрасывались пылевые частицы различных размеров и материалов. Попадая в разряд, частицы приобретали отрицательный заряд и зависали в приэлектродном слое. Для предотвращения ухода частиц в горизонтальном направлении на нижнем (заземленном) электроде устанавливались металлические кольца различных диаметров D_r высотой приблизительно 0.2 см, формирующие потенциальную ловушку для облака пылевых частиц. Использовались кольца с различными диаметрами ($D_r = 2.4$ см и $D_r = 5$ см). Это позволило проводить диагностику как для малоразмерных кластеров частиц ($D_r = 2.4$ см, $N_p = 6-20$, $a \approx 6.37$ мкм, где a — радиус пылинки), так и для достаточно протяженных квазидвумерных пылевых систем ($D_r = 5$ см, число частиц в монослое $N_p \approx 2000$, $a \approx 2.755$ мкм). Величина пространственного разрешения $\delta_l = \delta l/l_{pm}$ составляла от $\delta_l \approx 0.0035$ (для кластеров) до $\delta_l \approx 0.01$ (для протяженных систем).

Эксперименты проводились в аргоне с давлением $P = 0.01-0.06$ Торр при мощности разряда $W \approx 2-20$ Вт. В качестве пылевой компоненты использовались моодисперсные пластиковые

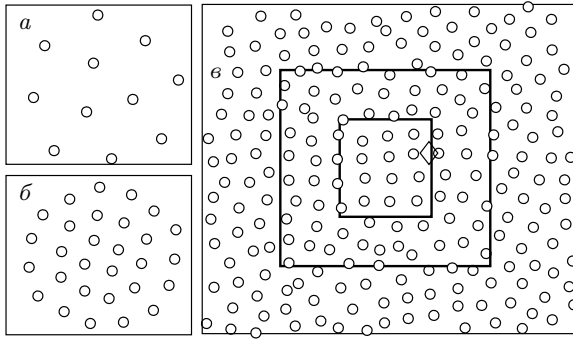


Рис. 13. Иллюстрация расположения пылевых частиц в экспериментах: *a, б* — пылевые кластеры; *в* — фрагмент протяженной пылевой структуры (эксперимент 3, табл. 2); сплошными линиями показаны различные варианты центральной ячейки внутри участка решения обратной задачи для части пылевого облака; \diamond — восстановленное положение центра ловушки

сферы плотностью $\rho_p \approx 1.5 \text{ г·см}^{-3}$ с радиусами $a \approx 2.75 \text{ мкм}$ и $a \approx 6.37 \text{ мкм}$. Для визуализации пылевое облако подсвечивалось плоским лучом гелий-неонового лазера ($\lambda = 633 \text{ нм}$, характерная толщина в области перетяжки около 200 мкм). Регистрация положения пылевых частиц осуществлялась высокоскоростной CMOS-видеокамерой (частота кадров $f_{vc} = 200\text{--}500 \text{ с}^{-1}$). Время одного эксперимента при неизменных условиях составляло 8–14 с. Видеозапись обрабатывалась при помощи специальной программы, которая позволяла идентифицировать положения отдельных пылевых частиц в поле зрения видеосистемы.

Наблюдаемые пылевые структуры являлись системами кристаллического и жидкостного типа, со средним межчастичным расстоянием l_p от 750 до 1200 мкм. Большинство экспериментов было выполнено для монослойных (двумерных) систем. В результате обработки видеозаписей были получены кинетические температуры T , скорости и ускорения пылевых частиц, их концентрации и парные корреляционные функции $g(l)$, а также функции массопереноса $D(t) = \langle \Delta l^2 \rangle / 4t$, где $\langle \Delta l^2 \rangle$ — среднеквадратичное смещение пылевых частиц.

Иллюстрация расположения частиц в различных кластерах ($N_p = 11, 29$) представлена на рис. 13*а, б*. На рис. 13*в* показан фрагмент кадра видеозаписи протяженного пылевого облака. (Полное число частиц, регистрируемых видеокамерой, составляло примерно 550; приблизительное количество частиц во всем пылевом слое — 2000.) Парные корреляционные функции для различных экспериментов даны

на рис. 14. Параметры исследуемых пылевых систем ($a, l_p, V_T^2 = 2T/M$) приведены в табл. 2. В ней представлены результаты измерений коэффициентов трения пылевых частиц ν_{fr} , характерной частоты их столкновений $\omega_{c1} = (|U''(l_p)|/\pi M)^{1/2}$ и эффективного параметра неидеальности Γ^* , измеренные методом, основанным на анализе процессов массопереноса $D(t)$ при малых временах наблюдения [22, 23].

3.2. Результаты восстановления сил парного взаимодействия и их обсуждение

Для определения сил парного взаимодействия $F(l)$ использовались четыре различных аппроксимации (А)–(Г) сил межчастичного взаимодействия, подробно описанные в разд. 2.3 настоящей работы. Критерием корректности процедуры восстановления служило совпадение функций $F(l)$, полученных при использовании всех четырех аппроксимаций, в пределах анализируемого пространственного диапазона l . Иллюстрация результатов восстановления $F(l)$ для различных экспериментов приведена на рис. 15. Так, на рис. 15*а* символами показаны результаты восстановления для малых (кластерных) систем, выполненного с использованием различных аппроксимаций (А)–(В) сил парного взаимодействия, а на рис. 15*б* представлены результаты для протяженных пылевых облаков для аппроксимаций (А) и (Б). Легко увидеть, что результаты восстановления $F(l)$ при помощи различных аппроксимаций данной функции различаются не более чем на 5–10 %.

Для анализа того, насколько поведение полученных функций $F(l)$ соответствует предположению об экранированном кулоновском взаимодействии между пылевыми частицами в плазме, была выполнена аппроксимация экспериментальных данных (обозначенных символами на рис. 15) кривыми

$$f \propto \exp(-\kappa l/l_p)(1 + \kappa l/l_p)l^{-2}$$

для различных диапазонов расстояний l . Было получено, что для малых кластерных систем восстановленный потенциал хорошо соответствует кулоновскому взаимодействию частиц ($F(l) \propto l^{-2}$). Аналогичная асимптотика была найдена и для анализируемых протяженных пылевых структур на расстояниях $l > 2l_p$. При этом поведение восстановленной функции $F(l)$ на расстояниях, меньших или около среднего межчастичного ($l < l_p$), хорошо описывалось функцией

$$f \propto \exp(-l/l_p)(1 + l/l_p)l^{-2},$$

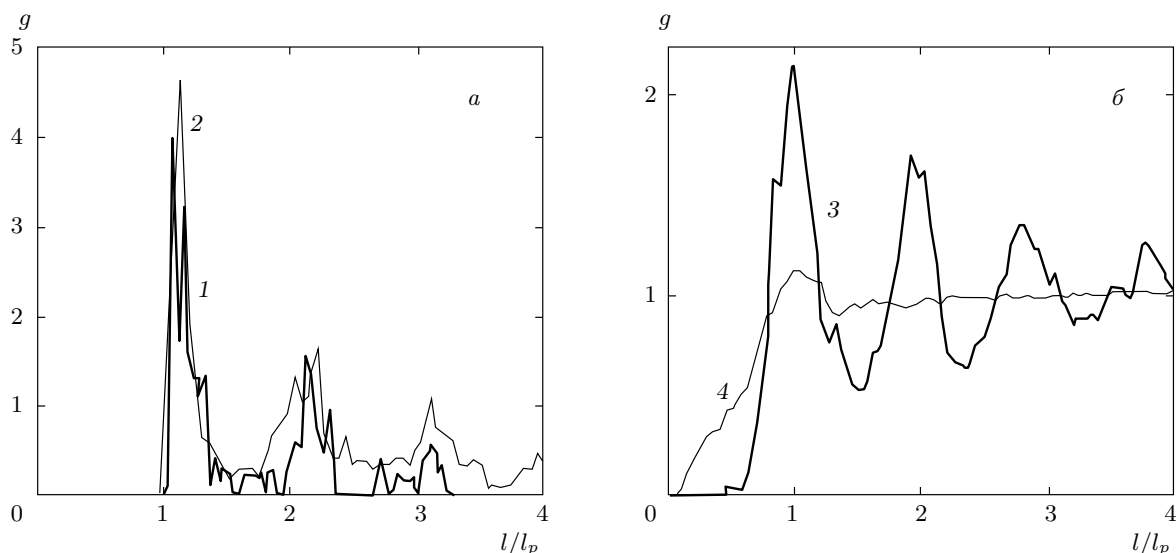


Рис. 14. Парные корреляционные функции для различных экспериментов (см. табл. 2): *a* — для кластеров, *б* — для протяженных пылевых структур

Таблица 2. Параметры частиц для различных экспериментов: 1 — кластер ($N_p = 11, P = 0.03$ Торр); 2 — кластер ($N_p = 29, P = 0.06$ Торр); 3 — часть пылевого облака, монослой ($P = 0.045$ Торр); 4 — часть пылевого облака, многослойная структура ($P = 0.022$ Торр)

№	a , мкм	V_T^2 , мм ² · с ⁻²	l_p , мм	ν_{fr} , с ⁻¹	ω_{c1} , с ⁻¹	Γ^*	ω_{c2} , с ⁻¹	$Z/1000$	α_1 , с ⁻²	α_2 , с ⁻²
1	6.37	0.24 ± 0.02	≈ 1.17	3.5 ± 0.2	4.9 ± 0.2	≈ 366	5.1 ± 0.3	23.5 ± 0.5	100	93
2	6.37	0.18 ± 0.02	≈ 0.88	8.1 ± 0.6	5.9 ± 0.2	≈ 420	6.1 ± 0.3	18.6 ± 0.2	94	99
3	2.75	0.43 ± 0.04	≈ 0.86	13 ± 1	3.4 ± 0.2	≈ 45	3.6 ± 0.3	2.98 ± 0.02	7.2	5.8–6.6
4	2.75	8.0 ± 0.7	≈ 0.89	7.8 ± 0.4	4.4 ± 0.2	≈ 4.5	2.7 ± 0.2	2.87 ± 0.07	26.2	—

что соответствовало экранированному кулоновскому потенциалу с параметром экранирования $\kappa \equiv l_p/\lambda = 1$. Отметим, что полученная степенная асимптотика ($F(l) \propto l^{-2}$) сил межчастичного взаимодействия может как объясняться слабым экранированием в условиях анализируемых экспериментов, так и являться подтверждением теории ячеек (Wigner–Seitz-cell model), предполагающей «эффективными» зарядами пылевых частиц в плазме на расстояниях l , больших l_p , для неидеальных плазменно-пылевых систем, где величина $\Gamma = (eZ)^2/l_p T \gg 1$ [5, 25].

Характерная частота $\omega_{c2} = (|F'(l_p)|/\pi M)^{1/2}$, полученная из восстановленных функций $F(l)$, приве-

дена в табл. 2. Легко увидеть, что найденное значение характерной частоты ω_{c2} находится в согласии (в пределах экспериментальных ошибок 10–15%) с величиной ω_{c1} , полученной независимым методом [22, 23]. Исключение составляют измерения для многослойного пылевого облака (эксперимент 4, табл. 2). В данном случае вследствие низкой корреляции частиц ($\Gamma^* \approx 4.5$) в область поля зрения видеосистемы могли попадать частицы другого слоя (см. рис. 14б). Такая ситуация не сказывается на результатах анализа процессов массопереноса $D(t)$, однако в случае предлагаемой методики это могло привести к существенному искажению функций $F(l)$ в области малых межчастичных расстояний l . Найденные значения характерных частот (ω_{c1} и

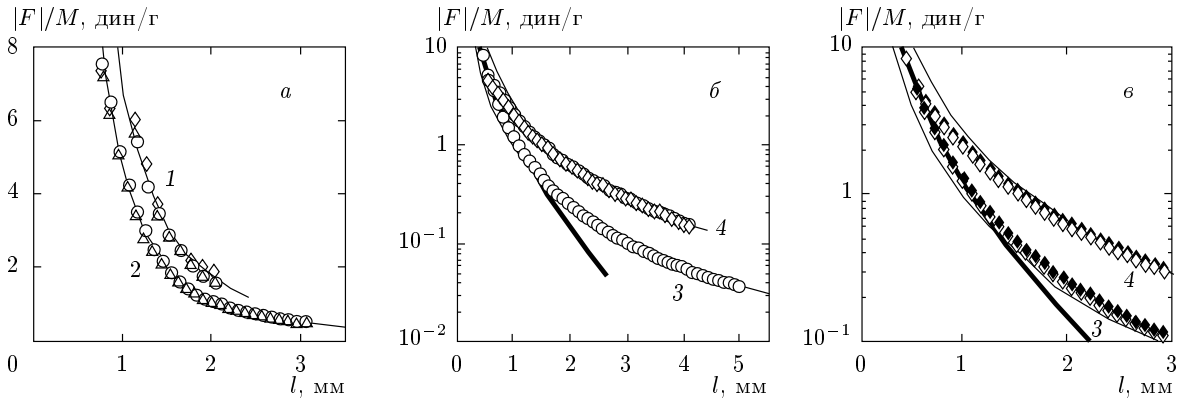


Рис. 15. Результаты восстановления функции $|F|/M$ для разных экспериментов *a, б* (см. табл. 2) при помощи различных аппроксимаций сил межчастичного взаимодействия: \diamond — (А), \circ — (Б), \triangle — (В). *в* — Увеличенный фрагмент рис. 15б. Тонкие линии — аппроксимация полученных экспериментальных данных кривыми $f \propto l^{-2}$, жирная линия — $f \propto \exp(-l/l_p)(1 + l/l_p)l^{-2}$. Белые и черные символы для кривых 3 и 4 на рис. 15в соответствуют результатам решения обратной задачи для различных участков пылевого облака (см. рис. 13в)

ω_{c2}) использовались для определения зарядов пылевых частиц Z . При этом для экспериментов 1, 2 и 4 предполагалось их кулоновское взаимодействие ($U''(l_p) \equiv |F'(l_p)| = 2(eZ)^2/l_p^3$), а в случае эксперимента 3 парные силы задавались в приближении Юкавы:

$$|F(l)| = 2 \left(\frac{eZ}{l} \right)^2 \exp\left(-\frac{\kappa l}{l_p}\right) \left(1 + \frac{\kappa l}{l_p} \right).$$

Для проверки справедливости предположения парного взаимодействия между пылевыми частицами в условиях анализируемых экспериментов (т.е. потенциальности сил $F(l)$) измерения выполнялись для различных выборок частиц. Так, например, обратная задача в пылевом слое была решена для различного числа частиц N_p^* в центральной ячейке анализируемого кадра видеозаписи ($N_p^* \sim 10-50$, рис. 13в). Во всех случаях разница в восстановленных функциях $F(l)$ составляла менее 5–7% (см. рис. 15б).

Результаты измерения радиальных сил F_{pt}/M , действующих на пылевые частицы в электростатической ловушке, приведены на рис. 16 и даны в табл. 2 в виде $\alpha_1 = d_1/M$. При восстановлении использовались как линейные аппроксимации функции $F_{pt}(r)$, так и степенные полиномы более высоких порядков $I_t = 2-3$ (10). Заметного влияния степени полинома на результаты определения парных сил отмечено не было. Сравнение полученных значений α_1 с величиной α_2 , определяющей соотношение между числом частиц в пылевом монослое и градиентом поля линейной ловушки [26],

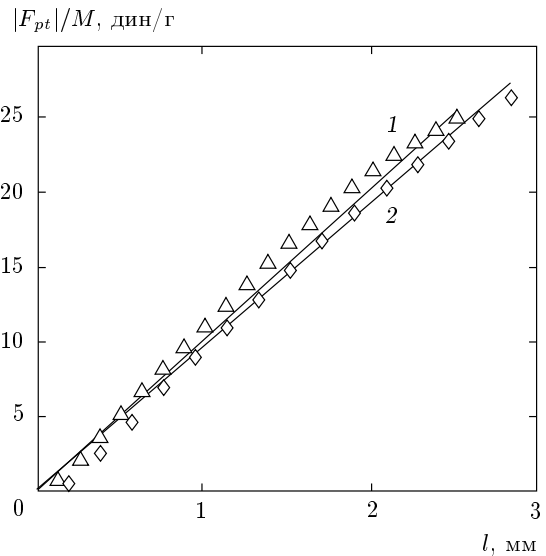


Рис. 16. Результаты восстановления электростатической силы ловушки $|F_{pt}|/M$ для экспериментов с кластерами, см. табл. 2, для линейной (линии) и кубической (символы) аппроксимации (10)

$$\alpha_2 \approx \frac{2\pi(eZ)^2}{(N+1)Ml_p^3}, \tag{13}$$

показало их хорошее согласие (см. табл. 2). Здесь $N \approx R/l_p \approx (N_p/\pi)^{1/2}$ — число межчастичных расстояний в радиусе слоя R . Для оценки величины α_2 в протяженном пылевом монослое (эксперимент 3) использовались значения $N_p = 1500-2000$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый метод для определения сил парного межчастичного взаимодействия (соответственно, парного потенциала). Метод основан на решении обратной задачи, описывающей движение взаимодействующих частиц системой уравнений Ланжевена и позволяет также восстанавливать параметры внешнего удерживающего потенциала, не опираясь на априорную информацию о коэффициентах трения частиц. Предлагаемая процедура была проверена путем численного моделирования задачи в широком диапазоне условий, типичных для экспериментов в лабораторной пылевой плазме. Представлены результаты первой экспериментальной апробации метода для анализа взаимодействия пылевых частиц в лабораторной плазме емкостного высокочастотного разряда.

В отличие от методов, разработанных ранее, предлагаемый метод не вносит возмущений в исследуемую систему частиц; не опирается на привлечение каких-либо дополнительных предположений о внешних силах или связях между пространственными корреляционными функциями и потенциалом парного взаимодействия; может применяться как для слабо коррелированных, так и для сильно неидеальных систем, которые состоят из двух или более взаимодействующих частиц. Дополнительно были рассмотрены некоторые особенности применения заявленной методики для диагностики плазменно-пылевых систем в условиях реальных лабораторных экспериментов, обусловленные техническими параметрами используемых систем видеонаблюдения, такими как длительность эксперимента, визуализация части пылевого облака, а также временное и пространственное разрешения движения частиц. Были получены эмпирические соотношения для определения границ и условий работы метода. В заключение еще раз подчеркнем, что при соблюдении этих условий метод не требует никакой дополнительной информации, кроме информации о координатах и смещениях частиц, которая легко фиксируется как в численных, так и в реальных экспериментах.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 07-08-00290, 07-08-01464), гранта CRDF (RUP2-2891-MO-07), проекта NWO (047.017.039), Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом», Федерального агентства по науке и инновациям (государственный

контракт № 02.740.11.0236), программы Президиума РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Бельгий, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
2. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
3. V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, A. G. Khrapak, and G. E. Morfill, *Phys. Rep.* **412**, 1 (2005).
4. S. V. Vladimirov, K. Ostrikov, and A. A. Samarian, *Physics and Applications of Complex Plasmas*, Imperial College, London (2005).
5. I. T. Yakubov and A. G. Khrapak, *Sov. Tech. Rev. B: Therm. Phys.* **2**, 269 (1989).
6. Н. П. Коваленко, И. З. Фишер, *УФН* **102**, 209 (1972).
7. N. H. March and M. P. Tosi, *Introduction to Liquid State Physics*, World Sci. (1995).
8. U. Konopka, L. Ratke, and H. M. Thomas, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1269 (1997).
9. J. E. Daugherty, R. K. Porteous, M. D. Kilgore, and D. B. Graves, *J. Appl. Phys.* **72**, 3934 (1992).
10. J. E. Allen, *Phys. Scripta* **45**, 497 (1992).
11. D. Montgomery, G. Joyce, and R. Sugihara, *Plasma Phys.* **10**, 681 (1968).
12. G. E. Morfill, V. N. Tsytovich, and H. Thomas, *Plasma Phys. Rep.* **29**, 1 (2003).
13. S. V. Vladimirov and M. Nambu, *Phys. Rev. E* **52**, R2172 (1995).
14. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, А. В. Гавриков, В. Е. Фортвов, *Физика плазмы* **33**, 311 (2007).
15. V. E. Fortov, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, and I. A. Shakhova, *Phys. Plasmas* **14**, 040705 (2007).

16. V. E. Fortov, O. F. Petrov, and O. S. Vaulina, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 195003 (2008).
17. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. I. Molotkov et al., *Phys. Rev. Lett.* **87**, 205002 (2001).
18. V. E. Fortov, O. F. Petrov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, *Phys. Rev. E* **70**, 0046415 (2004).
19. J. B. Pieper and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3137 (1996).
20. A. Homann, A. Melzer, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **59**, 3835 (1996).
21. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортвов и др., *Физика плазмы* **29**, 698 (2003).
22. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, *ЖЭТФ* **133**, 1091 (2008).
23. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, О. Ф. Петров, В. Е. Фортвов, *ЖЭТФ* **134**, 367 (2008).
24. О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, *Физика плазмы* **35**, 636 (2009).
25. J. M. Ziman, *Models of Disorder*, Cambridge Univ. Press, New York (1979).
26. O. S. Vaulina, X. G. Koss (Adamovich), and S. V. Vladimirov, *Phys. Scripta* **79**, 035501 (2009).