ЖЭТФ, 2010, том 138, вып. 5 (11), стр. 830–843

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВАКУУМНЫЕ ИСТОЧНИКИ САМОЗАРОЖДЕНИЯ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В УСКОРЕННО РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ БЕЗ «БОЛЬШОГО ВЗРЫВА»

С. Г. Чефранов [a*], *Е. А. Новиков* [b**]

[a] *Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова Российской академии наук 119017, Москва, Россия*

[b] *Institute for Nonlinear Science, University of California, San Diego, La Jolla, USA*

Поступила в редакцию 21 января 2010 г.

Получено обобщение гидродинамической теории вакуума в рамках общей теории относительности (ОТО). Новая теория, сохраняя лагранжевость ОТО, дает естественную альтернативу представлению о неизбежности сингулярности в ОТО и теории горячей Вселенной. Показано, что новым источником гравитационной поляризации вакуума (определяющим изменчивость космологического члена в ОТО) может являться возникающее при рождении частиц из вакуума макроскопическое источник-стоковое движение в целом обычной (темной) материи. Устранены известные проблемы космологической постоянной на основе уточнения физической природы «темной энергии», связанной именно с такой гидродинамически инициированной изменчивостью плотности энергии вакуума. Получено новое точное решение модифицированных уравнений ОТО, не содержащее ни одного дополнительного к имеющимся в ОТО свободного (подгоночного) параметра. Оно соответствует непрерывно происходящему и влияющему на метрику процессу рождения из вакуума сверхлегких частиц (с массой $m_0 = (\hbar/c^2)\sqrt{12\rho_0 k} \approx 3 \cdot 10^{-66}$ г, k — гравитационная постоянная) темной материи при сохранении ее плотности ρ_0 постоянной в ходе экспоненциального расширения пространственно-плоской Вселенной. Показана устойчивость этого решения в режиме космологического расширения, происходящего в диапазоне времени $-\infty < t < t_{max}$, когда $t = 0$ соответствует современной эпохе, а $t_{max} = 2/3H_0c\Omega_{0m} \approx 38 \cdot 10^9$ лет при $\Omega_{0m} = \rho_0/\rho_c \approx 0.28$ (H_0 — постоянная Хаббла, ρ_c — критическая плотность). Для $t > t_{max}$ решение становится экспоненциально неустойчивым и характеризует уже обратный процесс поглощения частиц темной материи вакуумом в режиме сжатия Вселенной. Рассматривается допустимость того, что указанными частицами темной материи могут являться скалярные массивные фотонные пары. Получено хорошее количественное соответствие указанного точного решения данным космологических наблюдений SnIa, SDSS-BAO и уменьшения ускорения расширения Вселенной.

1. ВВЕДЕНИЕ

Более 10 лет существует проблема объяснения причины ускоренного расширения Вселенной, вывод о котором следует из разносторонних данных современных космологических наблюдений [1–7]. Эти данные во многом подтверждают предсказания гидродинамической теории вакуума в ОТО [8, 9] относительно макроскопических гравитационных проявлений физического вакуума — основного состояния квантованных полей (см. [4, 5]). Действительно, стандартная ΛCDM-модель [2–4] соответствует рассматриваемому в теории Глинера [8] сопоставлению постоянной плотности энергии вакуума $\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} = \mathrm{const}$ и космологической постоянной $\lambda_0 = 8\pi k \varepsilon_{d0}/c^4$, где k — универсальная гравитационная постоянная Кавендиша, c — скорость света в вакууме. Использование, однако, такого отождествления величин ε_d и λ_0 с неизбежностью приводит к известным проблемам космологической постоянной [1, 4, 5] (см. также [10–12]).

*E-mail: schefranov@mail.ru
**E-mail: enovikov@ucsd.edu

В то же время, согласно работе [8], сопоставление ε_d и λ_0 возможно только при условии $\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} = \mathrm{const}$, когда метрика пространственно-временного многообразия определяется исключительно материей, находящейся в вакуумной фазе, а не обычной[1)] материей, отличной от вакуума. В работе [9] показано, что наличие сколь угодно малого количества обычной (влияющей на метрику) материи приводит к неустойчивости исходного (с $\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} = \mathrm{const}$) состояния вакуума относительно рождения из него обычной материи с ее переходом в состояние расширения. Там же ставится открытый до сих пор вопрос об определении величины ε_d, изменчивость которой и дает возможность рождения из вакуума обычной материи (см. уравнение (1) в работе [9], где используется обозначение $-\mu$, а не ε_d).

Пока, однако, известны только формальные модели темной энергии и темной материи, для которых, в отличие от моделей работ [8, 9], не ясна ни природа самих этих гипотетических субстанций, ни физический механизм их возможного взаимодействия (см. обзоры [2–4], а также, например, работы [13, 14] и приведенные в них ссылки).

В то же время важность развития теории работ [8, 9] (о макроскопических гравитационных свойствах физического вакуума в рамках ОТО) связана с возможностью устранения отмеченных выше и других проблем космологии и теоретической физики. Например, такая гидродинамическая теория вакуума в ОТО дает естественную альтернативу [9] известному представлению [15] о неизбежности сингулярности в ОТО и соответствующим теориям [16, 17].

В настоящей работе развивается новый гидродинамический подход к определению конкретного вида переменной величины ε_d. Этот подход сохраняет лагранжевость ОТО и обобщает теорию работ [8, 9]. При этом для макроскопического описания процесса рождения из вакуума обычной (темной) материи используется гидродинамическая теория распределенных источников-стоков [18, 19], которая позволяет моделирование изменчивости космологического члена с помощью параметра σ (ковариантной дивергенции 4-скорости обычной материи), характеризующего лагранжев инвариант плотности распределенных источников-стоков. Предложена новая модификация уравнений ОТО, которая получается в результате введения в плотность лагранжиана функционала действия ОТО дополнительного члена $\gamma\sigma^2$, где γ — безразмерная произвольная постоянная. Использование лагранжева инварианта σ^2 представляется наиболее естественным для вариационного вывода вида функции ε_d, изменчивость которой должна характеризовать, согласно работе [9], интенсивность макроскопического потока рождающейся из вакуума обычной материи (см. уравнение (1) в [9]).

Введение этого члена приводит также к обобщению гравитационной теории вакуумных квантовых флуктуаций Сахарова [11]. Действительно, в используемом в работе [11] разложении плотности лагранжиана по степеням скалярной кривизны R здесь дополнительно учитывается член $\gamma\sigma^2$, который имеет ту же размерность, что и R, и тот же порядок величины. Последнее обеспечивает возможность описания процесса рождения массивных частиц из вакуума именно в макроскопических масштабах. Вклад в этот процесс рассматриваемых в работе [11] (и в различных вариантах квантово-гравитационной теории [2, 20–22]) квадратичных по R и тензору Риччи членов относительно мал по сравнению с вкладом от σ^2 для таких масштабов.

Таким образом, предлагается учет нового влияющего на метрику гидродинамического фактора, способного определять макроскопические эффекты поляризации вакуума за счет источник-стокового движения в целом обычной (темной) материи. Такое движение должно с неизбежностью возникать при влияющем на метрику процессе рождения (поглощения) из вакуума массивных частиц этой материи в ходе расширения (сжатия) Вселенной. При этом рассматриваемый гидродинамический поляризационный фактор дает эффект, зависящий от многообразия в целом, так же как и соответствующий поляризационный вклад от топологии многообразия [23].

Отметим, что рассматриваемый в функционале действия дополнительный член $\gamma\sigma^2$ не может быть сведен к какой-либо функции $f(R)$. В этой связи в настоящей работе установлено уточнение известной теоремы об эквивалентности квантово-гравитационных $f(R)$-моделей и скалярно-полевых моделей [24; 25, § 8]. Ниже в разд. 5 получено условие эквивалентности нового точного решения при $\gamma = 1/3$ (см. уравнение (42) в разд. 4) и нового точного решения для модификации скалярно-полевой модели [26]. При этом, в отличие от работы [26], мы учитываем ненулевую и, что важно, отрицательную космологическую постоянную $\lambda_0 < 0$. Отметим, что и в модели [26], и в эквивалентной ей квантовой квазиклассической модели Паркера – Фуллинга [27] воз-

[1)] Обычной считается [8, 9] материя, состоящая из частиц, имеющих ненулевую массу покоя, для которых возможно единственным образом определить сопутствующую систему отсчета. Для материи в вакуумной фазе любая система отсчета является сопутствующей [8].

можно описание обратного влияния на метрику процесса рождения частиц из вакуума подобно тому, как это осуществляется для рассматриваемой гидродинамической теории при $\gamma \neq 0$. Из сопоставления указанных точных решений в настоящей работе определена связь массы m_0 рождающихся из вакуума сверхлегких частиц темной материи и постоянной (при космологическом расширении) плотности ρ_0 этой материи.

Предлагаемый в настоящей работе гидродинамический подход допускает моделирование не только глобальных явлений космологического масштаба, но и более локальных процессов. Это отличает его от известных [28] формальных моделей темной энергии ε_d, применимых только для глобальных космологических масштабов. В нерелятивистском пределе (разд. 3) для рассматриваемой модификации уравнений ОТО при этом не возникает каких-либо проблематических поправок к закону тяготения Ньютона, как, например, в работах [29, 30]. В отличие от [29, 31], ниже рассматривается не просто гравитационное самовоздействие движущейся материи, но и возможность ее самозарождения из вакуума за счет источник-стоковой макроскопической поляризации вакуума (см. подробнее в следующем разделе). Показано (разд. 6) наличие количественного соответствия полученного точного решения при $\gamma = 1/3$ модельно-независимым данным наблюдений, относящимся к небольшим красным смещениям z.

2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА И НОВАЯ МОДИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ОТО

Рассмотрим эффект влияния на метрику источник-стоковых макроскопических движений обычной (темной) материи (в п. 1), а также возможность поляризации вакуума от более общих типов движения (п. 2) и подходы, реализованные в этой связи в работах [29, 31], и др. (п. 3).

1. Сделаем замену космологической постоянной λ_0 на функцию $\lambda = \lambda_0 - \gamma\sigma^2$ в функционале действия ОТО [32], где

$$\sigma = \frac{\partial u^i}{\partial x^i} + \frac{u^k}{2g}\frac{\partial g}{\partial x^k}$$

— ковариантная дивергенция 4-скорости u^i идеальной жидкости, $x^i = (\tau, x^\alpha)$, $\alpha = 1, 2, 3$, $\tau = ct$, t — время, а g — определитель метрического тензора g_{ik}. Для получения уравнений гравитационного поля рассмотрим следующее условие экстремума суммы функционалов действия гравитационного поля S_g и материи S_m [25, 32]:

$$\delta(S_g + S_m) = -\frac{c^3}{16\pi k}\,\delta\int d^4x\sqrt{-g}\,(R + 2\lambda) + \\ + \frac{1}{2c}\,\delta\int d^4x\sqrt{-g}\,L_m = 0, \quad (1)$$

где R — скалярная кривизна или скаляр Риччи, а L_m — лагранжиан идеальной жидкости, соответствующий тензору энергии-импульса идеальной жидкости (темной материи) в виде $T_i^k = (p+\varepsilon)u_i u^k - \delta_i^k p$, где p и ε — соответственно ее давление и плотность энергии. При этом для L_m имеем представление [25, 33]

$$L_m = p(1 + g^{ik}u_i u_k) - \varepsilon(1 - g^{ik}u_i u_k).$$

Условие нормировки $g^{ik}u_i u_k = 1$ должно учитываться только после осуществления варьирования в (1) независимо по всем компонентам метрического тензора, при котором величина вектора u^i не варьируется, а считается заданной [25]. Кроме того, в (1) учитывается, что [32]

$$\delta(\sigma^2) = 2\sigma u^k \delta\left(\frac{1}{2g}\frac{\partial g}{\partial x^k}\right),$$

$$\delta\frac{\partial g}{\partial x^k} = \frac{\partial}{\partial x^k}(\delta g), \quad \delta g = -g g_{ik}\delta g^{ik}.$$

В результате из выражения (1) при любых γ получаем следующую модификацию уравнений ОТО:

$$R_i^k - \frac{1}{2}\,\delta_i^k R = \frac{8\pi k}{c^4}(T_i^k + \delta_i^k\varepsilon_d) \equiv \frac{8\pi k}{c^4}\tilde{T}_i^k, \quad (2)$$

$$\varepsilon_d = \frac{c^4\lambda_1}{8\pi k}, \quad \lambda_1 = \lambda_0 + \gamma\left(2u^k\frac{\partial\sigma}{\partial x^k} + \sigma^2\right). \quad (3)$$

При $\gamma = 0$ уравнения (2), (3) совпадают точно с уравнениями ОТО при ненулевой космологической постоянной $\lambda_0 \neq 0$ и соответствуют ΛCDM-модели. Уравнения (2), (3) совпадают с частным случаем (при $\beta = 2\gamma$) уравнений работы [19], в которой вместо λ_1 в (2), (3) используется представление

$$\lambda_N = \lambda_0 + \gamma\sigma^2 + \beta u^k\frac{\partial\sigma}{\partial x^k},$$

где γ и β — безразмерные произвольные величины. Очевидно, что при $\gamma \neq 0$ имеем [32] $\tilde{T}^k_{i;k} = 0$ и, следовательно, при ε_d из уравнения (3) получается следующая конкретизация уравнения (1) из [9]:

$$T^k_{i;k} = -\frac{\partial\varepsilon_d}{\partial x_i}, \quad (4)$$

которое, согласно [9], определяет возможность обмена энергией и импульсом между вакуумной и невакуумной фазами состояний материи. Действительно, в уравнении (2) величина $\tilde{T}_i^k$ получается из T_i^k при замене в T_i^k величин ε на $\varepsilon + \varepsilon_d$ и p на $p - \varepsilon_d$, что соответствует именно уравнению состояния $p = -\varepsilon_d$, характерному для вакуум-подобной фазы материи [8]. В сопутствующей системе отсчета (где $u^0 = 1$, $u^\alpha = 0$, $\alpha = 1, 2, 3$) из уравнения (3) следует, что

$$\varepsilon_d = \frac{c^4}{8\pi k}\left\{\lambda_0 - \gamma\left[\frac{3}{4}\left(\frac{\dot{g}}{g}\right)^2 - \frac{\ddot{g}}{g}\right]\right\}. \tag{5}$$

Здесь и ниже точка означает производную по τ. Из уравнения (4) получаем следующую модификацию общерелятивистского уравнения непрерывности при $\gamma \neq 0$:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{\dot{g}}{2g}(\varepsilon + p) = -\dot{\varepsilon}_d, \tag{6}$$

где $\dot{\varepsilon}_d \neq 0$ именно при $\gamma \neq 0$ для ε_d из (5).

Таким образом, согласно уравнениям (5) и (6), при $\gamma \neq 0$ имеется указанная в работе [9] возможность рождения обычной (темной) материи из вакуума, гравитационная поляризация которого, в соответствии с (1), осуществляется за счет не рассматривавшегося ранее нового источник-стокового гидродинамического фактора. При этом величина ε_d полностью определяется в (3) и (5) на основе ясных физических представлений, следующих из гидродинамической теории распределенных источников-стоков в контексте лагранжева моделирования — от лагранжевых инвариантов к динамике [18]. Поэтому, в отличие от существующих моделей взаимодействия темной энергии ε_d и темной материи ε (см., например, работы [13, 14]), при этом отсутствует необходимость в дополнительном к (6) кинематическом уравнении, формально замыкающем систему уравнений для двух неизвестных функций, ε и ε_d.

Итак, использование (1) при $\gamma \neq 0$ соответствует обобщению теории не только работ [8, 9], но и работы [11], так как член $\gamma\sigma^2$ в (1) обеспечивает не учитываемое в [11] наличие обычной материи и ее гидродинамическое взаимодействие с вакуумным состоянием материи в макроскопических масштабах.

2. Следствия из используемого в (1) конкретного и простого представления для λ-члена будут более подробно рассматриваться в следующих разделах. Здесь укажем на возможность обобщения указанного представления λ в (1) не только за счет замены σ^2 в (1) на произвольную функцию $\Phi(\sigma^2)$, но и при учете других типов движения материи, когда λ в (1) имеет вид

$$\lambda = \lambda_0 + \gamma\Phi(\sigma^2) + \gamma_1 F(K), \tag{7}$$

где γ и γ_1 — безразмерные постоянные, а функции Φ и F имеют размерность $1/\text{см}^2$, как и σ^2. В (7) величина K имеет вид [29]

$$\begin{gathered} K = K^{ij}_{lm} u^i_{;l} u^j_{;m}, \\ K^{ij}_{lm} = c_1 g^{ij} g_{lm} + c_2 \delta^i_l \delta^j_m + c_3 \delta^i_m \delta^j_l, \end{gathered} \tag{8}$$

где $u^i_{;l}$ — ковариантная производная от вектора u^i [32]. В частности, при $\gamma_1 = \gamma$ и $\Phi + F = -(\sigma^2 + K)/2$ для $c_2 = 1$, $c_1 = c_3 = 0$ в (8) представление (7) для λ точно совпадает с использованным в (1). Возможно также и дополнительное введение в (1), (7) важного топологического инварианта спиральности [34].

3. В работе [29] представление λ в (1) в виде (7), (8) использовалось при $\gamma = 0$ и $\lambda_0 = 0$. Однако при этом в [29] вместо поля u^i, имеющего ясный физический смысл, в (7), (8) рассматривается новое гипотетическое неоэфирное векторное поле A^i. В этой связи в (1) фактически вместо L_m рассмотрен член, связанный с A^i и формально получающийся из L_m при $\varepsilon \equiv 0$ (и замены u^i на A^i). При этом в [29] вообще не рассматривается плотность лагранжиана обычной материи, а соответствующий тензор энергии-импульса обычной материи не выводится из вариационного принципа (как в настоящей работе), а просто формально вводится в результирующие уравнения, не сводящиеся, как отмечалось выше (в разд. 1), к закону тяготения Ньютона в нерелятивистском пределе, в отличие от настоящей работы (см. разд. 3). Поскольку в [29] поле A^i не является заданным, в отличие от u^i, для него в [29] выводятся дополнительные уравнения при варьировании функционала действия уже по компонентам этого вектора.

Представление (7) при $\lambda_0 = \gamma = 0$ рассмотрено также в работе [31], где для K вместо (8) используется другое, более структурированное по типам движения, представление:

$$K = \psi^2 = Du_k Du^k + \sigma_{ik}\sigma^{ik} + \omega_{ik}\omega^{ik} + \Delta^2/3, \tag{9}$$

где

$$Du_k = u^m u_{k;m},$$

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{2}\Delta^m_i \Delta^n_k (u_{n;m} + u_{m;n}) - \frac{1}{3}\Delta_{ik}\Delta,$$

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2}\Delta^m_i \Delta^n_k (u_{n;m} - u_{m;n}),$$

$$\Delta = u^i_{;i} = \sigma, \quad \Delta_{ik} = g_{ik} - u_i u_k.$$

В [31] поле u^i имеет формально тот же смысл, что и в настоящей работе. Однако использованная в [31] процедура вариации соответствующего функционала действия (включающая, в отличие от настоящей работы, вариативность поля u^i при варьировании по компонентам метрического тензора) приводит к тому, что поле u^i в [31] фактически становится эквивалентным полю A^i работы [29] со всеми вытекающими отсюда проблемами. В частности, в [29] отмечается в связи с тем, что $A^i \neq 0$, нарушение локальной лоренцевой инвариантности. Действительно, в [31] на основе условия нормировки $g^{ik}u_i u_k = 1$ выводится представление для связи вариаций δu^i и δg^{ik} в виде $\delta u^i = -(\delta g^{ik}/2)u_k$. Если при варьировании в (1) учитывать такую конечную вариацию вектора u^i, то это приводит уже не к отмеченному выше виду тензора энергии-импульса идеальной жидкости, описывающего обычную материю, а к $T^i_k = -p\delta^i_k$. Последнее представление для T^i_k характерно, согласно [8], уже не для обычной, а для вакуумной фазы материи, имеющей уравнение состояния $p = -\varepsilon_d$. В результате вся рассматриваемая в [31] материя фактически находится именно в вакуумоподобном состоянии, для которого, согласно [8], имеет место постоянство плотности энергии $\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} = \mathrm{const}$ и для которого любая система отсчета должна являться сопутствующей, что не совместимо с условием $u^\alpha \neq 0$.

В этой связи вызывающий удивление авторов работы [31] факт обращения в нуль правой части уравнения (4) или (6) получает естественную интерпретацию из-за фактически полного отсутствия в рассмотрении работы [31] материи в обычном невакуумном состоянии, когда левые части уравнений (4) и (6) тождественно равны нулю. На это в [31] не обращено внимания, так как в [31], как и в [29], тензор энергии-импульса обычной материи не выводится из вариационного принципа, как это делается выше на основе рассмотрения L_m в (1), а лишь вводится формально.

Отметим также работу [35], в которой в рамках ОТО предлагается модификация тензора энергии-импульса идеальной жидкости, в которой учитывается ее неидеальность из-за наличия первой и второй вязкости. Последнее приводит в [35] к возможности бессингулярной эволюции Вселенной, что получается ниже (см. разд. 4) и для идеальной жидкости, но при наличии в ней распределенных источников-стоков.

3. ПРЕДЕЛ СЛАБОГО ПОЛЯ, ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ НЬЮТОНА

В этом разделе показана возможность генерации и излучения слабых гравитационных волн при взаимодействии вакуумной и невакуумной фаз состояния материи, а также редукции новой модификации уравнений ОТО (2), (3) к закону тяготения Ньютона в нерелятивистском пределе.

1. Рассмотрим следующее представление метрического тензора для предела слабых полей [32]:

$$\begin{aligned} g_{ik} &= g^{(0)}_{ik} + h_{ik} + O(h^2), \\ g &= g^{(0)}\left[1 + h + O(h^2)\right], \end{aligned} \tag{10}$$

$$h = h^i_i, \quad h^0_0 = \frac{2}{c^2}\,\varphi, \quad h^\beta_\alpha = -\frac{2}{c^2}\,\varphi_1\delta^\beta_\alpha,$$

где $g^{(0)}_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}$, $g^{(0)}_{00} = 1$, $g^{(0)}_{0\alpha} = 0$.

В выражении (10), в отличие от (106.3) из [32], рассматривается возможность в общем случае считать $\varphi_1 \neq \varphi$, т. е. имеются два независимых потенциала, φ_1 и φ, а не один. В пределе $h_{ik} \ll g^{(0)}_{ik}$ соответствующее выражение для интервала ds^2 имеет вид

$$ds^2 = (1 + 2\varphi)c^2dt^2 - \left(1 - \frac{2\varphi_1}{c^2}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Согласно уравнениям (2),(3) и известному выражению R^k_i через h^k_i (см. (107.6) в [32], где

$$R^k_i = \frac{1}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)h^k_i,$$

Δ — трехмерный оператор Лапласа), для h^k_i получаем

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)h^k_i = \frac{16\pi k}{c^4}\left(T^k_i - \frac{1}{2}\delta^k_i T\right) - \delta^k_i\lambda_1, \tag{11}$$

где $T = T^i_i = \varepsilon - 3p$. Согласно (10), имеем

$$h = \frac{2}{c^2}(\varphi - 3\varphi_1), \quad g = -(1+h), \quad \sigma = \frac{\dot g}{2g} \approx \frac{\dot\varphi - 3\dot\varphi_1}{c^2}.$$

При этом из (11) получаем следующую систему уравнений, описывающих гравитационные волны двух потенциалов, φ и φ_1:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi - \frac{1-2\gamma}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} &= \\ &= \frac{4\pi k(\varepsilon + 3p)}{c^2} - \lambda_0 c^2 + 6\gamma\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\Delta(\varphi+\varphi_1)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\varphi+\varphi_1)}{\partial t^2}=\frac{8\pi k(\varepsilon+p)}{c^2}. \tag{13}$$

Система (12), (13) получается в пределе малых скоростей, когда можно считать $u^0=1$, $u^\alpha=0$, как и при выводе уравнения (6) из (4). При этом в дополнение к (12), (13) из уравнения (6) имеем (после учета (10) и только линейных по φ и φ_1 членов в (6))

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=-\frac{\gamma}{4\pi k}\left(\frac{\partial^3\varphi}{\partial t^3}-\frac{3\partial^3\varphi_1}{\partial t^3}\right). \tag{14}$$

Важность рассмотрения уравнения (14) обусловлена необходимостью контроля выполнения (6) в этом приближении для уравнений (2), (3).

2. Для замыкания системы (12)–(14) используем уравнение состояния $p=x\varepsilon$. При этом решение системы (12)–(14) можно представить в виде

$$\varphi=\varphi_s(\mathbf{r})+\tilde\varphi(\mathbf{r},t),\quad \varphi_1=\varphi_{1s}(\mathbf{r})+\tilde\varphi_1(\mathbf{r},t),$$

$$\tilde\varphi_1,\tilde\varphi\propto\exp(-i\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}+i\omega t).$$

Тогда из уравнений (12)–(14) получаем

$$\varepsilon=\varepsilon_0(\mathbf{r})-\frac{\gamma}{4\pi k}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{3\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}\right), \tag{15}$$

$$\Delta\varphi_s=\frac{4\pi k}{c^2}(1+3x)\varepsilon_0-\lambda_0c^2, \tag{16}$$

$$\Delta(\varphi_s+\varphi_{1s})=\frac{8\pi k(1+x)\varepsilon_0}{c^2}, \tag{17}$$

$$\left\{\frac{\omega^2}{n^2c^2}\left[1-3\gamma(1+x)\right]-1\right\}^2=\frac{9\gamma^2\omega^4}{n^4c^4}(1+x)^2. \tag{18}$$

Дисперсионное уравнение (18) соответствует возможности существования плоских волн двух типов: $\omega/nc=\pm1$ и

$$\frac{\omega}{nc}=\pm\frac{1}{\sqrt{1-6\gamma(1+x)}}, \tag{19}$$

где для устойчивости решений φ, φ_1 необходимо выполнение неравенства $6\gamma(1+x)<1$, а для того чтобы скорость волн (19) не превышала скорость света в вакууме требуется еще более жесткое условие

$$6\gamma(1+x)<0. \tag{20}$$

Из (16), (17) при $\lambda_0=0$ и $x\to0$ для $\varphi_s=\varphi_{1s}$ получаем закон тяготения Ньютона, соответствующий стационарному распределению плотности материи $\rho_0=\varepsilon_0/c^2$ при произвольном виде функции $\varepsilon_0(\mathbf{r})$.

3. Отметим, что полученные выше два вида волновых решений возможны только в случае $\varphi_1\neq\varphi$. Действительно, при $\varphi_1=\varphi$ система (12)–(14) уже является замкнутой и отсутствует необходимость в установлении дополнительной связи между ε и p. При этом точным решением системы (12)–(14) является (при $\varphi=\varphi_s+\tilde\varphi$)

$$\begin{gathered}\varepsilon=\varepsilon_0(\mathbf{r})+\frac{\gamma}{2\pi k}\frac{\partial^2\tilde\varphi}{\partial t^2},\\ p=\frac{\lambda_0c^4}{4\pi k}+\varepsilon_0(\mathbf{r})-\frac{\gamma\partial^2\tilde\varphi/\partial t^2}{2\pi k},\\ \Delta\varphi_s(\mathbf{r})=\frac{16\pi k\varepsilon_0(\mathbf{r})}{c^2}+2\lambda_0c^2,\\ \Delta\tilde\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\tilde\varphi}{\partial t^2}=0,\end{gathered} \tag{21}$$

где теперь скорость гравитационных волн $\tilde\varphi$ для любых γ совпадает со скоростью света.

4. Таким образом, взаимодействие вакуумной и невакуумной фаз состояния материи при $\gamma\neq0$ в (14) может проявиться в существовании двух типов малых по амплитуде гравитационных волн. Для первого типа скорость их распространения совпадает со скоростью света, а для второго, в соответствии с (19), — со скоростью $v_g=c/n_0$. Здесь $n_0=\sqrt{1-6\gamma(1+x)}$ — отличный от единицы при $\gamma\neq0$ и $x\neq-1$ эффективный коэффициент преломления «среды». Согласно работам [36, 37], именно при $n_0\neq1$ (как при $n_0>1$, так и при $n_0<1$) только для гравитационных волн второго типа возможна реализация аналога черенковского излучения при надпороговых скоростях движения обычной материи, когда $V>V_{th}=c/n_*$, где

$$n_*=\begin{cases}n_0+\sqrt{n_0^2-1}, & n_0>1,\\[4pt] \dfrac{1+\sqrt{1-n_0^2}}{n_0}, & n_0<1.\end{cases}$$

При этом роль «среды» может играть вакуум как подобие эфира. Экспериментальное исследование такого излучения гравитационных волн второго типа могло бы дать возможность и для оценки величины γ в случае $\varphi\neq\varphi_1$. Полученное в следующем разделе (см. (42)) точное космологическое решение соответствует величине $\gamma=1/3$. Для $\gamma=1/3$ условие (20) может быть выполнено только при $x<-1$. Однако вовсе необязательным является совпадение величин γ для описания гравитационных волн в (12), (13) и в указанном космологическом решении.

4. УСКОРЕННОЕ РАСШИРЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ БЕЗ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ

На основе выведенной из вариационного принципа (1) модификации уравнений ОТО (2), (3) в этом разделе получен новый сценарий эволюции Вселенной при $\gamma = 1/3$, в котором отсутствует сингулярность Большого взрыва и объясняется механизм наблюдаемого ускоренного космологического расширения.

1. Для модификации фридмановской однородной и изотропной модели в сопутствующей системе при $g \propto a^6$ и $H = \dot{a}/a$ из (2), (3) получаем

$$\dot{H} = -\frac{4\pi k(\varepsilon + p)}{c^4} + \frac{r}{a^2}, \tag{22}$$

$$\dot{H} = -\frac{4\pi k(p - \varepsilon_d)}{c^4} - \frac{3}{2}H^2 - \frac{r}{2a^2}, \tag{23}$$

$$\varepsilon_d = \frac{c^4}{8\pi k}\left[\lambda_0 + 3\gamma\left(2\dot{H} + 3H^2\right)\right], \tag{24}$$

где a — масштабный фактор, величина ε_d в (24) определена на основе (5), а параметр $r = 0, 1, -1$ для случаев пространства соответственно с постоянной нулевой, положительной, отрицательной кривизной. В отличие от физически обоснованного вывода системы (22)–(24), в работе [28] при $r = 0$ формально введена внешне сходная модель с

$$\varepsilon_d = \frac{3c^4}{8\pi k}\left(\alpha\dot{H} + \beta H^2\right),$$

которая соответствует (24) при $\lambda_0 = 0$, $\alpha = 2\gamma$ и $\beta = 3\gamma$, т. е. когда $\beta = 3\alpha/2$. При этом в [28] допускается противоречие между используемым теоретическим рассмотрением (см. уравнения (3) в [28]) и конечностью правой части уравнения (6) с $\dot{\varepsilon}_d \neq 0$, когда $\alpha \neq 0$ и $\beta \neq 0$. В работе [28] два безразмерных свободных (подгоночных) параметра, α и β, используются для определения тех значений этих параметров, при которых имеется наилучшее соответствие модели темной энергии ε_d всей совокупности данных космологических наблюдений (SnIa, BAO, CMB-WMAP). Согласно [28], этими значениями оказываются

$$\alpha = 0.586 \begin{array}{c} +0.142 \\ -0.115 \end{array}, \quad \beta = 0.949 \begin{array}{c} +0.151 \\ -0.110 \end{array},$$

когда обеспечивается наилучшее количественное согласие (в пределах $1\tilde{\sigma}$, т. е. одного среднеквадратичного отклонения).

Этим величинам с хорошей точностью соответствует значение параметра $\gamma = 1/3$, при котором $\alpha = 2/3 \approx 0.666$, и $\beta = 1$, что попадает в указанный $1\tilde{\sigma}$-диапазон. Ниже (см. п. 5) будет показано, что именно при $\gamma = 1/3$ и $r = 0$ система (22)–(24) допускает точное решение (см. ниже (42)), которое хорошо согласуется с данными космологических наблюдений (см. разд. 6).

2. При произвольных γ и r система (22)–(24) для $\lambda_0 = 0$ и $p = x\varepsilon$ имеет инвариант

$$I = \left(\dot{a}^2 + \mu\right)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{2(1-\theta_0)}, \tag{25}$$

где $a_0 \equiv a(0)$,

$$\mu = \frac{r(1+3x)}{1 + 3\left[x - \gamma(1+x)\right]}, \quad \theta_0 = \frac{3(1+x)(1-3\gamma)}{2\left[1 - 3\gamma(1+x)\right]}.$$

Инвариант сходного типа впервые рассматривался в работе [19], но при других выражениях для величин μ и θ_0. В силу инвариантности величины I в (25) и только при условиях $\theta_0 < 1$ и $\mu > 0$ для системы (22)–(24) при любых r существует следующее ограничение снизу на величину a:

$$a > a_{min} = a_0\left(\frac{\mu}{\dot{a}_0^2 + \mu}\right)^{1/2(1-\theta_0)}, \tag{26}$$

которое означает невозможность реализации сингулярного режима эволюции системы (22)–(24) при $a \to 0$. При $\gamma \neq 0$ в (24) конечность величины a_{min} в (26) имеет место только в случае $r > 0$ и при выполнении неравенства

$$\frac{1+3x}{3(1+x)} > \gamma > \frac{1}{3(1+x)}, \tag{27}$$

которое возможно только при $x > 0$. В то же время для $\gamma = 0$ отсутствие сингулярности допустимо только при $r > 0$ и для $x < -1/3$. Последнее неравенство соответствует нарушению сильного условия энергодоминантности в известной теореме о сингулярности в ОТО [15]. Таким образом, получено новое, более простое чем в [15], доказательство отмеченной теоремы на основе использования инварианта (25).

При $x = 0$ и любых $\gamma \neq 1/3$ сингулярность оказывается возможной для системы (22)–(24) согласно (25), (26). В то же время для $\gamma = 1/3$ и $x \to 0$ в этой системе сингулярности уже нет при $r = 0$ и $x > 0$ (либо $r < 0$ и $-1/3 < x < 0$) и даже при $r = 0$ или $x = -1/3$, когда $\mu = 0$, и имеет место экспоненциальное решение для $a(\tau)$ согласно (25).

3. Таким образом, для любых r значение параметра $\gamma = 1/3$ оказывается явно выделенным для системы (22)–(24). При $\gamma = 1/3$ эта система приобретает следующий относительно простой вид:

$$\dot{H} = -\frac{4\pi k(\varepsilon + 3p)}{c^4} + \lambda_0, \tag{28}$$

$$\frac{8\pi kp}{c^4} = \lambda_0 - \frac{r}{a^2}. \quad (29)$$

В частности, при $\varepsilon+3p = \varepsilon_0+3p_0 = \mathrm{const}$ система (28), (29) имеет точное решение для любых r:

$$a(\tau) = a_0 \exp\left\{H_0\tau + \frac{\tau^2}{2}\left[\lambda_0 - \frac{4\pi k}{c^4}(\varepsilon_0+3p_0)\right]\right\}, \quad (30)$$

где $H_0 = H(0) > 0$, так как $\tau = 0$ соответствует современной эпохе. Для решения (30) величина p определяется из (29), а $\varepsilon(\tau) = \varepsilon + 3p_0 - p(\tau)$. В (30) в пределе $\tau \to \pm\infty$ величина $a(\tau) \to 0$, если выполнено условие

$$\tilde{\Omega}_{0m} < \frac{2\lambda_0}{3H_0^2} \equiv \Omega_{th}, \quad (31)$$

где

$$\tilde{\Omega}_{0m} = \frac{\tilde{\rho}_0}{\rho_c}, \quad \tilde{\rho}_0 = \frac{\varepsilon_0 + 3p_0}{c^2},$$

$$\rho_c = \frac{3H_0^2c^2}{8\pi k}, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon(0), \quad \rho_0 = \rho(0).$$

Наоборот, при нарушении (31) имеет место асимптотическое при $\tau \to \pm\infty$ неограниченное увеличение $a \to \infty$. В частности, при $\lambda_0 = 3\Omega_{0m}H_0^2$ (при $\Omega_{0m} = \rho_0/\rho_c$, $\rho_0 = (\varepsilon_0 + p_0)/c^2$) в (31) получаем $\Omega_{th} = 2\Omega_{0m}$ и выражение (31) может иметь место при $\varepsilon_0 > p_0$, что характерно для настоящей эпохи.

4. Согласно данным наблюдений (см., например, обзоры [4, 5]), пространство с большой точностью является плоским евклидовым, когда в (22)–(24) и в (29) можно положить $r = 0$. При этом для любых γ из (23) получаем уравнение

$$\left(\dot{H} + \frac{3}{2}H^2\right)(1 - 3\gamma) = \frac{\lambda_0}{2} - \frac{4\pi kp}{c^4}, \quad (32)$$

которое, в частности, при $\gamma = 1/3$ приводит к (29), если $r = 0$ в (29).

Пусть для любых γ правая часть уравнения (32) равна нулю, например, при

$$\lambda_0 = \frac{8\pi kp}{c^4}. \quad (33)$$

Если $\gamma \neq 1/3$, то из (32) при этом получаем точное решение

$$a = a_0\left(1 + \frac{3}{2}H_0\tau\right)^{2/3}, \quad (34)$$

которое не зависит от величины γ. Этому решению, согласно (22), при $r = 0$ соответствует эволюция величины $\Omega(\tau) = (\varepsilon + p)/c^2\rho_c$ вида

$$\Omega(\tau) = \left(1 + \frac{3}{2}\tau H_0\right)^{-2}, \quad (35)$$

для которого имеет место закон сохранения $\tilde{E} = \Omega a^3 = \mathrm{const}$, где ε является функцией τ, а постоянная величина p определяется из (33).

В случае точного решения (34) отсутствует наблюдаемый ускоренный режим космологического расширения (так как $\ddot{a}(0) < 0$) и при $t = t_s = -2/3H_0c$ для $\Omega(\tau)$ из (35) имеет место сингулярность.

При $r = 0$ из (22) при любых γ можно получить общее представление для точного решения:

$$a(\tau) = a_0 \exp\left[H_0\tau - \frac{3}{2}H_0^2\int_0^\tau d\tau_1\tilde{y}(\tau_1)\right], \quad (36)$$

где $\tilde{y}(\tau) = \int_0^\tau d\tau_1\Omega(\tau_1)$, а функция $p(\tau)$ определяется из уравнения (32) при $a(\tau)$ из (36). В общем случае из (32) и (36) можно получить следующее «уравнение состояния», связывающее при любых τ величины $\Omega_p = p/\rho_c c^2$ и Ω:

$$\Omega_p = \frac{\lambda_0 c^2}{8\pi k\rho_c} + (1 - 3\gamma)\left[\Omega - \frac{3}{2}H_0\tilde{y}\right]^2, \quad (37)$$

где $\Omega = \Omega_\varepsilon + \Omega_p$, $\Omega_\varepsilon = \varepsilon/\rho_c c^2$. При $\gamma = 1/3$ уравнение (37) сводится к (33).

Таким образом, для получения связи (37) необходимо только условие $r = 0$, т. е. евклидовость пространства.

Из уравнения (37) следует, что для использования представлений уравнения состояния в виде $p = x\varepsilon$ при постоянной величине x необходимо, чтобы функция $y(\tau) = \int_0^\tau d\tau_1\Omega_\varepsilon(\tau_1)$ удовлетворяла уравнению (следующему из условия $x = \mathrm{const}$)

$$x\left(\dot{y} - \frac{3}{2}H_0y\right)\ddot{y} = \left(\ddot{y} - \frac{3}{2}H_0\dot{y}\right) \times \\ \times\left[2\left(\dot{y} + \Omega_\lambda\right) + (x+1)F_0\right], \quad (38)$$

где

$$\Omega_\lambda = \frac{\lambda_0 c^2}{8\pi k\rho_c}, \quad F_0 = 2(x+1)(1-3\gamma)\left(\dot{y} - \frac{3}{2}H_0y\right)^2 - \dot{y}.$$

В частности, для того чтобы имело место уравнение состояния с $x = -1$, из (38) следует, что в этом случае функция $y(\tau)$ должна удовлетворять уравнению

$$\left(\dot{y} - \frac{3}{2}H_0y\right)^2(\dot{y} + \Omega_\lambda) = C_1, \quad (39)$$

где C_1 — произвольная постоянная. Например, при $C_1 = 0$ уравнение (39) удовлетворяется при $\Omega_\varepsilon(\tau) = -\Omega_\lambda = \mathrm{const}$ (т. е. при $\lambda_0 < 0$), либо при $\Omega_\varepsilon(\tau) = \Omega_\varepsilon(0)\exp(3H_0\tau/2)$.

Таким образом, в случае плоского пространства (т.е. при $r = 0$) возможность реализации уравнения состояния с постоянной во времени величиной x допустима только для определенного вида зависимости $\Omega_\varepsilon(\tau)$, удовлетворяющей нелинейному дифференциальному уравнению (38). При этом закон космологической эволюции определяется согласно (36) при определенной из (38) функции $\Omega_\varepsilon(\tau)$.

Решение (36) вне зависимости от наличия каких-либо связей между $\varepsilon(\tau)$ и $p(\tau)$ при $\varepsilon + p \geq 0$ и $H_0 > 0$ описывает для $r = 0$ и любых γ режим космологического расширения ($\dot{a} > 0$ при $\tau < \tau_{max}$) и режим сжатия ($\dot{a} < 0$ при $\tau > \tau_{max}$), величина τ_{max} определяется из (36) и условия $\dot{a}(\tau_{max}) = 0$ согласно уравнению

$$H_0 \int\limits_0^{\tau_{max}} d\tau\, \Omega(\tau) = H_0 \tilde{y}(\tau_{max}) = 1. \tag{40}$$

Для возможности реализации наблюдаемого в современную эпоху ускоренного режима расширения, когда $\ddot{a}(0) > 0$ в (36), требуется выполнение неравенства

$$\Omega_{0m} = \frac{\rho_0}{\rho_c} < \frac{2}{3}, \tag{41}$$

где $\Omega_{0m} = \Omega(0)$.

Согласно данным наблюдений, $\Omega_p \to 0$ и величины $\tilde{\Omega}_{0m}$ и Ω_{0m} фактически совпадают между собой и равны $\Omega_\varepsilon(0) < 0.3$, что удовлетворяет (41) при любых γ и вне зависимости от конкретного вида функций $\varepsilon(\tau)$ и $p(\tau)$ при $\tau \neq 0$.

5. Рассмотрим теперь отдельно особый случай, когда $\gamma = 1/3$ при $r = 0$ в системе (22)–(24). При этом из (23) и (32) определяется, что величина $p = p_0 = \text{const}$ и точно соответствует равенству (33) или (37) (при $\gamma = 1/3$ в (37)). При этом общим точным решением системы (22)–(24) является (36) для p из (33) и любых функций $\varepsilon(\tau)$. Отметим, что при этом уравнение (6) удовлетворяется тождественно, сохраняя произвол функции $\varepsilon(\tau)$. В частности, допустимо решение (36) при p из (33) и $\varepsilon(\tau) = \varepsilon_0 = \text{const}$. При этом (36) имеет вид

$$a(\tau) = a_0 \exp\left(H_0\tau - \frac{2\pi k \rho_0 \tau^2}{c^2}\right), \tag{42}$$

где $\rho_0 = (\varepsilon_0 + p_0)/c^2 = \Omega_{0m}\rho_c$ и $p_0 = \lambda_0 c^4/8\pi k$ согласно (33). Решение (42) точно совпадает с (30), если в (30) учесть соотношение (33). В отличие от (36), где $p = p_0$, а $\varepsilon(\tau)$ является произвольной функцией τ, решение (42) представляется более естественным при произвольных связях между постоянными во времени величинами ε_0 и p_0.

Для решения (42) величина $\tau_{max} = 2/3H_0\Omega_{0m}$ в уравнении (40). Космологическое расширение при $t < t_{max} = \tau_{max}/c$ и сжатие при $t > t_{max}$, согласно (42), происходит с положительным ускорением $\ddot{a}(\tau) > 0$ только вне интервала времени

$$\frac{2}{3\Omega_{0m}H_0 c}\left(1 - \sqrt{\frac{3}{2}\,\Omega_{0m}}\right) \leq t \leq \\ \leq \frac{2}{3\Omega_{0m}H_0 c}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}\,\Omega_{0m}}\right), \tag{43}$$

внутри которого, наоборот, $\ddot{a}(\tau) \leq 0$. Например, для $\rho_0 \approx 0.23 \cdot 10^{-29}$ г/см^3, $H_0 c \approx 0.24 \cdot 10^{-17}$ с$^{-1}$ [4] получаем оценку $t_{max} \approx 39.6 \cdot 10^9$ лет. При этом до окончания периода ускоренного расширения от настоящей эпохи (при $t = 0$), согласно (43), остается $t_{max} - t_0 \approx 16.7 \cdot 10^9$ лет, где

$$t_0 = \frac{1}{cH_0}\sqrt{\frac{2}{3\Omega_{0m}}} \approx 22.9 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

Точное решение (42) соответствует возможности неограниченного существования во времени от $t \to -\infty$ до $t \to \infty$ для Вселенной, не имеющей каких-либо сингулярностей в прошлом и будущем. В Приложении показано, однако, что только в режиме расширения при $t < t_{max}$ решение (42) является устойчивым, а при $t > t_{max}$ соответствующий ему режим сжатия экспоненциально неустойчив относительно малых возмущений метрики. Это может означать необходимость рассмотрения смены режима (42) при $t > t_{max}$ другим эволюционным режимом с другим значением параметра γ.

Отметим, что данным наблюдений соответствует уменьшение ускорения расширения Вселенной с $\dddot{a}(0) < 0$, когда, согласно (42), получаем неравенство

$$\Omega_{0m} > 2/9 \approx 0.22\ldots, \tag{44}$$

которое удовлетворяется для наблюдаемой величины $\Omega_{0m} \leq 0.3$, попадающей таким образом в интервал значений, устанавливаемых неравенствами (41) и (44).

Для сравнения с данными наблюдений (см. разд. 6) удобно использовать вместо $a(\tau)$ величину красного смещения $z = a_0/a(\tau) - 1$. При этом решению (42) соответствует следующий вид функции $h(z) = H(z)/H_0$:

$$h(z) = \sqrt{1 + 3\Omega_{0m}\ln(1+z)}\,. \tag{45}$$

В частности, для $h(z)$ из (45) можно определить для любых z величину $\dddot{a}$ в виде

$$\frac{\dddot{a}}{a_0 H_0^3} = \frac{h(z)}{1+z}\left\{1 + 3\Omega_{0m}\left[\ln(1+z) - \frac{3}{2}\right]\right\}. \tag{46}$$

Из (46), например, при $\Omega_{0m} = 0.3$ следует, что наблюдаемое (см. работу [6]) замедление ускорения космологического расширения должно иметь место только при $z < 0.475$, а для $z > 0.475$, наоборот, должно быть $\ddot{a} > 0$.

5. СКАЛЯРНО-ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ

Покажем, что точное решение (42), полученное выше при $\gamma = 1/3$ для случая пространственно-плоской модели (с $r = 0$ в системе (22)–(24)), при определенных условиях может совпадать с точным решением нового обобщения скалярно-полевой модели [26]. Из условия такого совпадения, в частности, следует возможность оценки массы сверхлегких частиц, рождающихся из вакуума в ходе космологического расширения.

1. Рассмотрим простейшее уравнение для описания скалярного поля Φ, которому соответствуют частицы с массой m [2, 26]:

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\,\Phi = 0. \qquad (47)$$

Будем использовать уравнение (47) совместно с системой (22), (23), в которой при $r = 0$ формально заменим ε и p соответственно на

$$\varepsilon_\Phi = \frac{\dot{\Phi}^2}{2} + \frac{m^2c^2}{2\hbar^2}\,\Phi^2 \quad \text{и} \quad p_\Phi = \frac{\dot{\Phi}^2}{2} - \frac{m^2c^2}{2\hbar^2}\,\Phi^2$$

(см., например, работу [38]), а вместо ε_d будем использовать постоянную величину $\tilde{\varepsilon}_{d0} = \tilde{\lambda}_0 c^4/8\pi k$. В результате получаем скалярно-полевую модель, в которой поле Φ может, как обычно [2], описывать темную энергию. В то же время космологическая постоянная $\tilde{\lambda}_0$ при ее отрицательном значении, как показано ниже, соответствует постоянной плотности темной материи, непрерывно рождающейся из вакуума в ходе космологического расширения. Отметим, что система (22), (23), (47) при $\tilde{\lambda}_0 = 0$ и $r = 1$ точно совпадает с рассмотренной в работе [26], где получено приближенное при $mc\tau/\hbar \gg 1$ (см. (10) в [26]) асимптотическое решение с $\Phi = B\tau$ при $B = \mathrm{const}$. В отличие от [26], при $r = 0$ и $\tilde{\lambda}_0 < 0$ для (22), (23), (47) получим следующее точное решение:

$$\Phi = B\tau + B_0, \quad B_0 = -\frac{H_0c^4}{8\pi kB}, \quad \tilde{\lambda}_0 = -\frac{4\pi kB^2}{c^4}, \qquad (48)$$

$$\frac{m^2c^2}{\hbar^2} = \frac{12\pi kB^2}{c^4}, \qquad (49)$$

$$a(\tau) = a_0 \exp\left(H_0\tau - \frac{2\pi kB^2\tau^2}{c^4}\right). \qquad (50)$$

2. Решение (50) для $a(\tau)$ при этом может точно совпадать с полученным выше точным решением (42), если выполнено равенство

$$\rho_0c^2 = B^2, \qquad (51)$$

где $\rho_0 = (\varepsilon_0 + p_0)/c^2$ при $p_0 = \lambda_0c^4/8\pi k$ согласно (33). В общем случае величины ε_0 и p_0 в (42) никак не связаны, если величина λ_0 не связана с $\tilde{\lambda}_0$ из (48). Однако при наличии соотношения $\tilde{\lambda}_0 = \alpha\lambda_0$, где α является произвольной безразмерной константой, получаем при условии (51) следующее уравнение состояния, связывающее ε_0 и p_0:

$$p_0 = x_0\varepsilon_0, \quad x_0 = -1/(1 + 2\alpha). \qquad (52)$$

При точном совпадении $\lambda_0 = \tilde{\lambda}_0$, т. е. при $\alpha = 1$ из (52) получаем уравнение состояния с $x_0 = -1/3$, которое может соответствовать неравновесному газу рождающихся из вакуума скалярных фотонных пар (см. п. 3). При $\alpha = -2$ согласно (52) получается обычное ультрарелятивистское уравнение состояния с $x_0 = 1/3$ [32].

Таким образом, условие (51) является необходимым для обеспечения совпадения точных решений (50) и (42) как при наличии, так и при отсутствии связи между λ_0 и $\tilde{\lambda}_0$, а также между p_0 и ε_0 в (52). Условие (51) приводит к выполнению равенств $\varepsilon + \varepsilon_d = \varepsilon_\Phi + \tilde{\varepsilon}_d$, $p - \varepsilon_d = p_\Phi - \tilde{\varepsilon}_d$, которые необходимы для совпадения эйнштейновской формы уравнений [3] рассмотренных двух различных космологических моделей, имеющих отличающиеся друг от друга физические основания.

3. Величина B, входящая в решение (48)–(50), связана с массой m частиц в силу (49). Поэтому из условия (51) можно получить следующую связь между постоянной плотностью ρ_0 темной материи и массой m частиц, рождающихся из вакуума в ходе космологического расширения:

$$m = m_0 = \frac{\hbar}{c^2}\sqrt{12\pi k\rho_0}\,. \qquad (53)$$

Здесь $m_0 = \hbar\sqrt{3}/c^2t_0 \approx 3\cdot 10^{-66}$ г при значениях параметров, использованных выше в связи с неравенством (43). Величины ρ_0 и λ_0 при выполнении (52) оказываются взаимосвязанными: $\rho_0 = \alpha\lambda_0c^2/4\pi k$.

Полученное соотношение (53), связывающее величины m_0 и ρ_0, при этом качественно отличается от приведенного в работе [10], где величина $\varepsilon_d = (km^2/\lambda_m)(1/\lambda_m^3)$ оценивается на основе учета вклада в плотность энергии вакуума гравитационной энергии частиц при $\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} = \lambda_0c^4/8\pi k$ и

$\lambda_m = \hbar/mc$. В работе [12] роль таких гравитационно активных частиц выполняют вакуумные виртуальные фотоны.

Здесь, в отличие от работ [10, 12, 31], условию (53) соответствует возможность реализации процесса самозарождения из вакуума частиц с массой m, осуществляющегося за счет взаимодействия вакуумной и невакуумной фаз состояния материи согласно решению (42).

4. Представление (53) может соответствовать конечной массе покоя реальных фотонов. Действительно, в работе [39] на основе принципа неопределенности получена количественно близкая к (53) оценка массы покоя фотона:

$$m = \frac{\hbar}{\Delta t c^2} = \frac{3.7 \cdot 10^{-66}\ \text{г}}{T},$$

где T — время жизни Вселенной в единицах 10^{10} лет. Кроме того, оценка m_0 в (53) близка по порядку величины массе гипотетического инфлантона [2] (когда в (47) $mc/\hbar = 3H_0/2$) и не противоречит существующим экспериментальным оценкам верхней границы массы покоя фотона[2)] [39–43]. С другой стороны, уравнение (47) соответствует описанию скалярной частицы и не может применяться для непосредственного описания одиночного фотона. Оно, однако, может быть использовано для характеристики скалярной фотонной пары, которая состоит из двух фотонов, имеющих суммарную нулевую спиральность и разлетающихся под конечным углом $\theta \neq 0$ по отношению друг к другу. Масса покоя такой системы, согласно [41], имеет вид $\tilde{m}_0 = (2\hbar\nu/c^2)\sin\theta$, где ν — частота каждого из этих фотонов, составляющих скалярную фотонную пару. Например, при соответствующей частоте фонового космического излучения $\nu \approx 0.5 \cdot 10^{10}$ с$^{-1}$ из условия $\tilde{m}_0 = m_0$ (для m_0 из (53)) получаем $\theta \approx 10^{-28}$ рад. В результате для расхождения на 1 см друг от друга этим фотонам необходимо преодолеть расстояние 10^{28} см, соизмеримое с размером видимой Вселенной. Таким образом, частицами темной материи, рождающимися в ходе расширения Вселенной, могут являться указанные массивные скалярные фотонные пары. Эта гипотеза, однако, никак не влияет на все проводимое в настоящей работе рассмотрение и не исключает возможность существования других источников темной материи. Это может быть не только индивидуальная конечная масса покоя фотонов, но и эффективная масса покоя m_{eff} для фотона в среде [37, 38, 42], когда, например, для межгалактической среды $m_{eff} \approx 10^{-50}$ г [42].

Выше отмечалась важная роль конечности не только величины $\dot{\varepsilon}_d \neq 0$ при $\gamma \neq 0$, но и величины космологической постоянной λ_0 как при $\lambda_0 > 0$, так и при $\lambda_0 < 0$. Ее физический смысл, кроме того, может быть дополнительно уточнен, если учесть возможность того, что для решения (42) имеется следующая связь между скоростью изменения плотности распределенных источников-стоков $\dot{\sigma}$ и величиной λ_0:

$$\dot{\sigma} = -\frac{3}{2}\,\frac{1+x_0}{x_0}\,\lambda_0,$$

где учтено, что $\dot{\sigma} = 3\dot{H}$ для решения (42). В частности, для отмеченного выше случая $x_0 = -1/3$ (при $\alpha = 1$ в (52)) имеем

$$\lambda_0 = \frac{\dot{\sigma}}{3} = -\frac{4\pi k \rho_0}{c^2} < 0,$$

когда $\lambda_0 = \dot{H}_0$. Для сравнения отметим, что в случае решения де Ситтера имеет место соотношение $\lambda_0 = 3H^2$ [25].

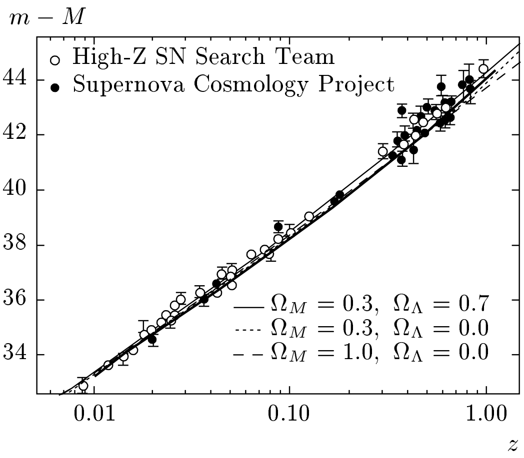
Уравнение состояния при $x_0 = -1/3$ (возникающее и в теории струн [2, 44]) может соответствовать неравновесности процесса возникновения новой фазы из вакуумной фазы существования материи [9], когда массивные скалярные фотонные пары могут рождаться из вакуума подобно кавитационным пузырькам воздуха.

6. СОПОСТАВЛЕНИЕ С ДАННЫМИ НАБЛЮДЕНИЙ

Рассмотрим представление функции $h(z)$ в (45) для точного решения (42) и используем его для сопоставления с данными современных космологических наблюдений, которые характеризуются величинами, определяемыми именно видом функции $h(z)$ [3].

1. В соответствии с (45) в (46) величина $\dddot{a}$ определена для любых значений z. При этом показано, что для $z < 0.475$ при $\Omega_{0m} \approx 0.3$ действительно возможен эволюционный космологический режим с замедлением ускоренного расширения Вселенной, $\dddot{a} < 0$. Это соответствует имеющемуся анализу данных наблюдений [6].

[2)] В [42] рассмотрено влияние фотонных осцилляций на наклон спектра фонового космического излучения, а в [40] отмечается отсутствие смешанных поляризационных состояний у циркулярно поляризованных волн, отвечающих продольным массивным фотонам, что важно для анализа наблюдений поляризации фонового излучения.



Сравнение экспериментальных данных с результатами теоретических моделей: жирная сплошная линия — точное решение (45), полученное в настоящей работе при $\Omega_{0m} = 0.3$ (в наших обозначениях $\Omega_M \equiv \Omega_{0m}$, $\Omega_\Lambda \equiv \Omega_\lambda$); тонкая сплошная, пунктирная и штриховая линии соответствуют результатам трех моделей с разными величинами Ω_M (отношения плотности всей обычной материи, включая темную, к критической плотности) и Ω_Λ (отношения плотности, соответствующей темной энергии, к критической плотности); кружки — данные наблюдений двух групп исследователей

2. На основе (45) можно получить оценку величины

$$A = \frac{\sqrt{\Omega_{0m}}}{h^{1/3}(z_1)} \left[\frac{1}{z_1} \int\limits_0^z \frac{dz}{h(z)} \right]^{2/3}$$

при $z_1 = 0.35$, которая соответствует измерениям барионного акустического пика (данные SDSS BAO) и принимает значение $A = 0.469 \pm 0.017$ [3, 45]. Для $h(z)$ из (45) и $\Omega_{0m} = 0.28$ получаем для A близкое значение $A \approx 0.49$. Кроме того, для величины $d = D_\nu(z = 0.35)/D_\nu(z = 0.20)$ при $D_\nu(z) = zA/H_0\sqrt{\Omega_{0m}}$ согласно наблюдениям имеем $d = 1.812 \pm 0.060$ [45]. Для точного решения (45), не содержащего ни одного подгоночного параметра (кроме Ω_{0m}), получаем близкое значение $d \approx 1.7$ при $\Omega_{0m} = 0.28$.

3. Для анализа наблюдений сверхновых SnIa используется следующая функция (см. (1) в [7]):

$$\mu(z) = m - M = 5 \lg \frac{d_L}{\text{Мпк}} + 25, \quad d_L = \frac{1+z}{H_0} \int\limits_0^z \frac{dz_1}{h(z_1)}.$$

На рисунке приведено сопоставление полученной нами зависимости $\mu(z)$ при $\Omega_{0m} = 0.3$ для $h(z)$ из (45) с данными наблюдений [7] и с видом функции $\mu(z)$ для других теоретических моделей [7]. Из рисунка видно, что для приведенного интервала z точное решение (45) хорошо соответствует наблюдательным данным.

Таким образом, для относительно небольших z точное решение (42) в представлении (45) дает выводы, хорошо согласующиеся с данными модельно-независимых наблюдений, т. е. с данными, не связанными при их представлении с какими-либо модельными теоретическими выводами (как, например, для данных при $z > 10^3$, когда явно используются положения теории горячей Вселенной). Отметим, что в работе [6] тоже обращено внимание на некоторый диссонанс данных при $z < 1$ и $z > 10^3$.

7. ВЫВОДЫ

В настоящей работе получена новая модификация уравнений ОТО, которая соответствует обобщению различных аспектов теории вакуума в ОТО [8, 9, 11]. Полученное на ее основе точное решение (42) допускает неограниченное (см. также работу [46]) существование во времени пространственно-плоской Вселенной без каких-либо сингулярных особенностей, соответствующих, например, «Большому взрыву». При этом в ходе космологического расширения с изменяющимся во времени ускорением (см. (46)) решение (42) является устойчивым (см. Приложение). Ему соответствует постоянство плотности ρ_0 обычной (темной) материи из-за непрерывно происходящего рождения из вакуума сверхлегких (см. (53)) частиц этой материи (возможно, в виде скалярных массивных фотонных пар). При этом естественным образом устраняется проблема космологической постоянной [1, 4]. Наличие новой фундаментальной массы m_0, связанной с инвариантом ρ_0 (см. (53)), допускает связь ρ_0 с планковской плотностью ρ_P в виде $\rho_0 = \rho_P(m_0/m_P)^2$ в отличие от связи, рассматриваемой в работах [4, 47], $\rho_0 = \rho_P(M_{EW}/m_P)^8$, где $m_P \approx 10^{-6}$ г — редуцированная планковская масса, а M_{EW} — масса соответствующая электрослабым взаимодействиям. Величина m_0, определенная в (53), может также служить основой для пересмотра в дальнейшем и проблемы расходимости в квантовой электродинамике [48, 49] вне зависимости от той или иной интерпретации самой этой величины m_0.

Выражаем признательность В. Н. Лукашу, В. Н. Строкову и Е. Н. Погорелову за обсуждения и полезные замечания, а также А. Г. Чефранову за помощь в подготовке материалов, используемых для сопоставления теории с данными наблюдений. Благодарим рецензентов (ЖЭТФ и Писем в ЖЭТФ, где в 2008 и 2009 гг. рассматривался сокращенный вариант этой работы и было обращено наше внимание на статью [26]) за доброжелательность и конструктивные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Устойчивость решения

Для анализа устойчивости динамического режима, соответствующего точному решению (42) (системы (22)–(24) при $r = 0$ и $\gamma = 1/3$), получим из (2), (3) следующие уравнения для малых возмущений метрики $g_{ik} \to g_{ik} + h_{ik}$, $h = h_i^i$:

$$\ddot{h}_\alpha^\beta + \frac{3\dot{a}}{a}\,\dot{h}_\alpha^\beta + \frac{1}{a^2}\left(h_{\alpha;\gamma}^{\gamma;\beta} + h_{\gamma;\alpha}^{\beta;\gamma} - h_{\alpha;\gamma}^{\beta;\gamma} - h_{;\alpha}^{;\beta}\right) = 0, \quad \alpha \neq \beta, \tag{A.1}$$

$$\ddot{h}\left[1 - 3\gamma\left(1 + \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\right)\right] + \frac{3\dot{a}\dot{h}}{a}\left(1 + \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\right)(1 - 3\gamma) + \\ + \frac{h_{\alpha;\gamma}^{\gamma;\alpha} - h_{;\alpha}^{;\alpha}}{2a^2}\left(3\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} + 1\right) - \frac{3\gamma c^4(1 + \partial p/\partial\varepsilon)}{8\pi k a^2(p + \varepsilon)} \times \\ \times \left[\frac{3\dot{a}}{a}\left(\dot{h}_{;\alpha}^{;\alpha} - \dot{h}_{p;\alpha}^{\alpha;p}\right) + \ddot{h}_{;\alpha}^{;\alpha} - \ddot{h}_{\beta;\alpha}^{\alpha;\beta}\right] = 0, \tag{A.2}$$

где уравнения (A.1), (A.2) при $\gamma = 0$ точно совпадают с системой уравнений (115.6) из [32] (здесь, в отличие от [32], используется дифференцирование по τ, которое обозначается точкой, как и в основном тексте). Из (A.1), (A.2) при возмущениях в виде плоских волн,

$$h_\alpha^\beta = \lambda e^{i\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}\left(\frac{\delta_\alpha^\beta}{3} - \frac{n_\alpha n^\beta}{n^2}\right) + \frac{\mu}{3}e^{i\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}\delta_\alpha^\beta, \quad h = \mu = e^{i\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}},$$

получаем систему для неизвестных функций λ и μ:

$$\ddot{\lambda} + \frac{3\dot{a}}{a}\,\dot{\lambda} - \frac{n^2}{3a^2}(\lambda + \mu) = 0, \tag{A.3}$$

$$\ddot{\mu}\left[1 - 3\gamma\left(1 + \frac{\partial p}{\partial\varepsilon}\right) + \frac{n^2c^4\gamma(1 + \partial p/\partial\varepsilon)}{4\pi k a^2(p + \varepsilon)}\right] + \\ + \frac{\ddot{\lambda} n^2 c^2 \gamma(1 + \partial p/\partial\varepsilon)}{4\pi k a^2(p + \varepsilon)} + \\ + \frac{\dot{a}}{a}\,\dot{\mu}\left[3(1 - 3\gamma)\left(1 + \frac{\partial p}{\partial\varepsilon}\right) + \frac{3}{4}\,\frac{n^2c^4\gamma(1 + \partial p/\partial\varepsilon)}{\pi k a^2(p + \varepsilon)}\right] + \\ + \frac{3\dot{a}}{4a}\,\dot{\lambda}\,\frac{n^2c^4\gamma(1 + \partial p/\partial\varepsilon)}{\pi k a^2(p + \varepsilon)} + \\ + \frac{n^2(\mu + \lambda)}{3a^2}\left(1 + \frac{3\partial p}{\partial\varepsilon}\right) = 0. \tag{A.4}$$

Система (A.3), (A.4) при $\gamma = 0$ точно совпадает с системой (115.15) из [32] (где в (115.15) используются, как и в (115.6), производные по η при $d\tau = a\,d\eta$). Для случая, когда $a(\tau)$ соответствует точному решению (42) при $\gamma = 1/3$, $p + \varepsilon = p_0 + \varepsilon_0 = \rho_0 c^2$ и $\partial p/\partial\varepsilon = -1/3$ (т. е. при $\alpha = 1$ в (52)) из (A.3) и (A.4) получаем относительно простую систему:

$$\ddot{\lambda} + 3\left(H_0 - \frac{4\pi k\rho_0\tau}{c^2}\right)\dot{\lambda} - \frac{n^2(\lambda + \mu)}{3a^2} = 0, \tag{A.5}$$

$$\ddot{q} + 3\left(H_0 - \frac{4\pi k\rho_0\tau}{c^2}\right)\dot{q} = -\ddot{\mu}\frac{6\pi k\rho_0 a^2}{n^2c^2}, \tag{A.6}$$

где $q = \mu + \lambda$, а функция a совпадает с (42).

В пределе $n \to \infty$ (соответствующем рассмотрению в [32], когда h_α^β и h ищутся в виде плоских волн) можно пренебречь членом в правой части уравнения (A.6). В этом пределе экспоненциальное убывание функции $q(\tau)$ имеет место только для времени эволюции, соответствующего режиму космологического расширения в (42), когда $t < t_{max} = 2/3H_0c\Omega_{0m}$. Если формально рассмотреть предел $n \to 0$, то тот же вывод относительно эволюции функции $\lambda(\tau)$ получается из (A.5).

Таким образом, при $t > t_{max}$ в рассмотренных предельных режимах (по величине n) имеет место экспоненциальная неустойчивость относительно предельно малых возмущений метрики.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Weinberg, arXiv:astro-ph/0005265v1.

2. V. Sahni and A. Starobinsky, arXiv:astro-ph/ /9904398v2.

3. V. Sahni and A. Starobinsky, arXiv:astro-ph/ /061002843.

4. А. Д. Чернин, УФН **178**, 267 (2008).

5. В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков, УФН **178**, 301 (2008).

6. A. Shafieloo, V. Sahni, and A. Starobinsky, arXiv: 0903.5141v2 [astro-ph.CO].

7. Yi-Fu Cai, E. N. Saridakis, M. R. Setare, and J.-Q. Xia, arXiv:0909.2776v1 [hep-th].

8. Э. Б. Глинер, ЖЭТФ **49**, 542 (1965).

9. Э. Б. Глинер, ДАН СССР **192**, 771 (1970).

10. Я. Б. Зельдович, Письма в ЖЭТФ **6**, 883 (1967).

11. А. Д. Сахаров, ДАН СССР **177**, 70 (1967).

12. C. Beck and M. C. Mackey, arXiv:astro-ph/0703364v2.

13. J. Väliviita, E. Majerrotto, and R. Maarteus, arXiv: 0804.0232v1 [astro-ph].

14. J.-H. He and B. Wang, arXiv:0801.4233v2 [astro-ph].

15. W. Hawking and R. Penrose, Proc. Roy. Soc. Lond. A **314**, 1529 (1970).

16. Ф. Дж. Э. Пиблс, *Структура Вселенной в больших масштабах*, Мир, Москва (1983).

17. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, Наука, Москва (1975).

18. E. A. Novikov, Phys. Fluids **15**(9), L65 (2003).

19. E. A. Novikov, arXiv:nlin PS/060850v5.

20. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, А. А. Любушин, ЖЭТФ **60**, 451 (1971).

21. A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).

22. A. Pelinson, arXiv:0903.1970v1 [astro-ph.CO].

23. Б. С. Де Витт, в сб. *Общая теория относительности*, под ред. С. Хокинга, В. Израэля, Мир, Москва (1983), с. 296.

24. B. Whitt, Phys. Lett. B **145**, 176 (1984).

25. А. С. Монин, П. Я. Полубаринова-Кочина, В. И. Хлебников, *Космология, гидродинамика, турбулентность*: *А. А. Фридман и развитие его научного наследия*, Наука, Москва (1989); § 8 написан А. А. Старобинским.

26. А. А. Старобинский, Письма в Аж **4**, 155 (1978).

27. L. Parker and S. A. Fulling, Phys. Rev. D **7**, 2357 (1973).

28. S. Chen and J. Jing, arXiv:0904.2950v1 [gr-qc].

29. T. D. Zlosnik, P. G. Ferrein, and G. D. Starkman, Phys. Rev. D **75**, 044017 (2007).

30. П. А. Наказной, ЖЭТФ **134**, 481 (2008).

31. A. B. Balakin and H. Dehnen, arXiv:0910.0102v1 [gr-qc].

32. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1973).

33. О. И. Богоявленский, *Методы качественной теории динамических систем в астрофизике и газовой динамике*, Наука, Москва (1980).

34. А. С. Чефранов, С. Г. Чефранов, ДАН **393**, 624 (2003).

35. G. L. Murphy, Phys. Rev. D **8**, 4231 (1973).

36. С. Г. Чефранов, ЖЭТФ **126**, 333 (2004).

37. S. G. Chefranov, Phys. Rev. Lett. **93**, 254801 (2004).

38. В. А. Белинский, Л. П. Грищук, Я. Б. Зельдович, И. М. Халатников, ЖЭТФ **89**, 346 (1985).

39. A. S. Goldhaber and M. M. Nieto, Rev. Mod. Phys. **43**, 277 (1971).

40. L. de Broglie and J. P. Vigier, Phys. Rev. Lett. **28**, 1001 (1972).

41. В. А. Угаров, *Специальная теория относительности*, Наука, Москва (1977).

42. H. Georgi, P. Ginspurg, and S. L. Glashow, Nature **36**, 765 (1983).

43. R. Lakes, Phys. Rev. Lett. **80**, 1826 (1998).

44. A. Vilenkin, Phys. Rev. **139**, 263 (1985).

45. D. J. Eisenstein, I. Zehavi, D. W. Hogg et al., Astroph J. **633**, 560 (2005); arXiv:astro-ph/0501171.

46. A. Ashtekar, arXiv:0812.4703v1 [gr-qc].

47. N. Arkani-Hamed, L. J. Hall, C. Kolda, and H. Murayama, Phys. Rev. Lett. **85**, 4434 (2000).

48. Л. Д. Ландау, И. Померанчук, ДАН СССР **102**, 489 (1955).

49. E. A. Novikov, arXiv:nlin.PS/0509029v1.