

КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ И ИСКАЖЕНИЯ СПИРАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЫ

*Е. В. Розенфельд**

*Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук
620041, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 28 июля 2009 г.

Теоретически исследовано возникновение и развитие аperiodических искажений магнитной спирали с ростом кристаллографической магнитной анизотропии в плоскости вращения намагниченности, предложена простейшая фазовая диаграмма. Показано, что при слабой анизотропии спираль разбивается на участки различной длины с примерно равномерным вращением намагниченности внутри них и отклонением от равномерности на границах, и чем сильнее анизотропия, тем в общем случае резче эти отклонения и короче сами участки. В пределе высокой анизотропии минимуму энергии в зависимости от соотношения межслойных обменных интегралов J_1 и J_2 соответствует либо спираль с постоянным угловым шагом, кратным углу между легкими осями, либо двойная антиферромагнитная структура с периодом в четыре слоя. При этом в случае анизотропии шестого порядка при $|J_1| = -J_2$ совпадают энергии фаз с разными периодами — четыре и шесть (при $J_1 > 0$) или четыре и три (при $J_1 < 0$) слоя, а избыточная энергия границы между ними обращается в нуль. В случаях анизотропии четвертого и второго порядков аналогичные аномалии возникают при $|J_1| = -2J_2$. В результате вблизи этих точек магнитная структура становится неустойчивой и возникают особенности на фазовой диаграмме.

1. ВВЕДЕНИЕ

Предметом этой работы является исследование искажений, которые появляются в магнитной спирали при нарастании анизотропии в плоскости вращения намагниченности. В приближении сплошной среды эта проблема очень активно исследовалась в течение примерно четверти века после появления основополагающей работы Дзялошинского [1]. Подробный обзор и библиографию этих исследований, связанных, в основном, с анализом различного типа функционалов Гинзбурга – Ландау, можно найти, например, в работе [2]. В настоящей работе изначально учитывается дискретный характер слоистого магнетика и исследуется изменение угла Φ поворота намагниченности при переходе от слоя к слою (в дальнейшем — угловой шаг спирали) в области как низкой, так и высокой анизотропии. Особое внимание уделено исследованию двойной антиферромагнитной структуры с периодом в четыре слоя, совпадающей с фазой $1/4$ в ANNNI-модели [3], с существованием которой связано возникновение двух любопытных эффектов. Во-первых, при наличии этой

структуры в гексагональном кристалле возникает магнитное рассеяние (например нейтронов) с волновым вектором $q = 1/4$. Во-вторых, из-за нее возникает возможность вырождения основного состояния и появления доменной структуры в спирали, что может представлять интерес с технической точки зрения. В работе обсуждается также связь этих результатов с результатами ANNNI-модели и возможные подходы к построению фазовой диаграммы слоистого магнетика с плоскостной анизотропией.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается простой слоистый магнетик, в котором ферромагнитное обменное взаимодействие внутри слоя гораздо больше межслойного, так что суммарный момент слоя является почти макроскопической величиной и может считаться классическим вектором. Будем полагать, что все слои эквивалентны, их плоскости, в которых лежат намагниченности, параллельны плоскости xy , и в этих плоскостях существует магнитная анизотропия порядка $n_a = 2, 4$ или 6 . Обозначая константу анизотропии

*E-mail: rosenfeld@imp.uran.ru

K ($K > 0$), а обменные интегралы между первыми и вторыми соседними слоями соответственно J_1 и J_2 , для энергии такого магнетика в расчете на слой получаем выражение

$$E(\{\phi\}) = -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{J_1 \cos(\phi_{n+1} - \phi_n) + J_2 \cos(\phi_{n+2} - \phi_n) + K \cos(n_a \phi_n)\}. \quad (1)$$

Здесь ϕ_n — азимутальный угол намагниченности n -го слоя, а N — число слоев в периоде структуры, так что

$$\phi_{n \pm N} \equiv \phi_n \quad \forall n. \quad (2)$$

Положение экстремумов энергии (1) определяется при решении системы уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\delta E}{\delta \phi_n} = & J_1 [\sin(\phi_n - \phi_{n-1}) + \sin(\phi_n - \phi_{n+1})] + \\ & + J_2 [\sin(\phi_n - \phi_{n-2}) + \sin(\phi_n - \phi_{n+2})] + \\ & + n_a K \sin(n_a \phi_n) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Имея в виду исследование изменений магнитной структуры при возрастании K , естественно начать с рассмотрения предельных случаев $K = 0$ и $K \rightarrow \infty$. В обоих этих случаях нетрудно найти состояния, соответствующие минимумам энергии (1). При $K = 0$ простая спираль (SS-структура) с угловым шагом Φ_0

$$\phi_n = n\Phi_0, \quad \Phi_0 = \arccos x; \quad E_{SS} = \frac{J_1^2 + 8J_2^2}{8J_2} \quad (4)$$

соответствует минимуму энергии (1) только при достаточно сильном антиферромагнитном взаимодействии между вторыми соседними слоями [4]:

$$|x| < 1, \quad x = -\frac{J_1}{4J_2}, \quad J_2 < 0. \quad (5)$$

Если это условие выполнено, ферромагнитная F ($\Phi_0 = 0$) и простая антиферромагнитная AF ($\Phi_0 = \pi$) структуры соответствуют максимумам энергии. В противном случае основным состоянием оказывается (и остается при любой величине K) именно одна из этих двух структур.

В отличие от случая $K = 0$, когда волновой вектор SS-структуры

$$q = \frac{\Phi_0}{2\pi} \approx \frac{M}{N}, \quad \text{integer } M \quad (6)$$

может при изменении J_1 и J_2 принимать любые значения, при $K \rightarrow \infty$ минимуму энергии могут соответствовать только спирали с постоянным шагом, кратным углу между легкими осями

$$\Phi_a^{(n)} = 2\pi \frac{m}{n_a}, \quad m = 0, 1, \dots, \frac{1}{2} n_a. \quad (7)$$

Намагниченности всех слоев в этих спиралях строго параллельны легким осям, так что энергии их равны

$$E(\Phi_a^{(m)}) = -J_1 \cos(\Phi_a^{(m)}) - J_2 \cos(2\Phi_a^{(m)}) - K. \quad (8)$$

Для случая анизотропии шестого порядка $n_a = 6$, который в основном и будет интересовать нас в дальнейшем, получаем таким образом четыре состояния:

$$\begin{aligned} m = 0(F), \quad m = 1(6\text{-fold}), \\ m = 2(3\text{-fold}), \quad m = 3(AF), \end{aligned} \quad (9)$$

где обозначения 3-fold и 6-fold указывают на число слоев в периоде соответствующей спирали.

Во всех этих состояниях даже при конечных K момент любого слоя параллелен направлению действующего на него обменного поля и одной из легких осей, из-за чего их энергии и оказываются минимальными при $K \rightarrow \infty$. Однако существует и еще один тип структуры, в котором это условие выполнено, хотя ее угловой шаг не постоянен. Эта структура, которую мы будем называть AF2, совершенно аналогична обозначенной в модели ANNNI [3] индексом 1/4. Она представляет собой две антиферромагнитных подрешетки, в одну из которых входят слои с четными, а в другую с нечетными номерами. При этом моменты ближайших соседей любого слоя принадлежат другой подрешетке и ориентированы строго антипараллельно друг другу, т.е. в модели (1) подрешетки вообще не взаимодействуют. Моменты любых трех слоев — центрального и двух его вторых соседей — принадлежат одной подрешетке, так что обменная энергия AF2-структуры в расчете на слой всегда равна $J_2 < 0$ независимо от угла между моментами подрешеток. В отсутствие анизотропии такие подрешетки могут вращаться свободно, а при ее включении возникают два одинаковых минимума энергии, соответствующие состояниям, в которых намагниченности слоев последовательно поворачиваются на $0-180^\circ-0-180^\circ \dots$ и $60^\circ-120^\circ-60^\circ-120^\circ \dots$ при $n_a = 6$ или $90^\circ-90^\circ-90^\circ \dots$ при $n_a = 4$. Можно поэтому утверждать, что при $K \rightarrow \infty$ основным (g) состоянием будет или AF2, или одно из четырех состояний (9). Сравнивая энергии этих состояний, получаем

$$K + E_g(K \rightarrow \infty)|_{n_a=6} = \begin{cases} E_F = -J_1 - J_2, & 0.75 \leq x, \\ E_{6\text{-fold}} = -\frac{|J_1|+|J_2|}{2}, & 0.25 \leq x < 0.75, \\ E_{AF2} = J_2, & -0.25 \leq x < 0.25, \\ E_{3\text{-fold}} = -\frac{|J_1|+|J_2|}{2}, & 0.75 \leq x < -0.25, \\ E_{AF} = J_1 - J_2, & x < -0.75. \end{cases} \quad (10)$$

Мы хотим проследить, каким образом с ростом анизотропии происходит смена основного состояния, начиная с SS-структуры (4) и заканчивая одной из структур (10). Для этого мы в разд. 3 выясним, чем состояния, осуществляющие минимум энергии при больших, но конечных K , отличаются от состояний (10). Там же будет в самом грубом приближении построена фазовая диаграмма системы. В разд. 4, 5 для SS-структур с шагом Φ_0 , близким к 60° и 120° исследуется искажение спирали под действием анизотропии и образование и пиннинг солитонов в приближении сплошной среды. Наконец, в разд. 6 проводится сравнение полученных результатов с результатами модели ANNNI.

3. НЕОДНОРОДНОСТИ СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ВЫСОКОЙ АНИЗОТРОПИИ

Полное число состояний, в которых намагниченность каждого слоя параллельна одной из легких осей, т.е. ϕ_n совпадает с одним из углов $\Phi_a^{(m)}$ (7) для $\forall n$, равно, очевидно, n_a^N (N — число слоев в периоде). Любое из этих состояний может быть получено из любого другого за счет последовательного проведения некоторого количества операций, которые мы будем называть «сбоем шага». Имеется в виду изменение угла между моментами двух ближайших слоев на величину, кратную $2\pi/n_a$, в то время как угловой шаг для остальных слоев остается неизменным (в аналогичной ситуации в работе [3] используется термин «доменная граница»). В пределе $K \rightarrow \infty$ наименьшее возрастание энергии E_g (10) должно быть связано именно с появлением одного такого сбоя шага. Мы будем называть возникающие при этом состояния «возбужденными», и нас сейчас будет интересовать расстояние от основного (10) до «первого возбужденного» уровня δE_g . Очевидно, чем меньше δE_g , тем «мягче» магнитная

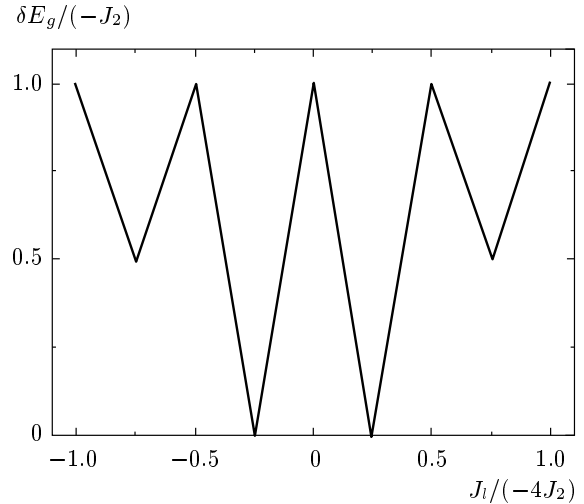


Рис. 1. Энергия первого возбужденного уровня при $n_a = 6$ и $K \rightarrow \infty$

структура, т.е. тем легче она искажается под влиянием внешних воздействий.

Нетрудно проверить, что сбой шага в основном состоянии спирали ведет к наименьшему возрастанию ее энергии тогда, когда в результате возникнет зародыш того из указанных в (10) состояний, энергия которого ближе всего к E_g . В частности, при $n_a = 6$ в области $0.75 < x < 1$, где основным является F-состояние, наименьшее возрастание энергии происходит при распаде на два ферромагнитных домена с углом поворота на границе, равным 60° («зародыш» фазы 6-fold). В области $-1 < x < -0.75$ к наименьшему возрастанию энергии ведет распад спирали на два антиферромагнитных домена, развернутых на 120° и т.д. Элементарные вычисления показывают, что зависимость $\delta E_g(x)$ линейна, так что ее график, приведенный на рис. 1, является ломаной линией. Энергия первого возбужденного уровня достигает своей максимальной величины $-J_2$ при значениях $x = \pm 0.5$ и $x = \pm 1$ — в точках, в которых равновесная при $K = 0$ SS-структура (4) совпадает с основным при $K \rightarrow \infty$ состоянием (10), а также при $x = 0$, когда SS-структура представляет собой те же две антиферромагнитные подрешетки, только развернутые на 90° . Вдвое меньше эта энергия при $x = \pm 0.75$ — в точках, где совпадают энергии состояний F и 6-fold либо AF и 3-fold, см. (10).

Наконец, самое любопытное — при $x = \pm 0.25$ основное состояние оказывается вырожденным. Легко проверить, что при $x = 0.25$ распад спирали 6-fold на два домена, развернутых на 120° , не ведет к возрастанию энергии. Точно так же энергия не возрастает

тает, если при $x = -0.25$ спираль 3-fold распадается на два домена, развернутых на 60° . Более того, энергия не изменится, даже если произвольной длины куски спирали AF2 (последовательность угловых шагов $\dots 60^\circ-120^\circ-60^\circ-120^\circ \dots$) перемешаны с произвольной же длины кусками спирали 6-fold (при $x = 0.25$) или 3-fold (при $x = -0.25$). Причина очевидна: при этих значениях x одновременно совпадают энергии соответствующих фаз и обращается в нуль энергия, связанная со сбоем шага на границе между ними.

Совершенно аналогично обстоит дело в случае анизотропии второго и четвертого порядков $n_a = 2$ или 4. В обоих случаях основным может быть одно из состояний F, AF и AF2 с последовательностью угловых шагов $\dots 0-180^\circ-0-180^\circ \dots$; при $n_a = 4$ здесь следует добавить 4-fold или, что то же, AF2 с разворотом моментов подрешеток на 90° . Поэтому энергия основного состояния равна

$$K + E_g(K \rightarrow \infty)|_{n_a=2,4} = \begin{cases} E_F = -J_1 - J_2, & x \geq 1/2, \\ E_{AF2,4\text{-fold}} = J_2, & -1/2 < x < 1/2, \\ E_{AF} = J_1 - J_2, & x \leq -1/2. \end{cases} \quad (11)$$

Соответствующая зависимость от x (5) энергии первого возбужденного уровня изображена на рис. 2 тонкой линией (левая шкала). Нетрудно проверить, что в точках $J_1 = \pm 2J_2$ при $n_a = 2, 4$ выполняются те же условия, что и в точках $J_1 = \pm J_2$ при $n_a = 6$: не только энергии соседних фаз совпадают, но и избыточная энергия границы между ними равна нулю. Соответственно, δE_g в этих точках также обращается в нуль.

Посмотрим теперь, что происходит с основным состоянием в области больших, но конечных значений K , ограничиваясь случаем $n_a = 6$. При не слишком сильном уменьшении K состояния F, AF, AF2, 6-fold и 3-fold остаются устойчивыми и обменный вклад в их энергию не меняется. Однако обменная энергия возбужденных состояний с уменьшением K понижается: при $K \rightarrow \infty$ моменты по крайней мере некоторых слоев в этих состояниях не параллельны действующим на них обменным полям и с уменьшением анизотропии возникает их вращение, связанное с уменьшением полной энергии. Это означает, что для каждого x должно существовать некоторое значение $K(x)$, при котором происходит кроссовер: при большей анизотропии основным является состояние (10), а при меньшей — одно из возбужденных состояний. Следует, видимо, полагать, что и при

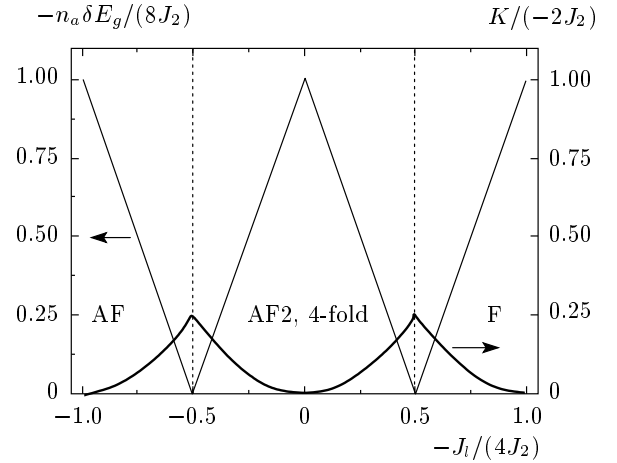


Рис. 2. Энергия первого возбужденного уровня при $n_a = 2, 4$ и $K \rightarrow \infty$ (тонкая линия, левая шкала) и точки, в которых E_{SS} (4) совпадает с E_g (11) (жирная линия, правая шкала)

дальнейшем уменьшении K в некоторой области изменение основного состояния должно происходить в результате серии кроссоверов.

С другой стороны, при очень слабой анизотропии с ростом K искажение спирали, очевидно, должно происходить непрерывным образом. Это означает, что для каждого x должно существовать еще одно значение, скажем, $k(x)$, являющееся границей между областями непрерывного и скачкообразного изменений магнитной структуры на фазовой диаграмме. Таким образом, при $K < k(x)$ малые изменения K сопровождаются только малыми же поворотами моментов слоев в SS-структуре, при $k(x) < K < K(x)$ непрерывное вращение чередуется со скачкообразными изменениями магнитной структуры основного состояния, а при $K > K(x)$ основным становится и остается соответствующее состояние (10) или (11).

Если в самом грубом приближении считать, что с ростом K SS-структура не искажается и переход ее в основное состояние (10) или (11) связан с единственным скачком, он должен происходить в момент, когда энергия E_{SS} (4) становится выше энергии E_g (10) или (11) с тем же x . Для $n_a = 2, 4$ зависимость от x значений константы анизотропии K , при которых выполняется это условие, изображена жирной линией на рис. 2 (правая шкала). Видно, что чем меньше энергия первого возбужденного уровня $\delta E_g(x)$ (или чем ближе при данном x энергии соседних фаз в (10) или (11)), тем большая анизотропия нужна, чтобы стабилизировать одну из этих фаз. Аналогичная линия для случая $n_a = 6$ изображена и на рис. 3.

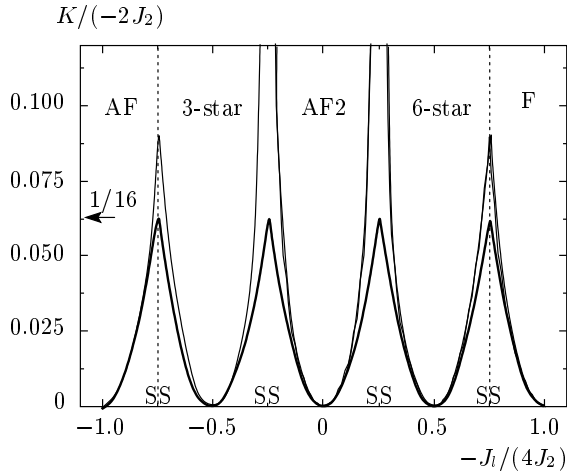


Рис. 3. Варианты фазовой диаграммы слоистого магнетика с двумя обменными взаимодействиями J_1 и $J_2 < 0$ и анизотропией шестого порядка с константой K . В любой точке на жирной линии энергии E_{SS} неискаженной SS-структуры (4) совпадает с энергией состояния E_g (10). В точках на тонкой линии энергии E_g совпадают с энергией искаженной спирали (результат самосогласованного расчета, см. текст)

Чтобы получить более точное представление об истинной фазовой диаграмме системы, необходимо, однако, учесть искажения спирали, возникающие при возрастании анизотропии. Для этого использовался самосогласованный численный расчет типа описанного в работе [5]. При заданных J_1 и J_2 в качестве «затравки» в отсутствие анизотропии ($K = 0$) выбиралась SS-структура (4) с волновым вектором (6). Число слоев в периоде N при этом подбиралось так, чтобы, с одной стороны, примерное равенство в (6) было достаточно точным, а с другой — чтобы последующие вычисления занимали разумное время. Далее, при первом отличном от нуля значении K моменты каждого из слоев внутри периода последовательно один за другим поворачивались в положение, соответствующее минимуму его полной энергии (1). Эта процедура повторялась до тех пор, пока в пределах заданной точности магнитная структура при данном K не стабилизировалась (самосогласование). На следующем шаге значение K возрастало, в качестве «затравки» выбиралась структура, полученная на предыдущем шаге, и снова запускалась процедура самосогласования. Расчет для заданного x (5) заканчивался, когда при некотором значении $K(x)$ энергия полученной искаженной спирали оказывалась выше соответствующей этому x

энергии E_g . Полученная таким образом зависимость $K(x)/(-2J_2)$ для случая $n_a = 6$ изображена на рис. 3 тонкой линией.

Этот рисунок, конечно, может рассматриваться в лучшем случае лишь как заготовка для реальной фазовой диаграммы. Тем не менее, сравнение рис. 1–3 позволяет сделать два ясных вывода:

- 1) Чем выше энергия первого возбужденного состояния, тем меньше значение константы анизотропии $K(x)$, при котором становится основным состояние E_g (10) или (11).
- 2) При $x \approx \pm 0.25$ (если $n_a = 6$) или при $x \approx \pm 0.5$ (если $n_a = 2, 4$), когда основное состояние близко к вырождению, $K(x)$ возрастает неограниченно.

Аномалии на зависимости $K(x)$ подробно обсуждаются в дальнейшем, см. разд. 6. Сейчас же мы попытаемся выяснить, каким образом возникает переход искажения спирали от непрерывного к скачкообразному, т. е. как ведет себя зависимость $k(x)$. В следующем разд. 4 мы обсудим этот вопрос в приближении сплошной среды.

4. ИСКАЖЕНИЕ СПИРАЛИ В МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В некоторых случаях задачу определения структуры искаженной магнитной спирали удастся свести к решению нелинейного дифференциального уравнения типа уравнения маятника, впервые исследованного Дзялошинским [1]. Действительно, предположим, что мы имеем дело со спиралью, шаг которой от слоя к слою меняется достаточно медленно, так что вместо (4) мы можем записать

$$\begin{aligned} \phi_n &= n\Phi + \psi(z_n), \quad z_n = na, \\ |\psi(z_{n+1}) - \psi(z_n)| &\ll 1, \end{aligned} \tag{12}$$

где a — расстояние между слоями. Неравенство здесь обеспечивает медленное изменение ψ от слоя к слою, и, в частности, для SS-структуры оно эквивалентно условию $|\Phi - \Phi_0| \ll 1$.

4.1. Энергия

Теперь обменную часть энергии (1) можно представить в виде разложения по степеням ψ'_z и перейти от суммирования по слоям к интегрированию по z . Для энергии анизотропии проблемы с переходом к интегрированию исчезают, если полагать, что угол Φ в выражении (12) совпадает с одним из углов $\Phi_a^{(m)}$ в формуле (7). В случае $n_a = 6$ выражение для энергии принимает вид

$$E = E_0 + \frac{1}{\nu L} \times \int_0^{\nu L} \left\{ A \left(\frac{d\psi}{dz} \right)^2 + B \frac{d\psi}{dz} - K \cos 6\psi \right\} dz, \quad (13)$$

$$E_0 = -J_1 \cos \Phi - J_2 \cos 2\Phi,$$

$$A = \frac{a^2}{2} (J_1 \cos \Phi + 4J_2 \cos 2\Phi),$$

$$B = a (J_1 \sin \Phi + 2J_2 \cos 2\Phi),$$

где через L обозначен период изменения функции ψ'_z , ν — целое число. При выполнении условия $A > 0$, обеспечивающего устойчивость, уравнение (13) представляет собой стандартный функционал Гинзбурга–Ландау, см. [3, 2, § 6]. Если $J_1 < -4J_2$ и $\Phi = 60^\circ$ или 120° , это условие автоматически выполняется, так что использование рассматриваемого приближения не ведет к противоречиям. Однако при $\Phi = 0$ или 180° ситуация кардинально меняется: $A < 0$, $B = 0$.

Физическая причина этого кажущегося, на первый взгляд, странным различия очень проста. Дело в том, что, как уже упоминалось, SS-структура с шагом Φ_0 (4) во всей области ее существования $|x| < 1$ соответствует минимуму энергии, а состояния F и AF — максимумам при $x = \pm 1$. Поэтому в «почти ферромагнитных» или «почти антиферромагнитных» спиральных минимумах и максимумах оказываются рядом и мы имеем дело с уплощенным экстремумом (парабола четвертого порядка). В этом случае в разложении косинусов следует учитывать члены со второй производной ψ''_z , т. е. гораздо лучшим приближением оказывается функционал Гинзбурга–Ландау другого типа, см. [2, § 5]. Следовательно, при $\Phi = 0$ или 180° вряд ли можно получить результат в аналитическом виде.

4.2. Минимизация (13)

Выбор $\Phi = 60^\circ$ или 120° с граничными условиями $\psi(0) = 0$, $\psi(\nu L) = \nu\pi/3$ приводит к уравнению

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\text{sign}(\Phi_0 - \Phi)}{k} \sqrt{\frac{2K}{A} (1 - k^2 \cos^2 3\psi)}. \quad (14)$$

С тем же успехом, впрочем, это уравнение можно получить, просто подставляя уравнение (12) в формулу (3). Знак производной при этом определяется соотношением между шагом Φ_0 «затравочной» спирали (4) и значением Φ : в соответствии с (12) ψ должна возрастать с ростом z , если $\Phi_0 > \Phi$, и убывать в противном случае. Легко проверить также,

что $B \text{sign} \psi'_z < 0$, как и должно быть при минимизации энергии.

Решение уравнения (14), определяющее в явном виде зависимость $\psi(z)$, есть

$$z = \frac{k}{3} \text{sign}(\Phi_0 - \Phi) \sqrt{\frac{A}{2K}} \times \left[K(k) - F \left(\frac{\pi}{2} - 3\psi(z), k \right) \right], \quad (15)$$

где K и F — соответственно полный и неполный эллиптический интегралы первого рода. Подставляя уравнение (15) в формулу (13), получаем энергию системы:

$$E(k) = E_0 + K \left(1 - \frac{2}{k^2} \right) - \frac{1}{3L(k)} \times \left\{ \pi |B| - 4\sqrt{2KA} \frac{E(k)}{k} \right\}, \quad (16)$$

где

$$L(k) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2A}{K}} kK(k) \quad (17)$$

— расстояние, на котором $\psi(z)$ меняется на $\pi/3$, или период функции ψ'_z , $E(k)$ — полный эллиптический интеграл второго рода.

4.3. Зависимость $\psi(z)$

Форма зависимости $\psi(z)$, как ясно из выражений (14), (15), определяется только значением параметра k (не путать с функцией $k(x)$, обсуждаемой в разд. 3 и 5). Видно, что с ростом k вблизи легких осей, где угол ψ пропорционален $\pi/3$, скорость его изменения с z падает, а вблизи трудных — растет. Величина этого эффекта — степень искажения исходной спирали при разных k — ясна из рис. 4. Там изображена зависимость от z угла между направлением намагниченности в данной точке и ближайшей к этому направлению легкой осью

$$\psi(z) = \frac{\pi}{3} \text{round} \left(\frac{3\psi(z)}{\pi} \right), \quad (18)$$

где $\text{round}(a)$ означает округление a до целого. На рис. 4 видно, что с возрастанием k на исходной кусочно-непрерывной прямой (разрывы при переходах через трудные оси) формируются все более крутые ступеньки, в пределе $k \rightarrow 1$ превращающиеся в свои шаги, обсуждавшиеся в предыдущем разделе. В то же время, показанное на рис. 3 возрастание ширины этих ступенек L вовсе не обязательно должно происходить с возрастанием анизотропии — дело в том, из какого условия определяется значение параметра k .

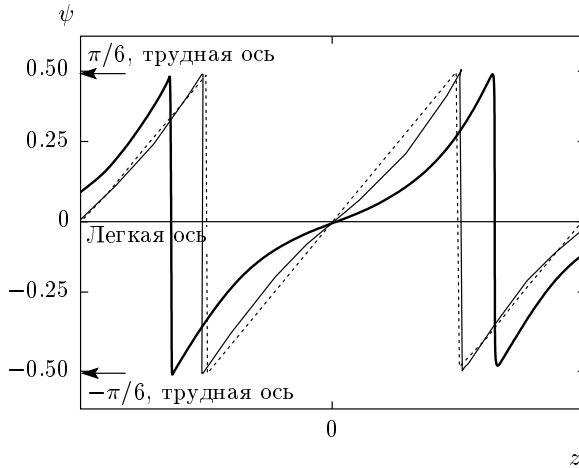


Рис. 4. Зависимость от координаты угла между направлением намагниченности в данной точке и ближайшим к нему легким направлением (18). Период с изменением k меняется в соответствии с (21): $k = 0.1$ (пунктир), 0.8 (тонкая линия), 0.98 (жирная линия)

Чтобы найти распределение намагниченности в не искаженной внешними воздействиями системе, в формулу (16) следует подставить уравнение (17) и определить значение k из условия минимума полученного выражения для энергии. В этом случае возникает стандартное уравнение [1]

$$E(k) = \frac{\pi}{4} \frac{|B|k}{\sqrt{2KA}} \approx \frac{\pi k}{2} \left| |x| - \frac{1}{2} \right| \sqrt{\frac{|J_2|}{K}}, \quad (19)$$

$$E_{min} = E_0 + K \left(1 - \frac{2}{k^2} \right).$$

При записи этой и нескольких следующих формул обычно используются выражения, в которые входят только параметры A , B и K функционала (13). В нашем случае, однако, есть явные выражения этих параметров через обменные интегралы, а сам функционал (13) имеет смысл только при $|x| \approx 1/2$. Поэтому эти формулы записаны также через параметры x , K , J_1 , J_2 и приведены соответствующие приближенные выражения при $|x| \approx 1/2$.

При неизменных значениях обменных интегралов ($x = \text{const}$) корень уравнения (19) является монотонной функцией K , но решение существует, только если анизотропия не слишком велика:

$$\frac{K}{2|J_2|} < \kappa(x), \quad (20)$$

$$\kappa(x) \equiv \frac{3\pi^2}{16} \frac{(|x| - 1/2)^2}{|x| + 1} \approx \frac{\pi^2}{8} \left(|x| - \frac{1}{2} \right)^2.$$

Период функции ψ'_z в этом случае равен

$$L = \frac{8A}{3\pi|B|} K(k)E(k) \approx \frac{2a}{\pi\sqrt{3}} \frac{K(k)E(k)}{||x| - 1/2|}. \quad (21)$$

Таким образом, как ясно из уравнения (19), в свободной системе при слабой анизотропии (предел $K \rightarrow 0$)

$$k \approx \frac{1}{||x| - 1/2|} \sqrt{\frac{K}{|J_2|}} \rightarrow \frac{L}{a} \approx \frac{\pi\sqrt{3}}{6} \left| |x| - \frac{1}{2} \right|^{-1}. \quad (22)$$

В этом предельном случае ψ меняется почти линейно (см. формулу (14)) и с точностью до членов низшего порядка L/a в (22) совпадает с числом слоев n , на которое нужно сдвинуться, чтобы в спирали с $\cos \Phi_0 \rightarrow \pm 1/2$ разность $\phi_n - n\Phi$ в уравнении (12) составила $\pi/3$. С возрастанием анизотропии L монотонно, хотя и крайне медленно, растет: уменьшение скорости изменения ψ вблизи легких осей не полностью компенсируется ее возрастанием вблизи трудных, см. рис. 4. При выполнении равенства

$$\frac{K}{-2J_2} = \kappa(x) \quad (23)$$

ψ обращается в константу, а L — в бесконечность, т. е. в зависимости от значения Φ система переходит в состояние 6-fold или 3-fold. Если отложить соответствующие (23) линии на рис. 3, получим параболы с вершинами в точках $x = \pm 1/2$. Ветви их поднимаются несколько круче, чем жирные линии на этом рисунке (коэффициент $\approx \pi^2/8$ вместо 1) и почти совпадают с тонкой линией $K(x)$. Таким образом, вблизи $x = \pm 1/2$ модель сплошной среды дает неплохое согласие с результатами численного расчета.

5. ВОЗНИКНОВЕНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Тем не менее, рассматривая реальные магнетики, следует учитывать ограничения, связанные с дискретностью решетки. В частности, существенным оказывается положение центра области с повышенной плотностью энергии анизотропии — самой ступеньки, где направления моментов близки к направлениям трудных осей, см. рис. 4. Ситуация очень похожа на ту, которая возникает в магнетиках с узкими доменными границами [6]. Энергия ступеньки оказывается периодической функцией с периодом, равным расстоянию между слоями a , и чем уже ступенька (выше анизотропия), тем больше амплитуда колебаний этой функции. Максимумы энергии соответствуют конфигурациям, в которых центр

ступеньки попадает на один из слоев, т. е. конфигурациям, в которых имеется момент, направленный точно вдоль трудной оси. В минимумах же центр ступеньки расположен точно посередине между слоями. Таким образом, с ростом анизотропии нарастают силы, стремящиеся закрепить центр ступеньки и потому препятствующие возрастанию L .

5.1. Плотность ступенек $\psi(z)$ в модели сплошной среды

Спираль (4) в отсутствие анизотропии всегда можно считать почти соизмеримой, а ее части, расположенные по разные стороны от любого слоя, в котором намагниченность параллельна одной из легких осей, практически эквивалентными. Поэтому при возникновении анизотропии направление намагниченности каждого такого слоя меняться не будет. При переходе от одного из них к следующему изменение ψ составляет $\nu\pi/3$, а расстояние между такими слоями равно νL . Именно эти точки и были выбраны в качестве граничных при варьировании энергии (13). Таким образом, моменты, направления которых в отсутствие анизотропии совпадали с легкими осями, при появлении анизотропии оказываются закрепленными. Напротив, моменты, направления которых близки к трудным осям, после возникновения анизотропии должны поворачиваться — центр возникающей ступеньки стремится сдвинуться в область между слоями. В результате с ростом анизотропии внутри спирали должны выделяться относительно короткие слабо искаженные (с примерно постоянным и приближающимся к $\Phi_a^{(m)}$ (7) угловым шагом) участки, разделенные все более отчетливыми «сбоями шага». На каждом отрезке длиной νL , очевидно, должно образоваться ровно ν таких ступенек $\psi(z)$.

Насколько легко эти ступеньки (солитоны в солитонной решетке) могут сдвигаться по отношению друг к другу? Для ответа на этот вопрос достаточно вычислить, как изменится суммарная энергия двух соседних периодов длиной L при сдвиге разделяющей их ступеньки на небольшое расстояние l . В первом порядке по l изменение энергии, естественно, отсутствует, а вторая производная, характеризующая жесткость солитонной решетки, равна

$$\frac{\partial^2 E}{\partial l^2} = 18 \frac{K^2}{A} \frac{1 - k^2}{k^4 E(k) K(k)}. \quad (24)$$

Поскольку k примерно пропорционально \sqrt{K} (22), с возрастанием анизотропии жесткость падает. С физической точки зрения причина этого очевидна: с

ростом анизотропии падает ширина ступеньки и искажения магнитной структуры вблизи нее. Это означает, что при неизменном расстоянии между ступеньками влияние их друг на друга с ростом анизотропии падает, а изменение расстояния ведет к меньшему изменению энергии.

5.2. Ступеньки $\psi(z)$ в реальном кристалле

Следует заметить, что наибольший вращательный момент действует на те намагниченности слоев, направления которых лежат примерно посередине между легкими и трудными осями, а вовсе не на те, которые близки к направлениям трудных осей. Следовательно, резкое изменение шага (новый солитон) должно зарождаться на стыке двух участков спирали, стремящихся под действием сил анизотропии повернуться в противоположных направлениях. Нетрудно вычислить вращательный момент M , действующий на отрезок из λ слоев спирали (4). Поскольку энергия его магнитной анизотропии

$$E_a(\lambda, \varphi) = -K \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} \cos(n_a(\varphi + \nu\Phi_0))$$

(см. (1), (4)), где φ — азимутальный угол намагниченности его первого слоя, получаем

$$M(\lambda, \varphi) = -K \frac{\sin(\lambda\Phi_0 n_a/2)}{\sin(\Phi_0 n_a/2)} \times \sin\left(n_a\left(\varphi + \frac{\lambda-1}{2}\Phi_0\right)\right). \quad (25)$$

Входящий в это выражение множитель $\sin(\lambda\theta)/\sin\theta$ приближается к максимальной величине λ при $\theta \approx 0, \pi, 2\pi, \dots$, т. е. когда Φ_0 мало отличается от $\Phi_a^{(m)}$ (7). Между этими значениями он испытывает λ осцилляций, амплитуда которых посередине между главными максимумами падает до единицы. Таким образом, при Φ_0 близких к $\Phi_a^{(m)}$ вращательные моменты, действующие на отдельные куски спирали, оказываются пропорциональными их длине. В результате уже при небольших K эти силы приведут к зарождению солитонов на стыках тех кусков спиралей, для которых последний множитель в уравнении (25), сохраняя примерно ту же величину, меняет знак. Для этого разность азимутальных углов, определяющих направления намагниченностей первых слоев этих кусков, $\varphi_2 - \varphi_1 = \lambda\Phi_0$, должна удовлетворять условию

$$\lambda \approx \pi \left| \Phi_0 - \frac{2\pi}{n_a} \text{round}\left(\frac{n_a\Phi_0}{2\pi}\right) \right|^{-1}, \quad (26)$$

которое и определяет число слоев в куске λ .

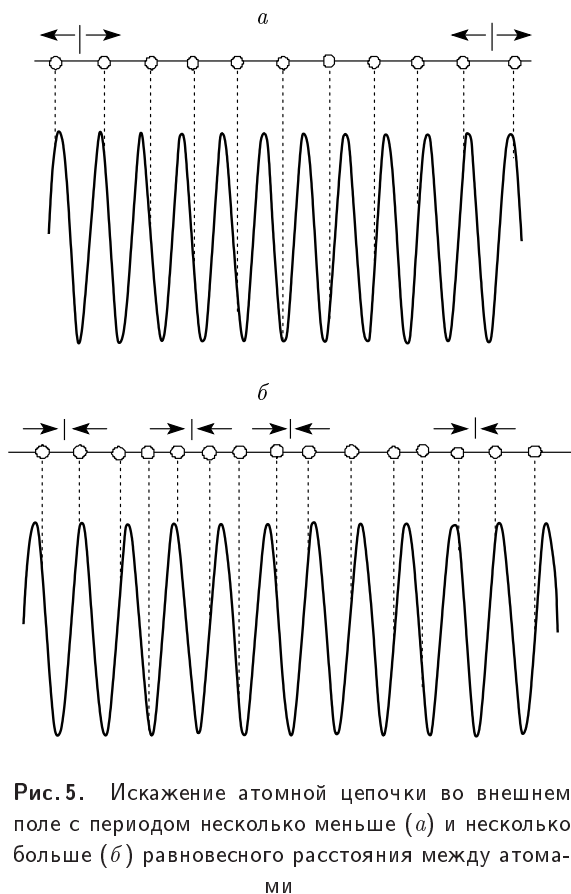


Рис. 5. Искажение атомной цепочки во внешнем поле с периодом несколько меньше (*a*) и несколько больше (*б*) равновесного расстояния между атомами

Конечно, эта крайне грубая оценка лишь приблизительно определяет среднюю длину кусков, на которые распадается спираль (4) при возникновении анизотропии. Во всяком случае, она заведомо не верна, когда шаг Φ_0 неискаженной SS-структуры близок к одному из углов между легкими осями. В этих условиях величина и знак вращательного момента (26), действующего на участок спирали, могут крайне резко зависеть от незначительных колебаний ее шага, и можно ожидать, что процесс зарождения солитонов будет близок к хаотическому. Ситуация здесь очень напоминает пиннинг солитонов в одномерной цепочке атомов, помещенных в периодическое поле [7]. Если исходное расстояние между атомами в цепочке немного больше периода внешнего поля, то несколько атомов «проваливаются» в соседние минимумы, потом один минимум остается пустым, снова несколько заполненных минимумов и т. д., см. рис. 5*a*. Если сделать исходное расстояние между атомами в цепочке меньше периода внешнего поля, вместо незаполненных возникают минимумы, в которых оказываются два атома, см. рис. 5*б*; при дальнейшем уменьшении постоянной цепочки в

один минимум начнут попадать несколько атомов. Если вместо координат атомов в этой картинке рассматривать азимутальные углы намагниченностей слоев, то различие между обсуждаемой проблемой и задачей, рассматривавшейся в работе [7], будет связано лишь с учетом взаимодействия вторых соседей.

В заключение этого раздела кратко обсудим алгоритм вычисления зависимости $k(x)$ и форму соответствующей линии, ограничивающей на фазовой диаграмме область, в которой с возрастанием константы анизотропии основное состояние изменяется непрерывно. При появлении слабой анизотропии момент каждого слоя в исходной SS-структуре стремится вернуться к ближайшей легкой оси и в ходе этого вращения самого по себе никаких скачков возникнуть не может. Возникновение первого скачка естественно связывать с первым перебором момента какого-либо слоя через трудную ось, т. е. с тем, что при возникновении анизотропии некий момент начинает поворачиваться не к легкой, а наоборот к трудной оси. Это может явиться результатом только коллективного процесса: на момент, оказавшийся при появлении анизотропии примерно параллельным трудной оси, анизотропия влияет слабо, в то время как вращающиеся соседние моменты тянут его за собой. Такой критерий, очевидно, несправедлив в некоторых высокосимметричных конфигурациях, например, для спирали с $\Phi_0 = 30^\circ$ ($x = \sqrt{3}/2$). В последнем случае моменты будут парами группироваться около легких осей $0 \pm \delta$, $60^\circ \pm \delta$, $120^\circ \pm \delta$, ..., $0 < \delta < 15^\circ$, непрерывно стягиваясь к ним по мере роста анизотропии. Такая магнитная структура метастабильна при любом K , а скачок естественно связать с моментом, когда энергия какого-либо другого состояния при данных x и K окажется ниже. В любом случае, к сожалению, в настоящий момент не найден способ аналитического вычисления $k(x)$. Более того, учитывая близкий к хаотическому характер изменения вращательных моментов (25), действующих на отдельные куски спирали, можно ожидать, что значение $k(x)$ будет сильно зависеть от выбора приближенного значения (6) волнового вектора SS-структуры при данном x . Если это предположение справедливо, никакой непрерывной зависимости $k(x)$, очевидно, вообще не существует.

6. СРАВНЕНИЕ С МОДЕЛЬЮ ANNNI

Представляется необходимым обсудить значительное сходство и некоторые различия между подходом, использованным в этой работе, и моделью

ANNNI, по крайней мере, в варианте, изложенном в работе [3]. Выражение для свободной энергии (4.4) из указанной работы, на котором основано большинство проведенных там вычислений, имеет вид

$$F(T) = -\frac{1}{2N} \sum_{i,j} J_{ij} \langle S_i \rangle \langle S_j \rangle + \frac{T}{N} \sum_i \int_0^{\langle S_i \rangle} \text{th}^{-1} \sigma d\sigma = -\frac{1}{2N} \times \times \sum_i \left\{ J(0) \langle S_i \rangle^2 + 2J(1) \langle S_i \rangle \langle S_{i+1} \rangle + 2J(2) \langle S_i \rangle \langle S_{i+2} \rangle - T \ln \left[(1 + \langle S_i \rangle)^{1+\langle S_i \rangle} (1 - \langle S_i \rangle)^{1-\langle S_i \rangle} \right] \right\}. \quad (27)$$

Хотя само логарифмическое слагаемое здесь не расходуется, его производные по средним значениям спинов слоев $\langle S_i \rangle$ имеют особенности при $\langle S_i \rangle \rightarrow \pm 1$. Именно эти особенности обеспечивают выполнение условий $|\langle S_i \rangle| < 1$, и при использовании любого разложения (27) по степеням $\langle S_i \rangle$ необходимо дополнительно обеспечить выполнение этого условия, положив, например, $\langle S_i \rangle = \cos \theta_i$. Используя теперь соотношение (3.7) из работы [3] между обменными параметрами

$$J(0) = 4J_1, \quad J(1) = J_1, \quad J(2) = J_2, \quad J_1 > 0, \quad J_2 < 0, \quad (28)$$

и проведя элементарные преобразования, получим из формулы (27) с точностью до константы

$$F(T) = -\frac{1}{N} \sum_i \left\{ [J_1 \cos(\theta_{i+1} - \theta_i) + J_2 \cos(\theta_{i+2} - \theta_i)] \cos^2 \theta_i - [J_1 \sin(\theta_{i+1} - \theta_i) + J_2 \sin(\theta_{i+2} - \theta_i)] \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i + \left(J_1 - \frac{59}{192} T \right) \cos 2\theta_i - \frac{T}{60} \cos 4\theta_i - \frac{T}{960} \cos 6\theta_i - \dots \right\}. \quad (29)$$

Это выражение имеет два существенных отличия от энергии (1), которую мы минимизировали выше. Во-первых, здесь в обменном вкладе возникает дополнительный множитель $\cos^2 \theta_i$ (первая строка) и появляются новые слагаемые с $\sin(\theta_{i+\delta} - \theta_i)$ (вторая строка). Обе эти добавки — следствие использования в работе [3] модели Изинга с обменной энергией, пропорциональной $\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j$ вместо $\cos(\theta_i - \theta_j)$. Во-вторых, возникают анизотропные вклады любого четного порядка (третья строка). При этом первое слагаемое $J_1 \cos 2\theta_i$ появляется из обменного взаимодействия внутри слоев и создает анизотропию ти-

па легкая ось x , поскольку обмен стремится увеличить $\langle S_i \rangle^2 = \cos^2 \theta_i$. Все остальные пропорциональные температуре слагаемые, напротив, уменьшают $\langle S_i \rangle$, выделяя ось x в качестве трудной.

Тем не менее при низких температурах, когда $\langle S_i \rangle \rightarrow \pm 1$, эти различия исчезают и формула (29) сводится к

$$F(T \rightarrow 0) = -\frac{1}{N} \sum_i \{ J_1 \cos(\theta_{i+1} - \theta_i) + J_2 \cos(\theta_{i+2} - \theta_i) + J_1 \cos 2\theta_i \} \quad (30)$$

с дополнительным условием $\cos \theta_i \rightarrow \pm 1$, что тождественно энергии (1) с $n_a = 2$ и $K \rightarrow \infty$. Поскольку для обеспечения ферромагнитного упорядочения внутри слоев в формуле (28) должно выполняться условие $J_1 > 0 \rightarrow x > 0$, обсуждаемая в работе [3] область значений параметров соответствует только правой половине рис. 2, и минимуму энергии могут соответствовать только состояния F или AF2 (соответственно FM и 1/4 в обозначениях [3]), см. (11). Учитывая, что в точке $-J_2/J_1 = 1/2$ при $n_a = 2$ не только энергии соседних фаз F и AF2 совпадают, но и избыточная энергия границы между ними равна нулю, получаем, что при таком соотношении параметров одинаковой энергией обладают любые структуры, содержащие перемежающиеся области этих фаз с произвольным числом слоев. При $T > 0$, однако, ограничение $\cos \theta_i = \pm 1$ снимается, уменьшается константа второго и возникают константы анизотропии высших порядков, см. (29). Это приводит к снятию вырождения в точке $-J_2/J_1 = 1/2$ и к стабилизации нового основного состояния в некоторой области вокруг нее. Ширина этой области растет с ростом температуры, а тип основного состояния в ней определяется конкуренцией высших констант анизотропии. При этом пропорциональное $\cos 4\theta$ слагаемое ничего нового по сравнению с $n_a = 2$ не дает, так как с ним связана единственная новая фаза 4-fold. Половина моментов слоев в этой фазе обращается в нуль, так что она обладает слишком высокой энергией по сравнению с F или AF2, и ее можно не принимать в расчет. Следовательно, главный новый вклад при возрастании температуры даст последнее, пропорциональное $\cos 6\theta$ слагаемое в третьей строке (29), которое стабилизирует фазу 6-fold (1/6 в работе [3]). Существенно, что с появлением этой фазы отличным от нуля оказывается вклад слагаемых во второй строке (29) и поведение системы при дальнейшем росте температуры определяется уже совместным действием этого обменного вклада и высших констант анизотропии.

Именно с этим связана форма фазовой диаграммы на рис. 6 в работе [3], которая напоминает смерч с тонким хоботом, втыкающимся на оси абсцисс ($T = 0$) в точку $-J_2/J_1 = 1/2$. Если по оси ординат откладывать $1/T$ вместо T , мы получим картинку, вполне аналогичную изображенной на рис. 3 вблизи точки $-J_2/J_1 = 1$. Чем ближе в последнем случае к единице отношение обменных интегралов, тем выше должна быть анизотропия, чтобы зафиксировать одну из фаз — 6-fold или AF2 — в качестве основного состояния. Отличие от модели ANNNI в том, что в этом случае основное состояние стабилизируется только анизотропией шестого порядка, а в ANNNI — целым набором дополнительных слагаемых разной симметрии. Поэтому нет оснований ожидать, что заполнение областей внутри смерча на фазовых диаграммах рис. 6 из работы [3] и рис. 3 в данной работе будет аналогичным.

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Здесь, по-видимому, осталось обсудить только возможности практического использования структуры, которая может возникать вблизи особых точек $|J_1| = \pm J_2$ при $n_a = 6$ и $|J_1| = \pm 2J_2$ при $n_a = 2, 4$. Кристалл или мультислой, в котором путем слабого внешнего воздействия можно менять относительный объем фаз с разным числом магнитных слоев в периоде, — это управляемая магнитная дифракционная решетка, и возможность ее создания кажется весьма привлекательной. По-видимому, однако, это связано со значительными техническими трудностями. В случае системы с анизотропией шестого порядка очень просто управлять магнитной структурой, поскольку в фазе AF2 одна из легких осей оказывается выделенной, в отличие от фаз 3-fold или 6-fold. Следовательно, менять относительные энергии фаз можно, например, за счет магнитоstriction, просто создавая в системе однородное растяжение или сжа-

тие. А вот создание магнетика с достаточно сильной гексагональной магнитной анизотропией может оказаться сложной задачей.

Напротив, создать слоистый магнетик с сильной одноосной анизотропией в плоскости слоя, по-видимому, не слишком сложно. Можно, видимо, и обеспечить в нем выполнение условия $J_1 = 2J_2 < 0$, при котором одинаковую энергию имеют фазы AFM и AF2, но не ясно, путем какого внешнего воздействия менять относительную энергию этих фаз. Тем не менее указать на возможность существования доменной структуры в спиральных магнетиках представляется необходимым.

Автор благодарен Н. В. Мушникову, В. Ю. Ирхину и В. В. Меньшенину за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-00272, 08-02-00904), Президиума РАН, а также в рамках интеграционного проекта УрО-СО РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **47**, 992 (1964).
2. Ю. А. Изюмов, *Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах*, Энергоиздат, Москва (1987).
3. P. Bak and J. von Boehm, Phys. Rev. B **21**, 5297 (1980).
4. T. A. Kaplan, Phys. Rev. **116**, 888 (1959).
5. E. V. Rosenfeld and N. V. Mushnikov, Physica B **403**, 1898 (2008).
6. J. J. Van der Broek and H. Zijlstra, IEEE Trans. Magn. Mag-7, 226 (1971).
7. V. L. Pokrovsky, J. Physique **42**, 761 (1981).