

# ИНДУЦИРОВАННАЯ ЧЕТЫРЕХФОТОННОЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ГЕНЕРАЦИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ТЕПЛОВЫХ ФОНОНОВ В АМОРФНЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

*А. Ф. Бункин\*, С. М. Першин*

*Научный центр волновых исследований Института общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук  
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 апреля 2010 г.

Методом четырехфотонной спектроскопии в оптическом стекле К8 при комнатной температуре зарегистрированы резонансные отклики рассеяния Мандельштама–Бриллюэна на продольных и поперечных звуковых волнах на частотах соответственно  $\nu_{LS} = \pm 1.15 \text{ см}^{-1}$ ,  $\nu_{TS} = \pm 0.7 \text{ см}^{-1}$  и на частоте  $\nu_{SS} = \nu_{TS}\sqrt{3} = \pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ , который был отнесен нами к индуцированной генерации волны второго звука (когерентных тепловых фононов). Обсуждаются механизм генерации и возможности практического использования обнаруженного явления для экспресс-диагностики качества прозрачных материалов.

Изучение низкочастотных (в области  $0\text{--}10 \text{ см}^{-1}$ ) оптических резонансов в твердых аморфных диэлектриках экспериментальными методами является сложной проблемой, поскольку в этом случае уровень излучения паразитного рассеяния на микротрещинах и дефектах может существенно превышать полезный сигнал спонтанного комбинационного рассеяния (КР) или рассеяния Мандельштама–Бриллюэна [1, 2]. Интерес к спектроскопии в этой области частот обусловлен необходимостью исследования рассеяния на акустических фононах, а также поиском трансляционных, ориентационных, межмолекулярных колебательных и вращательных мод, которые вызывают резонансное взаимодействие микроволнового излучения с конденсированными средами. Кроме того, в данной спектральной области возможна прямая регистрация собственных оптических и акустических мод, вызванных микро-неоднородностями, частоты которых лежат в диапазоне от единиц до десятков  $\text{см}^{-1}$  [2].

В случае, когда размер исследуемой области сравним с размером локальной неоднородности в твердом теле, регистрируемый спектр должен содержать несколько резонансов рассеяния на акустических фононах, вызванных существованием нескольких скоростей «продольного» и «поперечного» ги-

перзвука (в области неоднородности и вне ее). Отсюда непосредственно следует прикладной аспект таких спектров для оценки степени однородности и качества материалов для целей нанотехнологии, когда масштаб объекта сравним с длиной волны в оптическом диапазоне.

Другой важной задачей является наблюдение баллистически распространяющихся тепловых фононов в твердом теле, которые были обнаружены в сверхчистых моноизотопных кристаллах (типа NaF) при низких температурах (до 20 К), где их длина пробега варьируется от единиц до нескольких миллиметров [3]. Такие фононы называются «вторым звуком» и отличаются от диффузионного распространения тепла наличием волнового вектора и фазы в соответствии с решением волнового уравнения [3], они впервые наблюдались в твердом гелии [4]. Однако в силу жестких требований [3] к качеству образцов, условиям возбуждения и регистрации баллистических тепловых фононов стандартными способами, широкого применения для диагностики твердых диэлектриков этот вид квазичастиц не получил, хотя процесс их распространения чрезвычайно чувствителен к наличию локальных неоднородностей и может быть использован для диагностики качества материалов: лазерных сред, оптических волокон, нелинейных кристаллов.

\*E-mail: abunkin@orc.ru

Эффективным подходом к решению таких задач является спектроскопия четырехфотонного рассеяния лазерного излучения в частотной области от единиц до сотен ГГц [5, 6]. Этот метод, во-первых, обеспечивает высокое спектральное и пространственное разрешение регистрируемого сигнала, определяемое размером области пересечения двух сфокусированных лазерных пучков. Во-вторых, он существенно повышает отношение сигнал/шум в низкочастотных спектрах за счет синхронизации фаз элементарных движений, например, когерентных состояний тепловых фононов в микроскопическом объеме среды с помощью двух лазерных волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , разность которых  $(\omega_1 - \omega_2)$  сканируется в низкочастотной области. Измеряемым параметром в этом случае является состояние поляризации излучения на частоте  $\omega_s = \omega_1 - (\omega_1 - \omega_2)$ , нелинейный источник которого [5, 6] определяется соотношением

$$\mathbf{P}_i^{(3)} = 6\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_s; \omega_1; \omega_2; -\omega_1)\mathbf{E}_j^{(1)} \cdot \mathbf{E}_k^{(2)} \cdot \mathbf{E}_l^{(1)*}. \quad (1)$$

Здесь  $\chi^{(3)}$  — кубическая восприимчивость среды, пропорциональная корреляционной функции флуктуаций оптической анизотропии,  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{E}^{(2)}$  — амплитуды взаимодействующих полей, интенсивность регистрируемого сигнала  $I_s \propto |\chi^{(3)}|^2 I_1^2 I_2$ . Подчеркнем, что лазерное поле, когерентно взаимодействуя с низкочастотными модами, задает их фазу во всем объеме среды, занятом одновременно излучением с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Отсюда следует возможность генерации когерентных тепловых фононов в этом объеме диэлектрика за время действия когерентных лазерных полей. Спектральное разрешение в таких экспериментах определяется суммой ширины спектра генерации обоих лазеров с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые лежат в области прозрачности исследуемой среды.

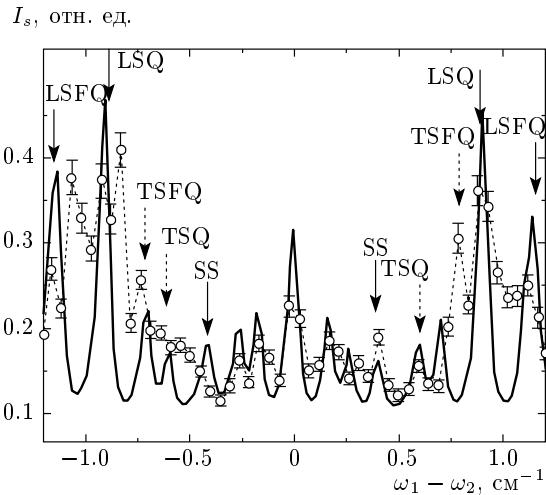
Эксперименты проводились на установке, описанной в работе [7]. Две встречные волны  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{E}^{(2)}$  с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  распространялись в образцах аморфных диэлектриков, находящихся при комнатной температуре. Волна  $\mathbf{E}^{(1)}$  (излучение второй гармоники Nd:YAG-лазера, работающего на одной продольной моде,  $\lambda_1 = 532$  нм, ширина спектра излучения  $< 0.01$  см $^{-1}$ ) имела круговую поляризацию и интенсивность около 60 МВт/см $^2$ , перестраиваемое по длине волны (500–545 нм) излучение лазера на красителе  $\mathbf{E}^{(2)}$  с интенсивностью не более 10 МВт/см $^2$  было линейно поляризовано. Частота повторения импульсов генерации лазеров составляла 1 Гц, длительность импульса около 10 нс.

При такой поляризации взаимодействующих волн в сигнале, определяемом нелинейностью (1), отсутствует нерезонансный вклад от электронной подсистемы среды [6].

Поскольку орты поляризации волны сигнала  $\mathbf{E}_S$  на частоте  $\omega_s$  и волны  $\mathbf{E}^{(2)}$  неколлинеарны, а их направления распространения совпадают, сигнал четырехфотонного рассеяния выделялся призмой Глана. Ширина аппаратной функции спектрометра (около 0.12 см $^{-1}$ ) и возможный спектральный диапазон измерений ( $\pm 10$  см $^{-1}$ ) определялись выходными характеристиками лазера на красителе, который накачивался излучением третьей гармоники Nd:YAG-лазера и обеспечивал перестройку длины волны излучения  $\mathbf{E}^{(2)}$  по программе, задаваемой в компьютере. Для каждого значения частоты  $\omega_s$  проводилось усреднение сигнала по 10–30 отсчетам, затем частота лазера на красителе перестраивалась автоматически с шагом около 0.119 см $^{-1}$ . Нулевая частотная отстройка привязывалась по резонансам Бриллюэна, дальнейшая перестройка длины волны контролировалась по модам интерферометра Фабри–Перо с базой 7 мм. Ошибка измерения амплитуды сигнала четырехфотонного рассеяния задавалась программно и обычно не превышала 10%. Точность измерения частот резонансов определялась шириной аппаратной функции спектрометра (0.12 см $^{-1}$ ).

На рис. 1 изображен спектр четырехфотонного рассеяния в плавленом кварце КУ толщиной 20 мм в диапазоне от  $-1.2$  см $^{-1}$  до  $1.2$  см $^{-1}$ , точки отражают результат эксперимента, сплошная кривая — расчетный спектр. Стрелками разного вида на рис. 1 отмечены пики на частотах  $\pm 1.1$  см $^{-1}$  и  $\pm 0.7$  см $^{-1}$ , относящихся к резонансам рассеяния Мандельштама–Бриллюэна на продольных и поперечных звуковых волнах в плавленом кварце [8]. Наблюдаются также дополнительные пики на частотах  $\pm 0.96$  см $^{-1}$  и  $\pm 0.6$  см $^{-1}$ , отвечающие резонансам рассеяния Мандельштама–Бриллюэна в кристаллическом кварце. Это означает, что в плавленом кварце существуют локальные неоднородности, имеющие структуру кристаллического кварца. (Размер неоднородностей должен быть порядка или больше длины затухания гиперзвука в кварце, чтобы обеспечить вклад в сигнал четырехфотонного рассеяния на рис. 1.)

Отметим, что центральная часть спектра на рис. 1 ( $\pm 0.25$  см $^{-1}$ ) содержит дополнительные узкие резонансы. Качественно сходная форма спектра ранее наблюдалась в низкочастотном комбинационном рассеянии лазерного излучения в фотонном кристал-



**Рис. 1.** Спектр четырехфотонного рассеяния в плавном кварце KY в диапазоне  $\pm 1.2 \text{ см}^{-1}$ . Стрелки LSFQ и LSQ обозначают пики рассеяния Мандельштама–Бриллюэна, соответствующие скоростям продольного звука в плавном и кристаллическом кварце. Стрелки TSFQ и TSQ то же самое для поперечного звука. Узкие пики на частотных отстройках  $0.18 \text{ см}^{-1}$  и  $0.37 \text{ см}^{-1}$  соответствуют собственным модам  $\nu_{22}$  и  $\nu_{32}$  сферических наночастиц из  $\text{SiO}_2$  диаметром  $D \approx 800 \text{ нм}$ . Пики, обозначенные стрелками SS (на частотах  $\pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ ), вызваны четырехфотонным рассеянием на когерентных тепловых фононах. Точки — эксперимент, сплошная линия — расчет по формуле (2)

ле синтетического опала, состоящего из наночастиц диаметром 200–350 нм, которые определяют структуру этого материала [9]. Известно, что плавный кварц не является в чистом виде аморфным и имеет ближний порядок упаковки сферических наночастиц как и в кристалле опала [9, 11]. Пользуясь результатами решения уравнения на собственные значения сферических мод [12] и частотами резонансов низкочастотных мод плавного кварца  $0.18 \text{ см}^{-1}$  и  $0.37 \text{ см}^{-1}$  (соответственно 5.4 и 11.1 ГГц), можно отнести наблюдаемые резонансы к собственным модам  $\nu_{22}$  и  $\nu_{32}$  сферических наночастиц из  $\text{SiO}_2$  диаметром  $D \approx 800 \text{ нм}$ .

Кроме того, на рис. 1 наблюдаются два пика на частотах  $\pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ , хорошо совпадающих с резонансом Мандельштама–Бриллюэна  $\Omega_{ss} = V_{SS}(2n \sin \varphi/2)/\lambda c$ , на баллистических тепловых фононах (втором звуке) [3, 4, 10]. Здесь  $c$  — скорость света в вакууме,  $n$  — показатель преломления материала,  $\varphi$  — угол рассеяния (в нашем случае около  $180^\circ$ ),  $\lambda = 532 \text{ нм}$  — длина волны зондирующего из-

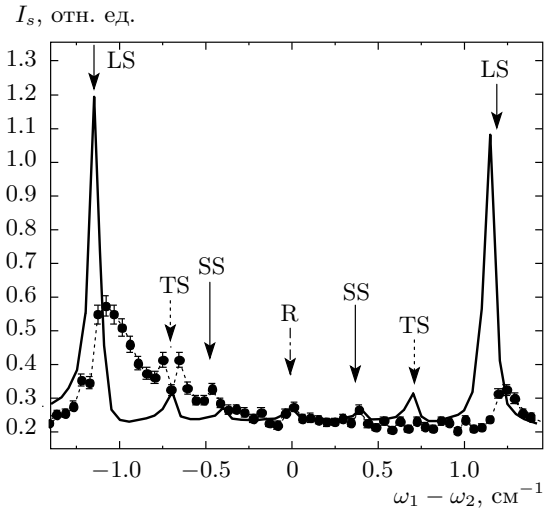
лучения,  $V_{SS} = V_{ST}/\sqrt{3}$  [10],  $V_{ST} = 3740 \text{ м/с}$  — скорость поперечного звука в кварце,  $V_{SS} \approx 2160 \text{ м/с}$  — скорость второго звука.

Расчет спектра четырехфотонного рассеяния в плавном кварце в диапазоне  $\pm 1.2 \text{ см}^{-1}$  проводился по стандартным формулам [5, 6]:

$$\chi^{(3)} = \chi^{NR} + \sum_n \chi_n^{Bl,Bt} \left( -i + \frac{\Delta \pm \Omega_n^{Bl,Bt}}{\Gamma_{ap}} \right)^{-1} + \sum_n \chi_n^{sph} \left( -i + \frac{\Delta \pm \Omega_n}{\Gamma_{ap}} \right)^{-1} + \chi^{SS} \left( -i + \frac{\Delta \pm \Omega_{SS}}{\Gamma_{ap}} \right)^{-1}, \quad I_S \propto |\chi^{(3)}|^2. \quad (2)$$

Здесь  $I_S$  — регистрируемый сигнал,  $\chi_n^{Bl,Bt}$ ,  $\chi_n^{sph}$ ,  $\chi^{SS}$ ,  $\chi^{NR}$  — нелинейные восприимчивости третьего порядка исследуемой среды, относящиеся соответственно к резонансам рассеяния МБ на продольном и поперечном звуке, сферическим гармоникам наносфер, тепловых фононов [3, 4] и нерезонансной электронной восприимчивости [5, 6]. Частоты  $\Omega_n^{Bl,Bt}$  в выражении (2) равны  $1.1 \text{ см}^{-1}$ ,  $0.96 \text{ см}^{-1}$  и  $0.7 \text{ см}^{-1}$ ,  $0.6 \text{ см}^{-1}$  — для МБ-резонансов продольного и поперечного звука соответственно в плавном и кристаллическом кварце. Здесь мы предположили (в соответствии с данными эксперимента), что в плавном кварце содержатся неоднородности в виде областей кристаллического кварца. Как отмечалось выше,  $\Omega_{ss} = 0.43 \text{ см}^{-1}$  — частота резонанса Мандельштама–Бриллюэна при рассеянии на тепловых фононах [3, 4],  $\Delta = \omega_1 - \omega_2$  — частотная отстройка. Спектральное разрешение в наших экспериментах составляло  $0.12 \text{ см}^{-1}$ , поэтому в выражении (2)  $\Gamma_{ap} = 0.06 \text{ см}^{-1}$ . Спектр на рис. 1 в области  $\pm 0.3 \text{ см}^{-1}$  содержит несколько узких пиков, которые по аналогии с [9] можно отнести к собственным гармоникам наносфер, наблюдаемым также в низкочастотных спектрах комбинационного рассеяния в синтетических опалах. В формуле (2)  $\Omega_n$  — собственные частоты соответствующих сферических гармоник.

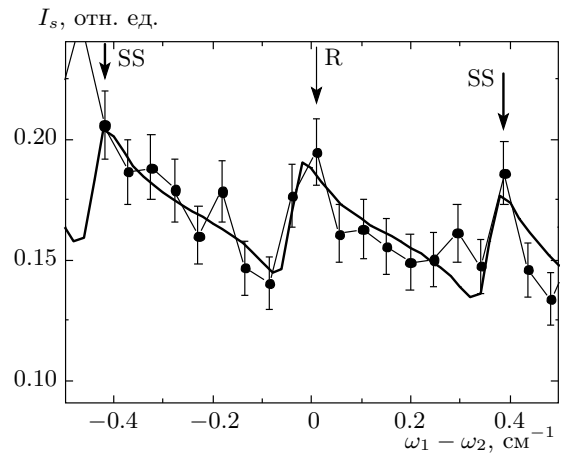
Рисунок 2 демонстрирует экспериментальный (точки) и расчетный (сплошная линия) спектры четырехфотонного рассеяния в образце стекла К8 толщиной 50 мм. Стрелками отмечены пики, соответствующие резонансам Мандельштама–Бриллюэна продольного и поперечного звука в стекле К8:  $\Omega_{LS} = V_{LS}(2n \sin \varphi/2)/\lambda c$ ,  $V_{LS} = 5660 \text{ м/с}$ ,  $\Omega_{LS} = 1.15 \text{ см}^{-1}$ ;  $\Omega_{TS} = V_{TS}(2n \sin \varphi/2)/\lambda c$ ,  $V_{TS} = 3420 \text{ м/с}$ ,  $\Omega_{TS} = 0.7 \text{ см}^{-1}$ . Стрелкой (R) отмечен максимум, соответствующий рассеянию на флуктуациях энтропии  $\Omega_R = 0$ , стрелками (SS),



**Рис. 2.** Спектр четырехфотонного рассеяния в стекле К8 в диапазоне  $\pm 1.25 \text{ см}^{-1}$ . Точки — эксперимент, сплошная линия — расчет по формуле (2). Стрелки LS и TS обозначают резонансы Манделъштама–Бриллюэна, соответствующие скоростям продольного и поперечного звука в стекле К8. Стрелкой (R) отмечен максимум, соответствующий рассеянию на флуктуациях энтропии  $\Omega_R = 0$ , стрелками (SS), ( $\Omega_{ss} = V_{SS}(2n \sin \varphi/2)/\lambda c$ ,  $V_{SS} = 2160 \text{ м/с}$ ,  $\Omega_{ss} = \pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ ) — четырехфотонное рассеяние на тепловых фонах в стекле К8

отмечены резонансы ( $\Omega_{ss} = V_{SS}(2n \sin \varphi/2)/\lambda c$ ,  $V_{SS} = 2160 \text{ м/с}$ ,  $\Omega_{ss} = \pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ ) четырехфотонного рассеяния на тепловых фонах в стекле К8. Тепловые фононы индуцируются тепловой решеткой, вызванной взаимодействием волн накачки и бегущей по образцу со скоростью второго звука. На рис. 3 изображена центральная часть спектра четырехфотонного рассеяния лазерного излучения в стекле К8.

Проведем простые оценки амплитуды  $dT$  локального нагрева образца стекла К8 под действием лазерного излучения в наших экспериментах. Будем считать, что в адиабатическом приближении за время лазерного импульса (10 нс) диссипации тепла не происходит. Учтем также, что в силу прозрачности стекла на длине волны 532 нм, соответствующей волнам накачки  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в наших экспериментах, механизм образования тепловой решетки является электрокалорический эффект [12]. Количество тепла  $\Delta Q$ , выделяемого в диэлектрике в результате электрокалорического нагрева, составляет



**Рис. 3.** Центральная часть спектра четырехфотонного рассеяния лазерного излучения в стекле К8

$$\Delta Q = \frac{T}{2} \left( \frac{\partial(\eta V)}{\partial T} \right)_p E^2, \quad (3)$$

где  $E$  — напряженность внешнего электрического поля,  $V$  — объем диэлектрика, в котором происходит четырехфотонное взаимодействие. В наших экспериментах это цилиндр длиной примерно 5 мм и диаметром примерно 0.2 мм, при температуре образца  $T = 295 \text{ К}$  и факторе коррекции на внутреннее поле  $\eta = (\varepsilon + 2)/3$ . Используя  $\Delta Q = C_v m dT$ , где  $C_v = 0.67 \text{ Дж} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$  — теплоемкость стекла К8,  $m$  — масса объема диэлектрика, в котором происходит взаимодействие волн накачки, получаем

$$dT = \frac{1}{8\pi} (U_1 U_2)^{1/2} \frac{T \beta (\varepsilon + 2)}{\varepsilon \rho C_v V}. \quad (4)$$

Здесь  $U_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$  и  $U_2 = 10^{-3} \text{ Дж}$ , импульсная энергия волн накачки с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $\varepsilon = 3.8$  — диэлектрическая проницаемость стекла К8 [8]. Из соотношения (4) следует  $dT = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ К}$ , что много больше амплитуды статистических флуктуаций температуры  $\langle \Delta T^2 \rangle^{1/2} \approx 0.5 \cdot 10^{-9} \text{ К}$  при  $T = 300 \text{ К}$  [13].

Волновое уравнение для тепловых фононов, возникающих под действием внешнего лазерного поля в прозрачном аморфном диэлектрике, вытекает из законов сохранения энергии и импульса для тепловых фононов [3, 14]:

$$C_v \dot{T} + \nabla q = \Delta Q \exp [i((\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)Z)], \quad (5)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{\tau} q + \frac{C_v V_{TS}^2}{3} \nabla T = 0.$$

Здесь  $\Delta Q$  определено в формуле (3),  $T = T_0 + \delta T$ ,  $T_0$  — температура термостата,  $\delta T$  — изменение температуры,  $q$  — импульс теплового фонона,  $V_{TS}$  — скорость поперечного звука в среде,  $C_v$  — теплоемкость диэлектрика при постоянном объеме,  $\tau$  — время жизни теплового фонона. Дифференцируя первое уравнение (5) по времени, а второе по координате, исключая из уравнений  $q$ , приходим к волновому уравнению с вынуждающей силой в правой части:

$$\ddot{T} + \frac{1}{\tau} \dot{T} - \frac{V_{TS}^2}{3} \nabla^2 T = \frac{\Delta Q}{C_v} \left( i(\omega_1 - \omega_2) + \frac{1}{\tau} \right) \times \exp [i((\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)Z)]. \quad (6)$$

Отсюда получаем

$$\delta T = \frac{\Delta Q}{C_v} \left( i(\omega_1 - \omega_2) + \frac{1}{\tau} \right) \times \left( (k_1 - k_2)^2 \frac{V_{TS}^2}{3} - (\omega_1 - \omega_2)^2 + \frac{i}{\tau} (\omega_1 - \omega_2) \right)^{-1}. \quad (7)$$

Из уравнения (7) видно, что при распространении тепловой решетки со скоростью  $V_{TS}/\sqrt{3}$  происходит резонансное возрастание  $\delta T$  (плотности тепловых фононов), т. е. имеет место синхронная перекачка энергии лазерного поля в энергию тепловых фононов.

Экспериментальный спектр четырехфотонного рассеяния в стекле К8 (точки) и смоделированный по формулам (2), изображены на рис. 3 в диапазоне  $\pm 0.5 \text{ см}^{-1}$ . На спектрах ясно видны пик (R) на нулевой частоте (рассеяние на флуктуациях энтропии, стоячая тепловая решетка), и два пика (SS) на частотах  $\pm 0.43 \text{ см}^{-1}$ , соответствующие рассеянию на тепловых фононах, порождаемых движущейся со скоростью второго звука в стекле К8 тепловой решеткой.

Таким образом, получены спектры четырехфотонного рассеяния лазерного излучения в таких прозрачных аморфных диэлектриках как плавленый кварц и оптическое стекло К8 в спектральном интервале  $\pm 1.2 \text{ см}^{-1}$ . В плавленом кварце обнаружены (рис. 1) резонансы рассеяния Мандельштама–Бриллюэна на фононах продольного и поперечного звука плавленого и кристаллического кварца. В том же материале обнаружены резонансы, относящиеся к собственным модам сферических наночастиц диаметром  $D \approx 800 \text{ нм}$ .

С помощью четырехфотонного взаимодействия в прозрачных аморфных диэлектриках при комнатной температуре обнаружено возбуждение когерентных тепловых фононов, распространяющихся в сре-

де со скоростью второго звука. Принципиальное отличие данного способа возбуждения и регистрации тепловых фононов в диэлектриках от ранее известных [3, 4] состоит в том, что источник тепла (решетка взаимодействующих лазерных волн) перемещается в среде со скоростью тепловых фононов. Такой механизм существенно снижает требования к оптическому качеству среды и температуре образца для возбуждения фононов, поскольку для регистрации факта взаимодействия теплового фонона с лазерным полем фонон не должен распространяться на макроскопические расстояния.

Прикладной аспект регистрации когерентных тепловых фононов при комнатной температуре вытекает из физики взаимодействия этих фононов с материалом при их распространении [3]. Высокая чувствительность фононов к любым примесям, в том числе изотопам, а также нарушению гомогенности среды позволяет в четырехфотонном процессе неразрушающим способом диагностировать образцы по параметру затухания — ширине резонансного пика на частоте второго звука, а также по его амплитуде. Существенным отличием представленного подхода является возможность проведения такой диагностики не в ограниченном объеме криостата при криогенной температуре (до 20 К), а при комнатной температуре в прозрачных образцах любых размеров. Очевидно, что для достижения предельных параметров устройств на основе оптических материалов, необходимо использование особо чистых и совершенных образцов.

Таким образом, этот вид четырехфотонного рассеяния может рассматриваться как эффективный метод локального экспресс-контроля оптического качества материалов твердотельной квантовой электроники и нелинейной оптики.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-01173, 08-02-00008) и в рамках программы поддержки научных школ РФ (грант № Ш-8108.2006.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. Poulet and J.-P. Mathieu, *Vibration Spectra and Crystal's Symmetry*, Gordon and Breach, Paris–London–New York (1970).
2. А. Е. Чмель, А. Н. Смирнов, В. С. Шашкин, ФТТ **43**, 804 (2001).
3. H. E. Jackson and C. T. Walker, Phys. Rev. B **3**, 1428 (1971).

4. C. C. Ackerman, B. Bertman, H. A. Fairbank, and R. A. Guer, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 789 (1966).
5. Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, Wiley, New York (1984).
6. С. А. Ахманов, Н. И. Коротеев, *Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света*, Наука, Москва (1981).
7. A. F. Bunkin and A. A. Nurmatov, *Laser Physics* **13**, 328 (2003).
8. *Физические величины*, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
9. M. H. Kuok, H. S. Lim, S. C. Ng, N. N. Liu, and Z. K. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 255502 (2003).
10. T. Ruggeri, A. Muracchini, and L. Seccia, *Phys. Rev. B* **54**, 332 (1996).
11. N. Nishiguchi and T. Sakuma, *Sol. St. Commun.* **38**, 1073 (1981).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1959), с. 79.
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964), с. 412.
14. D. W. Pohl and V. Irniger, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 480 (1976).