ЖЭТФ, 2010, том 138, вып. 1 (7), стр. 74–79

ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ НЕЙТРИНО НЕРЕЛЯТИВИСТСКИМИ НЕЙТРОНАМИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. В. Скобелев *

Московский государственный индустриальный университет
115280, Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 октября 2009 г.

С использованием найденной матрицы плотности нейтрона в магнитном поле рассчитана нейтринная светимость нерелятивистского невырожденного нейтронного газа в магнитном поле за счет переворота аномального магнитного момента, а также длина пробега нейтрино относительно поглощения в замагниченном нейтронном газе. Найдены энергия Ферми и парциальные концентрации вырожденного нейтронного газа в магнитном поле. Обсуждаются астрофизические приложения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Светимость нейтронных звезд является преимущественно нейтринной. Основным механизмом потерь энергии являются URCA-процессы (см., например, [1]), хотя существуют и другие, обусловленные, например, наличием магнитного поля [2]. Считается, что, помимо ядерных переходов, главный вклад при достаточно большой концентрации электронов и протонов [3] дают прямые URCA-процессы вида $p+e \to n+v_e$, $n \to p+e+\overline{v}_e$, которые в нерелятивистском случае впервые рассмотрены в работе [4], а в релятивистском — в работе [5]. Учет «слабого магнетизма» (т. е. вклада разности аномальных магнитных моментов (АММ) протона и нейтрона в матричный элемент слабого заряженного векторного тока) был проведен в работе [6], а учет взаимодействия с сильным магнитным полем — в работе [7]. Другим эффективным механизмом остывания, когда подавлены прямые URCA-процессы, являются «модифицированные» URCA-процессы [3, 8], которые происходят аналогично прямым, но при участии дополнительного нуклона. В рассматриваемом в данной работе диапазоне плотностей и температур все эти механизмы дают вклады одного порядка. Поскольку нейтронные звезды состоят все-таки преимущественно из нейтронов, представляет интерес рассчитать их излучение вследствие переворота АММ нейтрона в магнитном поле звезды. Хотя АММ нейтрона $\mu = \sigma\mu_n$ ($\sigma = -1.9$, $\mu_n = e/2m_p$ — ядерный магнетон) достаточно мал, наличие сверхсильного магнитного поля (до 10^{17} Гс [9]) может сделать эффект сравнимым с другими механизмами излучения. Во всяком случае, любопытно оценить величину магнитного поля, при которой этот эффект превосходит вклад URCA-процессов.

Наряду с процессом излучения $n \to n(\nu\overline{\nu})$ представляет интерес процесс частичного поглощения $\nu(\overline{\nu})n \to \nu(\overline{\nu})n$ с уменьшением энергии нейтрино за счет переворота АММ, который может влиять на время остывания нейтронной звезды. При расчетах используем лагранжиан вида [10]

$$L_{n\nu} = \frac{G}{\sqrt{2}}\left[\overline{\Psi}_n\Gamma^\alpha\Psi_n\right]\left[\overline{\Psi}_\nu\gamma_\alpha(1+\gamma^5)\Psi_\nu\right], \quad \Gamma^\alpha = \gamma^\alpha(C_V + C_A\gamma^5), \tag{1}$$

где G — фермиевская постоянная, C_V и C_A — векторная и аксиально-векторная константы слабого нейтрального адронного тока нейтронов, которые равны $C_V = -0.5$, $C_A = -0.63$ (см., например, [11]).

Описывающее нейтральную дираковскую частицу обобщенное уравнение Дирака, учитывающее взаимодействие АММ с внешним постоянным и однородным электромагнитным полем с тензором $F^{\alpha\beta}$, имеет вид

$$\left(i\hat{\partial} - m - \frac{i}{2}\mu\sigma_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}\right)\Psi = 0, \quad \sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\gamma_\alpha\gamma_\beta - \gamma_\beta\gamma_\alpha). \tag{2}$$

В нашем случае постоянного и однородного магнитного поля, направленного по третьей оси, отличные

*E-mail: v.skobelev@inbox.ru

от нуля компоненты тензора равны $F^{21} = -F^{12} = B$ и уравнение (2) принимает вид

$$\begin{aligned} &\left(i\hat{\partial} - m + i\lambda\gamma^1\gamma^2\right)\Psi = 0, \\ &\lambda = \mu B. \end{aligned} \tag{3}$$

Для удобства используем соотношения

$$i\gamma^1\gamma^2 = -\gamma^5\gamma^0\gamma^3 = \frac{1}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma),$$

$$\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3,$$

где $(\gamma\varepsilon\gamma) \equiv \gamma^\alpha\gamma^\beta\varepsilon_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — абсолютно антисимметричный тензор в подпространстве $(0,3)$ ($\varepsilon^{03} = -\varepsilon^{30} = 1$, $\varepsilon^{00} = \varepsilon^{33} = 0$). В этих обозначениях уравнение (3) принимает вид

$$\left(i\hat{\partial} - m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right)\Psi = 0. \tag{4}$$

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ НЕЙТРОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как известно, в практических вычислениях используется поляризационная матрица плотности ρ, определяемая соотношениями

$$\begin{aligned} &\rho = u\overline{u}, \\ &\Psi = \frac{e^{-ipx}}{\sqrt{2p_0V}}\,u. \end{aligned} \tag{5}$$

Из соотношений (4), (5) получаем уравнение для ρ:

$$\left(\hat{p} - m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right)\rho = 0. \tag{6}$$

Решение ищем в виде

$$\rho = \left(\hat{p} + m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right)\tilde{\rho}. \tag{7}$$

Подставляя выражение (7) в уравнение (6), получаем

$$\left(p^2 - m^2 + \lambda^2 + 2\lambda\gamma^5(\gamma\varepsilon p)\right)\tilde{\rho} = 0, \tag{8}$$

причем мы использовали соотношения

$$\varepsilon_{\alpha\beta}\varepsilon_{\mu\nu} = g_{\alpha\nu}g_{\mu\beta} - g_{\alpha\mu}g_{\nu\beta},$$

$$\gamma^\alpha\gamma_\mu\gamma_\alpha = 0; \quad \alpha,\mu = 0,3; \quad (\gamma\varepsilon\gamma)^2 = 4.$$

Матрицу $\tilde{\rho}$ ищем в виде

$$\tilde{\rho} = \left(p^2 - m^2 + \lambda^2 - 2\lambda\gamma^5(\gamma\varepsilon p)\right)\rho_0. \tag{9}$$

При подстановке $\tilde{\rho}$ из (9) в уравнение (8) с учетом соотношения

$$(\gamma\varepsilon p)^2 = -p_\parallel^2 \quad (p_\parallel^2 = p_0^2 - p_3^2)$$

получаем

$$\left[(p^2 - m^2 + \lambda^2)^2 - 4\lambda^2 p_\parallel^2\right]\rho_0 = 0. \tag{10}$$

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} &p^2 - m^2 + \lambda^2 = 2\xi|\lambda|p_\parallel, \\ &\xi = \pm 1, \quad p_\parallel = \sqrt{p_\parallel^2}\,. \end{aligned} \tag{11}$$

Учитывая, что $p^2 = p_\parallel^2 - p_\perp^2$ ($p_\perp^2 = p_1^2 + p_2^2$), и решая квадратное уравнение (11) относительно $p_\parallel$, находим, что

$$p_\parallel = \xi|\lambda| + \sqrt{m^2 + p_\perp^2}\,, \tag{12}$$

а энергия равна

$$p_0 = \left\{p_3^2 + \left[\xi|\lambda| + \sqrt{m^2 + p_\perp^2}\,\right]^2\right\}^{1/2}. \tag{13}$$

В нерелятивистском случае $|\mathbf{p}|, |\lambda| \ll m$ выражение (13) принимает вид

$$p_0 = m + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \xi|\lambda|. \tag{13a}$$

Значение коэффициента ρ_0 в формуле (9) выберем равным

$$\rho_0 = \frac{1}{4\xi|\lambda|p_\parallel}\,.$$

Комбинируя формулы (7), (9), (11), получаем окончательное выражение для поляризационной матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \rho = \frac{1}{2}&\left[\hat{p} + m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right] \times \\ &\times\left[1 - \xi\,\mathrm{sign}\,\lambda\gamma^5\left(\gamma\varepsilon\tilde{p}\right)\right], \quad \tilde{p} = p/p_\parallel. \end{aligned} \tag{14}$$

При $\lambda \to 0$, как и следует, получаем матрицу плотности свободной дираковской частицы [12]:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(\hat{p} + m\right)\left(1 - \gamma^5\hat{a}\right).$$

Таким образом, в нашем случае псевдовектор спина равен

$$a_\alpha = \xi\,\mathrm{sign}\,\lambda\varepsilon_{\alpha\beta}\tilde{p}^\beta. \tag{15}$$

В нерелятивистском приближении $|\mathbf{p}|, |\lambda| \ll m$ выражение (14) принимает вид

$$\rho = \frac{m}{2}(1 + \gamma^0)(1 - \xi\,\mathrm{sign}\,\lambda\gamma^5\gamma^3). \tag{16}$$

Из изложенного ясно, что значение $\xi = 1$ соответствует ориентации спина по полю, а АММ против поля ($\mu < 0$). Значение $\xi = -1$ отвечает противоположной ориентации спина и АММ.

Приведем также для справок значение «нейтронного пропагатора», определяемого как решение уравнения

$$\left[\hat{p} - m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right] S = 1.$$

Решение имеет вид

$$S = \left[\hat{p} + m + \frac{\lambda}{2}\gamma^5(\gamma\varepsilon\gamma)\right] \times \\ \times \frac{p^2 - m^2 + \lambda^2 - 2\lambda\gamma^5(\gamma\varepsilon p)}{(p^2 - m^2 + \lambda^2)^2 - 4\lambda^2 p_\parallel^2}.$$

При $\lambda \to 0$ получается обычное выражение

$$S = (\hat{p} + m)/(p^2 - m^2).$$

3. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА ИЗЛУЧЕНИЯ НЕЙТРИНО. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЙТРИНО В ЗАМАГНИЧЕННОМ НЕЙТРОННОМ ГАЗЕ

Матричный элемент процесса $n \to n(\nu\overline{\nu})$ представим в виде

$$\langle f|S|i\rangle = i\frac{(2\pi)^4\delta(Q - q - q')M}{V^2\sqrt{2p_0 2p_0' 2q_0 2q_0'}}, \tag{17}$$

$$M = -\frac{G}{\sqrt{2}}\,(\overline{u}_n'\Gamma^\alpha u_n)\,F_\alpha,$$
$$F_\alpha = \overline{u}_\nu\gamma_\alpha(1 + \gamma^5)u_\nu',$$

где $Q = p - p'$, p и p' — импульсы начального и конечного нейтронов, q и q' — импульсы нейтрино.

Вероятность излучения пары $(\nu\overline{\nu})$ нейтроном в невырожденном нейтронном газе в единицу времени получается стандартными методами (массой нейтрино пренебрегаем):

$$W = \frac{1}{(2\pi)^5 2p_0}\int\limits_{(\Gamma)}\frac{d^3p'}{2p_0'}\int\frac{d^3q}{2q_0}\frac{d^3q'}{2q_0'}\times \\ \times\delta(Q - q - q')|M|^2, \quad \Gamma = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'| \le p_0 - p_0', \tag{18}$$

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{G^2}{2}D^{\alpha\beta}H_{\alpha\beta},\\ D^{\alpha\beta} &= \mathrm{Tr}(\rho'\Gamma^\alpha\rho\Gamma^\beta),\\ H_{\alpha\beta} &= F_\alpha F_\beta^*. \end{aligned} \tag{19}$$

Учтем, что

$$\tilde{H}_{\alpha\beta} \equiv \int\frac{d^3q}{2q_0}\frac{d^3q'}{2q_0'}\delta(Q - q - q')H_{\alpha\beta} = \\ = \frac{4\pi}{3}(Q_\alpha Q_\beta - Q^2 g_{\alpha\beta}), \tag{20}$$

а при вычислении $D^{\alpha\beta}$ ограничимся нерелятивистским случаем (16):

$$D^{\alpha\beta} = 2m^2\left\{g^{\alpha0}g^{\beta0}C_V^2(1 + \xi\xi') + \right. \\ + C_A^2\left[\left(\sum_{\sigma=1.2}g^{\alpha\sigma}g^{\beta\sigma}\right)(1-\xi\xi') + g^{\alpha3}g^{\beta3}(1+\xi\xi')\right] + \\ \left. + C_V C_A\left(g^{\alpha0}g^{\beta3} + g^{\alpha3}g^{\beta0}\right)(\xi + \xi')\,\mathrm{sign}\,\lambda\right\}, \tag{21}$$

здесь мы опустили слагаемые, обращающиеся в нуль при свертке с симметричным тензором $\tilde{H}_{\alpha\beta}$. Учитывая, что $\xi = -\xi' = 1$, имеем

$$\begin{aligned} D^{\alpha\beta}\tilde{H}_{\alpha\beta} &= \frac{16\pi}{3}m^2 C_A^2 Q_\parallel^2,\\ Q_\parallel^2 &= Q_0^2 - Q_3^2, \end{aligned} \tag{22}$$

а для вероятности получаем

$$W = \frac{G^2 C_A^2}{3(2\pi)^4}\int\limits_{(\Gamma)}d^3p'\left[(p_0 - p_0')^2 - (p_3 - p_3')^2\right]. \tag{23}$$

Интегрирование по области Γ после трансляционной замены переменных и перехода к сферическим координатам дает в нерелятивистском приближении $|\mathbf{p}|, |\lambda| \ll m$:

$$W = \frac{32G^2 C_A^2|\lambda|^5}{45\pi^3}. \tag{24}$$

Число пар $(\nu\overline{\nu})$, испускаемых из единицы объема в единицу времени, равное n_+W (n_+ — концентрация нейтронов со спином по полю), может быть записано в виде

$$N_\nu^{(n)} = \frac{C_A^2(Gm_p^2)^2}{45\pi^3}n_+\lambda_C^3|\sigma|^5\times \\ \times\left(\frac{B}{B_0}\right)^5\left(\frac{m_e}{m_p}\right)^9\frac{c}{\lambda_C^4}, \tag{25}$$

где m_e и λ_C — масса и комптоновская длина волны электрона, введенные для удобства, $B_0 = m_e^2/e = 4.41\cdot 10^{13}$ Гс. Нейтринная светимость из единицы объема, $2|\lambda|N_\nu^{(n)}$, равна

$$S_\nu^{(n)} = \frac{C_A^2(Gm_p^2)^2}{45\pi^3}n_+\lambda_C^3|\sigma|^6\times \\ \times\left(\frac{B}{B_0}\right)^6\left(\frac{m_e}{m_p}\right)^{10}\frac{m_e c^3}{\lambda_C^4}. \tag{26}$$

Представляет интерес найти длину пробега нейтрино (антинейтрино) при увеличении ($q_0 \to q_0 + 2|\lambda|$) или уменьшении ($q_0 \to q_0 - 2|\lambda|$) энергии q_0 за счет переворота АММ в магнитном поле в реакции $\nu(\overline{\nu})n \to \nu(\overline{\nu})n$. В том же приближении, что и ранее, можно получить следующее выражение для вероятности процесса в единицу времени:

$$W_{\mp} = \frac{4C_A^2}{3\pi}\, n_{\mp} G^2 \left(q_0 \mp 2|\lambda|\right)^2, \qquad (27)$$

где $n_{\mp}$ — концентрации невырожденных нейтронов со спином против поля (или по полю); в первом случае при неупругом рассеянии происходит уменьшение энергии нейтрино на $2|\lambda|$, во втором — увеличение. Очевидно, парциальные концентрации связаны с общей концентрацией n формулами статистики Ферми–Дирака:

$$n_{\mp} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \times \times \left(\exp\left(\frac{\mathbf{p}^2/2m \mp |\lambda| - \mu_{ch}}{T}\right) + 1\right)^{-1}, \quad n_- + n_+ = n, \qquad (28)$$

причем последнее соотношение в принципе определяет химический потенциал μ_{ch} как функцию n, T, $|\lambda|$.

При $q_0 \gg 2|\lambda|$, т. е. при

$$\frac{q_0}{m_e} \gg \frac{B}{B_0}\,\frac{m_e}{m_p}, \qquad (29)$$

величина $W_{\mp}$ выражается через вероятность W_0 упругого ($\lambda = 0$) процесса с переворотом спина нейтрона следующим образом:

$$W_{\mp} \approx W_0 = \frac{4C_A^2}{3\pi}\, n_{\mp} G^2 q_0^2, \qquad (30)$$

причем соответствующая длина пробега l_0 равна

$$l_0 \approx W_0^{-1} = \frac{3\pi}{4C_A^2}\left(\frac{m_e}{q_0}\right)^2 \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^4 \times \times \frac{\lambda_C}{n_{\mp}\lambda_C^3 (G m_p^2)^2}. \qquad (31)$$

Соотношение (29), не имеющее впрочем принципиального значения для наших оценок, выполняется в диапазоне допустимых значений поля [9] при энергиях нейтрино несколько МэВ и более.

Перспективы возможного обобщения результатов этого раздела на случай вырожденного нейтронного газа рассмотрены в Приложении.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Для сравнения результата (26) со светимостью за счет URCA-процессов запишем формулу (26) в обычных единицах ($C_A \sim 1$, $|\sigma| \approx 2$):

$$S_\nu^{(n)} \sim \rho_{12}\left(\frac{B}{B_0}\right)^6 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\cdot\text{с}}, \quad \rho_{12} = \frac{\rho}{10^{12}\ \text{г/см}^3}, \qquad (32)$$

где ρ — массовая плотность нейтронов (мы учли, что при $|\lambda| \ll T$ $n_+ = n_- = n/2$, n — общая концентрация нейтронов, если же это неравенство не выполняется, то для оценок можно брать $n_+ \approx n$). Аналогичный результат для светимости в URCA-процессах, приведенный в книге [1], можно записать в виде

$$S_\nu^{(URCA)} \sim 10^{30}\rho_{12}\left(\frac{T}{\text{МэВ}}\right)^6 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\cdot\text{с}}. \qquad (33)$$

Для типичного значения температуры 30 МэВ в ядре сверхновой [13] получаем

$$S_\nu^{(URCA)} \sim 10^{39}\rho_{12}\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\cdot\text{с}}. \qquad (33a)$$

Из сравнения выражений (32) и (33а) видно, что приближенное равенство светимостей достигается при значении $B \sim 10^{6\div7}B_0$, что на два–три порядка больше, чем оценки верхней границы величины магнитного поля [9]. Учет вклада модифицированных URCA-процессов [3] приводит к такому же выводу. Отметим также, что при указанных значениях температуры и поля условие нерелятивистского приближения для импульса, $|\mathbf{p}| \sim \sqrt{mT} \ll m$ выполняется с хорошей точностью, в то время как условие для поля, $|\lambda| \ll m$, не имеет места, так как на самом деле $|\lambda| \sim m$.

Таким образом, наш вывод об условиях равенства $S_\nu^{(n)}$ и $S_\nu^{(URCA)}$ основан на довольно грубых оценках, и вопрос требует более детального исследования, что не входит в задачи данной работы. Можно, однако, высказать предположение, что рассмотренный эффект мог доминировать в ранней Вселенной, когда еще не было ядер и, соответственно, части URCA-процессов, но существовали нейтроны и сверхсильные магнитные поля [14]. Отметим в связи с этим, что в некоторых работах (см., например, [15]) авторы оперируют значениями поля порядка 10^{24} Гс в ранней Вселенной. Это, однако, маловероятно, поскольку в спектре W-бозона будет присутствовать тахионная мода, что изменит саму структуру слабых взаимодействий с неясными последствиями. Подобных принципиальных ограничений нет для значений поля $10^{6\div 7}B_0$, когда следует учитывать «наш» эффект. Впрочем, как видно из формул (32) и (33), при меньшем (чем в нейтронных звездах) значении температуры в ранней Вселенной доминирование рассмотренного эффекта возможно при более «реалистических» [14] значениях поля 10^{17} Гс или меньше.

В частности, подобным образом могла формироваться нейтринная компонента холодной материи и тогда концентрация в ней всех трех поколений нейтрино должна быть одинакова (формула (25), $C_A^{(e)} = C_A^{(\mu)} = C_A^{(\tau)}$).

Ослабление нейтринного излучения до «стерильного» значения энергии $q_0 < 2|\lambda|$ происходит в результате многократных актов ($\sim q_0/2|\lambda|$) неупругого рассеяния с поглощением энергии, если $n_- > n_+$. Как видно из формулы (28), при этом должно выполняться соотношение $|\lambda| \gtrsim T$, что имеет место при $T \approx 30$ МэВ и $B/B_0 \sim 10^4$ в ядре сверхновой. Очевидно, что соответствующая длина пробега равна

$$l \sim \frac{q_0}{2|\lambda|}\, l_0 = \frac{q_0}{m_e}\, \frac{B_0}{B}\, \frac{m_p}{m_e}\, l_0. \tag{34}$$

С учетом значения l_0 (31) имеем ($n \sim 10^{38}$ см$^{-3}$ [3], что соответствует плотности порядка ядерной):

$$l \sim \frac{m_e}{q_0}\, \frac{B_0}{B}\, 10^5 \text{ км}. \tag{35}$$

Таким образом, при упомянутых значениях q_0 и B величина $l \lesssim 10$ км и нейтрино высоких энергий практически полностью будут поглощаться в ядре [3] нейтронной звезды. По-видимому, в магнитных нейтронных звездах эффект будет доминирующим по сравнению с другими (см., например, [11]), существенно увеличивая время их остывания [3].

В этой связи стоит отметить, что излученные в процессе $n \to n(\nu\overline{\nu})$ нейтрино таким образом поглощаться не будут, так как их средняя энергия $\langle q_0 \rangle$ меньше «стерильной» границы $2|\lambda|$.

Автор выражает благодарность за техническую помощь М. В. Юсиковой и И. И. Берлину, а также Л. Б. Леинсону и В. А. Ковалеву за полезную информацию по теме статьи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обсудим возможность обобщения результатов разд. 3 на случай вырожденного нейтронного газа. Предварительно найдем энергию Ферми $E_F = \mu_{ch}|_{T=0}$ и парциальные концентрации. Предполагая, что $E_F > |\lambda|$ (см. ниже), из соотношений (28) находим для вырожденного газа ($T \ll E_F \pm |\lambda|$):

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{6\pi^2}\left(p_F^{(+)3} + p_F^{(-)3}\right), \\ n_\pm &= \frac{1}{6\pi^2}\, p_F^{(\pm)3}, \end{aligned} \tag{A.1}$$

где

$$p_F^{(\pm)} = \left[2m\left(E_F \mp |\lambda|\right)\right]^{1/2}$$

— соответствующий импульс Ферми.

Вводя энергию Ферми в отсутствие магнитного поля

$$E_F^{(0)} = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}, \tag{A.2}$$

запишем уравнения (A.1) в виде

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\,(y+x)^{3/2} + \frac{1}{2}\,(y-x)^{3/2} = 1, \\ &n_\pm = \frac{n}{2}(y \mp x)^{3/2}, \end{aligned} \tag{A.3}$$

где введены обозначения

$$y = E_F/E_F^{(0)}, \quad x = |\lambda|/E_F^{(0)}. \tag{A.4}$$

Первое из уравнений (A.3) определяет в неявном виде y как функцию от x (иначе говоря, зависимость энергии Ферми от величины поля и концентрации), второе — относительные концентрации $\varepsilon_\pm = n_\pm/n$ как функции от x (т. е. от $|\lambda|$ и n):

$$\begin{aligned} &\varepsilon_\pm = \frac{1}{2}\,(y \mp x)^{3/2}, \\ &\varepsilon_+ + \varepsilon_- = 1. \end{aligned} \tag{A.5}$$

Можно убедиться, что уравнение имеет решение относительно y при $0 \le x \le x_{max}$, где

$$x_{max} = 2^{-1/3} \approx 0.8 \tag{A.6}$$

(когда $|\lambda| = E_F$), отсюда находим соответствующее значение поля:

$$\left(\frac{B}{B_0}\right)_{max} = \frac{E_F^{(0)}}{m_e}\, \frac{m_p}{m_e}\, \frac{2^{2/3}}{|\sigma|}. \tag{A.7}$$

При значении $n \sim 10^{38}$ см$^{-3}$ имеем из формулы (A.2) $E_F^{(0)} \sim 10$ МэВ и $B_{max} \gtrsim 10^{18}$ Гс, что превышает допустимое значение поля в нейтронных звездах [9] и в ранней Вселенной [14]. Таким образом, наше предположение, что $E_F > |\lambda|$, выполняется с запасом.

Зависимости $y(x)$ и $\varepsilon_-(x)$, полученные численными методами, представлены на рис. 1, 2. Они в принципе решают задачу о нахождении энергии Ферми

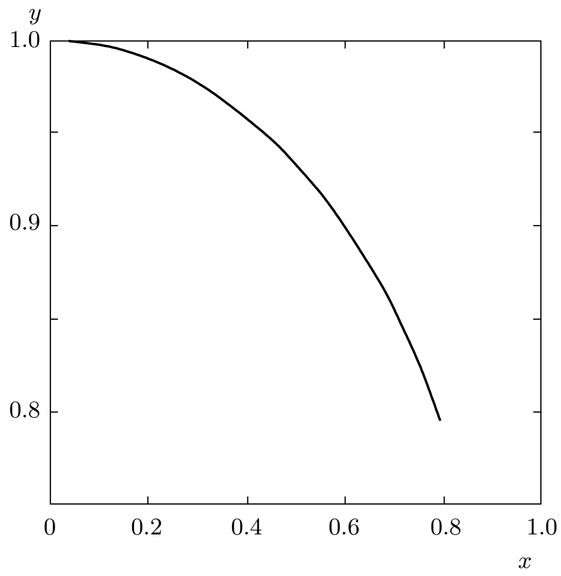

Рис. 1

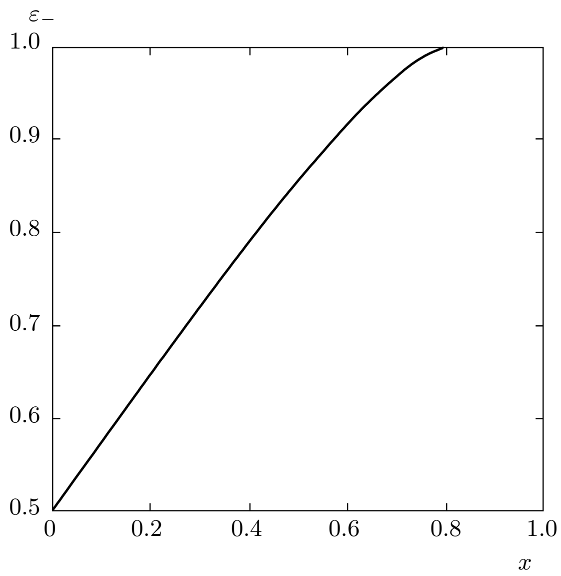

Рис. 2

и парциальных относительных концентраций вырожденного нейтронного газа в магнитном поле.

Из рис. 1 следует, что магнитное поле уменьшает энергию Ферми вплоть до минимального значения $(E_F)_{min} \approx 0.8E_F^{(0)}$, а из рис. 2 — что $n_- > n_+$ при $\lambda \neq 0$, а это в любом случае обусловливает превалирование эффекта поглощения высокоэнергетичного ($q_0 > 2|\lambda|$) нейтринного излучения над эффектом его усиления в вырожденном нейтронном газе.

Точное решение проблемы излучения и поглощения вырожденным нейтронным газом с использованием результатов Приложения нами пока не получено. Предварительные оценки показывают, однако, что процесс излучения в указанном диапазоне значений поля в вырожденном нейтронном газе подавлен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Бисноватый-Коган, *Физические вопросы теории звездной эволюции*, Наука, Москва (1989), с. 190, 387.

2. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **71**, 1263 (1976).

3. Д. Г. Яковлев, К. П. Левенфиш, Ю. А. Шибанов, УФН **169**, 825 (1999).

4. J. M. Lattimer, C. J. Pethick, M. Prakash, and P. Haensel, Phys. Rev. Lett. **66**, 2701 (1991).

5. L. B. Leinson and A. Perez, Phys. Lett. B **518**, 15 (2001).

6. L. B. Leinson, Phys. Lett. B **632**, 267 (2002).

7. L. B. Leinson and A. Perez, J. High Energy Phys. **09**, 020 (1998).

8. H.-Y. Chiu and E. E. Salpiter, Phys. Rev. Lett. **12**, 413 (1964).

9. R. C. Duncan and C. Tompson, Astrophys. J. **392**, L9 (1992); M. Bocquet et al., Astron. Astrophys. **301**, 757 (1995).

10. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **93**, 1168 (1987).

11. S. Hannestad and G. Raffelt, arXiv:astro-ph/ /9711132v2.

12. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 1, Наука, Москва (1968), с. 129.

13. G. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).

14. D. Lemoine, Phys. Rev. D **51**, 2677 (1995); T. Tajima et al., Astrophys. J. **390**, 309 (1992).

15. L. Campanelli and M. Gianotti, arXiv:astro-ph/ /0512324; L. Campanelli and M. Gianotti, arXiv:astro-ph/0611207.