ЖЭТФ, 2010, том 137, вып. 5, стр. 842–847

АНТИГРУППИРОВКА ФОТОНОВ ПРИ РАССЕЯНИИ НА БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОМ КОНДЕНСАТЕ АТОМОВ

Л. В. Ильичёв[*], *П. Л. Чаповский*

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 1 октября 2009 г.

Показано, что при рассеянии двух квантованных световых мод на атомарном конденсате Бозе–Эйнштейна возникает антигруппировка фоторегистраций из разных мод. Эффект появляется из-за неопределенности положения волновой функции конденсата относительно оптической решетки, образованной световыми пучками. Показано, как информация, содержащаяся в истории фоторегистраций, приводит к пространственной локализации волновой функции конденсата.

1. ВВЕДЕНИЕ

Рассеяние световых волн является одним из основных методов тестирования и контроля атомарного бозе-конденсата [1]. В данном подходе излучение выступает как инструмент для изучения нового физического объекта — бозе-эйнштейновского конденсата (BEC) атомов. Естественно, что роли двух квантовых бозевских полей — атомарного BEC и поля фотонов — могут поменяться, и в этом случае конденсат становится новым инструментом воздействия на квантовые состояния электромагнитного поля [2]. В этой связи представляется актуальной задача исследования квантовых свойств световых пучков, взаимодействующих друг с другом посредством рассеяния на облаке BEC. В настоящей работе объектом внимания является статистика двух фотонных мод при несмещенном рассеянии на атомарном бозе-конденсате. Продемонстрирована связь этой статистики с состоянием конденсата, точнее, с локализацией в пространстве его волновой функции. Как будет показано, неопределенность (точнее неконтролируемость) этой локализации приводит к антигруппировке событий регистрации фотонов из разных мод. При антигруппировке регистрация фотона в одной моде снижает вероятность обнаружения фотона во второй моде.

Необычное поведение корреляций интенсивностей пары световых мод при резонансном взаимодействии с атомарными ансамблями исследовалось в ряде работ. В работе [3] сообщалось о наблюдении корреляции интенсивностей мод, взаимодействующих с Λ-атомами в режиме электромагнитно-индуцированной прозрачности (EIT), переходящей в антикорреляцию при разрушении EIT. В работе [4] обнаружена смена типа корреляции в режиме EIT при повышении интенсивностей световых волн. В работе [5] предсказано возникновение сжатого состояния мод в режиме, близком к EIT. В настоящей работе исследуются корреляции световых мод при их нерезонансном двухфотонном взаимодействии с BEC-атомов.

2. МОДЕЛЬ

Факт регистрации фотонов превращает атомарный конденсат и взаимодействующие с ним фотонные моды в открытую квантовую систему. Конкретная история фотопоглощений, состоящая из последовательности номеров мод, которым принадлежат зарегистрированные фотоны, и моментов их регистраций формирует квантовое состояние конденсата и полевых мод. Последовательный подход к описанию эволюции атомов и фотонов как единой открытой квантовой системы позволяет, естественно, определить состояния подсистем в любой момент

[*]E-mail: leonid@iae.nsk.su

времени. Однако математическая сложность заставляет упрощать описание состояния одной из подсистем. В большинстве работ, где целью является изучение квантового состояния атомарного конденсата, электромагнитные поля описываются классически. В настоящей работе исследуется квантовое состояние фотонных мод, возникшее при их взаимодействии с BEC. Описание состояния самого атомарного конденсата по необходимости оказывается упрощенным. Мы полагаем известной и неизменной в процессе взаимодействия с излучением форму волновой функции конденсата. В то же время информация о ее локализации, т. е. положение относительно оптической решетки, образованной световыми полями, будет меняться в процессе регистрации фотонов.

Будем нумеровать фотонные моды индексом $i = 1, 2$ и описывать их в терминах соответствующих операторов уничтожения (рождения) фотонов $\hat{a}_i$ ($\hat{a}_i^\dagger$). Моды считаются плоскими волнами с векторами $\mathbf{k}_i$. Воспользуемся следующим модельным квантовым кинетическим уравнением для статистического оператора $\hat{\varrho}\,(t)$ фотонных мод:

$$\begin{aligned}\partial_t \hat{\varrho}\,(t) = -i[\lambda(\hat{a}_1 + \hat{a}_2) + \lambda^*(\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_2^\dagger), \hat{\varrho}\,(t)] \; - \\ - i[\mu \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \mu^* \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1, \hat{\varrho}\,(t)] \; + \\ + \sum_{i=1,2} \gamma_i (2\hat{a}_i \hat{\varrho}\,(t) \hat{a}_i^\dagger - \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{\varrho}\,(t) - \hat{\varrho}\,(t) \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i). \quad (1)\end{aligned}$$

Гамильтоново слагаемое из первой строки в правой части описывает динамику фотонных мод вследствие их взаимодействия с источником излучения. Предполагается (как это обычно имеет место в эксперименте), что источником для обеих мод является один и тот же лазер, что обусловливает строгие фазовые корреляции между модами[1]. В нашей модели лазерный источник задается комплексным параметром $\lambda = |\lambda| e^{i\vartheta}$ — «классическим током»[2]. Ниже при построении стационарного решения уравнения (1) фаза ϑ будет считаться случайной (с равномерным распределением на интервале от 0 до 2π), что соответствует известной общепринятой модели лазерного излучения [6]. Рассеяние фотонов на конденсате отражено во второй строке уравнения (1) и задается параметром μ:

$$\begin{aligned}\mu \propto \int \langle \mathbf{r}|\psi\rangle\langle\psi|\mathbf{r}\rangle \exp[-i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r}] d^3\mathbf{r} \equiv \\ \equiv \int \left\langle \mathbf{k} + \frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2} |\psi\rangle\langle\psi| \mathbf{k} - \frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2} \right\rangle \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (2)\end{aligned}$$

Здесь $\langle \mathbf{r}|\psi\rangle$ есть волновая функция конденсата в координатном представлении. Мы считаем, что пространственный размер конденсата, т. е. характерный масштаб функции $\langle \mathbf{r}|\psi\rangle$, много меньше, чем диаметр поперечного сечения световых пучков. Вариант с импульсным представлением параметра μ наглядно демонстрирует важность специфических свойств атомарного конденсата (большой длины когерентности в импульсном пространстве) для эффективной связи между фотонными модами. Координатное представление параметра $\mu = |\mu| e^{i\varphi}$ делает очевидной связь фазы φ с пространственным сдвигом волновой функции конденсата, меняющим его локализацию относительно оптической решетки, формируемой световыми пучками. Действительно, при изменении локализации конденсата, $\langle \mathbf{r}|\psi\rangle \mapsto \langle \mathbf{r} - \mathbf{r}_0|\psi\rangle$, фаза параметра μ получает приращение:

$$\mu \mapsto \mu \exp[-i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r}_0].$$

Диссипативные слагаемые в последней строке уравнения (1) описывают поглощение фотонов в детекторах (своем для каждой моды). Константы γ_1 и γ_2 задают скорость поглощения фотонов.

Нетрудно убедиться, что стационарным решением уравнения (1) с заданными конкретными значениями параметров λ и μ оказывается проектор на чистое состояние, являющееся тензорным произведением глауберовских когерентных состояний световых мод[3]:

$$\begin{aligned}\hat{\varrho}\,(\vartheta, \varphi) = \\ = |\alpha_1(\vartheta,\varphi)\rangle\langle\alpha_1(\vartheta,\varphi)| \otimes |\alpha_2(\vartheta,\varphi)\rangle\langle\alpha_2(\vartheta,\varphi)|, \quad (3)\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_1(\vartheta,\varphi) = -\frac{|\lambda| e^{i\vartheta}}{\gamma_1\gamma_2 + |\mu|^2} \left(|\mu| e^{i\varphi} + i\gamma_2 \right), \\ \alpha_2(\vartheta,\varphi) = -\frac{|\lambda| e^{i\vartheta}}{\gamma_1\gamma_2 + |\mu|^2} \left(|\mu| e^{-i\varphi} + i\gamma_1 \right). \end{aligned} \quad (4)$$

[1] В принципе, особенности конструкции экспериментальной установки могут приводить к некоторой случайности в относительной фазе мод, что проявится как неконтролируемое смещение оптической решетки относительно волновой функции конденсата. Мы не учитываем эту возможность.

[2] Из уравнения (1) путем стандартного преобразования $\hat{\varrho} \mapsto \exp[i\omega_0(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)t]\hat{\varrho} \exp[-i\omega_0(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)t]$ исключена собственная тривиальная динамика электромагнитных мод. При этом исчезла гармоническая (на частоте ω_0) зависимость от времени параметра λ.

[3] С помощью перехода от операторов $\hat{a}_i$ к $\hat{b}_i = \hat{a}_i - \alpha_i$ (соответственно для сопряженных) и подходящего выбора параметров α_i можно исключить все динамические члены из уравнения (1). Стационарным решением получившегося уравнения оказывается вакуум по отношению к операторам $\hat{b}_i$, что, с другой стороны, есть глауберовское состояние по отношению к $\hat{a}_i$.

Как уже говорилось, мы считаем известной и неизменной форму волновой функции конденсата, задающую $|\mu|$. Информация о пространственной локализации волновой функции конденсата относительно оптической решетки и, соответственно, о фазе φ по предположению доступна только частично и описывается некоторым заданным *a priori* распределением вероятности $P(\varphi)$. Необходимость вводить распределение по φ обусловлено невозможностью контролировать взаимное положение решетки и конденсата при каждом его приготовлении. Ниже будет показано, как это распределение трансформируется в процессе регистрации фотонов. Усредняя по распределению фазы φ и учитывая упомянутую выше полную неопределенность фазы ϑ, приходим к следующему выражению для стационарного статистического оператора полевых мод:

$$\hat{\varrho}_P \equiv \int P(\varphi)\hat{\varrho}\,(\vartheta,\varphi)\frac{d\vartheta\, d\varphi}{2\pi}. \tag{5}$$

Необходимо подчеркнуть, что фазы ϑ и φ (а вместе с φ и локализация волновой функции конденсата) фигурируют в нашем рассмотрении как классические величины. Неопределенности фаз отражают лишь наше незнание их конкретных значений, существующих независимо от проводимых измерений.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученный статистический оператор позволяет вычислить важный параметр статистики фотонов в модах, характеризующий корреляции между событиями регистрации фотопоглощений в детекторах 1 и 2:

$$g^{(2)} = \frac{\mathrm{Tr}(\hat{\varrho}_P\, \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_1)}{\mathrm{Tr}(\hat{\varrho}_P\, \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1)\ \mathrm{Tr}(\hat{\varrho}_P\, \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)}. \tag{6}$$

Результат вычисления параметра $g^{(2)}$ имеет следующий вид:

$$g^{(2)} = \\ = 1-\frac{4\gamma_1\gamma_2|\mu|^2\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle_P}{\prod_{i=1,2}(\gamma_i^2+|\mu|^2+2(-1)^i|\mu|\gamma_i\langle\sin\varphi\rangle_P)}. \tag{7}$$

Здесь введено обозначение усреднения по распределению $P(\varphi)$:

$$\langle\ldots\rangle_P \equiv \int \ldots P(\varphi)\, d\varphi.$$

Из выражения (7) следует, что при ненулевой дисперсии синуса фазы φ, т.е. при $\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle_P \equiv \equiv \langle\sin^2\varphi\rangle_P - \langle\sin\varphi\rangle_P^2 > 0$, имеет место неравенство $g^{(2)} < 1$, т.е. наблюдается антигруппировка фотоотсчетов в модах 1 и 2. В случае определенного значения φ (как это имеет место для состояния $\hat{\varrho}\,(\vartheta,\varphi)$) корреляция между фотоотсчетами отсутствует: $g^{(2)} = 1$. При полной неопределенности фазы φ (т.е. при $P(\varphi) = P^{(0)}(\varphi) \equiv 1/2\pi$) минимум параметра $g^{(2)}$ (максимум эффекта антигруппировки) достигается при $|\mu| = \sqrt{\gamma_1\gamma_2}$ и равен $(\gamma_1^2+\gamma_2^2)(\gamma_1+\gamma_2)^{-2}$.

Параметр $g^{(2)}$ из (6) и его выражение (7) соответствуют нулевому времени задержки между регистрациями фотонов из мод 1 и 2. Из формы стационарного решения (3) кинетического уравнения следует, что полученное выражение остается верным и при ненулевой задержке, если она не превышает времени релаксации распределения $P(\varphi)$ к $P^{(0)}(\varphi)$.

Любая история регистраций фотонов из мод 1 и 2 меняет имеющуюся информацию о фазе параметра μ и, что эквивалентно, о локализации конденсата относительно оптической решетки. Регистрация n фотонов из моды 1 и $N-n$ фотонов из моды 2 приводит к преобразованию статистического оператора

$$\hat{\varrho}_P \mapsto \hat{\varrho}_n^{(N)}, \tag{8}$$

где

$$\hat{\varrho}_n^{(N)} = \frac{\hat{a}_1^n \hat{a}_2^{N-n}\hat{\varrho}_P\,\hat{a}_2^{\dagger\,N-n}\hat{a}_1^{\dagger\,n}}{\mathrm{Tr}(\hat{a}_2^{\dagger\,N-n}\hat{a}_1^{\dagger\,n}\hat{a}_1^n\hat{a}_2^{N-n}\hat{\varrho}_P)}. \tag{9}$$

Данное операторное преобразование сводится к следующему преобразованию исходного распределения $P(\varphi)$:

$$P(\varphi) \mapsto P_n^{(N)}(\varphi) = \\ = \frac{P(\varphi)|\alpha_1(\varphi)|^{2n}|\alpha_2(\varphi)|^{N-n}}{\displaystyle\int P(\varphi')|\alpha_1(\varphi')|^{2n}|\alpha_2(\varphi')|^{N-n}d\varphi'}. \tag{10}$$

Здесь не отражена несущественная в данном случае зависимость параметров α_1 и α_2 от фазы ϑ.

Знание чисел n и $N-n$ позволяет исследовать локализующий эффект от регистрации фотонов, пользуясь распределением $P_n^{(N)}(\varphi)$. Рассмотрим усреднение эффекта локализации по всем историям фоторегистраций с заданным N. Для этого необходимо суммирование по всем возможным разбиениям числа N по обеим модам вместе с вероятностями таких разбиений. Эти вероятности мы обозначим как $p\,(n|N)$:

$$p\,(n|N) = \\ = \frac{N!\displaystyle\int P(\varphi)|\alpha_1(\varphi)|^{2n}|\alpha_2(\varphi)|^{N-n}d\varphi}{n!(N-n)!\displaystyle\int P(\varphi')(|\alpha_1(\varphi')|^2+|\alpha_2(\varphi')|^2)^N d\varphi'}. \quad (11)$$

Фигурирующий в уравнении (11) комбинаторный фактор отражает учет всевозможных порядков регистрации квантов. Удобным показателем эффекта локализации от N зарегистрированных фотонов могут служить усредненные квадратичные дисперсии синуса и косинуса фазы φ:

$$\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle^{(N)} = \\ = \sum_{n=0}^{N} p\,(n|N)\left[\langle\sin^2\varphi\rangle_n^{(N)} - (\langle\sin\varphi\rangle_n^{(N)})^2\right]. \quad (12)$$

Здесь символом $\langle\ldots\rangle_n^{(N)}$ обозначено усреднение по распределению $P_n^{(N)}(\varphi)$ из уравнения (10). Аналогичным образом конструируется величина $\langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle^{(N)}$. Заметим, что параметр μ входит в выражения (4) в сумме с мнимыми величинами $i\gamma_{1,2}$. Поэтому следует ожидать разной зависимости дисперсии косинуса и синуса фазы φ от числа зарегистрированных фотонов.

Целесообразно сравнить дисперсии вида (12), усредненные по историям с различными n, с дисперсиями

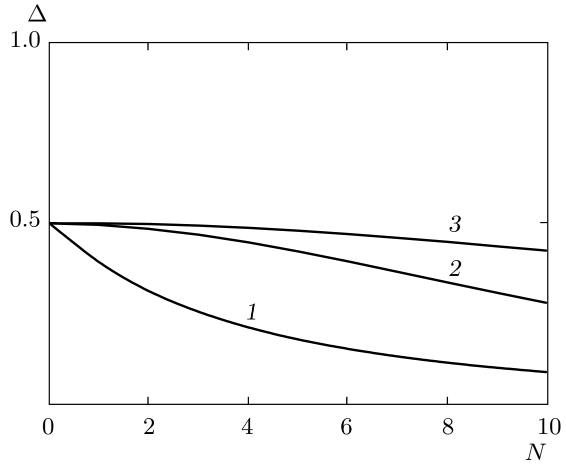
$$\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle_{P^{(N)}} = \langle\sin^2\varphi\rangle_{P^{(N)}} - \langle\sin\varphi\rangle^2_{P^{(N)}},$$

$$\langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle_{P^{(N)}} = \langle\cos^2\varphi\rangle_{P^{(N)}} - \langle\cos\varphi\rangle^2_{P^{(N)}},$$

вычисленными по усредненным распределениям

$$P^{(N)}(\varphi) = \sum_{n=0}^{N} p\,(n|N)P_n^{(N)}(\varphi). \quad (13)$$

Эти дисперсии отвечают ситуации отсутствия информации о числе n. На рисунке приведены результаты вычисления дисперсий для числа зарегистрированных фотонов от 0 до 10 при начальном однородном распределении $P^{(0)}(\varphi) = 1/2\pi$. Видно различие поведения дисперсий косинуса и синуса фазы φ. Знание содержания конкретной истории, т. е. числа n, существенно уменьшает дисперсию синуса по сравнению с дисперсией, вычисленной по распределению $P^{(N)}(\varphi)$ (кривые *1* и *2*). В то же время дисперсия косинуса оказалась нечувствительной к способу усреднения — по историям с различным n или по единому распределению $P^{(N)}(\varphi)$ (кривая *3*). Данный факт является следствием легко проверяемой симметрии распределения $P_n^{(N)}(\varphi)$



Зависимость дисперсий синуса и косинуса фазы φ от числа зарегистрированных фотонов N. Кривая *1* — $\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle^{(N)}$ (усреднение по историям с разбиением фотонов по модам); кривая *2* — $\langle(\Delta\sin\varphi)^2\rangle_{P^{(N)}}$ (без такого усреднения); кривая *3* — $\langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle_{P^{(N)}} = \langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle^{(N)}$. Начальное распределение фазы φ предполагается однородным

относительно точки $\pi/2$. По этой причине имеет место равенство $\langle\cos\varphi\rangle_n^{(N)} = 0$ и, как следствие, $\langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle_{P^{(N)}} = \langle(\Delta\cos\varphi)^2\rangle^{(N)}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы рассмотрели простейшие следствия взаимодействия двух квантованных световых мод при их несмещенном рассеянии на атомарном конденсате. В используемом подходе конденсат фигурирует как классическая система — его волновая функция $\langle\mathbf{r}|\psi\rangle$ есть фактически классическое поле, не меняющееся в процессе эксперимента. Такой взгляд представляется оправданным в предположении малых чисел фотонов в модах.

Принципиальным моментом является неопределенность фазы φ. В нашем рассмотрении эта фаза зависит от относительного пространственного расположения (локализации) волновой функции конденсата и оптической решетки, формируемой в области перекрытия фотонных мод. Фаза φ определяет характер рассеяния света, т. е. преимущественное направление процесса обмена фотонами между модами и, следовательно, стационарные средние числа фотонов в модах. Неопределенность фазы φ может быть обусловлена как невозможностью контролировать положение конденсата на масштабе $|\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2|^{-1}$, так и упомянутой выше в примечании случайностью в относительной фазе фотонных мод. Данный механизм возникновения неопределенности фазы φ может быть явно отражен в кинетическом уравнении (1) заменой комбинаций $\hat{a}_1+\hat{a}_2$ и $\hat{a}_1^\dagger+\hat{a}_2^\dagger$ в члене, отвечающем источнику фотонов, соответственно на комбинации $\hat{a}_1+\exp(-i\varphi)\hat{a}_2$ и $\hat{a}_1^\dagger+\exp(i\varphi)\hat{a}_2^\dagger$. В этом случае параметр μ следует считать фиксированным: $\mu=|\mu|$. Результаты такого подхода окажутся эквивалентными изложенным выше.

Регистрируемые фотоны несут во внешнюю среду информацию о состоянии системы фотонных мод и атомарного конденсата. Конкретная история фоторегистраций трансформирует начальное априорное распределение фазы φ. Вычисления показывают естественное ожидаемое уменьшение дисперсии фазы (на примере ее косинуса и синуса) при увеличении числа зарегистрированных фотонов. При этом более детальное описание истории, включающее в себя не только общее число зарегистрированных фотонов, но и соответствующие числа для обеих мод, приводит к существенно более быстрому (для синуса) уменьшению дисперсии.

Для проявления эффекта антигруппировки фотоотсчетов оказываются необходимы специфические свойства атомарного конденсата (когерентность и многочастичность), позволяющие реализовать необходимую сильную связь между модами. Действительно, для наблюдения антигруппировки в оптимальных условиях требуется выполнение условия $|\mu|=\sqrt{\gamma_1\gamma_2}$. Тогда при $\gamma_1=\gamma_2$ мы имеем $g^{(2)}=1/2$. Оценим величину параметра $|\mu|$, предполагая для простоты малость характерного пространственного масштаба волновой функции конденсата по сравнению с $|\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2|^{-1}$. Рассчитывая взаимодействие световых мод стандартным образом во втором порядке по теории возмущений, мы получаем, что в дополнение к фактору из правой части выражения (2) мы имеем сомножители

$$\pi\frac{\omega_0}{\hbar\Omega}\cdot\frac{|d|^2}{\sqrt{V_1V_2}},$$

где ω_0 — частота фотонных мод, Ω — модуль разности частоты мод и частоты дипольного перехода, d — матричный элемент дипольного момента данного перехода, V_1 и V_2 — пространственные объемы, занимаемые фотонными модами (объемы появились через конфигурационные функции фотонных мод). Полагая $\omega_0/\Omega\approx10^7$, $d=15D$ (как для ^{87}Rb) и считая что $\langle\mathbf{r}|\psi\rangle$ нормирована на число порядка 10^6 конденсированных атомов, получаем оценку

$$|\mu|\approx\frac{10^8}{\sqrt{V_1V_2}[\text{см}^3]}\ [\text{c}^{-1}].$$

Пусть фотонные моды имеют диаметр порядка 10^{-1} см и длину порядка 10^2 см. Тогда, если считать верхней границей для γ_1 и γ_2 время пролета фотона вдоль моды, параметры $|\mu|$ и $\sqrt{\gamma_1\gamma_2}$ оказываются величинами одного порядка, что и требуется для надежной регистрации антигруппировки.

Само проявление эффекта антигруппировки как определенных свойств состояния $\hat{\varrho}_P$ допускает классическую интерпретацию в терминах световых полей с антикоррелирующими классическими амплитудами. Действительно, когерентные состояния, входящие в уравнения (3), специфицируются некоторыми заданными значениями амплитуд полей обеих мод. Усреднение в формуле (5) осуществляется по положительно-определенным (т. е. классическим) распределениям фаз ϑ и φ. Следовательно, получающееся состояние $\hat{\varrho}_P$, для которого имеет место антигруппировка, представляет собой частный случай полевого состояния с классическими случайными амплитудами мод. Со всеми такими состояниями можно сопоставить положительно-определенные вероятностные распределения амплитуд α_1 и α_2, и для этих состояний имеет место универсальное ограничение снизу на величину параметра $g_{cl}^{(2)}$ (классического). Заметим, что для всех положительно-определенных вероятностных распределений амплитуд и для всех действительных значений числа z верно очевидное неравенство

$$\left\langle\left(z-\frac{|\alpha_1|^2}{\langle|\alpha_1|^2\rangle_{cl}}-\frac{|\alpha_2|^2}{\langle|\alpha_2|^2\rangle_{cl}}\right)^2\right\rangle_{cl}\geq 0. \qquad (14)$$

Отсюда следует

$$g_{cl}^{(2)}=\frac{\langle|\alpha_1|^2|\alpha_2|^2\rangle_{cl}}{\langle|\alpha_1|^2\rangle_{cl}\langle|\alpha_2|^2\rangle_{cl}}\geq \geq 2-\frac{\langle|\alpha_1|^4\rangle_{cl}}{2\langle|\alpha_1|^2\rangle_{cl}^2}-\frac{\langle|\alpha_2|^4\rangle_{cl}}{2\langle|\alpha_2|^2\rangle_{cl}^2}. \qquad (15)$$

Известно также (см., например, [7]), что в классической стохастической оптике $\langle|\alpha|^4\rangle_{cl}/\langle|\alpha|^2\rangle_{cl}^2\geq1$. Следовательно, правая часть неравенства (15) меньше единицы при любой классической случайности, т. е. допустима антигруппировка фотоотсчетов. Нетрудно проверить, что выражение (7) удовлетворяет точному равенству в (15).

Заметим в заключение, что наблюдение антигруппировки возможно при сколь угодно слабых полях, практически не возмущающих конденсат, что делает оправданным наше предположение о неизменности его состояния. Также заметим, что когерентные свойства ансамбля атомов принципиально важны для надежной регистрации эффекта, а сам механизм эффекта, проявляющийся через антигруппировку фотоотсчетов, иной в сравнении с предметом работ [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-02-00801), Президиума СО РАН и в рамках программы Отделения физических наук РАН «Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения».

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Soutwel, Nature **416**, 205 (2002).

2. H. D. Politzer, Phys. Rev. A **43**, 6444 (1991); J. Javanainen, Phys. Rev. Lett. **72**, 2375 (1994); J. Javanainen, Phys. Rev. Lett. **75**, 1927 (1995); O. Morice, Y. Castin, and J. Dalibar, Phys. Rev. A **51**, 3896 (1995); J. Roustekoski and Dan F. Walls, Phys. Rev. A **55**, 3625 (1997); N. S. Ginsberg, S. R. Garner, and L. V. Hau, Nature **445**, 623 (2007).

3. V. A. Sautenkov, Y. V. Rostovtsev, and M. A. Scully, Phys. Rev. A **72**, 065801 (2005); G. O. Ariumbold, V. A. Sautenkov, Y. V. Rostovtsev, and M. A. Scully, *Intensity Correlation and Anticorrelations in Coherently Prepared Atomic Vapor*, arXiv:quant-ph/0603025.

4. L. S. Cruz et al., Eur. Phys. J. D **41**, 531 (2007).

5. A. Sinatra, Phys. Rev. Lett. **97**, 253601 (2006).

6. S. D. Bartlet, T. Rudolph, and R. W. Spekkens, Rev. Mod. Phys. **79**, 555 (2007).

7. С. Я. Килин, *Квантовая оптика* (*поля и их детектирование*), Навука і Тэхника, Минск (1990).