

СПЕКТРЫ ПРОПУСКАНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА С РАМАНОВСКИМ ДЕФЕКТОМ

В. Г. Архипкин^{*}, *С. А. Мысливец*^{**}

*Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

*Сибирский федеральный университет
660041, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 15 марта 2010 г.

Теоретически исследованы особенности комбинационного (рамановского) усиления пробного излучения в трехуровневых атомах, помещенных в дефект одномерного фотонного кристалла, в присутствии лазерного излучения (накачки) на высокочастотном смежном переходе. Показано, что существует область интенсивностей излучения накачки, в которой в спектре пропускания и отражения пробного поля одновременно возникают узкие пики (резонансы). Вне этой области пик в пропускании превращается в узкий провал. Спектральное положение этих пиков определяется комбинационным резонансом, а коэффициенты пропускания и отражения могут быть больше единицы при интенсивности излучения накачки от единиц мкВт/см² до десятков мВт/см². Природа узких пиков обусловлена резкой дисперсией нелинейного показателя преломления вблизи комбинационного резонанса, которая приводит к значительному уменьшению групповой скорости пробного излучения. Предложенная схема позволяет получать управляемые сверхузкие резонансы в спектрах пропускания и отражения фотонного кристалла.

1. ВВЕДЕНИЕ

Уже в течение двух десятилетий фотонные кристаллы (ФК) являются объектом интенсивных исследований (см., например, [1, 2]). В них сочетается уникальная комбинация дисперсионных свойств и локализации излучения, что позволяет эффективно управлять потоками света. Микро- и нанодфекты в фотонных кристаллах способны локализовать свет в объеме, меньшем, чем λ^3 (λ — длина волны), с высокой добротностью дефектных мод (см. [3, 4] и ссылки в них). Такие структуры часто называют фотонно-кристаллическими резонаторами или микро- и нанорезонаторами [5]. ФК резонаторы имеют важные приложения в различных областях, включая фотонику [6], нелинейную оптику [3], квантовую электродинамику [7] и другие. На их основе разрабатываются низкопороговые микролазеры [8], рамановские лазеры [9, 10], устройства для получения медленного света и оптически контролируемые линии задержки [11]. Комбинация высокой добротности

микрорезонатора с малым объемом моды позволили создать рамановские лазеры с ультранизким порогом генерации (менее 100 мкВт) [12, 13].

Наличие в дефекте резонансных сред, например, атомов или квантовых ям, существенно модифицирует спектральные свойства ФК [14–17]. Использование явления электромагнитно индуцированной прозрачности (ЭИП) [18] открывает новые уникальные возможности для управления спектральными свойствами ФК [19], миниатюризации оптических фильтров, высокочувствительных сенсоров, полностью оптических переключателей и квантовой памяти. Недавно было показано, что в ФК с дефектом, содержащем ЭИП-среду, ширина спектра пропускания для пробного излучения может быть уменьшена на величину порядка $c/v_g \gg 1$ (c — скорость света в вакууме, v_g — групповая скорость пробной волны в ЭИП-среде) за счет значительного уменьшения групповой скорости в условиях ЭИП, а добротность дефектной моды соответственно увеличивается [20, 21].

Уменьшение групповой скорости также может происходить и при комбинационном взаимодействии

^{*}E-mail: avg@iph.krasn.ru

^{**}E-mail: sam@iph.krasn.ru

пробного (стоксового) излучения с мощной волной накачки [22–25], причем с меньшими потерями и в более широкой спектральной области, чем в случае ЭИП [22]. Подчеркнем, что в этом случае требования к выбору среды менее жесткие, чем при ЭИП. В данной работе теоретически исследуется рамановское взаимодействие двух лазерных волн в одномерном ФК с дефектом, содержащем трехуровневые атомы. Предлагается новый метод получения управляемых сверхузких резонансов в спектрах пропускания и отражения ФК. Метод основан на эффекте уменьшения групповой скорости пробного излучения при комбинационном усилении в дефектном слое ФК. Мощность излучения накачки выбирается такой, чтобы порог вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) не был превзойден, и вместе с тем она должна быть достаточной, чтобы имело место заметное усиление пробной волны. В отличие от спонтанного комбинационного рассеяния здесь происходит фазирование атомных колебаний в объеме, занятом световыми волнами, как при ВКР, но при этом неконтролируемых неустойчивостей не возникает. Данная схема мало чувствительна к флуктуациям интенсивности накачки [26], а спектральное разрешение определяется шириной спектра используемых лазерных излучений и, в принципе, может быть большим. Предлагаемый метод может оказаться полезным в спектроскопии высокого разрешения комбинационных линий в газах и жидкостях [26], а также при создании высокоэффективных рамановских усилителей [27, 28].

2. МОДЕЛЬ И ПРИБЛИЖЕНИЯ

2.1. Нелинейная рамановская восприимчивость и групповая скорость

Рамановское усиление пробной волны с частотой ω_2 возникает при ее взаимодействии с когерентной волной накачки с частотой ω_1 , когда разность частот $\omega_1 - \omega_2$ близка к частоте атомного или молекулярного перехода ω_{20} ($\omega_{20} \approx \omega_1 - \omega_2$) (рис. 1). Оно тесно связано с неупругим рассеянием света [29]. Этот метод также называется ВКР-усилением [26]. При макроскопическом описании комбинационное усиление объясняется комбинационным резонансом кубической (рамановской) восприимчивости $\chi_R(\omega_2, -\omega_1, \omega_1)$. Для трехуровневых атомов с энергетическими состояниями, изображенными на рис. 1, формула для восприимчивости χ_R может быть получена путем решения уравнений для мат-

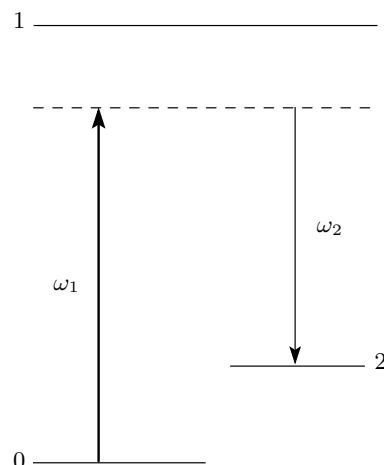


Рис. 1. Энергетическая диаграмма трехуровневого атома в схеме рамановского усиления. ω_1 и ω_2 — частоты накачки и пробного излучения; 0 — основное состояние, 2 — метастабильное

рицы плотности в третьем порядке теории возмущений при следующих условиях:

$$|\Omega_1| = |\omega_{10} - \omega_1| \gg |G_1|, |G_2|, \gamma_{10},$$

$$|G_1| \gg |G_2|,$$

где Ω_1 — отстройка от однофотонного резонанса, ω_{10} и γ_{10} — резонансная частота и полуширина перехода $|0\rangle - |1\rangle$; $2G_1 = d_{10}E_1/\hbar$; $2G_2 = d_{12}E_2/\hbar$ — частоты Раби соответственно накачки и пробной волны; $E_{1,2}$ — комплексные амплитуды излучения накачки и пробного поля. В этих условиях населенность нижнего состояния $|0\rangle$ можно считать неизменной, а поле накачки заданным, т. е. величина G_1 постоянна по всей длине среды.

В указанных приближениях рамановская восприимчивость для неподвижных атомов имеет вид [30]

$$\chi_R(\omega_2) = \frac{1}{4\hbar^3} \frac{d_{21}^2 d_{10}^2}{\Omega_1^2 (\Omega_2 + i\gamma_{20})}. \quad (1)$$

Здесь $\Omega_2 = \omega_{20} - (\omega_1 - \omega_2)$ — отстройка от рамановского перехода $|0\rangle - |2\rangle$, γ_{20} — его полуширина, d_{ij} — матричный дипольный момент перехода.

Зависимости реальной и мнимой частей восприимчивости $\chi_R = \chi'_R + i\chi''_R$ от частоты пробного излучения показаны на рис. 2. Существенно, что мнимая часть χ_R в области комбинационного резонанса отрицательна, т. е. пробная волна усиливается, что обусловлено перекачкой энергии от излучения накачки к пробному полю. В отличие от однофотонного резонанса реальная часть χ_R имеет нормальную дисперсию ($d\chi'_R/d\omega_2 > 0$).

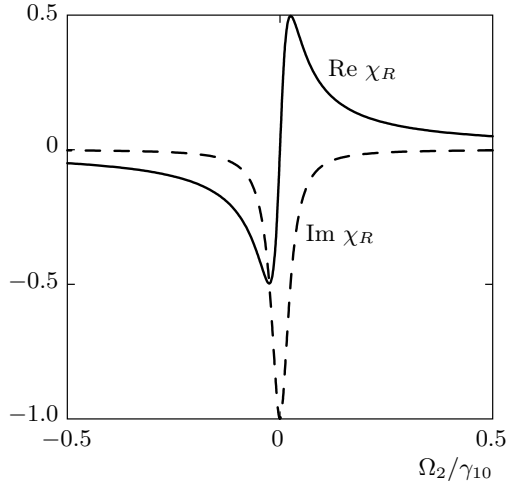


Рис. 2. Зависимости нормированной действительной (сплошная кривая) и мнимой (штриховая) частей рамановской восприимчивости от отстройки пробного поля

Для разреженных сред комплексный показатель преломления n_2 для пробного поля в условиях рамановского усиления вычисляется стандартным путем [31]:

$$n_2(\omega_2) = n_2' + in_2'' = \sqrt{1 + 4\pi N(\chi_2^{(1)} + \chi_R|E_1|^2)} \approx n_0(\omega_2) + 2\pi N\chi_R(\omega_2)|E_1|^2, \quad (2)$$

где $\chi_2^{(1)}$ и $n_0 = 1 + 2\pi N\chi_2^{(1)}$ — линейная (нерезонансная) восприимчивость и линейный показатель преломления для пробной волны, N — плотность атомов.

Второе слагаемое в (2) — нелинейная часть показателя преломления, обусловленная рамановской восприимчивостью. Отметим, что в рассматриваемом приближении $|\text{Im}\chi_R| \gg |\text{Im}\chi_2^{(1)}|$, а $|\text{Re}\chi_2^{(1)}|$ приводит лишь к сдвигу резонансной частоты дефектной моды. Поэтому вкладом $\chi_2^{(1)}$ в показатель преломления n_2 в дальнейшем будем пренебрегать.

Согласно определению [32], групповая скорость пробной волны равна

$$v_g = \frac{c}{n_2' + \omega_2(dn_2'/d\omega_2)} \approx \frac{c}{1 + 2\pi N|E_1|^2\omega_2(d\chi_R'/d\omega_2)} = \frac{c}{N_g}, \quad (3)$$

где N_g — индекс групповой скорости. Производная по частоте берется в точке $\omega_1 - \omega_2 = \omega_{20}$. Для простоты в соотношении (3) дисперсия линейной нерезо-

нансной восприимчивости не учитывается ($n_0 \approx 1$). Величина

$$N_g = 1 + 2\pi N|E_1|^2\omega_2 \frac{\partial\chi_R'}{\partial\omega_2} = 1 + \frac{K_{12}|G_1|^2}{\Omega_1^2\gamma_{20}^2}, \quad (4)$$

где $K_{12} = 2\pi N\omega_2|d_{12}|^2/\hbar$.

При условии $K_{12}|G_1|^2/\Omega_1^2\gamma_{20}^2 \gg 1$, которое легко достигается, для групповой скорости получаем

$$v_g = c \frac{\Omega_1^2\gamma_{20}^2}{K_{12}|G_1|^2} \ll c. \quad (5)$$

Из формулы (5) видно, что, в отличие от случая ЭИП [18], групповая скорость обратно пропорциональна интенсивности управляющего излучения, но при этом пробное поле усиливается. Также отметим, что v_g прямо пропорциональна ширине комбинационного перехода и обратно пропорциональна концентрации среды. Варьируя плотность атомов и интенсивность поля накачки, можно эффективно управлять групповой скоростью пробного излучения. Подчеркнем, что, чем меньше ширина комбинационного перехода, тем меньше v_g . Для сред, в которых наблюдали ЭИП, можно показать, что групповая скорость может составлять величину $v_g = (10^{-6}-10^{-9})c$, т. е. быть такой же, как и в случае ЭИП.

2.2. Фотонный кристалл с рамановским дефектом

Рассмотрим одномерный ФК со структурой типа $(\text{HL})^M\text{NDH}(\text{LH})^M$. Здесь H и L относятся к разным диэлектрическим слоям с высоким (H) и низким (L) показателем преломления n_H и n_L , и толщинами t_H и t_L , соответственно; D — дефектный слой с показателем преломления n_D и толщиной t_D , M — число периодов. Дефектный слой заполнен средой, которую будем моделировать трехуровневыми неподвижными атомами с энергетическими уровнями, показанными на рис. 1. Концентрация атомов такова, что их можно считать не взаимодействующими между собой. Параметры ФК подбираются такими, чтобы спектральная ширина возбуждаемых дефектных мод была много больше ширины разрешенных переходов и комбинационного перехода $|0\rangle-|2\rangle$ (в отличие от [9, 10]).

Две плоские монохроматические волны с частотами $\omega_{1,2}$ ($\omega_1 > \omega_2$) падают нормально на ФК и распространяются вдоль оси z , перпендикулярной слоям ФК ($z = 0$ соответствует границе первого слоя). Волну с частотой ω_1 будем называть накачкой или управляющей волной, а с частотой ω_2 — пробной

или стоксовой. Поле накачки E_1 взаимодействует с переходом $|0\rangle-|1\rangle$, а пробное поле E_2 — со смежным переходом $|1\rangle-|2\rangle$. Разность частот $\omega_1 - \omega_2$ близка к частоте комбинационного резонанса ω_{20} дипольно-запрещенного перехода. Исходно заселено только нижнее основное состояние $|0\rangle$. Отметим, что для пробной волны показатель преломления дефектного слоя $n'_2 = \text{Re} n_2$ зависит от пространственной координаты z , так как распределение полей в дефекте неоднородно из-за эффекта локализации. Для простоты показатель преломления среды, в которую помещен ФК, полагаем равным единице.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ АНАЛИЗ

3.1. Спектры пропускания и отражения

Коэффициенты пропускания и отражения определялись из решения волновых уравнений для управляющего и пробного полей. В стационарном случае поле в произвольном j -м слое можно рассматривать как суперпозицию полей бегущих навстречу друг другу волн:

$$E_j = A_j \exp[ik_j(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_j(z - z_j)], \quad (6)$$

где A_j и B_j — амплитуды прямой (падающей) и обратной (отраженной) волн, $k_j = n_j\omega_{1,2}/c$, n_j — показатель преломления в j -м слое.

Для определения амплитуд A_j и B_j в каждом слое использовался метод рекуррентных соотношений [21, 33] с учетом шивки на границе соседних слоев. Спектры пропускания и отражения пробной волны определялись согласно формулам

$$T(\omega) = \frac{|A_2(L)|^2}{|A_{02}|^2}, \quad R(\omega) = \frac{|B_2(0)|^2}{|A_{02}|^2},$$

где A_{02} и $A_2(L)$ — амплитуды пробной волны соответственно на входе ($z = 0$) и выходе ($z = L$) ФК, $B_2(0)$ — амплитуда пробной волны, отраженной от входной грани ($z = 0$).

При численном моделировании было рассмотрено два случая. В первом случае предполагается, что частоты пробного и управляющего полей близки и обе они попадают в одну дефектную моду, т. е. комбинационная частота ω_{20} меньше спектральной ширины дефектной моды. Во втором случае рассмотрена ситуация, когда частота рамановского перехода больше ширины дефектной моды и поэтому необходимо использовать две дефектные моды, причем разность их резонансных частот должна быть близкой к частоте рамановского перехода — случай двух

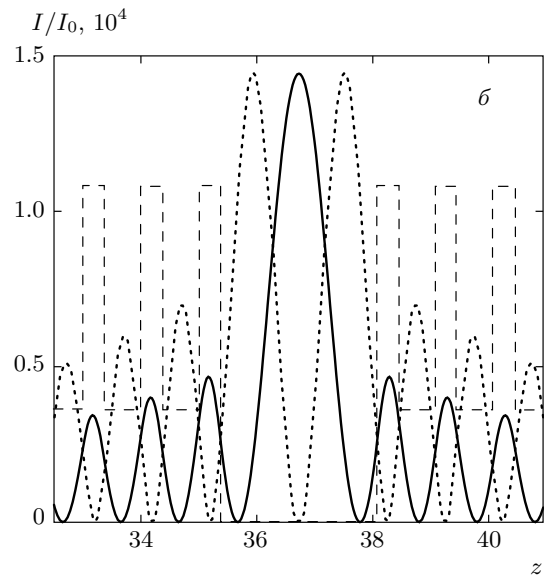
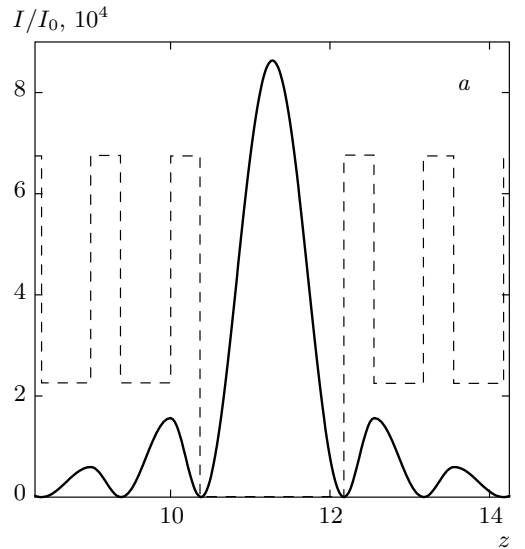


Рис. 3. Распределение интенсивности пробного (сплошные кривые) и управляющего (пунктирные) полей в области дефектного слоя для случаев, когда: (а) частоты обоих полей близки, $M = 10$, $d_D n_D = \lambda_2/2$; (б) разность частот полей много больше спектральной ширины дефектной моды, $M = 35$, $d_D n_D = 3\lambda_2/4$; такая структура имеет две дефектные моды. Тонкими штриховыми линиями схематически изображен показатель преломления ФК

взаимодействующих мод. Поскольку пространственное распределение мод различно, это отражается на величине рассматриваемого эффекта.

Рассмотрим сначала первый случай. Здесь для численного моделирования спектров пропускания и

отражения параметры рамановской среды брались близкими к параметрам атомов натрия. Длины волн пробного поля и накачки выбраны вблизи D -линий, а $\omega_{20}/2\pi = 1.8$ ГГц. Параметры ФК: $M = 10$, $n_H d_H = n_L d_L = \lambda_2/4$, $d_D n_D = \lambda_2/2$, $n_H = 2.35$, $n_L = 1.45$. Частоты пробной и управляющей волн попадают в полосу пропускания ФК, причем длина волны (λ_2) пробного излучения выбрана так, чтобы при комбинационном резонансе ($\omega_1 - \omega_2 = \omega_{20}$) ее частота совпадала с резонансной частотой дефектной моды ($\omega_0 = \omega_2$) при отстройке частоты накачки $\Omega_1 = 30\gamma_{10}$, $\gamma_{10}/2\pi = 100$ МГц, $N \approx 10^{12}$ см $^{-3}$. При выбранных параметрах расчет распределения поля в дефекте показывает, что накачка и пробная волна практически полностью перекрываются в пространстве ($n_D = 1$) (рис. 3а). По сравнению с входными значениями интенсивность поля в дефектном слое увеличивается примерно в 10^5 раз за счет эффекта локализации. Предполагается, что в дефектном слое $|G_1| \gg |G_2|$, поэтому при расчете коэффициентов пропускания и отражения для пробного поля распределение поля накачки внутри дефекта считалось заданным.

Были рассчитаны спектры пропускания и отражения при различных значениях частоты Раби управляющего поля и полуширины комбинационного перехода γ_{20} . На рис. 4 показаны типичные спектры пропускания и отражения ФК для пробной волны в условиях рамановского усиления в случае, когда $\gamma_{20} < \gamma_{10}$ (узкая ширина комбинационного перехода). Видно, что на фоне широкой линии пропускания, соответствующей пустому дефекту ($n_D = 1$ для обеих волн), в центре имеется узкая структура (резкий пик или резонанс), обусловленная комбинационным резонансом (рис. 4а). При этом пропускание может быть больше единицы. В спектре отражения в центре провала также наблюдается узкий пик (рис. 4б), величина которого также может быть больше единицы.

На рис. 5 приведены аналогичные спектры при $\gamma_{20} > \gamma_{10}$ (широкий комбинационный переход). Видно, что в этом случае ширины спектров пропускания и отражения значительно больше. Таким образом, чем меньше ширина комбинационного перехода, тем уже ширина спектров пропускания и отражения. При этом коэффициенты пропускания и отражения зависят как от ширины комбинационного резонанса, так и от интенсивности поля накачки (рис. 6). Интересно отметить, что ширины резонансов $\delta\omega$ могут быть меньше ширины комбинационного перехода, как показано на вставках к рис. 6, где при указанных на рисунке параметрах $\delta\omega = \gamma_{20}/5$.

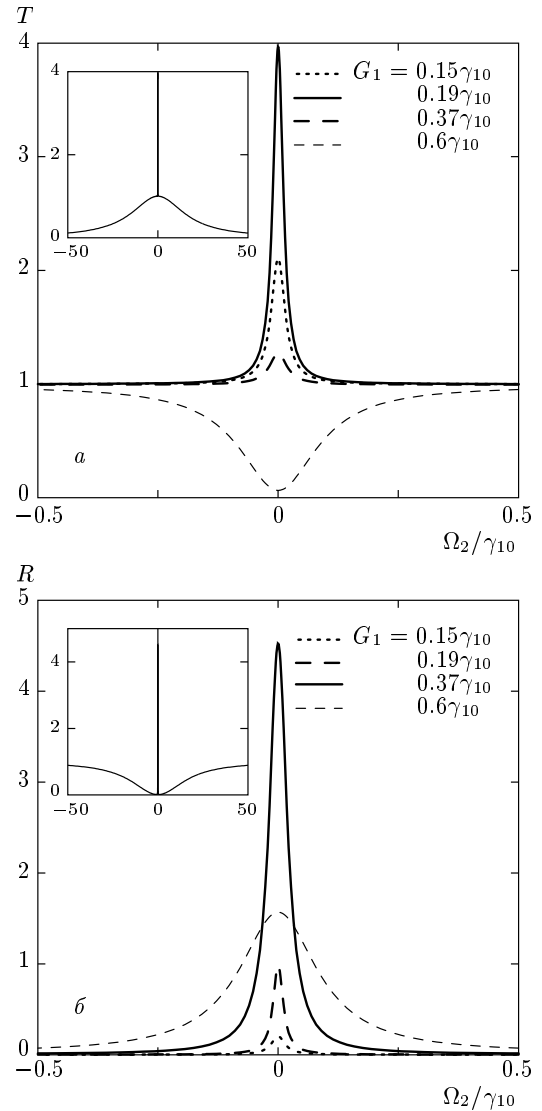


Рис. 4. Спектральные зависимости пропускания (а) и отражения (б) ФК при различных величинах управляющего поля для случая, изображенного на рис. 3а. $\gamma_{10}/\gamma_{20} = 20$. На вставках показаны спектры в более широком спектральном диапазоне

На рис. 7 показаны зависимости коэффициентов пропускания и отражения от нормированной частоты Раби управляющего поля при различных значениях ширины комбинационного перехода. По мере увеличения интенсивности накачки до некоторой (пороговой) величины на резонансной частоте наблюдается рост коэффициентов пропускания и отражения. При превышении этого порога последние уменьшаются. При этом в спектре пропускания пик сменяется на провал (рис. 4а), величина которого по мере роста управляющего поля стремится к ну-

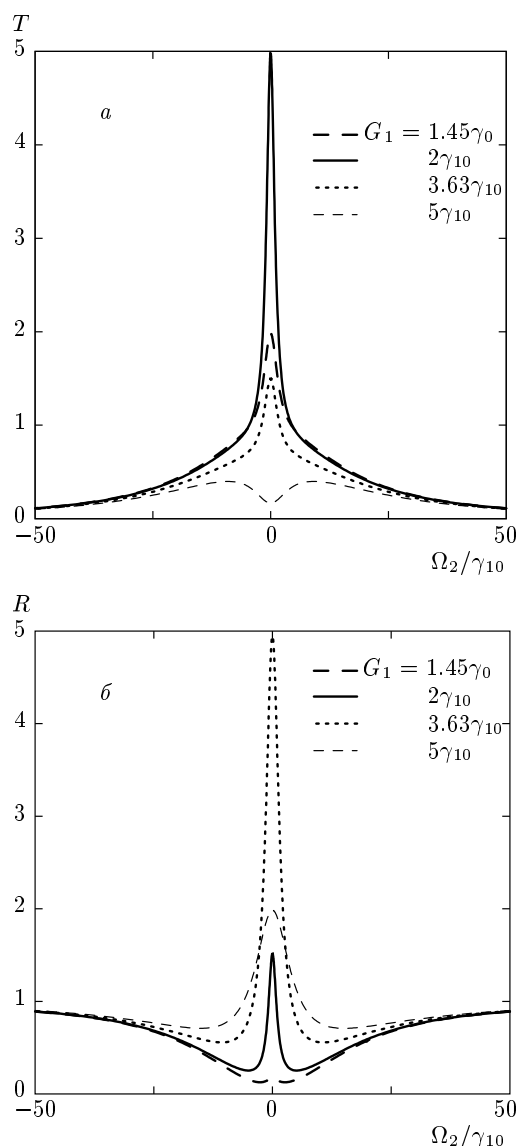


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но при $\gamma_{10}/\gamma_{20} = 0.2$

лю. В спектре же отражения наблюдается иная тенденция: при достаточно больших управляющих полях коэффициент отражения стремится к единице. Происходит инвертирование пропускания и отражения в центре контура. В случае, когда $\gamma_{20} > \gamma_{10}$, поведение спектров пропускания и отражения качественно сохраняется, но они значительно уширяются (см. рис. 5). Как видно из рис. 7, существует область интенсивностей излучения накачки, где одновременно коэффициенты пропускания и отражения превышают единицу, при этом, чем больше отношение γ_{20}/γ_{10} , тем шире эта область и требуются большие интенсивности излучения накачки.

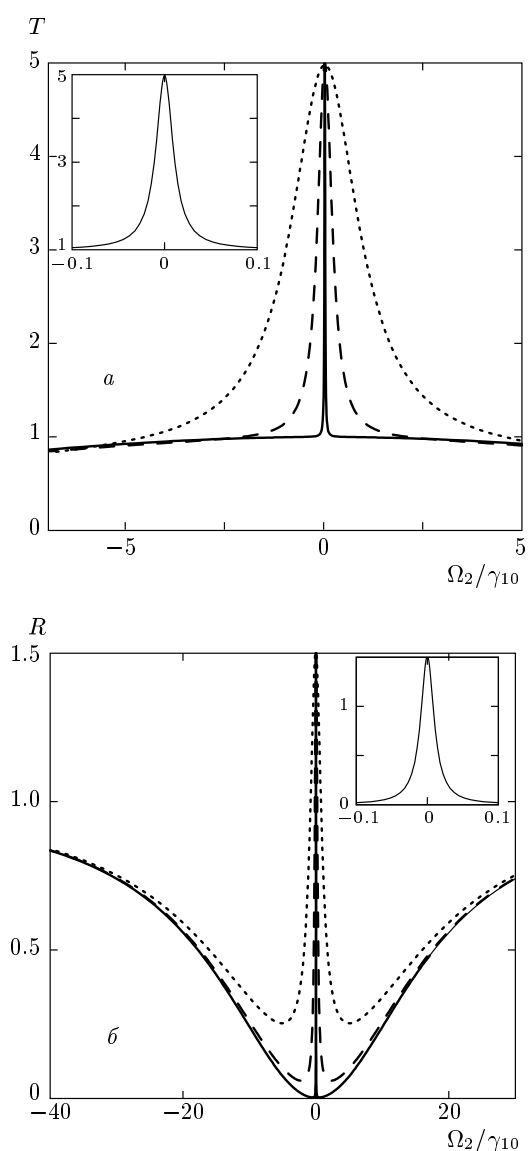


Рис. 6. Спектры пропускания (а) и отражения (б) при различных значениях ширины рамановского перехода γ_{20} и частоты Раби излучения накачки G_1 : сплошные кривые — $G_1 = 0.2\gamma_{10}$, $\gamma_{20}/\gamma_{10} = 0.05$; штриховые — $G_1 = 0.895\gamma_{10}$, $\gamma_{20}/\gamma_{10} = 1$; пунктирные — $G_1 = 2\gamma_{10}$, $\gamma_{20}/\gamma_{10} = 5$

Рассмотрим теперь случай двух взаимодействующих мод, когда разность частот $\omega_1 - \omega_2$ управляющего и пробного полей превышает спектральную ширину дефектной моды. В этом случае параметры ФК выбираются такими, чтобы существовали две дефектные моды с разностью частот близкой к частоте комбинационного перехода (двухмодовый режим). На рис. 3б показано пространственное распределение мод для выбранной нами конфигурации

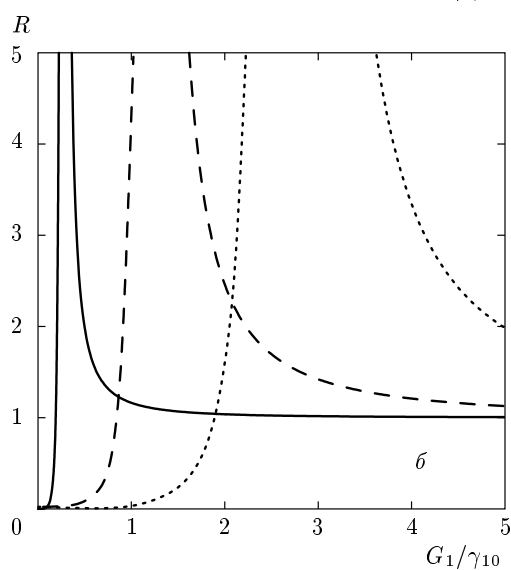
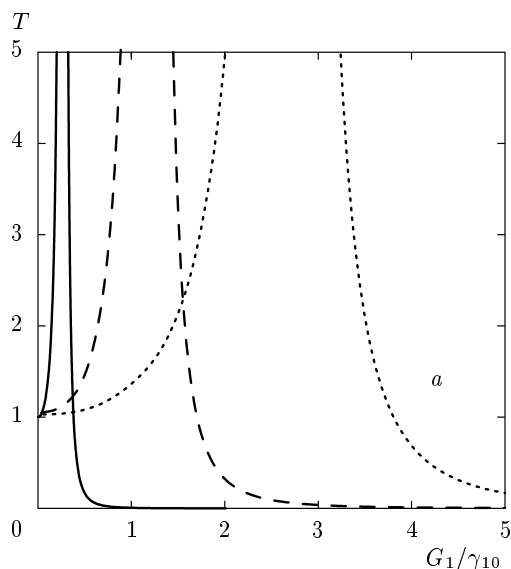


Рис. 7. Зависимости максимальных коэффициентов пропускания (а) и отражения (б) на резонансной частоте от нормированной величины поля накачки при различных значениях $\gamma_{20}/\gamma_{10} = 0.05$ (сплошные линии), 1 (штриховые), 5 (пунктирные)

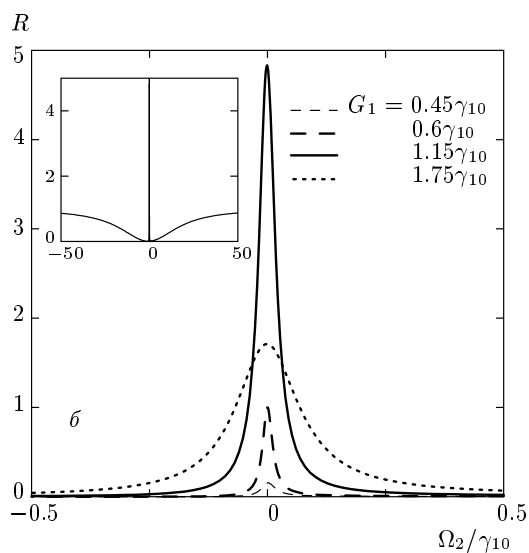
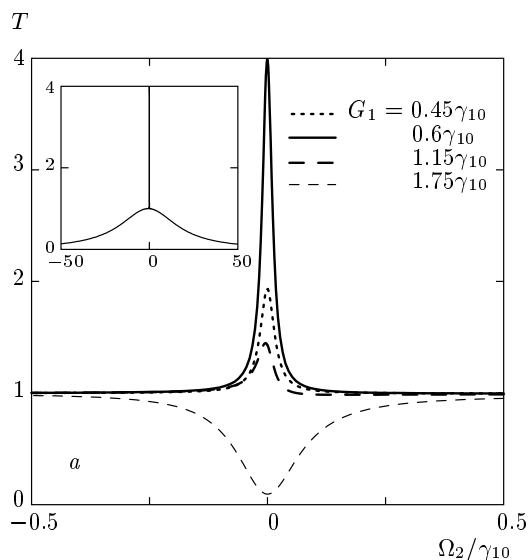


Рис. 8. Спектральные зависимости коэффициентов пропускания (а) и отражения (б) ФК при различных величинах управляющего поля для случая, изображенного на рис. 3б. $\gamma_{10}/\gamma_{20} = 20$

ФК, который имеет две моды. Накачка возбуждает моду вблизи коротковолнового края запрещенной зоны, а пробное поле — вблизи длинноволнового края. На рис. 8 приведены спектры пропускания и отражения пробной волны в двухмодовом режиме для гипотетической среды. Видно, что узкие резонансы в спектре пропускания и отражения имеют место и в этом случае, но требуются несколько большие интенсивности управляющего поля. Это мы связываем

с неполным пространственным перекрытием взаимодействующих мод.

Таким образом, в ФК с рамановски усиливающим дефектом имеются одновременно пики в пропускании и отражении. Их величинами и спектральным положением можно управлять, изменяя амплитуду и частоту управляющего поля. Если ширина комбинационного перехода мала, $\gamma_{20} \ll \gamma_{10}$, то в спектрах пропускания и отражения можно получать сверхузкие резонансы.

3.2. Обсуждение результатов

Особенности поведения спектров пропускания и отражения для пробного поля качественно можно понять, используя аналогию с резонатором Фабри–Перо (РФП) [4], длина d которого равна толщине дефектного слоя t_D и который заполнен рамановской средой. Коэффициент пропускания РФП для пробной волны $T = I_{2t}/I_{20}$ (I_{20} — интенсивность света на входе РФП, I_{2t} — интенсивность прошедшего света) в присутствии накачки можно вычислить стандартным способом [34]:

$$T = \frac{T_M^2 e^{\alpha d}}{(1 - R_M e^{\alpha d})^2 + 4R_M e^{\alpha d} \sin^2(\Phi/2)}.$$

Здесь T_M и R_M — коэффициенты пропускания и отражения зеркал, $\alpha = -(4\pi/\lambda)n'_{eff} > 0$ — показатель рамановского усиления пробной волны; $\Phi = (4\pi/\lambda)n'_{eff}d$ — набег фазы за двойной проход резонатора, $n''_{eff} = 2\pi N\chi''_R F|E_{10}|^2$ и $n'_{eff} = 1 + 2\pi N\chi'_R F|E_{10}|^2$ — эффективные мнимая и реальная части показателя преломления n_2 , F — интеграл пространственного перекрытия волны накачки и пробного поля (детали расчета эффективного показателя преломления и интеграла перекрытия приведены в Приложении, см. формулу (A.2)), E_{10} — амплитуда поля накачки в РФП.

Условие $\Phi = 2\pi m$ ($m = 1, 2, \dots$) определяет резонансную частоту резонатора, для которой имеет место максимальное пропускание:

$$T_{max} = \frac{T_M^2 e^{\alpha d}}{(1 - R_M e^{\alpha d})^2}. \quad (7)$$

При $\alpha d \ll 1$ формулу (7) можно переписать в виде

$$T_{max} \approx \frac{T_M^2}{(T_M - \alpha d R_M)^2}. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что при $\alpha d R_M < T_M$ с ростом интенсивности накачки $T_M - \alpha d R_M \rightarrow 0$, коэффициент пропускания увеличивается и может удовлетворять условию $T_{max} \gg 1$. В противоположной ситуации, когда $\alpha d R_M > T_M$, в области комбинационного резонанса с увеличением поля накачки $T_{max} \rightarrow 0$ (рис. 4, 5), т. е. в пропускании возникает провал. Условие $R_M e^{\alpha d} = 1$ известно, как пороговое условие рамановского лазера. Аналогичным образом можно проанализировать коэффициент отражения.

Ширина узкого пика пропускания (на полувысоте) определяется выражением

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{1 + \eta},$$

$$\Delta\omega = \frac{c}{d} \frac{|1 - R_M e^{\alpha d}|}{e^{\alpha d/2} \sqrt{R_M}} \approx \frac{c}{d} \frac{|T_M - \alpha d R_M|}{\sqrt{R_M}},$$

где

$$\eta = 2\pi N F |E_{10}|^2 \omega_0 \frac{\partial \chi'_R}{\partial \omega_2} = \frac{F K_{12} |G_1|^2}{\Omega_1^2 \gamma_{20}^2},$$

ω_0 — резонансная частота пустого резонатора ($n_D = 1$). Производная по частоте берется в точке $\omega_2 = \omega_0$.

При $\alpha = 0$ формула для $\Delta\omega$ переходит в известное выражение для ширины пропускания пустого РФП [34]

$$\Delta\omega = c(1 - R_M)/d\sqrt{R_M}.$$

Заметим, что величина $1 + \eta$ при $F = 1$ равна индексу групповой скорости $N_g = c/v_g$ для пробной волны при комбинационном взаимодействии (см. формулу (4)), который при большой дисперсии может быть много больше единицы. Таким образом, спектральная ширина узких резонансов пробного стоксового поля обратно пропорциональна индексу групповой скорости, т. е. чем меньше групповая скорость, тем меньше спектральная ширина этого резонанса.

В случае $\alpha d R_M < T_M$ при $\eta \gg 1$ ширина пика пропускания уменьшается в η раз относительно пустого резонатора, т. е. в пропускании возникает узкий резонанс. Величина η определяется дисперсией рамановской восприимчивости и зависит от интенсивности накачки. Анализ показывает, что ширина резонанса может быть меньше ширины рамановского перехода γ_{20} . Отметим, что при $\alpha d R_M > T_M$ пик в пропускании сменяется на провал, как показано на рис. 4, а в отражении также имеется узкий пик и коэффициент отражения может быть одновременно больше единицы ($R > 1$). Интенсивность, необходимая для наблюдения рассмотренных эффектов, зависит от нескольких параметров (одnofотонной отстройки частоты накачки, ширины рамановского резонанса, числа бислоев M) и, как показывают оценки, может составлять от единиц мкВт/см² до нескольких десятков мВт/см².

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически исследовано распространение света через ФК-резонатор в условиях рамановского усиления. Показано, что в спектрах пропускания и отражения пробного (рамановского) излучения одновременно могут возникать узкие и сверхузкие резонансы. Положение резонансных пиков определяется комбинационным резонансом. Коэффициенты пропускания и отражения могут

быть больше единицы. Природа узких резонансов связана с дисперсией нелинейного показателя преломления вблизи комбинационного перехода, которая приводит к значительному уменьшению групповой скорости пробного излучения. Для наблюдения рассмотренных эффектов необходимо использовать узкополосные лазеры. Комбинация рамановского усиления с ФК-резонаторами может быть полезной для различных применений, например, для спектроскопии, атомных часов, квантовой памяти, создания линий задержки. Мы предполагаем, что рамановское усиление можно также наблюдать на холодных атомах, помещенных в ФК-структуры, подобно ЭИП в оптическом резонаторе [35, 36], в том числе на единичных атомах.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта НШ-7810.2010.3, проекта № 27.1 Президиума РАН, Госконтракта 02.740.11.0220, интеграционного проекта № 5 СО РАН.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Эффективный показатель преломления в резонаторе Фабри–Перо

Поле в РФП представляет собой стоячие волны, т. е. является неоднородным в направлении оси z . Поэтому введем эффективный комплексный показатель преломления (усредненный по z), исходя из следующих простых соображений. Поле в резонаторе представим в виде разложения по собственным модам пустого резонатора $\sin(k_n z)$ ($n = 1, 2$) [37]:

$$E_1 = E_{10} \sin(k_1 z), \quad E_2 = E_{20} \sin(k_2 z).$$

Здесь $k_1 = m\pi/d$ и $k_2 = p\pi/d$ — волновые числа (m, p — целые числа).

Поскольку поляризованность — это дипольный момент единицы объема, для поляризованности на частоте пробного поля можно записать

$$P_R(\omega_2) = d^{-1} N \int_0^d \chi_R(\omega_2) |E_{10}|^2 E_{20} \sin^2(k_1 z) \sin(k_2 z) dz,$$

где восприимчивость $\chi_R(\omega_2)$ определяется формулой (1). Отсюда для эффективной восприимчивости получаем следующее выражение:

$$\chi_{R\text{eff}}(\omega_2) = \frac{\chi_R(\omega_2)}{d} \int_0^d \sin^2(k_1 z) \sin(k_2 z) dz. \quad (\text{A.1})$$

Величину

$$F = d^{-1} \int_0^d \sin^2(k_1 z) \sin(k_2 z) dz$$

можно трактовать как интеграл перекрытия взаимодействующих волн. Используя формулу (A.1), стандартным способом получаем выражение для комплексного показателя преломления для пробного поля $n_{\text{eff}}(\omega_2)$:

$$\begin{aligned} n_{\text{eff}}(\omega_2) &= n'_{\text{eff}} + i n''_{\text{eff}} = \\ &= \sqrt{1 + 4\pi N \chi_{R\text{eff}}(\omega_2) |E_{10}|^2} \approx \\ &\approx 1 + 2\pi N \chi_{R\text{eff}}(\omega_2) |E_{10}|^2. \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Шабанов, С. Я. Ветров, А. В. Шабанов, *Оптика реальных фотонных кристаллов: жидкокристаллические дефекты, неоднородности*, СО РАН, Новосибирск (2005).
2. K. Busch, G. von Freymann, S. Linden et al., *Phys. Rep.* **444**, 101 (2007).
3. J. Bravo-Abad, A. Rodrigues, P. Bermei et al., *Opt. Express* **15**, 16161 (2007).
4. P. Lalanne, C. Sauvan, and J. P. Hugonin, *Laser Phot. Rev.* **2**, 514 (2008).
5. K. J. Vahala, *Nature* **424**, 839 (2003).
6. S. L. McCall, A. F. Levi, R. E. Slusher et al., *Appl. Phys. Lett.* **60**, 289 (1992).
7. D. V. Vernoy, A. Fugusawa, N. P. Georgiades et al., *Phys. Rev. Lett.* **57**, 22934 (1998).
8. D. Englund, Y. Altug, B. Ellis et al., *Laser Phot. Rev.* **2**, 264 (2008).
9. X. Yang and C. W. Wong, *Opt. Express* **15**, 4723 (2007).
10. J. F. McMillan, X. Yang, N. C. Panoiu et al., *Opt. Lett.* **31**, 1235 (2006).
11. T. Baba, *Nature Phot.* **2**, 465 (2008).
12. S. V. Spillane, T. J. Kippenbetg, and K. J. Vahala, *Nature* **415**, 621 (2002).

13. T. J. Kippenberg, S. V. Spillane, D. K. Armani et al., *Opt. Lett.* **29**, 1224 (2004).
14. E. L. Ivchenko, M. A. Kaliteevski, A. V. Kavokin et al., *J. Opt. Soc. Amer. B* **13**, 1061 (1996).
15. G. Khitrova and H. M. Gibbs, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1591 (1999).
16. S. John and V. Florescu, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **3**, S101 (2001).
17. V. G. Arkhipkin, S. A. Myslivets, I. V. Timofeev et al., *Proc. of LFNМ, Kharkiv, Ukraine* (2006), p. 313.
18. M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
19. M. Soljacic and J. D. Joannopoulos, *Nature Mater.* **3**, 211 (2004).
20. M. Soljacic, E. Lidorikis, L. V. Hau et al., *Phys. Rev. E* **71**, 026602 (2005).
21. В. Г. Архипкин, С. А. Мысливец, *КЭ* **39**, 157 (2009).
22. M. G. Payne and L. Deng, *Phys. Rev. A* **64**, 031802 (2001).
23. S. Inouye, R. F. Low, S. Gupta et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4225 (2000).
24. K. Lee and N. M. Lawandy, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 703 (2001).
25. J. E. Sharping, Y. Okawachi, A. L. Gaeta et al., *Opt. Express* **13**, 6092 (2005).
26. С. А. Ахманов, Н. И. Коротеев, *Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света*, Наука, Москва (1981).
27. K. S. Repasky, L. Meng, J. K. Brasseur et al., *J. Opt. Soc. Amer. B* **16**, 717 (1999).
28. M. Røeiker and P. Kumar, *Opt. Lett.* **17**, 399 (1992).
29. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, Москва (1986).
30. А. Ярив, *Квантовая электроника*, Советское радио, Москва (1980).
31. R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Acad. Press, London (1992).
32. А. Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах*, Мир, Москва (1987).
33. A. V. Balakin, V. A. Bushuev, B. I. Mantsyzov et al., *Phys. Rev. E* **63**, 046609 (2001).
34. А. Ярив, *Введение в оптическую электронику*, Высшая школа, Москва (1983).
35. Y. Shimizu, N. Shiokawa, N. Tamamamoto et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 233001 (2002).
36. J. Zhang, G. Hernandez, and Y. Zhu, *Opt. Lett.* **33**, 46 (2008).
37. С. Стэнхольм, *Основы лазерной спектроскопии*, Мир, Москва (1987).