

# РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОЛЯРИТОНОВ И ПЛАЗМОНОВ У ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА С МЕТАЛЛОМ

*В. И. Альшиц\*, В. Н. Любимов*

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова Российской академии наук  
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 февраля 2010 г.

Теоретически предсказан резонанс, при котором плоская электромагнитная волна в оптически одноосном прозрачном кристалле, отражаясь от его металлизированной границы, создает у интерфейса волновое поле с интенсивностью, многократно превосходящей интенсивность падающей волны. В кристалле возбуждается мощный поляритон (объемный или поверхностный), а в металле — локализованный плазмон высокой амплитуды. Возникающие в кристалле поля по своей структуре близки к полям объемных поляритонов у границы с идеально проводящей поверхностью. Учет неидеальности металла выполнен в импедансном приближении Леонтовича. Найдены условия, при которых резонанс сопровождается полным преобразованием падающей волны в локализованный у интерфейса поляритон-плазмон. Такую совокупную волну можно рассматривать как собственную притекающую моду. Интенсивность волнового поля, локализованного у границы, в видимом диапазоне может в 10–15 раз превышать интенсивность падающей волны. При этом полуширина резонансного пика по углам падения составляет несколько градусов. В инфракрасном диапазоне коэффициент возбуждения может быть почти на порядок больше, а полуширина резонансного пика резко уменьшается, составляя примерно  $0.1^\circ$  при длине волны 5 мкм. Найдены условия резонансного возбуждения интенсивных объемных поляритонов, возникающих как отраженные моды, распространяющиеся под малым углом к границе. Исследуемые явления всецело обусловлены анизотропией кристалла.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Создание интенсивных электромагнитных полей — актуальная проблема, требующая как эффективных технических решений, так и поиска новых принципов и физических эффектов. К числу последних можно отнести исследуемое ниже явление возбуждения электромагнитных волн высокой амплитуды у металлизированной границы прозрачного кристалла. Возникновение таких полей обусловлено анизотропией кристалла и большой комплексной диэлектрической проницаемостью металла,  $\epsilon_m$ . В случае идеального металла формально полагают  $|\epsilon_m| \rightarrow \infty$ . В реальных металлах к такому пределу можно подойти в дальней инфракрасной области спектра. При этом волна совершенно не проникает в металл, а в кристалле на границе  $S$  с металлом долж-

но быть выполнено условие равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля [1]:

$$\mathbf{E}_t|_S = 0. \quad (1)$$

Волновое поле распространяющееся в кристалле объемной электромагнитной волны с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ ,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \mathbf{E}^0 \\ \mathbf{H}^0 \end{pmatrix} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)], \quad (2)$$

для каждого направления  $\mathbf{k}$  характеризуется определенной ориентацией поляризации, т. е. направлением нормированных векторных амплитуд  $\mathbf{E}^0$  и  $\mathbf{H}^0$  электрического и магнитного полей [1–3]. При падении на поверхность кристалла, покрытую идеальным металлом, волна полностью отражается от нее. Однако если поверхность  $S$  ортогональна вектору поляризации  $\mathbf{E}^0$  данной волны, то граничное условие (1) автоматически удовлетворяется, а вектор

---

\*E-mail: alshits@ns.crys.ras.ru

Пойнтинга  $\mathbf{P} \parallel \mathbf{E}^0 \times \mathbf{H}^0$  волны параллелен интерфейсу — возникает объемный поляритон. Эта ситуация описана как для оптически одноосных [4, 5], так и для двуосных [6] кристаллов. Такой поляритон можно рассматривать как предельный случай отражения при скользящем падении [5], когда волна, падающая на границу с металлом, распространяется параллельно границе, полностью совпадая с отраженной волной.

При небольших изменениях геометрических характеристик распространения и отказе от предположения об идеальности металла задача усложняется. С одной стороны, волна проникает в металл, образуя там сильнолокализованную компоненту — плазмон. С другой стороны, критерий (1) должен быть заменен на другое граничное условие, которое не может быть удовлетворено одиночной волной (2). Для этого требуются более сложные по своей структуре волновые суперпозиции. В кристалле они должны слагаться из измененного возмущением поля исходного объемного поляритона и примешивающихся полей волн других поляризаций. Последние возникают лишь в меру возмущения и поэтому слабы по сравнению с исходным волновым полем. При этом исходный поляритон становится либо отраженной (почти скользящей) объемной волной, либо локализованной у границы кристалла парциальной волной. Очевидно, что отношение интенсивности такой волны к интенсивностям других волн должно быть велико и тем больше, чем меньше возмущение. На этой основе можно сформировать волну накачки, которая, падая на границу раздела с металлом, возбудит в кристалле интенсивный объемный или поверхностный поляритон, близкий к исходной собственной моде.

Целью данной работы является конкретизация приведенных соображений для оптически одноосных кристаллов. Будут найдены условия, при которых отражение волны от границы кристалла с металлом носит резонансный характер. Покрытие кристалла слоем нормального металла, имеющего конечную, но большую комплексную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_m$ , влияет на параметры резонанса и оказывается на структуре возбуждаемого волнового поля. Электромагнитное поле, проникая в металл, с одной стороны, обеспечивает там резонансное возбуждение плазмона, а с другой — вызывает сопутствующую диссиацию энергии. При определенных углах падения в зоне резонанса происходит конверсия — волна накачки целиком преобразуется в поверхностный поляритон-плазмон значительно большей интенсивности, чем падающая волна. Отраженная волна при этом не возникает: нормальная компо-

нента падающего потока энергии полностью поглощается в металле.

## 2. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим произвольный оптически одноосный прозрачный кристалл с тензором диэлектрической проницаемости  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , который удобно задать в инвариантном виде [2]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_o \mathbf{I} + (\varepsilon_e - \varepsilon_o) \mathbf{c} \otimes \mathbf{c}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{c}$  — единичный вектор в направлении оптической оси кристалла,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица,  $\varepsilon_o$  и  $\varepsilon_e$  — положительные компоненты диэлектрической проницаемости кристалла,  $\otimes$  — знак диадного произведения. Для удобства будем использовать систему единиц, в которой компоненты  $\varepsilon_o$ ,  $\varepsilon_e$  безразмерны (в системе СИ их следует заменить отношениями  $\varepsilon_o/\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_e/\varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума).

В одноосных кристаллах различают ветви обычновенных (индексы « $o$ ») и необыкновенных (индексы « $e$ ») электромагнитных волн. Далее вместо волновых векторов  $\mathbf{k}_\alpha$  ( $\alpha = o, e$ ) удобно использовать безразмерные векторы рефракции  $\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{k}_\alpha/k_0$  (где  $k_0 = \omega/c$  и  $c$  — скорость света в вакууме). Эти векторы удовлетворяют простым уравнениям [2]:

$$\mathbf{n}_o^2 = \varepsilon_o, \quad \mathbf{n}_e \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{n}_e = \varepsilon_o \varepsilon_e. \quad (4)$$

При вещественных векторах  $\mathbf{n}_o$  и  $\mathbf{n}_e$  лучевые скорости (скорости распространения энергии) соответствующих объемных волн определяются выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_o &= \frac{c \mathbf{n}_o}{\varepsilon_o}, \\ \mathbf{u}_e &= \frac{c \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{n}_e}{\varepsilon_o \varepsilon_e} = \frac{c}{\varepsilon_e} [\mathbf{n}_e + (\gamma - 1)(\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{c}) \mathbf{c}], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\gamma = \varepsilon_e/\varepsilon_o$ . Из соотношений (5) видно, что в обычновенной волне транспорт энергии происходит строго вдоль вектора рефракции, а в необыкновенной волне — вообще говоря, нет. Ориентации векторных амплитуд электрических и магнитных полей в рассматриваемых волнах определяются формулами [2]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_o^0 &\parallel \mathbf{n}_o \times \mathbf{c}, \quad \mathbf{E}_e^0 \parallel \mathbf{n}_e(\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{c}) - \varepsilon_o \mathbf{c}, \\ \mathbf{H}_\alpha^0 &= \mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{E}_\alpha^0, \quad \alpha = o, e. \end{aligned} \quad (6)$$

Выберем декартову систему координат, связанную с геометрией распространения волн в рассматриваемой задаче. Направим ось  $x$  вдоль единичного

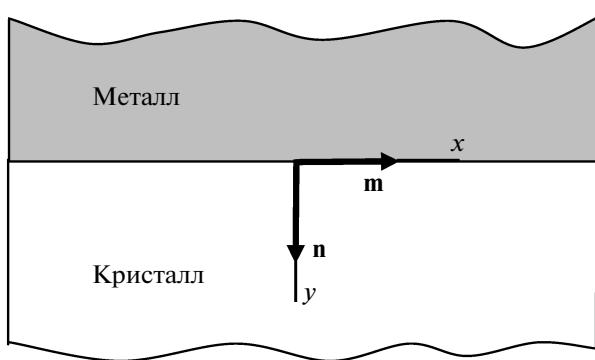


Рис. 1. Схема рассматриваемой структуры и выбор системы координат

вектора  $\mathbf{m}$ , лежащего на пересечении поверхности кристалла и плоскости падения, а ось  $y$  — вдоль единичной внутренней нормали  $\mathbf{n}$  к этой границе (рис. 1). Тогда поверхность кристалла совпадает с координатной плоскостью  $xz$ , а плоскость падения — с плоскостью  $xy$ .

В выбранной системе координат при идеально проводящем покрытии поверхности кристалла граничное условие (1) принимает вид

$$E_1|_{y=0} = 0, \quad E_3|_{y=0} = 0. \quad (7)$$

При замене идеально проводящего покрытия нормальным металлическим вместо соотношения (1) удобно использовать более общее (но тоже приближенное) граничное условие Леонтьевича [1, 7, 8]

$$(\mathbf{E}_t + \zeta \mathbf{H}_t \times \mathbf{n})_S = 0, \quad (8)$$

где  $\mathbf{E}_t$  и  $\mathbf{H}_t$  — тангенциальные компоненты векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Влияние металла учитывает малый параметр  $\zeta = \zeta(\omega)$  — поверхностный импеданс, связанный с комплексной диэлектрической проницаемостью металла  $\epsilon_m$  соотношением

$$\zeta(\omega) = \zeta' + i\zeta'' \equiv 1/\sqrt{\epsilon_m(\omega)}, \quad (9)$$

$$\zeta' > 0, \quad \zeta'' < 0, \quad |\zeta| \ll 1.$$

Приведенные знаки компонент  $\zeta'$  и  $\zeta''$  определены условиями диссипации энергии внутри металла [1]; магнитная проницаемость металла считается единицей.

При учете неидеальности металла в приближении Леонтьевича (8) граничные условия (7) дополняются членами, линейными по импедансу  $\zeta$ :

$$(E_1 - \zeta H_3)|_{y=0} = 0, \quad (E_3 + \zeta H_1)|_{y=0} = 0. \quad (10)$$

Таблица 1. Значения компонент поверхностного импеданса  $\zeta = \zeta' + i\zeta''$  для алюминия в видимой и инфракрасной областях при комнатной температуре на основе данных работы [9] ( $\lambda_0$  — длина волны в вакууме)

$\lambda_0$ , мкм	$\zeta'$	$-\zeta''$
0.40	0.0229	0.267
0.45	0.0246	0.244
0.50	0.0234	0.215
0.55	0.0236	0.197
0.60	0.0253	0.180
0.65	0.0268	0.163
0.70	0.0296	0.150
0.75	0.0316	0.142
0.80	0.0353	0.136
0.85	0.0373	0.135
0.90	0.0330	0.135
0.95	0.0259	0.133
1.00	0.0199	0.129
1.10	0.0121	0.119
1.20	0.0092	0.108
1.50	0.0077	0.082
2.00	0.0067	0.061
2.50	0.0060	0.050
3.0	0.0057	0.042
4.0	0.0052	0.032
5.0	0.0046	0.026

Уравнения (8), (10) отличаются от точного граничного условия лишь членами порядка  $\zeta^3$  [7, 8]. Как видно из табл. 1, построенной для алюминия по данным работы [9], вещественная компонента импеданса  $\zeta'$ , характеризующая диссипацию энергии, примерно на порядок меньше мнимой компоненты  $|\zeta''|$ . При переходе от видимого диапазона к инфракрасному обе компоненты  $\zeta$  заметно уменьшаются, что увеличивает точность анализа, проводимого на основе граничных условий Леонтьевича.

### 3. ОБЪЕМНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ИМ ПОЛЯ В КРИСТАЛЛЕ НА ГРАНИЦЕ С ИДЕАЛЬНЫМ МЕТАЛЛОМ

Объемные поляритоны в кристалле, граничащем с идеальным проводником ( $\zeta = 0$ ), представляют интерес как основа для нулевого приближения при анализе рассматриваемой проблемы. Конкретизируем далее характеристики этих поляритонов в оптически одноосных кристаллах.

Векторы  $\mathbf{E}_o^0$  и  $\mathbf{E}_e^0$  в выражениях (6) задают направления нормалей к поверхностям, на которых объемные поляритоны обыкновенной и необыкновенной ветвей в данном кристалле удовлетворяют граничным условиям (1), (7). Для существования поляритонов обыкновенной ветви поверхность  $xz$  кристалла должна быть выбрана параллельной направлению оптической оси  $\mathbf{c}$ . При этом вектор рефракции  $\mathbf{n}_o$  лежит на пересечении граничной и сагиттальной плоскостей, т. е. параллелен вектору  $\mathbf{m}$ , задающему направление оси  $x$ :

$$\mathbf{n}_o = (1, 0, 0)\hat{n}_o, \quad \hat{n}_o = \sqrt{\varepsilon_o}, \quad \mathbf{c} = (c_1, 0, c_3). \quad (11)$$

Для существования необыкновенных поляритонов угол между оптической осью и поверхностью может быть любым, зато сагиттальная плоскость  $xy$  должна быть выбрана параллельной оптической оси. В отличие от векторов  $\mathbf{n}_o$  (11), ориентация векторов рефракции данных поляритонов в плоскости  $xy$  оказывается зависящей от направления  $\mathbf{c}$ :

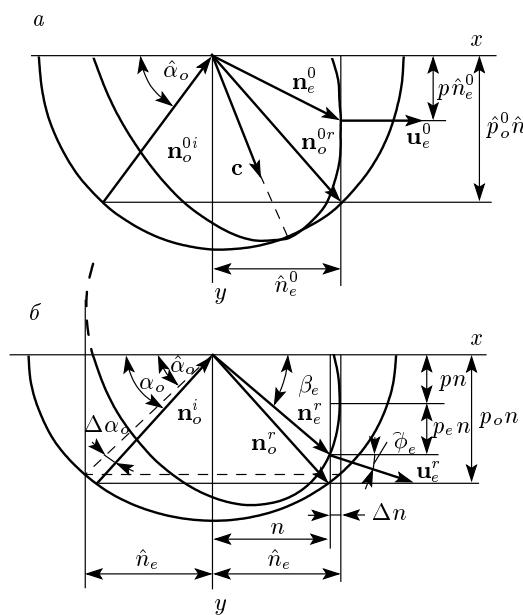
$$\begin{aligned} \mathbf{n}_e^0 &= (1, p, 0)\hat{n}_e^0, \quad \hat{n}_e^0 = \hat{n}_o\sqrt{1 + (\gamma - 1)c_2^2}, \\ p &= (1 - \gamma)c_1c_2(\hat{n}_o/\hat{n}_e^0)^2, \quad \mathbf{c} = (c_1, c_2, 0). \end{aligned} \quad (12)$$

Верхний индекс в величинах  $\mathbf{n}_e^0$  и  $\hat{n}_e^0$  относит их к выделенной сагиттальной плоскости  $xy$ , проходящей через оптическую ось, когда  $c_3 = 0$  (параметр  $\hat{n}_o \equiv \hat{n}_o^0$  остается неизменным в любой плоскости ввиду сферичности полости рефракции обыкновенных волн).

Несмотря на существенное различие параметров поляритонов двух ветвей, (11) и (12), их векторы поляризации и лучевые скорости записываются единообразно:

$$\begin{aligned} \left( \begin{array}{c} \mathbf{E}_\alpha^0 \\ \mathbf{H}_\alpha^0 \end{array} \right) &= \left( \begin{array}{c} (0, 1, 0)/\hat{n}_\alpha^0 \\ (0, 0, 1) \end{array} \right), \\ \mathbf{u}_\alpha^0 &= \left( \frac{c}{\hat{n}_\alpha^0} \right) \mathbf{m}, \quad \alpha = o, e. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь и далее нормировку векторов поляризации выбираем из условия  $|\mathbf{H}_\alpha^0| = 1$ . Таким образом, как



**Рис. 2.** Волновые характеристики отражений в оптически отрицательном кристалле: при отсутствии возмущения  $c_3 = 0$  (а) и при возмущении  $c_3 \neq 0$  (б). Векторы рефракции показаны вместе с сечениями полостей рефракции плоскостью падения  $xy$

электрические, так и магнитные поля особых объемных поляритонов обоих типов ориентированы одинаково. Именно поэтому их векторы Пойнтинга (а значит, и лучевые скорости) параллельны друг другу:  $\mathbf{u}_\alpha^0 \parallel \mathbf{P}_\alpha \parallel \mathbf{E}_\alpha^0 \times \mathbf{H}_\alpha^0 \parallel \mathbf{m}$ , несмотря на различие общих выражений (5). Согласно работе [6], коллинеарность векторов  $\mathbf{P}_\alpha$  и  $\mathbf{m}$  для объемных поляритонов сохраняется и в более общем случае оптически двусосных кристаллов при идеально проводящем покрытии их поверхности.

Как известно, векторы Пойнтинга  $\mathbf{P}_\alpha$  объемных поляритонов в кристалле направлены по нормали к соответствующей полости рефракции. Будучи обязательно параллельными поверхности кристалла, они должны отвечать предельным (максимально возможным)  $x$ -компонентам  $\hat{n}_o$  и  $\hat{n}_e^0$  векторов рефракции (рис. 2а). Поэтому такие волны иногда называют предельными. Конечно, условие параллельности вектора  $\mathbf{P}_\alpha$  границе кристалла не обеспечивает автоматически удовлетворение граничных условий (1).

Рассмотренные выше объемные поляритоны двух ветвей независимы друг от друга и могут существовать как в положительных ( $\gamma = \varepsilon_e/\varepsilon_o > 1$ ), так и в отрицательных ( $\gamma < 1$ ) кристаллах. Однако интересующий нас резонанс отражения возможен только в том случае, когда при фиксированной

$x$ -компоненте вектора рефракции рассматриваемой предельной волны существует чистое отражение в сопряженной ветви. Согласно работе [5], для объемного поляритона необыкновенной ветви такая ситуация может реализоваться только в оптически отрицательных кристаллах, когда полость рефракции необыкновенных волн является внутренней (рис. 2a). Аналогично, объемному поляритону обыкновенной ветви сопутствует чистое отражение в необыкновенной ветви только в оптически положительных кристаллах.

В частности, в показанном на рис. 2a сечении  $c_3 = 0$  поверхности рефракции оптически отрицательного кристалла ( $\gamma < 1$ ) при  $n_x = \hat{n}_e^0$  одновременно реализуются два независимых волновых решения: объемная волна необыкновенной ветви,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_e(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}_e(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = C_e \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^0 \\ \mathbf{H}_e^0 \end{pmatrix} \times \exp[ik_0(\mathbf{n}_e^0 \cdot \mathbf{r} - ct)], \quad (14)$$

и чистое отражение в обыкновенной ветви,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}_o(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \left\{ C_o^i \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{0i} \\ \mathbf{H}_o^{0i} \end{pmatrix} \exp(-ik_0 \hat{n}_e^0 \hat{p}_o^0 y) + C_o^r \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{0r} \\ \mathbf{H}_o^{0r} \end{pmatrix} \exp(ik_0 \hat{n}_e^0 \hat{p}_o^0 y) \right\} \times \exp[ik_0(\hat{n}_e^0 x - ct)]. \quad (15)$$

Здесь  $C_\alpha^{i,r}$  — скалярные амплитуды парциальных волн, индексы « $i$ » и « $r$ » относятся соответственно к падающей и отраженной волнам. Параметры объемной волны (14) заданы выражениями (12), (13), а волновые характеристики отражения (15) нетрудно найти, используя результаты работы [5]:

$$\mathbf{n}_o^{0i,r} = (1, \mp \hat{p}_o^0, 0) \hat{n}_e^0, \quad \hat{p}_o^0 = |c_2|(\hat{n}_o/\hat{n}_e^0)\sqrt{1-\gamma}, \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{0i,r} \\ \mathbf{H}_o^{0i,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0, 0, 1) \\ (\mp \hat{p}_o^0, -1, 0) \hat{n}_e^0 \end{pmatrix} \frac{1}{\hat{n}_o}. \quad (17)$$

Как видно из (16),  $y$ -компоненты векторов рефракции  $\mathbf{n}_o^{i,r}$  остаются вещественными лишь при  $\gamma < 1$ , т. е. чистое отражение обыкновенных волн, сопутствующее особой объемной волне (14), действительно возможно только в оптически отрицательных кристаллах.

Аналогично параметры чистого отражения необыкновенных волн, существующего при  $c_2 = 0$  с объемным поляритоном обыкновенной ветви (11), (13), задаются формулами

$$\mathbf{n}_e^{0i,r} = (1, \mp \hat{p}_e^0, 0) \hat{n}_o, \quad \hat{p}_e^0 = |c_3|\sqrt{\gamma - 1}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{0i,r} \\ \mathbf{H}_e^{0i,r} \end{pmatrix} &= \\ &= \begin{pmatrix} (0, \pm \hat{p}_e^0 c_1/c_3, 1) \\ (\mp \hat{p}_e^0, -1, \pm \hat{p}_e^0 c_1/c_3) \hat{n}_o \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_e}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Как видно из (18), теперь векторы рефракции падающей и отраженной волн остаются вещественными лишь в положительных кристаллах, где  $\gamma > 1$ .

Выше рассматривалась специальная геометрия распространения —  $c_3 = 0$  или  $c_2 = 0$ . Именно поэтому объемный поляритон и чистое отражение, имеющие одинаковые  $x$ -компоненты векторов рефракции, оказывались независимыми друг от друга. Очевидно, что при малом возмущении геометрии задачи, когда оптическая ось выйдет из сагиттальной плоскости или из плоскости границы, такое распадение исчезнет. Как мы увидим, новое совокупное волновое поле может быть составлено из таких суперпозиций парциальных волн, в которых амплитуда одной из них, близкой по своей структуре к полю исходного объемного поляритона, значительно превышает амплитуды других.

#### 4. АНОМАЛИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ

В этом разделе будут подробно рассмотрены особенности резонансного возбуждения необыкновенного поляритона в оптически отрицательном кристалле и сопутствующего плазмона в металле с помощью падающей обыкновенной волны накачки. Аналогичные результаты для оптически положительного кристалла приведены ниже в разд. 5.

##### 4.1. Структура волновых полей в кристалле

Считая, что  $\zeta \neq 0$ , немного изменим геометрию распространения, в которой объемный необыкновенный поляритон (14) существовал с независимым чистым отражением в обыкновенной ветви поляризаций (15). Отклоним плоскость падения от направления оптической оси  $\mathbf{c}$  на малый угол  $\theta$  (см. ниже рис. 9б). При этом, конечно, изменится и ориентация поверхности, а также связанная с геометрией распространения система координат, в которой теперь

$$\mathbf{c} = (c_1, c_2, \hat{c}_3), \quad (20)$$

где  $\hat{c}_3 = \sin \theta$  (дуга над параметром указывает на его малость:  $|\hat{c}_3| \ll 1$ ). При  $\hat{c}_3 \neq 0$  в сечении поверхности рефракции новой плоскостью падения  $xy$  на

рис. 2б, естественно, уже не видно касания полостей, в отличие от невозмущенной картины на рис. 2а.

Возмущенное выражение для предельного параметра  $\hat{n}_e$  дается точной формулой [5]

$$\hat{n}_e = \hat{n}_o \sqrt{\frac{1 + c_2^2(\gamma - 1)}{1 + c_3^2(1/\gamma - 1)}}. \quad (21)$$

Этому параметру  $\hat{n}_e$  отвечает измененный возмущением предельный вектор рефракции:

$$\hat{\mathbf{n}}_o^i = (1, -\hat{p}_o, 0)\hat{n}_e. \quad (22)$$

Варьируя вблизи этого вектора направление распространения падающей обыкновенной волны с вектором рефракции  $\mathbf{n}_o^i$ , последний удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_o^i &= (1, -p_o, 0)n, \\ p_o &= \hat{p}_o + \Delta p_o, \quad n = \hat{n}_e + \Delta n. \end{aligned} \quad (23)$$

Иными словами, угол падения  $\alpha_o = \arctg p_o$  (рис. 2б) данной волны становится свободным параметром, близким к предельному углу  $\hat{\alpha}_o = \arctg \hat{p}_o$ , где  $\hat{p}_o$  задается точной формулой

$$\hat{p}_o^2 = \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \frac{\gamma c_2^2 + c_3^2}{c_1^2 + \gamma c_2^2 + c_3^2}. \quad (24)$$

Учитывая, что для обыкновенных волн справедливы соотношения [5]

$$p_o^2 = \frac{\varepsilon_o}{n^2} - 1, \quad \Delta p_o \approx -\frac{\varepsilon_o}{(\hat{n}_e^0)^3} \Delta n, \quad (25)$$

нетрудно найти связь между  $\Delta n$  и  $\Delta \alpha_o = \alpha_o - \hat{\alpha}_o$ :

$$\Delta n \approx -\hat{n}_e^0 \hat{p}_o^0 \Delta \alpha_o, \quad (26)$$

где  $\hat{n}_e^0$  и  $\hat{p}_o^0$  — невозмущенные предельные параметры, заданные выражениями (12) и (16).

Структура волнового поля рассматриваемого отражения определяется суперпозицией трех парциальных волн:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} &= \left\{ C_o^i \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^i(y) \\ \mathbf{H}_o^i(y) \end{pmatrix} + C_o^r \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^r(y) \\ \mathbf{H}_o^r(y) \end{pmatrix} + \right. \\ &\quad \left. + C_e^r \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^r(y) \\ \mathbf{H}_e^r(y) \end{pmatrix} \right\} \exp[ik_0(nx - ct)], \end{aligned} \quad (27)$$

где зависимости векторных амплитуд от координаты  $y$  имеют вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{i,r}(y) \\ \mathbf{H}_o^{i,r}(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{0i,r} \\ \mathbf{H}_o^{0i,r} \end{pmatrix} \exp(\mp ik_0 p_o n y), \quad (28)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^r(y) \\ \mathbf{H}_e^r(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{0r} \\ \mathbf{H}_e^{0r} \end{pmatrix} \exp(ik_0(p + p_e)ny). \quad (29)$$

В (28), (29) направления возмущенных векторов поляризации, отмеченных верхним индексом «0», заданы формулами (6) (не следует путать их с формулами (17), (19) нулевого приближения). Конкретизация параметров  $p_o$  в (28) и  $p$  в (29) дает выражения

$$p_o \approx \hat{p}_o + \frac{\varepsilon_o}{(\hat{n}_e^0)^2} \Delta \alpha_o, \quad p = \frac{(1 - \gamma)c_1 c_2}{1 + (\gamma - 1)c_2^2}, \quad (30)$$

где формула для  $p$  является точной. Параметр  $p_e$  находится с помощью работы [5]:

$$\begin{aligned} p_e &= p_e(\Delta \alpha_o) = \sqrt{\frac{\varepsilon_o \varepsilon_e}{(\hat{n}_e^0)^2}} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{\hat{n}_e^2} \right) \approx \\ &\approx \frac{\sqrt{2\hat{p}_o^0 \varepsilon_o \varepsilon_e}}{(\hat{n}_e^0)^2} \begin{cases} \sqrt{\Delta \alpha_o}, & \Delta \alpha_o \geq 0, \\ i\sqrt{-\Delta \alpha_o}, & \Delta \alpha_o < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

Как и следовало ожидать, варьирование угла падения вблизи предельного положения  $\hat{\alpha}_o$  приводит к трансформации необыкновенной парциальной волны из объемной отраженной при  $\Delta \alpha_o \geq 0$  в сопутствующую локализованную при  $\Delta \alpha_o < 0$ . Впрочем, при достаточно малых  $|\Delta \alpha_o|$  в (31), когда  $|p_e| \ll 1$ , в первом случае отражение получается почти скользящим, а во втором случае локализованная мода должна быть глубоко проникающей (квазиобъемной). Таким образом, в обоих случаях необыкновенная волна остается слабовозмущенным исходным объемным поляритоном (12), (13).

#### 4.2. Коэффициенты отражения и коэффициент возбуждения поляритон-плазмона

Подставляя выражения (27)–(29) в граничные условия (8), (10), отвечающие конечному импедансу  $\zeta \neq 0$ , приходим к системе уравнений, задающей связь между всеми амплитудными коэффициентами  $C_o^{i,r}$  и  $C_e^r$  парциальных волн в (27):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a - b & 0 \\ a + b & \delta \kappa_o \gamma \hat{n}_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_e^r \\ C_o^r \end{pmatrix} &= \\ &= \begin{pmatrix} \delta \kappa_o \gamma \hat{n}_o \\ 0 \end{pmatrix} C_o^i. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a &= -\sqrt{\kappa_o \gamma \Delta \alpha_o} - \zeta, \quad b = \delta^2 \kappa_o \hat{n}_e^0 / 2, \\ \kappa_o &= 2\hat{p}_o^0 (\hat{n}_e^0 / \varepsilon_e)^2, \quad \delta = c_3 / c_2. \end{aligned} \quad (33)$$

При заданных материальных характеристиках системы  $(\varepsilon_o, \varepsilon_e, \zeta)$  амплитудные коэффициенты отражения оказываются функциями двух регулируемых параметров: возмущения сагиттальной плоскости,  $\delta$ , и отклонения угла падения,  $\Delta\alpha_o$ . Из уравнения (32) вытекают следующие выражения:

$$\begin{aligned} r_{eo}(\delta, \Delta\alpha_o) &\equiv \frac{C_e^r}{C_o^i} = \frac{\delta\kappa_o\gamma\hat{n}_o}{a-b} = \\ &= -\frac{\delta\kappa_o\gamma\hat{n}_o}{\delta^2\kappa_o\hat{n}_e^0/2 + \sqrt{\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o} + \zeta}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} r_{oo}(\delta^2, \Delta\alpha_o) &\equiv \frac{C_o^r}{C_o^i} = -\frac{a+b}{a-b} = \\ &= \frac{\delta^2\kappa_o\hat{n}_e^0/2 - \sqrt{\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o} - \zeta}{\delta^2\kappa_o\hat{n}_e^0/2 + \sqrt{\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o} + \zeta}, \end{aligned} \quad (35)$$

которые справедливы для обоих знаков величины  $\Delta\alpha_o$ , однако при  $\Delta\alpha_o < 0$ , как и в (31), естественно произвести замену  $\sqrt{\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o} \rightarrow i\sqrt{-\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o}$ . Ниже мы увидим, что в областях  $\Delta\alpha_o \geq 0$  и  $\Delta\alpha_o < 0$  коэффициенты отражения ведут себя совершенно по-разному.

И числители, и знаменатели в функциях (34) и (35) — комбинации малых величин, и даже небольшие их вариации могут приводить к большим изменениям самих функций. Это и обуславливает резонансные свойства рассматриваемых отражений — резкое увеличение или, наоборот, уменьшение относительной интенсивности парциальных волн в суперпозиции (27) при соответствующих сочетаниях малых параметров  $\Delta\alpha_o$ ,  $\delta$  и  $\zeta$ .

Введем в качестве меры эффективности резонанса коэффициент возбуждения необыкновенного поляритона как отношение модулей векторов Пойнтинга:

$$K_{eo} = \left| \frac{\mathbf{P}_e^r}{\mathbf{P}_o^i} \right|_{y=0}. \quad (36)$$

Входящие в (36) потоки энергии  $\mathbf{P}_o^i$  и  $\mathbf{P}_e^r$  связаны с плотностями энергии  $w_o^i$  и  $w_e^r$  соответствующих волн следующими выражениями:

$$\begin{aligned} |\mathbf{P}_o^i| &= w_o^i|\mathbf{u}_o^i| = w_o^i c / \hat{n}_o, \\ |\mathbf{P}_e^r| &= w_e^r|\mathbf{u}_e^r| = w_e^r c / \hat{n}_e^0. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь  $\mathbf{u}_o^i$  и  $\mathbf{u}_e^r$  — групповые скорости (5), которые в области пика можно вычислять в нулевом приближении; кроме того, по определению имеем

$$\begin{aligned} w_o^i &= \frac{1}{8\pi}|\mathbf{H}_o^i|^2 = \frac{1}{8\pi}|\mathbf{H}_o^0 C_o^i|^2 = \frac{1}{8\pi}|C_o^i|^2, \\ w_e^r &= \frac{1}{8\pi}|C_e^r|^2. \end{aligned} \quad (38)$$

С учетом этих соотношений, а также уравнения (34) получаем

$$K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o) = \frac{\hat{n}_o}{\hat{n}_e^0} |r_{eo}(\delta, \Delta\alpha_o)|^2. \quad (39)$$

Рисунок 3 демонстрирует в трехмерном представлении пик коэффициента возбуждения необыкновенного поляритона  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  и «провал» величины  $|r_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)|^2$  при одном и том же сочетании управляющих параметров  $\delta^2$  и  $\Delta\alpha_o$  для кристалла селитры с алюминиевым покрытием при длине волны в вакууме  $\lambda_0 = 0.85$  мкм. Ниже эти характеристики резонанса будут исследованы более подробно.

Покажем, что коэффициент  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  одновременно характеризует и возбуждение в металле сопутствующего поверхностного плазмона ( $y < 0$ ), поле которого имеет вид

$$\begin{aligned} \left( \begin{array}{c} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \end{array} \right) &= \\ &= \left\{ C_{TM} \left( \begin{array}{c} \mathbf{E}_{TM}^0 \\ \mathbf{H}_{TM}^0 \end{array} \right) + C_{TE} \left( \begin{array}{c} \mathbf{E}_{TE}^0 \\ \mathbf{H}_{TE}^0 \end{array} \right) \right\} \times \\ &\quad \times \exp \{ik_0 [n(x - p_m y) - ct]\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь индекс « $TM$ » отмечает слагаемое поляризации, в котором поле  $\mathbf{H}_{TM}^0$  параллельно оси  $z$ , а индекс « $TE$ » — слагаемое, в котором поле  $\mathbf{E}_{TE}^0$  параллельно оси  $z$ . Комплексный параметр

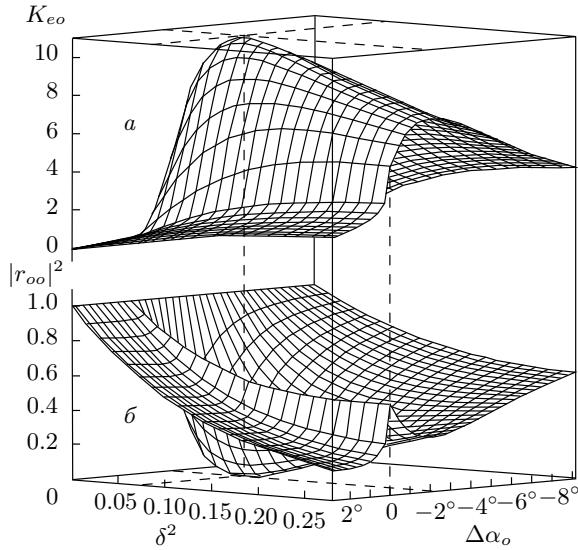
$$p_m = p_m' + ip_m'' = \frac{1}{\zeta\hat{n}_e^0} = \frac{\zeta' - i\zeta''}{|\zeta|^2\hat{n}_e^0} \quad (41)$$

определяет глубину  $d_m$  проникновения плазмона (40) в металл,

$$d_m \approx \frac{1}{k_0\hat{n}_e^0 p_m''} = \frac{\lambda_0}{2\pi\hat{n}_e^0 p_m''} \approx \frac{\lambda_0|\zeta''|}{2\pi}, \quad (42)$$

на которой (по определению) его амплитуда ослабляется в  $e$  раз.

В нулевом приближении (при  $c_3 \approx 0$  и  $\zeta \approx 0$ ) поляризация возбуждаемого необыкновенного поляритона (13) близка к  $TM$ -типу, а поляризации падающей и отраженной обыкновенных волн (17) — к  $TE$ -типу. При этом соотношение амплитуд рассматриваемых компонент в резонансе, характеризуемое коэффициентом возбуждения  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$ , показывает, что преобладающей поляризацией всей волновой суперпозиции является  $TM$ -поляризация: поле  $\mathbf{H}^0$  параллельно оси  $z$ . Поскольку на границе раздела тангенциальные компоненты  $\mathbf{H}_t$  должны быть непрерывны [1], амплитуды плазмона  $C_{TM}$



**Рис. 3.** Поверхности  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  (а) и  $|r_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)|^2$  (б) для кристалла селитры с алюминиевым покрытием при  $\lambda_0 = 0.85$  мкм, когда  $K_{eo}^{max} = 10.8$ ,  $\Delta\alpha_o^{max} = -2.1^\circ$  и  $\delta_{max}^2 = 0.078$

и  $C_{TE}$  могут быть оценены как  $C_{TM} \approx C_e$  и  $|C_{TE}| \ll |C_{TM}|$ . Учитывая эти соотношения и условие нормировки  $|\mathbf{H}_{TM}^0| = |\mathbf{H}_e^0| = 1$ , в рассматриваемом приближении получаем

$$\left| \frac{C_{TM}}{C_o^i} \right|^2 \approx \left| \frac{C_e}{C_o^i} \right|^2 = |r_{eo}(\delta, \Delta\alpha_o)|^2. \quad (43)$$

Таким образом, величина  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  (39) описывает резонансное возбуждение как поляритона (поверхностного или объемного), так и локализованного плазмона.

#### 4.3. Резонансное возбуждение поверхности поляритона ( $\Delta\alpha_o < 0$ )

При  $\Delta\alpha_o < 0$ , когда волна накачки обыкновенной ветви падает на границу кристалла под углом  $\alpha_o < \hat{\alpha}_o$ , происходит возбуждение поверхностного поляритона необыкновенной ветви. В этом случае формулы (34), (39) дают

$$K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o) = \frac{(\delta\kappa_o\varepsilon_e)^2/n_o\hat{n}_e^0}{(\delta^2\kappa_o\hat{n}_e^0/2 + \zeta')^2 + (\sqrt{-\kappa_o\gamma\Delta\alpha_o} - |\zeta''|)^2}. \quad (44)$$

Как функция отклонения угла падения  $\Delta\alpha_o$  это выражение имеет очевидный максимум при

$$\Delta\alpha_o^{max} = -|\zeta''|^2/\kappa_o\gamma. \quad (45)$$

При фиксированном значении  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  коэффициент возбуждения остается функцией параметра  $\delta^2$ ,

$$K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o^{max}) = \frac{(\delta\kappa_o\varepsilon_e)^2/n_o\hat{n}_e^0}{(\delta^2\kappa_o\hat{n}_e^0/2 + \zeta')^2}, \quad (46)$$

которая тоже имеет максимум при надлежащем выборе величины  $\delta \equiv \hat{c}_3/c_2$ :

$$\delta_{max}^2 = 2\zeta'/\kappa_o\hat{n}_e^0. \quad (47)$$

Подставляя выражение (47) в (46), находим абсолютный максимум коэффициента возбуждения

$$K_{eo}^{max} = K_{eo}(\delta_{max}^2, \Delta\alpha_o^{max}) = \frac{\kappa_o\gamma\varepsilon_e\hat{n}_o}{2(\hat{n}_e^0)^2\zeta'} = \frac{\hat{p}_o^0}{n_o\zeta'} \quad (48)$$

обратно пропорциональный малому параметру  $\zeta'$ , что обеспечивает эффективность резонанса, особенно с уходом в инфракрасную область. В соответствии с (16), (12) числитель в выражении (48) имеет вид

$$\hat{p}_o^0 = \frac{|c_2|\sqrt{1-\gamma}}{\sqrt{1-(1-\gamma)c_2^2}}. \quad (49)$$

Отсюда видно, что коэффициент  $K_{eo}^{max}$  можно дополнительно увеличить, выбирая кристалл с высоким фактором анизотропии  $(1-\gamma)$ , а также ориентацию оптической оси в плоскости  $yz$  ( $c_1 = 0$ ), отвечающую максимально возможной компоненте  $|c_2| = 1$ . В результате получаем  $\hat{p}_o^0 = \sqrt{1/\gamma - 1}$ , а вместо (48) имеем оптимизированное значение

$$K_{eo}^{max} = \frac{1}{\zeta'} \sqrt{\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_e}{\varepsilon_o\varepsilon_e}}. \quad (50)$$

Ниже во всех численных оценках и на рисунках будет предполагаться, что  $c_1 = 0$ .

В терминах отношений  $K_{eo}/K_{eo}^{max}$ ,  $\delta^2/\delta_{max}^2$  и  $\Delta\alpha_o/\Delta\alpha_o^{max}$  сечения трехмерного пика (44) при фиксированном значении параметров  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  (45) или  $\delta^2 = \delta_{max}^2$  (47) имеют вид

$$K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o^{max}) = \frac{4\delta^2/\delta_{max}^2}{(\delta^2/\delta_{max}^2 + 1)^2} K_{eo}^{max},$$

$$K_{eo}(\delta_{max}^2, \Delta\alpha_o) = \frac{K_{eo}^{max}}{\left( \frac{\sqrt{\Delta\alpha_o/\Delta\alpha_o^{max}} - 1}{2\zeta'/\zeta''} \right)^2 + 1}. \quad (51)$$

Как видно из рис. 4а (линия 1), сечение пика при  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  быстро выходит на максимум, а затем

**Таблица 2.** Параметры возбуждаемых поляритонов в оптически отрицательном кристалле селитры с алюминиевым покрытием при различных длинах волн ( $c_1 = 0$  — оптическая ось лежит в плоскости  $xz$ ,  $\hat{\alpha}_o = 32.5^\circ$ )

	$\lambda_0$ , мкм	0.4	0.6	0.85	1.2	2.5	5.0
Поверхностный поляритон (притекающая мода) $\Delta\alpha_o^{max} < 0$	$K_{eo}^{max}$	17.6	15.9	10.8	43.8	67.1	87.5
	$(\Delta\alpha_o)_{1/2}$	$5.5^\circ$	$4.1^\circ$	$4.5^\circ$	$0.9^\circ$	$0.3^\circ$	$0.11^\circ$
	$d_e$ , мкм	0.090	0.225	0.399	0.719	3.18	12.4
	$-\Delta\alpha_o^{max}$	$8.0^\circ$	$3.6^\circ$	$2.1^\circ$	$1.3^\circ$	$0.3^\circ$	$0.08^\circ$
	$\delta_{max}^2$	0.048	0.053	0.078	0.019	0.013	0.010
	$\theta_{max}$	$12^\circ$	$13^\circ$	$16^\circ$	$7.8^\circ$	$6.5^\circ$	$5.7^\circ$
	$\psi_o$	$15^\circ$	$15^\circ$	$18^\circ$	$9.3^\circ$	$7.7^\circ$	$6.8^\circ$
Объемный поляритон $\Delta\alpha_o^{max} = 0$	$\bar{K}_{eo}^{max}$	2.7	3.9	4.6	6.9	14.4	26.3
	$\bar{\delta}_{max}^2$	0.56	0.38	0.28	0.23	0.11	0.05
	$\bar{\theta}_{max}$	$37^\circ$	$32^\circ$	$28^\circ$	$26^\circ$	$18^\circ$	$13^\circ$
Плазмон	$d_m$ , мкм	0.017	0.017	0.018	0.021	0.020	0.021

медленно убывает с ростом параметра  $\delta^2$ . Это, конечно, благоприятно для приложений, но ограничивает (по крайней мере, в видимом диапазоне) применимость приближения, основанного на неравенстве  $\delta^2 \ll 1$ . Полуширина этого пика равна

$$(\Delta\delta^2)_{1/2} = 4\sqrt{2}\delta_{max}^2 = 8\sqrt{2}\zeta'/\kappa_o\hat{n}_e^0. \quad (52)$$

С удалением от сечения  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  координата максимума и полуширина пика по  $\delta^2$  заметно увеличиваются, что хорошо видно на трехмерном изображении пика на рис. 3.

Другое сечение того же пика (при  $\delta^2 = \delta_{max}^2$ ) показано на рис. 4б (линия 1). Как видно из (51), его полуширина равна

$$(-\Delta\alpha_o)_{1/2} = \frac{8\zeta'}{|\zeta''|}|\Delta\alpha_o^{max}| = \frac{8\zeta'|\zeta''|}{\kappa_o\gamma}. \quad (53)$$

Эта величина по сравнению с (52) содержит дополнительный малый параметр  $|\zeta''|$ , что объясняет относительную узость рассматриваемого сечения пика в области  $|\Delta\alpha_o| \ll 1$ .

Глубина  $d_e$  проникновения поляритона в кристалл лимитируется параметром  $p_e$  и, в соответствии с (31), зависит от угла  $\Delta\alpha_o$ . В точке максимума  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  (45) она равна

$$d_e = \frac{\lambda_0(\hat{n}_e^0)^2}{2\pi\varepsilon_o\varepsilon_e|\zeta''|}. \quad (54)$$

Из сравнения с формулой (42) видно, что плазмон в металле локализован гораздо сильнее, чем поляритон в кристалле:  $d_m/d_e \sim |\zeta''|^2$ .

При построениях на рис. 4 материальные характеристики кристалла ( $\varepsilon_o, \varepsilon_e$ ), как и геометрические параметры ( $c_1, c_2$ ), «спрятаны» в нормирующих факторах  $\delta_{max}^2$ ,  $\Delta\alpha_o^{max}$  и  $K_{eo}^{max}$ . При этом первое из сечений (рис. 4а) не зависит от других параметров и является универсальной характеристикой в широком диапазоне длин волн, а второе сечение (рис. 4б) зависит от отношения  $\zeta'/\zeta''$ , которое найдено из табл. 1 для алюминия при длине волны в вакууме  $\lambda_0 = 0.85$  мкм.

Абсолютные величины основных параметров рассматриваемого пика приведены для кристалла селитры  $\text{NaNO}_3$  в табл. 2 для разных длин волн. Впрочем, в наших расчетах (в том числе применительно к рис. 3) мы пренебрегали не слишком существенной дисперсией диэлектрических проницаемостей кристалла, используя фиксированные значения  $\varepsilon_o = 2.515$ ,  $\varepsilon_e = 1.785$ ,  $\gamma = 0.711$  [3] при длине волны в вакууме  $\lambda_0 = 0.589$  мкм.

Прежде всего, обращает на себя внимание тот факт, что в видимом диапазоне длин волн  $\lambda_0 = 0.4\text{--}0.6$  мкм максимальный коэффициент возбуждения  $K_{eo}^{max}$  (50) относительно медленно убывает с ростом  $\lambda_0$ , оставаясь в интервале довольно больших значений ( $K_{eo}^{max} \approx 16\text{--}18$ ). С дальнейшим ростом длины волны в инфракрасной области спектра величина  $K_{eo}^{max}$  сначала продолжает убывать вплоть до точки  $\lambda_0 = 0.85$  мкм, а затем достаточно быстро растет, достигая при  $\lambda_0 = 5$  мкм величины примерно 90. Полуширина пика  $(-\Delta\alpha_o)_{1/2}$  (53), стартуя с величины  $(-\Delta\alpha_o)_{1/2} \approx 5^\circ$ , с увеличением длины волн

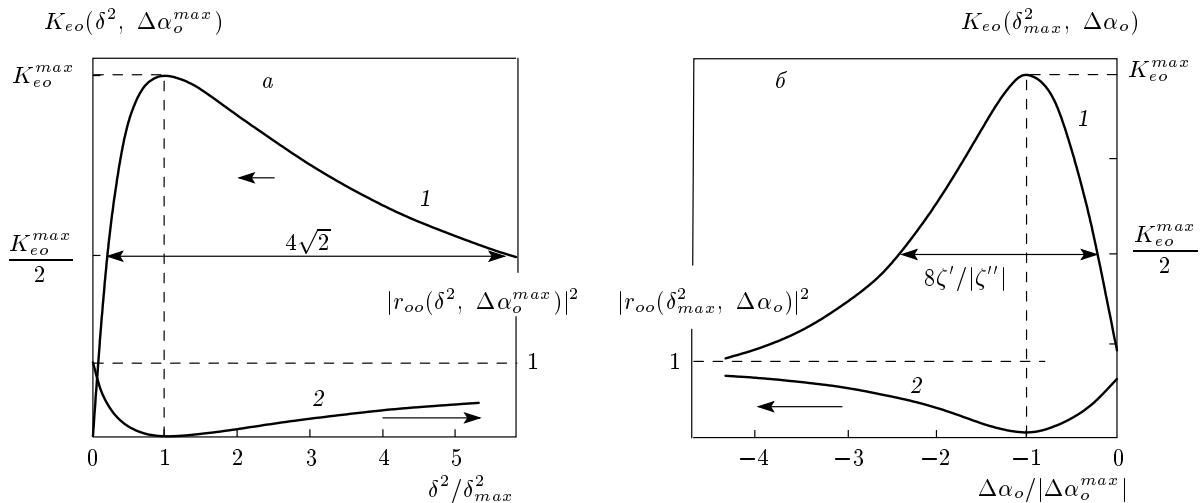


Рис. 4. Два сечения поверхностей  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  и  $|r_{oo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)|^2$ , показанных на рис. 3, когда  $\Delta\alpha_o \equiv \Delta\alpha_o^{max} \approx -2.1^\circ$  (а) или  $\delta^2 \equiv \delta_{max}^2 \approx 0.078$  (б);  $\lambda_0 = 0.85$  мкм,  $K_{eo}^{max} \approx 10.8$

ны быстро уменьшается и при  $\lambda_0 = 5$  мкм составляет всего около  $0.1^\circ$ , что, впрочем, превышает обычные угловые ширины лазерных пучков. Полужирина  $(\Delta\delta^2)_{1/2}$  (52) отличается от  $\delta_{max}^2$  (47) лишь численным множителем  $4\sqrt{2}$  и потому в таблице не приведена. Глубина проникновения  $d_e$  (54) поляритона в кристалл в точке абсолютного максимума резонансного пика сопоставима с длиной волны поляритона и остается небольшой даже в инфракрасной области, впрочем значительно превышая глубину  $d_m$  локализации плазмона (42). Однако при  $\Delta\alpha_o \rightarrow 0$ , когда  $p_e \rightarrow 0$  (31), глубина проникновения  $d_e$  сильно увеличивается и поляритон становится квазиобъемным. Оптимизированное возмущение  $\delta_{max}^2$ , отвечающее углу  $\theta_{max} = \arctg \delta_{max}$ , остается малым во всем рассматриваемом диапазоне длин волн, изменяясь в интервале от 0.05 до 0.01, что заведомо обеспечивает корректность полученных приближенных формул.

#### 4.4. Конверсионное отражение и притекающая поверхность мода

Рассмотрим теперь подробнее коэффициент отражения (35) при  $\Delta\alpha_o < 0$ :

$$\begin{aligned} r_{oo}(\delta^2, \Delta\alpha_o) &= \frac{C_o^r}{C_o^i} = \\ &= \frac{\delta^2 \kappa_o \hat{n}_e^0 / 2 - \zeta' - i (\sqrt{-\kappa_o \gamma \Delta\alpha_o} - |\zeta''|)}{\delta^2 \kappa_o \hat{n}_e^0 / 2 + \zeta' + i (\sqrt{-\kappa_o \gamma \Delta\alpha_o} - |\zeta''|)}. \quad (55) \end{aligned}$$

В отличие от коэффициента возбуждения  $K_{eo}$  (44) необыкновенного поляритона, коэффициент отражения (55) не «обещает» пиков усиления. Напротив,

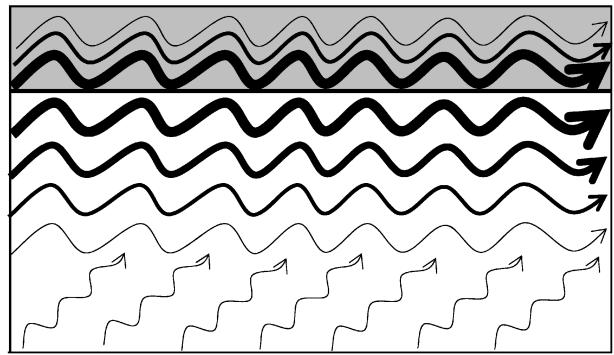


Рис. 5. Схематическое изображение притекающего поляритон-плазмона у границы раздела кристалла и металлического покрытия

из (55) следует, что амплитуда обыкновенной отраженной волны никогда не превышает по модулю амплитуду падающей. Более того, подстановка в (55) координат  $\Delta\alpha_o^{max}$  (45) и  $\delta_{max}^2$  (47) абсолютного максимума коэффициента возбуждения (44) дает абсолютный минимум

$$|r_{oo}(\delta_{max}^2, \Delta\alpha_o^{max})|^2 = 0, \quad (56)$$

см. рис. 3 и линии 2 на рис. 4.

Таким образом, рассматриваемое резонансное отражение в оптимизированной геометрии  $\delta^2 = \delta_{max}^2$ ,  $\Delta\alpha_o = \Delta\alpha_o^{max}$  является конверсионным (т. е. двухпарциальным со сменой ветви) и притом весьма нетривиальным. Действительно, в этом случае падающей обыкновенной парциальной волне в кристал-

ле сопутствует единственная волна, которая, будучи необыкновенной, принадлежит другой ветви и не является объемной отраженной волной. Она локализована у границы раздела кристалла с металлом и переносит энергию вдоль этой границы (рис. 5).

Конечно, в рассматриваемом случае отсутствие отраженной объемной волны не означает нарушения закона сохранения энергии. Просто геометрия распространения, отвечающая минимуму (56), выбрана так, что нормальная компонента вектора Пойнтинга падающей волны полностью поглощается в металле. Вертикальная компонента вектора  $\mathbf{P}_o^i$  (37) равна

$$|\mathbf{P}_{0\perp}^i| = |\mathbf{P}_o^i| \sin \alpha_o = w_o^i \frac{c}{\hat{n}_o} \hat{p}_o^0 \hat{n}_e^0 = c w_o^i \frac{\hat{p}_o^0 \hat{n}_e^0}{\varepsilon_o}. \quad (57)$$

Следуя [1] и соотношениям (37), (38), (43), легко проверить, что эта компонента равна нормальному потоку энергии, поглощаемому металлическим покрытием при резонансе:

$$|\mathbf{P}_{m\perp}| = \frac{c\zeta'}{8\pi} |\mathbf{H}_t|_S^2 = c\zeta' |r_{eo}|_{max}^2 w_o^i = c w_o^i \frac{\hat{p}_o^0 \hat{n}_e^0}{\varepsilon_o}. \quad (58)$$

Не случайно, что конечное выражение для  $|\mathbf{P}_{m\perp}|$  не содержит компонент импеданса. Действительно, в рассматриваемом случае в соответствии с законом сохранения энергии диссипация должна полностью скомпенсировать нормальный поток энергии в падающей волне, которая ничего не «знает» о металлизации поверхности кристалла. Существенно, что найденная диссипация (58), оставаясь соизмеримой с плотностью потока энергии в падающей волне, весьма мала по сравнению с интенсивностью поляритон-плазмона, локализованного у интерфейса рассматриваемой структуры:

$$\begin{aligned} |\mathbf{P}_e|_{max} &= w_e|_S \frac{c}{\hat{n}_e^0} = \frac{1}{8\pi} |\mathbf{H}_e|_S^2 \frac{c}{\hat{n}_e^0} = \\ &= |r_{eo}|_{max}^2 \frac{c w_o^i}{\hat{n}_e^0} \gg |\mathbf{P}_{m\perp}|. \end{aligned} \quad (59)$$

Тот факт, что поток энергии поляритон-плазмона у поверхности раздела многократно превышает интенсивность волны накачки, отнюдь не противоречит ни закону сохранения энергии, ни здравому смыслу. Мы рассматриваем стационарную задачу о распространении плоских волн бесконечной протяженности. В этой постановке найденная суперпозиция волн совместно переносит энергию вдоль поверхности из  $-\infty$  в  $+\infty$ . Они существуют только вместе, и вопрос о перераспределении энергии между парциальными волнами может решаться только в рамках нестационарного подхода. Действительно,

пусть, начиная с какого-то момента, на поверхность кристалла падает плоская волна, совпадающая с нашей обыкновенной. Достигнув поверхности, она рождает неоднородную необыкновенную волну, амплитуда которой нарастает во времени, постепенно выходя на стационарный режим, который мы и описываем. Время выхода на этот режим, конечно, тем больше, чем выше пик коэффициента возбуждения.

Фактически, рассмотренное конверсионное отражение является собственной волновой модой, возникающей благодаря анизотропии кристалла. Найденную суперпозицию, состоящую из поверхностного поляритон-плазмона и слабой объемной волны накачки, естественно назвать притекающей поверхностью волной по аналогии с известными оттекающими (leaky) поверхностными волнами, известными в оптике и акустике [10, 11]. Последние тоже состоят из поверхностной волны и сопутствующей ей слабой объемной волны, которая, в отличие от нашего случая, не подводит энергию к поверхности, а отводит ее на бесконечность, т. е. является волной утечки, а не накачки.

#### 4.5. Резонансное возбуждение объемного поляритона ( $\Delta\alpha_o \geq 0$ )

При  $\Delta\alpha_o \geq 0$ , когда волна накачки обыкновенной ветви падает на границу кристалла под углом  $\alpha_o \geq \hat{\alpha}_o$ , происходит возбуждение объемного необыкновенного поляритона. Выражение для коэффициента возбуждения  $K_{eo}$  такого поляритона, вытекающее из формул (34), (39), существенно отличается от соотношения (44), справедливого при  $\Delta\alpha_o < 0$ :

$$\begin{aligned} K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o) &= \\ &= \frac{(\delta\kappa_o\varepsilon_e)^2 / \hat{n}_o \hat{n}_e^0}{(\delta^2\kappa_o \hat{n}_e^0 / 2 + \sqrt{\kappa_o \gamma \Delta\alpha_o} + \zeta')^2 + \zeta''^2}. \end{aligned} \quad (60)$$

С ростом угла  $\Delta\alpha_o$  функция (60) монотонно убывает, так что максимум возбуждения достигается при  $\Delta\alpha_o = 0$ , т. е. при  $\alpha_o = \hat{\alpha}_o$ :

$$K_{eo}(\delta^2, 0) = \frac{(\delta\kappa_o\varepsilon_e)^2 / \hat{n}_o \hat{n}_e^0}{(\delta^2\kappa_o \hat{n}_e^0 / 2 + \zeta')^2 + \zeta''^2}. \quad (61)$$

В свою очередь, выражение (61) как функция параметра  $\delta^2$  образует пик с координатой максимума

$$\bar{\delta}_{max}^2 = \frac{2|\zeta|}{\kappa_o \hat{n}_e^0} \approx \frac{2|\zeta''|}{\kappa_o \hat{n}_e^0}. \quad (62)$$

Заметим, что оптимизированные параметры  $\delta_{max}^2$  (47) и  $\bar{\delta}_{max}^2$  (62) для возбуждения объемных и локализованных поляритонов существенно различаются:

$$\bar{\delta}_{max}^2 / \delta_{max}^2 \approx |\zeta''| / \zeta'. \quad (63)$$

С учетом (62) абсолютный максимум коэффициента возбуждения (60) равен

$$\begin{aligned} \bar{K}_{eo}^{max} &= K_{eo}(\bar{\delta}_{max}^2, 0) = \frac{2\hat{p}_o^0}{\hat{n}_o(|\zeta| + \zeta')} \approx \\ &\approx \frac{2\hat{p}_o^0}{\hat{n}_o(|\zeta''| + \zeta')}. \end{aligned} \quad (64)$$

Далее, по аналогии с (50) с учетом (49) получаем при  $c_1 = 0$  оптимизированное значение

$$\bar{K}_{eo}^{max} \approx \frac{2}{|\zeta''| + \zeta'} \sqrt{\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_e}{\varepsilon_o \varepsilon_e}}. \quad (65)$$

В выражениях (62)–(65) приближенное равенство означает, что опущены члены порядка  $(\zeta'/\zeta'')^2 \ll 1$ .

Трехмерное изображение пика возбуждения (60) содержится на рис. 3 как часть «склона хребта» в области  $\Delta\alpha_o \geq 0$ . Из рисунка видно, что в области  $\delta \sim \bar{\delta}_{max}$ ,  $\Delta\alpha_o \approx 0$  величина  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$  относительно слабо зависит от  $\delta$  и ее можно оценивать при  $\delta = \bar{\delta}_{max}$ :

$$K_{eo}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o) \approx \frac{\bar{K}_{eo}^{max}}{1 + \sqrt{\Delta\alpha_o / |\Delta\alpha_o^{max}|}}. \quad (66)$$

Полуширина этого одностороннего пика, очевидно, равна  $(\Delta\alpha_o)_{1/2} = |\Delta\alpha_o^{max}|$ . На рис. 3 сечение (66) показано как край поверхности  $K_{eo}(\delta^2, \Delta\alpha_o)$ , выходящий на плоскость  $\delta^2 = \bar{\delta}_{max}^2 \approx 0.28$  (см. табл. 2).

Следует отметить, что в области  $\Delta\alpha_o \geq 0$  при  $\zeta \neq 0$  конверсия невозможна ( $r_{oo} \neq 0$ ), так что наряду с рассматриваемой необыкновенной отраженной волной всегда существует и обыкновенная отраженная волна, для которой

$$\begin{aligned} |r_{oo}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o)|^2 &\approx \\ &\approx \frac{1 - \sqrt{\Delta\alpha_o / |\Delta\alpha_o^{max}|} - \zeta' / |\zeta''|}{1 + \sqrt{\Delta\alpha_o / |\Delta\alpha_o^{max}|} + \zeta' / |\zeta''|}, \end{aligned} \quad (67)$$

где, как и в (66), опущены члены квадратичные по  $\zeta'$  и линейные по  $\Delta\alpha_o$ . Как видно из (67), при  $\Delta\alpha_o \ll |\Delta\alpha_o^{max}|$  и  $\zeta' \ll |\zeta''|$  абсолютные величины амплитуд падающей и отраженной обыкновенных волн довольно близки друг к другу, а это значит, что за вычетом диссипации в металле почти вся энергия

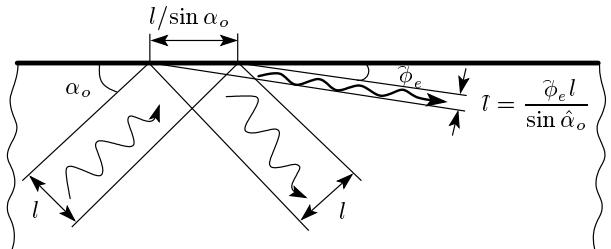


Рис. 6. Схема резонансного возбуждения объемного поляритона с помощью пучка конечной ширины

из падающей волны попадает в отраженную обыкновенную волну. В этой ситуации наличие дополнительной весьма интенсивной отраженной необыкновенной волны выглядит парадоксальным.

Интерпретация этого результата более наглядна в терминах пучков вместо плоских волн (рис. 6). Примем во внимание, что плоские волны являются идеализацией достаточно широких (по сравнению с длиной волны) пучков с малой расходимостью. Конечно, бессмысленно выбирать угол  $\Delta\alpha_o$  меньше угла естественной расходимости пучка. Впрочем, для лазерных лучей этот угол может быть весьма малым ( $10^{-4}$ – $10^{-3}$  рад). Если ширина падающего пучка обыкновенной волны равна  $l$ , то такой же ширины будет и отраженный пучок той же ветви поляризации. Но пучок необыкновенной волны отражается под малым углом  $\phi_e$  к поверхности, и его ширина  $l$  должна быть тоже мала:  $l = \phi_e l / \sin \hat{\alpha}_o$  (рис. 6). Нетрудно показать, что даже небольшое количество энергии в узком пучке обеспечивает ее высокую интенсивность.

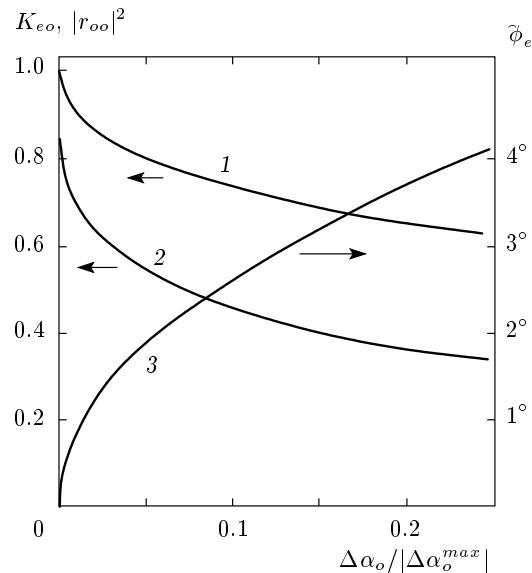
Найдем лучевую скорость  $\mathbf{u}_e^r$  (5) необыкновенной отраженной волны (а значит, и ее вектор Пойнтинга  $\mathbf{P}_e^r = w_e^r \mathbf{u}_e^r$ ) в пренебрежении расходимостью пучка:

$$\mathbf{u}_e^r = \frac{c}{\hat{n}_e^0} (1, \phi_e, \bar{\phi}_e), \quad (68)$$

где

$$\begin{aligned} \phi_e &= p_e \frac{(\hat{n}_e^0)^4}{\varepsilon_o \varepsilon_e} = |\zeta''| \hat{n}_e^0 \sqrt{\frac{\Delta\alpha_o}{|\Delta\alpha_o^{max}|}}, \\ \bar{\phi}_e &= \bar{c}_3 \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) c_1. \end{aligned}$$

Как мы видели, максимальное значение (65) достигается при  $c_1 = 0$ , а это условие, согласно (68), устраивает и возникающее из-за анизотропии боковое смещение необыкновенной волны, т. е. выход потока ее энергии из плоскости падения  $xy$ :  $\bar{\phi}_e = 0$ .



**Рис. 7.** Основные характеристики резонансного возбуждения объемных поляритонов в кристалле селитры с алюминиевым покрытием в области малых углов  $\Delta\alpha_o > 0$ : принято, что  $\lambda_0 = 1.2$  мкм,  $c_1 = 0$  и, соответственно,  $\bar{K}_{eo}^{max} = 6.9$ ,  $|\Delta\alpha_o^{max}| = 1.3^\circ$ ,  $\bar{\delta}_{max}^2 = 0.23$ ; 1 —  $K_{eo}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o)/\bar{K}_{eo}^{max}$ ; 2 —  $|r_{oo}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o)|^2$ ; 3 —  $\bar{\phi}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o)$

Разность абсолютных величин потоков энергии в пучках падающей и двух отраженных волн в соответствии с законом сохранения энергии должна быть равна потоку энергии, поглощающемуся в металле:

$$(|\mathbf{P}_o^i| - |\mathbf{P}_o^r|)l - |\mathbf{P}_e^r|l = |\mathbf{P}_{m\perp}|l/\sin\alpha_o. \quad (69)$$

Проверим выполнение этого баланса. По аналогии с (57) и (58), конкретизация баланса (69) приводится к виду

$$(w_o^i - w_o^r) \frac{c}{\hat{n}_o} l - w_e^r \frac{c}{\hat{n}_e^0} \frac{\bar{\phi}_e l}{\sin\hat{\alpha}_o} = c\zeta' w_e^r \frac{l}{\sin\hat{\alpha}_o}. \quad (70)$$

Подставляя сюда величины

$$w_o^r = |r_{eo}(\bar{\delta}_{max}, \Delta\alpha_o)|^2 w_o^i,$$

$$w_e^r = |r_{eo}(\bar{\delta}_{max}, \Delta\alpha_o)|^2 w_e^i, \quad \sin\hat{\alpha}_o = \hat{p}_o^0 \hat{n}_e^0 / \hat{n}_o,$$

а также выражения для  $|r_{eo}|^2$ ,  $|r_{oo}|^2$  и  $\bar{\phi}_e$  (см. формулы (39), (66)–(68)), нетрудно убедиться в тождественности баланса (70).

Как видно из выражений (69), (70), интегральный поток энергии  $|\mathbf{P}_e^r|l$  в отраженном необыкновенном пучке пропорционален произведению  $w_e^r \bar{\phi}_e$ . Здесь первый сомножитель  $w_e^r \propto K_{eo}(\bar{\delta}_{max}^2, \Delta\alpha_o)$  в

соответствии с (66) при  $\Delta\alpha_o \rightarrow 0$  приближается к большому, но конечному параметру порядка  $\bar{K}_{eo}^{max}$  (65). Второй сомножитель  $\bar{\phi}_e \propto \sqrt{\Delta\alpha_o}$  при этом просто стремится к нулю, а вместе с ним и интегральный поток энергии в пучке. В частности, как видно из рис. 7, построенного для  $\lambda_0 = 1.2$  мкм, при  $\Delta\alpha_o = 0$  примерно 84 % энергии из падающей волны попадает в отраженную обыкновенную волну (остальная энергия теряется в металле). К счастью, уже при малом отклонении  $\Delta\alpha_o$  от нуля легко достигается компромисс, позволяющий, пожертвовав максимально достижимой интенсивностью в необыкновенной отраженной волне, сохранить ее величину достаточно большой, но при этом направить в эту волну значительную часть энергии падающей волны. Действительно, как видно из (66), (67) и рис. 7, скажем, при  $\Delta\alpha_o \approx 0.1|\Delta\alpha_o^{max}|$  энергия делится между отраженными волнами уже примерно поровну, а интенсивность возбуждаемой волны составляет примерно  $0.76\bar{K}_{eo}^{max}$ . При  $\Delta\alpha_o \approx 0.2|\Delta\alpha_o^{max}|$  получаем  $|r_{oo}|^2 \approx 0.3$  и  $K_{eo} \approx 0.7\bar{K}_{eo}^{max}$ .

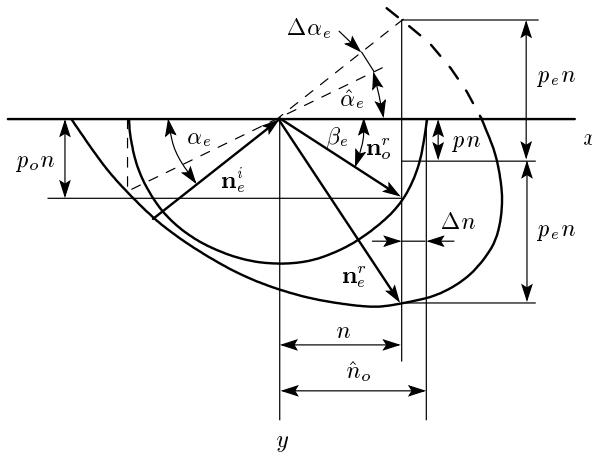
Отношение абсолютных максимумов (48) и (64), взятых соответственно при разных оптимизирующих параметрах  $\delta_{max}^2$  и  $\bar{\delta}_{max}^2$ , обычно существенно превышает единицу:

$$\frac{K_{eo}(\delta_{max}^2, \Delta\alpha_o^{max})}{K_{eo}(\bar{\delta}_{max}^2, 0)} = \frac{\bar{K}_{eo}^{max}}{\bar{K}_{eo}^{max}} = \frac{1}{2} \left( \frac{|\zeta''|}{\zeta'} + 1 \right). \quad (71)$$

Другими словами, объемные поляритоны возбуждаются с меньшей эффективностью, чем поверхностные (см. табл. 2). Тем не менее достижимые значения коэффициента возбуждения  $\bar{K}_{eo}^{max}$  объемного поляритона тоже отнюдь не малы. Как следует из табл. 2, при  $\Delta\alpha_o = 0$  даже в видимом диапазоне длин волн  $\lambda_0 = 0.4$ – $0.6$  мкм интенсивность отраженной необыкновенной волны по сравнению с падающей обыкновенной волной повышается в 3–4 раза (впрочем, в этой части таблицы из-за недостаточной малости параметра  $\bar{\delta}_{max}^2$  точность этих оценок невысока). По мере ухода в инфракрасную область поверхности импеданс  $\zeta$  алюминиевого покрытия понижается (см. табл. 1), а коэффициент возбуждения соответственно резко нарастает, измеряясь уже десятками.

## 5. АНОМАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ

Коснемся теперь особенностей резонансного возбуждения обыкновенного поляритона с помощью падающей необыкновенной волны накачки. Как уже



**Рис. 8.** Сечение полостей поверхности рефракции оптически положительного кристалла плоскостью падения  $xy$  и основные параметры резонансного отражения

отмечалось, такое возбуждение возможно только в оптически положительных кристаллах ( $\gamma > 1$ ). Рассматриваемый здесь резонанс возникает при возмущении геометрии распространения, в которой объемный поляритон обычной ветви (11) и чистое отражение (18), (19) в необыкновенной ветви существуют независимо друг от друга.

«Возмутим» слегка ориентацию поверхности кристалла, повернув ее относительно направления оптической оси **c** на малый угол  $\theta = \arcsin \hat{c}_2$ :

$$\mathbf{c} = (c_1, \hat{c}_2, c_3). \quad (72)$$

Структура соответствующего возмущенного волнового поля определяется формулой (27) после замены в ней индексов  $o \leftrightarrow e$  и подстановки туда векторных амплитуд:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{i,r}(y) \\ \mathbf{H}_e^{i,r}(y) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{0i,r} \\ \mathbf{H}_e^{0i,r} \end{pmatrix} \times \\ &\times \exp(i k_0 n(p \mp p_e)y), \quad (73) \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^r(y) \\ \mathbf{H}_o^r(y) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{0r} \\ \mathbf{H}_o^{0r} \end{pmatrix} \exp(i k_0 n p_o y). \end{aligned}$$

Возмущенные векторы поляризации здесь задаются формулами (6), а геометрический смысл параметров  $p$ ,  $p_e$  и  $p_o$  виден из рис. 8. Векторы рефракции, определяющие направления распространения падающей и отраженных волн равны

$$\mathbf{n}_e^{i,r} = (1, p \mp p_e, 0)n, \quad \mathbf{n}_o^r = (1, p_o, 0)n. \quad (74)$$

Здесь горизонтальная компонента  $n$  вектора рефракции близка к предельному параметру  $\hat{n}_o = \sqrt{\varepsilon_o}$ , а параметр  $p_e$  — к предельному значению  $\hat{p}_e$ :

$$n = \hat{n}_o + \Delta n, \quad p_e = \hat{p}_e + \Delta p_e. \quad (75)$$

Угол падения  $\alpha_e$  необыкновенной волны теперь близок к углу  $\hat{\alpha}_e = \arctg(\hat{p}_e - p)$ :

$$\alpha_e = \hat{\alpha}_e + \Delta \alpha_e. \quad (76)$$

Параметры  $\hat{p}_e$  и  $p$ , определяющие предельный угол  $\hat{\alpha}_e$ , можно представить точными формулами:  $p$  по-прежнему дается уравнением (30), а для  $\hat{p}_e$  справедливо выражение

$$\hat{p}_e^2 = (\gamma - 1) \frac{\gamma c_2^2 + c_3^2}{(c_1^2 + \gamma c_2^2 + c_3^2)^2}. \quad (77)$$

Связь между приращениями  $\Delta n$ ,  $\Delta p_e$  и  $\Delta \alpha_e$  имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta n &= -\hat{p}_e^0 n_o (c_1^2/\gamma + c_3^2) \Delta \alpha_e, \\ \Delta p_e &= (c_1^2 + \gamma c_3^2) \Delta \alpha_e. \end{aligned} \quad (78)$$

Другой важной характеристикой резонанса является угол отражения  $\beta_o = \arctg p_o$ , где

$$p_o \approx \sqrt{\varepsilon_o \kappa_e} \begin{cases} \sqrt{\Delta \alpha_e}, & \Delta \alpha_e \geq 0, \\ i \sqrt{-\Delta \alpha_e}, & \Delta \alpha_e < 0, \end{cases} \quad (79)$$

$$\kappa_e = 2 \hat{p}_e^0 (c_1^2/\varepsilon_e + c_3^2/\varepsilon_o). \quad (80)$$

Введем малый параметр  $\delta = \hat{c}_2/c_3$ , обратный своему аналогу (33). Для коэффициентов отражения вместо (34), (35) теперь имеем

$$r_{oe}(\delta, \Delta \alpha_e) \equiv \frac{C_o^r}{C_e^i} = \frac{2 \hat{p}_e^0 / \sqrt{\varepsilon_e}}{\delta^2 \hat{p}_e^0 / \hat{n}_o + \sqrt{\kappa_e \Delta \alpha_e} + \zeta}, \quad (81)$$

$$r_{ee}(\delta^2, \Delta \alpha_e) \equiv \frac{C_e^r}{C_e^i} = \frac{\delta^2 \hat{p}_e^0 / \hat{n}_o - \sqrt{\kappa_e \Delta \alpha_e} - \zeta}{\delta^2 \hat{p}_e^0 / \hat{n}_o + \sqrt{\kappa_e \Delta \alpha_e} + \zeta}. \quad (82)$$

Эти выражения сохраняют ту же структуру зависимостей от регулируемых малых параметров  $\delta$  и  $\Delta \alpha_e$ , что и формулы (34), (35) для оптически отрицательных кристаллов. Естественно, основные черты резонанса отражения, изученного выше, практически полностью сохраняются и в новых условиях.

По аналогии с (36), введем коэффициент возбуждения обычного поляритона,

$$K_{oe} = \left| \frac{\mathbf{P}_o^r}{\mathbf{P}_e^i} \right| \Big|_{y=0} = \frac{|\mathbf{u}_o^r|}{|\mathbf{u}_e^i|} |r_{oe}(\delta, \Delta \alpha_e)|^2, \quad (83)$$

где  $\mathbf{u}_o^r$  и  $\mathbf{u}_e^i$  — групповые скорости (5) возбуждаемой и падающей волн (в нулевом приближении):

$$|\mathbf{u}_o^r| = \frac{c}{\hat{n}_o}, \quad |\mathbf{u}_e^i| = \frac{c}{\hat{n}_o \sqrt{1 + (1/\gamma - 1)c_3^2}}. \quad (84)$$

Анализ выражений (81)–(83) показывает, что при

$$\delta_{max}^2 = \frac{\hat{n}_o \zeta'}{\hat{p}_e^0}, \quad \Delta\alpha_e^{max} = -\frac{|\zeta''|^2}{\kappa_e} \quad (85)$$

реализуется конверсия ( $r_{ee} = 0$ ), т. е. амплитуда необыкновенной отраженной волны строго равна нулю. В результате, опять возникает притекающий поляритон-плазмон, в котором главной является локализованная мода (обыкновенный поляритон в кристалле и плазмон в металле) с интенсивностью на интерфейсе, значительно превышающей интенсивность падающей волны накачки, что видно из выражения для абсолютного максимума коэффициента возбуждения:

$$K_{oe}(\delta_{max}^2, \Delta\alpha_e^{max}) \equiv K_{oe}^{max} = \frac{\hat{p}_e^0 \hat{n}_o}{\varepsilon_e \zeta' \sqrt{1 + (1/\gamma - 1)c_3^2}}. \quad (86)$$

Подставляя сюда  $\hat{p}_e^0 = |c_3| \sqrt{\gamma - 1}$  (18), нетрудно видеть, что опять коэффициент  $K_{oe}^{max}$  оптимизируется при  $c_1 = 0$ , когда  $|c_3| = 1$ . При этом

$$K_{eo}^{max} = \frac{1}{\zeta'} \sqrt{\frac{\varepsilon_e - \varepsilon_o}{\varepsilon_o \varepsilon_e}}. \quad (87)$$

Формулы (87) и (50) переходят друг в друга, если провести в них замену  $e \leftrightarrow o$ .

Глубина проникновения в кристалл поляритона в притекающей конфигурации равна

$$d_o = \frac{\lambda_0}{2\pi\varepsilon_o|\zeta'|}. \quad (88)$$

Локализация плазмона по-прежнему описывается формулой (42).

В окрестности координат (85) абсолютного максимума (86) реализуется пик коэффициента возбуждения  $K_{oe}(\delta^2, \Delta\alpha_e)$ , конфигурация которого качественно верно передается приведенными выше рис. 3 и 4. Кривые, возникающие в двух сечениях рассматриваемого пика  $\Delta\alpha_e \equiv \Delta\alpha_e^{max}$  и  $\delta^2 \equiv \delta_{max}^2$ , имеют соответственно полуширины

$$(\Delta\delta^2)_{1/2} = \frac{4\sqrt{2}\hat{n}_o\zeta'}{\hat{p}_e^0}, \quad (\Delta\alpha_e)_{1/2} = \frac{8\zeta'|\zeta''|}{\kappa_e}. \quad (89)$$

Резонанс возбуждения объемного поляритона в кристалле при  $\Delta\alpha_e \geq 0$  тоже полностью аналогичен

описанному выше. Опять коэффициент возбуждения тем больше, чем меньше угол отклонения  $\Delta\alpha_e$ , и опять возникает пик по параметру  $\delta^2$ :

$$K_{oe}(\delta^2, 0) = \frac{4\delta^2(\hat{p}_e^0)^2 |\mathbf{u}_o^r|/\varepsilon_e |\mathbf{u}_e^i|}{(\delta^2 \hat{p}_e^0 / \hat{n}_o + \zeta')^2 + \zeta''^2}, \quad (90)$$

координата максимума которого задается величиной

$$\bar{\delta}_{max}^2 = \frac{\hat{n}_o |\zeta|}{\hat{p}_e^0} \approx \frac{\hat{n}_o |\zeta''|}{\hat{p}_e^0}, \quad (91)$$

а высота пика (абсолютный максимум) дается формулой аналогичной (64):

$$\begin{aligned} \bar{K}_{oe}^{max} &= K_{oe}(\bar{\delta}_{max}^2, 0) \approx \\ &\approx \frac{2\hat{n}_o \hat{p}_e^0 / \varepsilon_e}{(|\zeta''| + \zeta') \sqrt{1 + (1/\gamma - 1)c_3^2}}. \end{aligned} \quad (92)$$

Как и ранее, выбор геометрии  $c_1 = 0$  оптимизирует величину  $\bar{K}_{oe}^{max}$ , приводя (92) к виду аналогичному (65):

$$\bar{K}_{eo}^{max} = \frac{2}{|\zeta''| + \zeta'} \sqrt{\frac{\varepsilon_e - \varepsilon_o}{\varepsilon_o \varepsilon_e}}. \quad (93)$$

Максимальная интенсивность (92), (93) возбуждаемой объемной волны, достигаемая при  $\Delta\alpha_e = 0$ , вновь сопровождается нулевой интегральной энергией в этой волне, поскольку основная часть потока из падающей необыкновенной волны (за вычетом поглощения в металле) попадает в необыкновенную отраженную волну. Впрочем, как мы видели в разд. 4.5 (см. рис. 7), уже при небольшом увеличении угла падения от значения  $\Delta\alpha_e = 0$  распределение энергии между отраженными волнами существенно улучшается при небольшой потере в амплитуде коэффициента возбуждения. В этом нетрудно убедиться количественно, анализируя формулы (66), (67) после замены там индексов  $o \leftrightarrow e$ .

В качестве иллюстрации в табл. 3 приведены численные значения основных параметров резонансного отражения для оптически положительного кристалла каломели  $HgCl_2$  ( $\varepsilon_o = 3.849$ ,  $\varepsilon_e = 6.870$ ,  $\gamma = 1.785$  при  $\lambda_0 = 0.589$  [12]) в видимом и инфракрасном диапазонах, в пренебрежении, как и ранее, дисперсией диэлектрических проницаемостей кристалла. Как видно из сравнения табл. 2 и 3, количественные характеристики резонанса в каломели и селитре вполне сопоставимы между собой.

## 6. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОСТАНОВКЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Обсуждаемый резонанс целиком обусловлен анизотропией кристалла и экранированием волнового

Таблица 3. То же, что и в табл. 2, но для оптически положительного кристалла каломели

	$\lambda_0$ , мкм	0.4	0.6	0.85	1.2	2.5	5.0
Поверхностный поляритон (притекающая мода) $\Delta\alpha_e^{max} < 0$	$K_{oe}^{max}$	14.7	13.4	9.1	36.7	56.4	73.5
	$(\Delta\alpha_e)_{1/2}$	$6.1^\circ$	$4.5^\circ$	$5.0^\circ$	$1.0^\circ$	$0.3^\circ$	$0.12^\circ$
	$\delta_{max}^2$	0.051	0.056	0.083	0.020	0.013	0.010
	$-\Delta\alpha_e^{max}$	$8.9^\circ$	$4.0^\circ$	$2.3^\circ$	$1.45^\circ$	$0.31^\circ$	$0.08^\circ$
	$\hat{\alpha}_e$	$41.0^\circ$	$41.0^\circ$	$40.7^\circ$	$41.33^\circ$	$41.40^\circ$	$41.43^\circ$
	$\theta_{max}$	$13^\circ$	$13^\circ$	$16^\circ$	$8.0^\circ$	$6.5^\circ$	$5.7^\circ$
	$\psi_e$	$9.6^\circ$	$10^\circ$	$12^\circ$	$6.0^\circ$	$4.9^\circ$	$4.3^\circ$
	$d_o$ , мкм	0.06	0.12	0.26	0.43	2.0	7.9
Объемный поляритон $\Delta\alpha_e^{max} = 0$	$\bar{K}_{oe}^{max}$	2.32	3.3	3.9	5.7	12.0	22.0
	$\bar{\delta}_{max}^2$	0.59	0.40	0.30	0.24	0.11	0.06
	$\bar{\theta}_{max}$	$38^\circ$	$32^\circ$	$29^\circ$	$26^\circ$	$18^\circ$	$14^\circ$
	$\bar{\hat{\alpha}}_e$	$37.9^\circ$	$38.7^\circ$	$39.2^\circ$	$39.5^\circ$	$40.5^\circ$	$40.9^\circ$

поля в нем с помощью металлизации поверхности (слой может быть весьма тонким с учетом малости глубины локализации плазмона  $d_m \approx 0.02$  мкм, см. табл. 2). Поэтому кристалл следует выбирать с большим фактором анизотропии  $|\gamma - 1|$ , а металл — с низким уровнем поверхностного импеданса  $\zeta$ . Это обеспечит максимальную интенсификацию возбуждающей волны при отражении (см. формулы (50), (65) и (87), (93)).

Ориентация рабочих поверхностей образца определяется оптическим знаком и диэлектрическими проницаемостями кристалла, а также величиной импеданса металлического покрытия на выбранной длине волны. Как было показано выше, оптическую ось следует выбирать ортогональной направлению распространения  $x$ :  $c_1 = 0$  (рис. 9 $a, b$ ). При этом в оптически положительном или отрицательном кристалле она должна составлять с металлизированной поверхностью углы  $\theta_{max}$  или  $90^\circ - \theta_{max}$ , соответственно. При возбуждении поверхностного поляритон-плазмона в оптически положительном кристалле имеем

$$\theta_{max} = \arctg \delta_{max}, \quad \delta_{max}^2 = \frac{\zeta' \varepsilon_o}{\sqrt{\varepsilon_e - \varepsilon_o}}. \quad (94)$$

Если целью эксперимента является получение интенсивной объемной отраженной волны, то в (94) следует заменить  $\delta_{max}^2$  на  $\bar{\delta}_{max}^2 = \delta_{max}^2 |\zeta''|/\zeta'$  (т. е.  $\zeta' \rightarrow |\zeta''|$ ) и  $\theta_{max}$  на  $\bar{\theta}_{max}$ . Для оптически отрицательных кристаллов аналогичные углы  $\theta_{max}$  и  $\bar{\theta}_{max}$  определяются теми же формулами (94), в которых

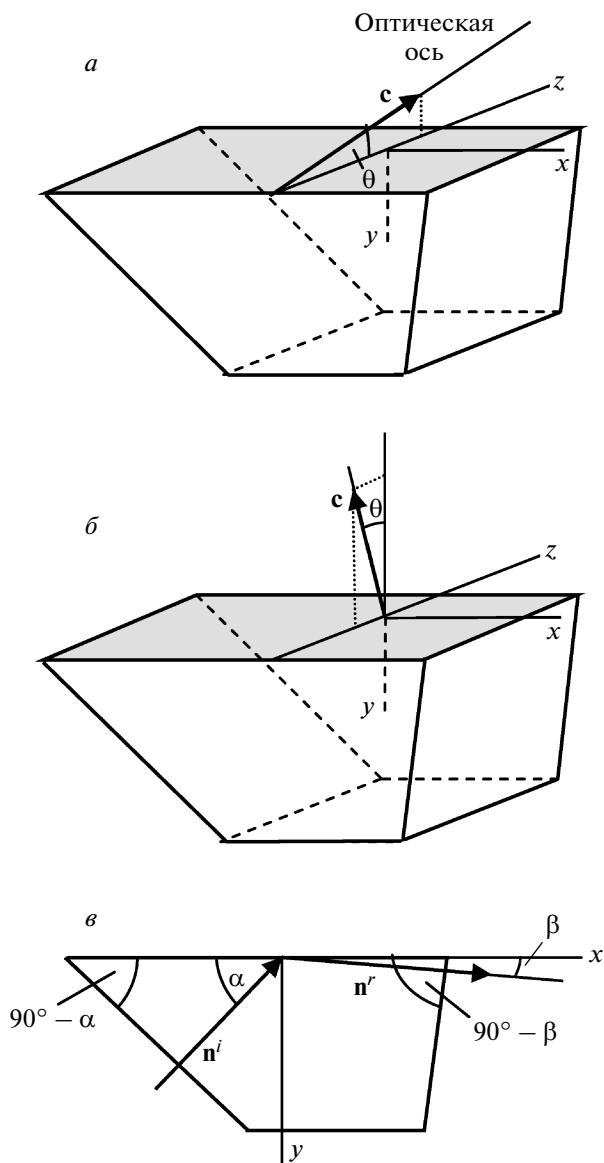
следует изменить индексы  $o \leftrightarrow e$ . Применительно к кристаллам селитры и каломели углы  $\theta_{max}$  и  $\bar{\theta}_{max}$  приведены в табл. 2 и 3.

Для оптически положительного кристалла при возбуждении в нем поверхностного поляритон-плазмона входная поверхность для нормально падающей на нее исходной волны должна быть срезана под углом (рис. 9 $e$ ):

$$\begin{aligned} \alpha_e &= \hat{\alpha}_e + \Delta\alpha_e^{max}, \\ \hat{\alpha}_e &= \arctg \sqrt{\frac{(\gamma - 1)(1 + \delta_{max}^2)}{1 + \gamma \delta_{max}^2}}, \\ \Delta\alpha_e^{max} &= -\frac{|\zeta''|^2 \varepsilon_o}{2\sqrt{\gamma - 1}}. \end{aligned} \quad (95)$$

В случае возбуждения объемного поляритона в (95) следует провести замены:  $\hat{\alpha}_e \rightarrow \bar{\hat{\alpha}}_e$  и  $\delta_{max}^2 \rightarrow \bar{\delta}_{max}^2$ . Выражения для  $\hat{\alpha}_e$  и  $\bar{\hat{\alpha}}_e$ , задаваемые с помощью (95), являются точными. Мы не стали их разлагать по параметрам  $\delta_{max}^2$  или  $\bar{\delta}_{max}^2$ , поскольку они недостаточно малы при некоторых длинах волн. Для успешного обнаружения резонанса углы падения желательно знать как можно точнее, особенно в условиях, когда его угловая ширина мала. В табл. 3 значения углов  $\hat{\alpha}_e$  и  $\bar{\hat{\alpha}}_e$  приведены для кристалла каломели.

Для оптически отрицательного кристалла вместе с (95) имеем



**Рис. 9.** Ориентации металлизированной поверхности образца при возбуждении объемного поляритона для случаев оптически положительного (а) и отрицательного (б) кристаллов, а также ориентации входной и выходной поверхностей ортогональных векторам рефракции падающей и возбуждающей волн (в)

$$\alpha_o = \hat{\alpha}_o + \Delta\alpha_o^{max}, \quad \hat{\alpha}_o = \arctg \sqrt{1/\gamma - 1},$$

$$\Delta\alpha_e^{max} = -\frac{|\zeta''|^2 \varepsilon_o}{2\sqrt{1/\gamma - 1}}. \quad (96)$$

Здесь предельный угол  $\hat{\alpha}_o$  оказывается нечувствительным к возмущению  $\hat{c}_3$ , будучи одинаковым для возбуждения локализованных и объемных поляритонов (см. табл. 2).

Выходная поверхность для возбуждаемой объемной волны должна быть ортогональна вектору рефракции. При возбуждении обычной волны соответствующий угол среза  $90^\circ - \beta_o$  (рис. 9в) в оптически положительном кристалле определяется углом

$$\beta_o = \arctg(|\zeta''| \sqrt{\varepsilon_o}). \quad (97)$$

Для оптически отрицательных кристаллов аналогичный угол  $\beta_e$  равен

$$\beta_e = \arctg(|\zeta''| \sqrt{\varepsilon_e} / \gamma). \quad (98)$$

В данном случае речь идет о необыкновенной отраженной волне, поэтому угол  $\beta_e$ , определяемый направлением вектора рефракции  $\mathbf{n}_e^r$ , естественно, не равен углу  $\phi_e$  наклона ее лучевой скорости  $\mathbf{u}_e^r$  в отраженном пучке (см. рис. 2б, 6, 9в).

Правильный выбор поляризации исходного лазерного пучка позволяет избежать появления паразитного луча в результате двулучепреломления при входе в кристалл, т. е. дополнительных потерь энергии падающего пучка. Согласно (17), (19), при  $c_1 = 0$  поляризация волны на входе в нулевом приближении ( $\delta = 0$ ) должна быть  $TE$ -типа: поле  $\mathbf{E}^0$  параллельно оси  $z$  для кристаллов обоих оптических знаков. При более точном рассмотрении ( $\delta = \delta_{max}$ ) вектор поляризации  $\mathbf{E}^0$  должен быть повернут (вокруг вектора  $\mathbf{n}^i$ ) на некоторый угол  $\psi$ , отсчитываемый от направления  $z$ . При возбуждении поверхностного поляритон-плазmons в первом приближении этот угол равен

$$\psi \approx \arctg(\delta_{max} / \sqrt{\gamma}), \quad (99)$$

причем в оптически отрицательных кристаллах такой поворот осуществляется по правому винту, а в оптически положительных — по левому. Как следует из табл. 2 и 3, в данном случае речь идет об относительно малых углах  $\psi_{o,e}$ .

Ситуация меняется, когда ставится задача возбуждения объемной волны. Теперь оптимизированная поляризация падающей волны, определяется той же формулой (99) с заменой в ней  $\delta_{max} \rightarrow \bar{\delta}_{max}$ . При этом угол поворота поляризации сильно увеличивается, а точность приближения значительно ухудшается (по крайней мере для видимого диапазона длин волн). Представляется, что в этом случае оптимальную поляризацию исходной волны лучше подбирать экспериментально.

Как видно из табл. 2 и 3, резонансное возбуждение поверхностного поляритон-плазmons является весьма эффективным. Коэффициент возбуждения (50), (87) при переходе от видимого к инфракрасному диапазону увеличивается от десятка до сотни.

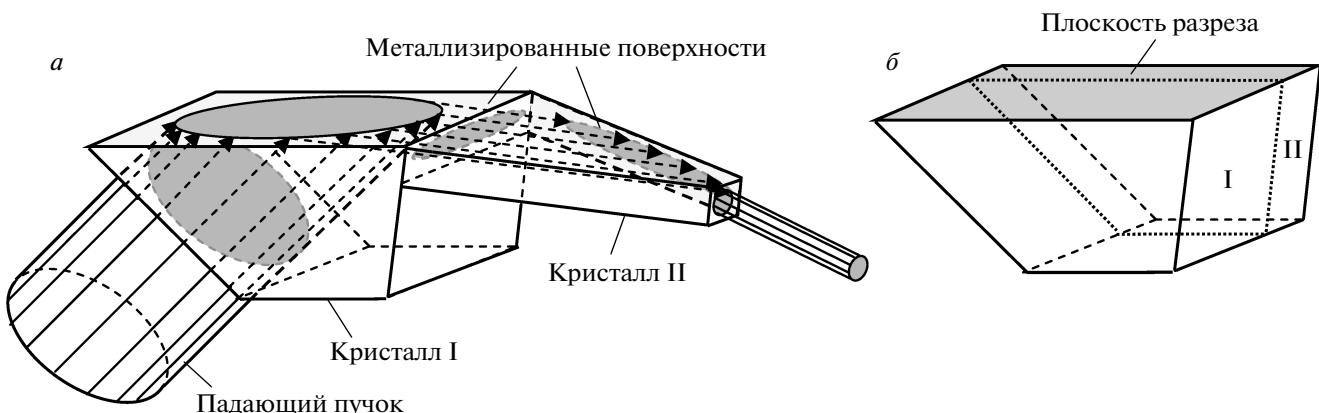


Рис. 10. Двухкристальная схема сжатия пучка в двух измерениях (а) и «раскрой» кристаллической заготовки на два оптических элемента (б)

Относительная интенсивность возбуждаемой объемной волны может быть повышена практически до тех же значений путем последовательного сжатия пучка в двух измерениях, как показано на рис. 10а. В этом случае увеличение интенсивности волны дается квадратом коэффициентов возбуждения (65), (93).

Оптимальную поляризацию волны, исключающую двулучепреломление при входе во второй кристалл, можно подобрать путем юстировочного вращения этого кристалла вокруг нормали к его входной поверхности. При этом оптимальные ориентации всех рабочих поверхностей обоих кристаллов, очевидно, совпадают. Поэтому можно «выкроить» оба элемента двухкристальной структуры из одного образца с уже металлизированной поверхностью и сориентированными входной и выходной гранями (рис. 10б).

Как мы видели, ширина резонанса по углам падения с уходом в инфракрасную область сильно уменьшается до значений  $(\Delta\alpha_{o,e})_{1/2} \approx 0.1^\circ$ . Это задает естественное ограничение на расходимость исходного пучка лазера: чем больше расходимость пучка, тем большая его часть выходит из резонанса. С другой стороны, следует учитывать, что, сужая пучок на выходе, мы увеличиваем его естественную дифракционную расходимость.

Авторы признательны Е. И. Альшицу, В. Г. Дмитриеву, А. Ф. Константиновой и Б. М. Харламову за полезные обсуждения и ценные замечания, а также Д. А. Бессонову за помощь в численных расчетах. Работа выполнена при финансовой поддержке Польского фонда MNiSW (грант № NN501252334). Один из авторов (В. И. А.)

благодарен за поддержку Польско-Японскому институту информационных технологий, Варшава (Polish-Japanese Institute of Information Technology, Warsaw) и Технологическому университету, Кельце (Kielce University of Technology, Poland).

## ЛИТЕРАТУРА

- Л. Д. Ландау, Е. М. Либшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
- Ф. И. Федоров, *Оптика анизотропных сред*, Едицо-риал УРСС, Москва (2004).
- Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Наука, Москва (1975).
- В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, ЖЭТФ **128**, 904 (2005).
- В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, А. Радович, ЖЭТФ **131**, 14 (2007).
- В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, Кристаллография **54**, 989 (2009).
- М. А. Леонтович, *Избранные труды. Теоретическая физика*, Наука, Москва (1985), с. 351.
- В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, УФН **179**, 865 (2009).
- Г. П. Мотулевич, УФН **97**, 211 (1969).
- В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, Л. А. Шувалов, ФТТ **43**, 1322 (2001).
- V. I. Alshits, A. S. Gorkunova, V. N. Lyubimov et al., in: *Trends in Continuum Physics*, World Sci., Singapore (1998), p. 28.
- А. Ф. Константинова, Б. Н. Гречушников, Б. В. Бокуть, Е. Г. Валяшко, *Оптические свойства кристаллов*, Наука и техника, Минск (1995).