

ДИСКРЕТНОЕ ФОТОДЕТЕКТИРОВАНИЕ ДЛЯ ПРОТОКОЛОВ ЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И КОММУНИКАЦИЙ

*Г. П. Мирошниченко**

*Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики
197101, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 7 июля 2010 г.

Развита теория метода дискретного фотодетектирования, где в качестве зонда используется пакет атомов, размещенных в микрорезонаторе. «Настройка» такого детектора осуществляется с помощью выбора числа атомов в пакете, константы взаимодействия изучаемой моды и атомов, а также длительности взаимодействия. Проанализирована возможность применения данного детектора для различения однофотонных и двухфотонных фоковских состояний моды и его использования в протоколах линейных оптических квантовых вычислений и коммуникаций. Составлен протокол анализатора белловских состояний, позволяющий различить все четыре состояния Белла, построенные на поляризационных состояниях пары фотонов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Новым направлением современной информатики — науки о методах передачи, хранения и обработки информации — являются квантовые оптические информационные технологии [1]. В этих технологиях в качестве носителей (единиц, битов) информации используются кванты света — фотоны. В настоящее время на принципах квантовой оптики действуют протоколы квантовых коммуникаций — квантовая криптография, квантовая телепортация, плотное кодирование [2, 3]. Предложены и частично реализованы масштабируемые схемы линейных оптических квантовых вычислений [4, 5]. Разработаны архитектуры масштабируемых квантовых оптических сетей, использующих приборы, работающие по законам линейной оптики [3, 6, 7]. Исследованы методы запоминания и воспроизведения квантовой информации, закодированной в состояниях фотонов, локализованных в высокодобротных резонаторах, в интерферометрах, волноводах, линиях задержки [8–12]. Изучены методы записи квантовой информации, закодированной в состояниях поляризации фотонов, на квантовые состояния одиночных атомов, или на коллективные квантовые состо-

яния атомного ансамбля, и ее последующего считывания [13–15].

Современная фотоника и оптоинформатика предоставляют широкие возможности манипулирования одиночными фотонами [16–18]. Развиты технологии фабрикации высокодобротных волноводов и микрорезонаторов, с помощью которых можно локализовать фотоны, изолировать их от внешней среды. Микрорезонаторы различных форм (микростолбы, микроторроиды, микросферы, микродиски, фотонные нанокристаллы) из полимерных материалов, на основе полупроводников, на основе кремния, соединенные волноводами, выполняющие линейные оптические операции, можно интегрировать в оптические микрочипы [19–25]. Для функционирования протоколов квантовых оптических информационных технологий необходимы источники и детекторы одиночных фотонов (однофотонных фоковских состояний моды излучения). Такие источники можно получать на основе микрорезонаторов, в которых с помощью литографии сфабрикованы активные квантовые точки [26–32]. Разработаны высокопроизводительные источники пар перепутанных фотонов (белловские пары), которые получают, например, с помощью оптических волноводов в кристаллах, микроструктурированных периодически поляризованными доменами [33–35].

*E-mail: gpmirosh@gmail.com

В настоящее время имеются эффективные фотодетекторы, способные откликаться на однофотонные состояния поля и отличать их от многофотонных состояний [36, 37]. Здесь можно отметить лавинные фотодиоды, работающие на гейгеровской моде [38, 39], полупроводниковый счетчик фотонов видимого света (VLPC) [40], туннельные фотодиоды на квантовых точках [41].

Большим потенциалом обладают информационные технологии, работающие по протоколам линейных оптических квантовых вычислений и коммуникаций [2, 3]. Здесь преобразование информации, закодированной в состояниях одиночных фотонов, осуществляется с помощью линейных оптических элементов — светоделителей (СД), поляризационных светоделителей (ПСД), фазовых пластинок, зеркал и других элементов. Трудности развития данных направлений обусловлены тем, что из-за отсутствия взаимодействия фотонов в линейных элементах оптики протоколы квантовых оптических информационных технологий, использующие двух- и многокубитные операции, становятся вероятностными. Неопределенность в результате обработки квантовой информации связана с тем, что в вероятностных протоколах используются условные квантовые состояния мод, базирующиеся на случайных результатах фотодетектирования [4, 5]. Другая трудность квантовых оптических технологий связана с симметрией фотонов как частиц, подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна [3]. Эта особенность проявляется, в частности, в том, что одиночные фотоны, взаимодействующие с линейными оптическими элементами, могут группироваться в многофотонные состояния. Для различения однофотонных (фоковских) состояний поля и многофотонных требуются специальные детекторы фотонов и специальные методы детектирования. В частности, из-за этой особенности стандартная (инсбрукская) схема белловских измерений, используемая в протоколах квантовой телепортации и плотного кодирования, становится недостаточно эффективной [3, 42]. Можно отметить три метода фотодетектирования, оптимизирующие вероятностные протоколы. Это метод, использующий временное перепутывание фотонов [43, 44]. Здесь многофотонные состояния расщепляются на однофотонные состояния, различающиеся временем запаздывания. В другом методе применяется каскадное детектирование [45, 46]. Здесь многофотонное состояние расщепляется на однофотонные, которые перепутываются со вспомогательными модами на СД. Квантовые состояния вспомогательных мод анализируются на системе фотодетекторов. В

третьем методе [47] использовано нелинейное преобразование частоты фотонов.

В работах [48–50] приводятся результаты численных экспериментов и дана теория метода дискретного фотодетектирования. С помощью данного метода можно анализировать состояние моды резонатора. Для этого используется вспомогательный атом-зонд, который взаимодействует с модой когерентно в течение строго определенного времени T_{int} . По окончании взаимодействия атом-зонд подвергается мгновенному, селективному к энергетическим состояниям атома, измерению. Данный принцип используется для анализа состояния моды одноатомного лазера [51, 52], где в качестве селектирующих элементов применяются ионизационные камеры. В работах [53, 54] предлагается анализировать состояние атома-зонда по фотонам резонансной флюоресценции, возбуждаемой специальными лазерными импульсами.

В отличие от работ [48–50], в данной работе развита теория метода дискретного фотодетектирования, где в качестве зонда используется пакет атомов, размещенных в микрорезонаторе. «Настройка» такого детектора осуществляется с помощью выбора числа атомов в пакете, выбора константы взаимодействия изучаемой моды и атомов, а также выбора длительности взаимодействия T_{int} . В работе проанализирована возможность применения данного детектора для различения однофотонных и двухфотонных фоковских состояний моды. Как следствие, составлен протокол белловских измерений, позволяющий различить все четыре состояния Белла, построенных на поляризационных состояниях пары фотонов.

2. ОДНОМODOVЫЙ ДЕТЕКТОР ФОКОВСКИХ СОСТОЯНИЙ

Детектор представляет собой микрорезонатор, в объеме которого имеется кластер из N атомов. Центры масс атомов локализованы в точках \mathbf{r}_n и неподвижны. В микрорезонаторе присутствует квантованная мода излучения. Микрорезонатор предполагается одномодовым, поэтому для описания взаимодействия атомов детектора с модой применима модель Бонифачио [55, 56]. Цель детектирования — различить одно- и двухфотонные состояния моды и получить квантовую информацию, записанную на поляризационных состояниях моды. Информация о состоянии квантованной моды в момент времени t получается при тестировании энергетического состо-

яния атомного пакета (например, в ионизационной камере или с помощью вспомогательного лазера, вызывающего резонансную флуоресценцию с заданного уровня). Гамильтониан H_{AM} взаимодействия (в резонансном приближении) квантованной моды поля с атомным пакетом, состоящим из N атомов, локализованных в точках \mathbf{r}_n , имеет вид

$$H_{AM} = \lambda \left(a^\dagger S^{(-)} + a S^{(+)} \right), \quad (1)$$

где введены обозначения коллективных атомных операторов:

$$S^{(\pm)} = \sum_{n=1}^N \sigma_n^{(\pm)} \exp(\pm i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_n), \quad S^{(3)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sigma_n^{(3)}.$$

Здесь повышающие и понижающие операторы двухуровневых атомов пакета

$$\sigma_n^{(+)} = |1\rangle_{nn}\langle 0|, \quad \sigma_n^{(-)} = |0\rangle_{nn}\langle 1|,$$

$$\sigma_n^{(3)} = |1\rangle_{nn}\langle 1| - |0\rangle_{nn}\langle 0|, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

$|0\rangle_n$ и $|1\rangle_n$ — нижний и верхний (по энергии) векторы состояния n -го двухуровневого атома детектора, \mathbf{k} , a^\dagger , a — волновой вектор и операторы рождения и уничтожения квантов моды, λ — параметр атомно-полевого взаимодействия, имеющий размерность частоты. Коллективные операторы удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры $\text{su}(2)$:

$$\left[S^{(+)}, S^{(-)} \right] = 2S^{(3)}, \quad \left[S^{(3)}, S^{(\pm)} \right] = \pm S^{(\pm)}.$$

Воспользуемся индексами алгебры $\text{su}(2)$ для обозначения атомного базиса. Для этой цели введем обозначение оператора Казимира

$$S^2 = \frac{1}{2} \left(S^{(+)} S^{(-)} + S^{(-)} S^{(+)} \right) + \left(S^{(3)} \right)^2.$$

Будем использовать полносимметричный (по перестановкам) атомный базис, определяемый уравнениями

$$S^2 |J, m\rangle_A = J(J+1) |J, m\rangle_A,$$

$$S^{(3)} |J, m\rangle_A = m |J, m\rangle_A,$$

$$J = N/2, \quad -J \leq m \leq J.$$

Определим оператор «числа возбуждений» M , коммутирующий с гамильтонианом (1) как

$$M = a^\dagger a + S^{(3)} + N/2. \quad (2)$$

Оператор развития атомно-полевого матрицы плотности удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial U(t)}{\partial t} = H_{AM} U(t), \quad U(0) = I_{AM}, \quad (3)$$

где I_{AM} — тождественный атомно-полевой оператор, постоянная Планка \hbar принимается равной единице. Для наших целей достаточно найти редуцированные по атомам операторы развития (трансформеры) Крауса [57], описывающие преобразование редуцированной матрицы плотности моды, обусловленное результатом измерения энергетического состояния атомов пакета. Будем предполагать, что число фотонов моды до процесса детектирования не превосходит двух, а начальное состояние всех атомов пакета — основное. Для описания процесса детектирования необходимо получить атомные операторы $U(t)_{km}$, которые определяются следующим образом:

$$U(t) = \sum_{k,m=0} U(t)_{km} |k\rangle \langle m|. \quad (4)$$

Здесь $|k\rangle = 0, 1, 2, \dots$ — фоковские состояния квантованной моды. Подставим (4) в (3), используем определение (1), получим систему уравнений для первых девяти операторов $U(t)_{km}$, $k, m = 0, 1, 2$. Этих девяти операторов достаточно для описания процессов фотодетектирования в случае, если в начальном состоянии моды $\rho_M(0)$ число фотонов не превышает двух, а начальное, перед детектированием, состояние атомов детектора — основное $|N/2, -N/2\rangle_A$. В этом случае максимальное «число возбуждений» (2) для атомно-полевых состояний не превышает двух ($M \leq 2$). При этом условии максимальное число фотонов в полевой моде в процессе взаимодействия с атомами детектора не может превысить двух. Поэтому естественно ограничиться фотонным базисом, состоящим из трех векторов $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$. Система уравнений для атомных операторов $U(t)_{km}$, $k, m = 0, 1, 2$ разбивается на три группы и имеет вид

$$\begin{cases} i \frac{\partial U(t)_{0k}}{\partial t} = \lambda S^{(+)} U(t)_{1k}, \\ i \frac{\partial U(t)_{1k}}{\partial t} = \lambda \left(\sqrt{2} S^{(+)} U(t)_{2k} + S^{(-)} U(t)_{0k} \right), \\ i \frac{\partial U(t)_{2k}}{\partial t} = \lambda \cdot \sqrt{2} S^{(-)} U(t)_{1k}, \\ k = 0, 1, 2. \end{cases} \quad (5)$$

Три операторные системы уравнений имеют одинаковые общие решения, но решать их надо с различными начальными данными. Так, решение системы (5) при $k = 0$ с начальными условиями

$$U(t)_{00}|_{t=0} = I_A, \quad U(t)_{10}|_{t=0} = 0, \quad U(t)_{20}|_{t=0} = 0$$

имеет вид

$$\begin{aligned} U(t)_{00} &= S^{(+)} \frac{1}{C} \left(\cos(\lambda\sqrt{C}t) - I_A \right) S^{(-)} + I_A, \\ U(t)_{10} &= -i \frac{1}{\sqrt{C}} \sin(\lambda\sqrt{C}t) S^{(-)}, \\ U(t)_{20} &= S^{(-)} \frac{\sqrt{2}}{C} \left(\cos(\lambda\sqrt{C}t) - I_A \right) S^{(-)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введено обозначение атомного оператора C :

$$C = S^{(-)} S^{(+)} + 2S^{(+)} S^{(-)} = 3S^2 - 3(S^{(3)})^2 + S^{(3)}.$$

Решение системы (5) при $k = 1$ с начальными данными

$$U(t)_{01}|_{t=0} = 0, \quad U(t)_{11}|_{t=0} = I_A, \quad U(t)_{21}|_{t=0} = 0$$

имеет вид

$$\begin{aligned} U(t)_{01} &= -iS^{(+)} \frac{1}{\sqrt{C}} \sin(\lambda\sqrt{C}t), \\ U(t)_{11} &= \cos(\lambda\sqrt{C}t), \\ U(t)_{21} &= -iS^{(-)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{C}} \sin(\lambda\sqrt{C}t). \end{aligned} \quad (7)$$

Решение системы (5) при $k = 2$ с начальными данными

$$U(t)_{02}|_{t=0} = 0, \quad U(t)_{12}|_{t=0} = 0, \quad U(t)_{22}|_{t=0} = I_A$$

имеет вид

$$\begin{aligned} U(t)_{02} &= S^{(+)} \frac{\sqrt{2}}{C} \left(\cos(\lambda\sqrt{C}t) - I_A \right) S^{(+)}, \\ U(t)_{12} &= -i \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{C}} \sin(\lambda\sqrt{C}t) S^{(+)}, \\ U(t)_{22} &= S^{(-)} \frac{2}{C} \left(\cos(\lambda\sqrt{C}t) - I_A \right) S^{(+)} + I_A. \end{aligned} \quad (8)$$

С помощью приведенных выше формул получим операторы положительно-определенной операторной меры (трансформеры Крауса), действующие на состояния квантованной моды. Поскольку предполагается, что начальное состояние атомов детектора основное $|N/2, -N/2\rangle_A$, при действии на $|N/2, -N/2\rangle_A$ операторов (6), (7), (8) ненулевой результат дают только операторы $U(t)_{00}$, $U(t)_{11}$, $U(t)_{22}$, $U(t)_{01}$, $U(t)_{02}$, $U(t)_{12}$. Подействуем этими операторами на основное атомное состояние:

$$U(t)_{00}|N/2, -N/2\rangle_A = |N/2, -N/2\rangle_A, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} U(t)_{11}|N/2, -N/2\rangle_A &= \\ &= \cos(\lambda\sqrt{N}t) |N/2, -N/2\rangle_A, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U(t)_{22}|N/2, -N/2\rangle_A &= \\ &= \left(\frac{N}{2N-1} \left(\cos(\lambda\sqrt{4N-2}t) - 1 \right) + 1 \right) \times \\ &\quad \times |N/2, -N/2\rangle_A, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} U(t)_{01}|N/2, -N/2\rangle_A &= \\ &= -i \frac{\sin(\lambda\sqrt{N}t)}{\sqrt{N}} S^{(+)} |N/2, -N/2\rangle_A, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} U(t)_{12}|N/2, -N/2\rangle_A &= \\ &= -i \frac{\sin(\lambda\sqrt{4N-2}t)}{\sqrt{2N-1}} S^{(+)} |N/2, -N/2\rangle_A, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} U(t)_{02}|N/2, -N/2\rangle_A &= \\ &= \sqrt{2} \frac{\cos(\lambda\sqrt{4N-2}t) - 1}{4N-2} \left(S^{(+)} \right)^2 \times \\ &\quad \times |N/2, -N/2\rangle_A. \end{aligned} \quad (14)$$

В изучаемом случае, когда в полевой моде присутствуют фоковские состояния с числом фотонов не больше двух, при детектировании возможны следующие три события в момент наблюдения состояния атомного кластера: 1) не обнаружены возбужденные атомы; 2) присутствует один возбужденный атом; 3) присутствуют два возбужденных атома. Предположим, что изучаемый в данной работе метод фотодетектирования идеален (не пропускает измеряемые атомы), влияние неидеальности детектирования рассмотрим в последнем разделе работы. При этом условии детектор дает отклик на два взаимодополнительных события: все атомы пакета в момент измерения найдены в основном состоянии (случайная переменная $\zeta = 0$, будем называть такой отклик детектора щелчком «вниз») и найден хотя бы один атом в возбужденном состоянии (случайная переменная $\zeta = 1$, будем называть такой отклик детектора щелчком «вверх»). Два оператора положительно-определенной операторной меры $T^{(\zeta)}$, действующие в пространстве атомных переменных и связанные с этими событиями, имеют вид

$$T^{(0)} = |0\rangle_1 |0\rangle_2 \dots |0\rangle_{NN} \langle 0| \dots \langle 0|_1 \langle 0|, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} T^{(1)} &= \sum_{n=1}^N |0\rangle_1 \dots |1\rangle_n \dots |0\rangle_{NN} \langle 0| \dots \langle n| \dots \langle 1| \langle 0| + \\ &+ \sum_{n>m=1}^N |0\rangle_1 \dots |1\rangle_m \dots |1\rangle_n \dots |0\rangle_{NN} \langle 0| \dots \\ &\quad \dots \langle n| \dots \langle m| \dots \langle 1| \langle 0|. \end{aligned} \quad (16)$$

Условная редуцированная ненормированная матрица плотности моды $\rho_M^{(\zeta)}(t)$, обусловленная результатом измерения в момент времени t (случайная переменная ζ принимает одно из возможных значений 0 или 1), вычисляется по формуле

$$\rho_M^{(\zeta)}(t) = \text{Sp}_A \left(T^{(\zeta)} U(t) |N/2, -N/2\rangle_A \times \right. \\ \left. \times {}_A \langle N/2, -N/2 | \rho_M(0) U^\dagger(t) \right). \quad (17)$$

Операторы положительно-определенной операторной меры, действующие в пространстве состояний моды, (трансформеры Крауса $K_p, p = 0, 1, 2$) определяются согласно соотношению

$$\rho_M^{(0)}(t) = K_0 \rho_M(0) K_0^\dagger, \quad (18)$$

$$\rho_M^{(1)}(t) = K_1 \rho_M(0) K_1^\dagger + K_2 \rho_M(0) K_2^\dagger. \quad (19)$$

Трансформер K_0 действует на полевую матрицу, если в момент времени t в детекторе произошел щелчок вниз. Трансформеры K_1 и K_2 преобразуют полевую матрицу, если в детекторе произошел щелчок вверх. Вероятность P_1 щелчка вверх, если начальное полевое состояние определяется матрицей $\rho_M(0)$, равна

$$P_1 = \text{Sp}_M \left((K_1^\dagger K_1 + K_2^\dagger K_2) \rho_M(0) \right). \quad (20)$$

Вероятность P_0 щелчка вниз равна

$$P_0 = 1 - P_1 = \text{Sp}_M \left(K_0^\dagger K_0 \rho_M(0) \right). \quad (21)$$

Здесь $\text{Sp}_M(\cdot)$, $\text{Sp}_A(\cdot)$ — операция взятия следа по состояниям моды или атома. Для получения трансформеров $K_p, p = 0, 1, 2$, необходимо найти матричные элементы операторов $S^{(+)}$ и $(S^{(+)})^2$ между основным и однократно или двукратно возбужденными атомными состояниями:

$${}_1 \langle 0 | \dots {}_{N-1} \langle 0 | {}_N \langle 0 | N/2, -N/2 \rangle_A = 1, \\ {}_1 \langle 0 | \dots {}_n \langle 1 | \dots {}_{N-1} \langle 0 | {}_N \langle 0 | S^{(+)} | N/2, -N/2 \rangle_A = \\ = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_n), \\ {}_1 \langle 0 | \dots {}_n \langle 1 | \dots {}_m \langle 1 | \dots {}_{N-1} \langle 0 | {}_N \langle 0 | \times \\ \times \langle 0 | (S^{(+)})^2 | N/2, -N/2 \rangle_A = \\ = \exp(i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_n + \mathbf{r}_m)), \\ n, m = 1, 2, \dots, N, \quad n \neq m. \quad (22)$$

Получим явные выражения для трансформеров $K_p, p = 0, 1, 2$, используя формулы (9)–(22):

$$K_0 = |0\rangle\langle 0| + \cos(\lambda\sqrt{N}t) |1\rangle\langle 1| + \\ + \left(\frac{N}{2N-1} \left(\cos(\lambda\sqrt{4N-2}t) - 1 \right) + 1 \right) |2\rangle\langle 2|, \quad (23)$$

$$K_1 = -i \left(\sin(\lambda\sqrt{N}t) |0\rangle\langle 1| + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2N-1}} \sin(\lambda\sqrt{4N-2}t) |1\rangle\langle 2| \right), \quad (24)$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{N(N-1)}}{4N-2} \left(\cos(\lambda\sqrt{4N-2}t) - 1 \right) |0\rangle\langle 2|. \quad (25)$$

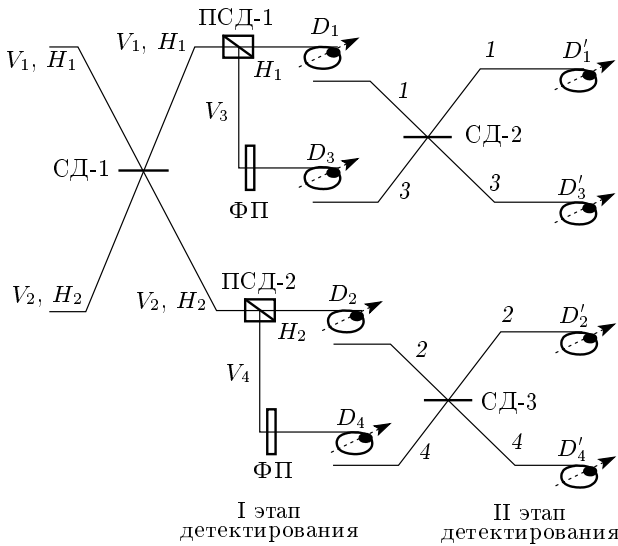
3. ПРОТОКОЛ ПОЛНОГО БЕЛЛОВСКОГО АНАЛИЗАТОРА

Рассмотрим известную так называемую инсбрукскую схему анализатора белловских состояний (АБС) бифотонов [3]. Инсбрукская схема АБС предназначена для различения белловских состояний поляризационно-перепутанных бифотонов. Эти четыре состояния в общепринятых обозначениях имеют вид

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(a_{H_1}^\dagger a_{V_2}^\dagger \pm a_{V_1}^\dagger a_{H_2}^\dagger \right) |0\rangle, \\ |\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(a_{H_1}^\dagger a_{H_2}^\dagger \pm a_{V_1}^\dagger a_{V_2}^\dagger \right) |0\rangle. \quad (26)$$

Квантовая информация закодирована на поляризационных состояниях двух мод, волновые векторы которых имеют номера 1 и 2. Здесь $a_{V_1}^\dagger, a_{H_1}^\dagger, (a_{V_2}^\dagger, a_{H_2}^\dagger)$ — операторы рождения вертикально V и горизонтально H поляризованных фотонов первой (второй) полевой моды, $|0\rangle$ — вакуумное состояние излучения. Задача АБС — так организовать работу четырех детекторов D_1, D_2, D_3, D_4 , чтобы их совместные отсчеты однозначно и достоверно показывали, какое из четырех состояний подано на вход АБС (вход первого СД-1). На рисунке приводятся соответствующие обозначения элементов. Правило преобразования операторов рождения поляризованных фотонов при их падении на линейный непоглощающий оптический элемент СД-1 под углом $\pi/4$ имеет вид

$$\begin{cases} a_{V_1}^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{V_1}^\dagger + a_{V_2}^\dagger), \\ a_{V_2}^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-a_{V_1}^\dagger + a_{V_2}^\dagger), \\ a_{H_1}^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{H_1}^\dagger + a_{H_2}^\dagger), \\ a_{H_2}^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-a_{H_1}^\dagger + a_{H_2}^\dagger). \end{cases} \quad (27)$$



Анализатор белловских состояний пар поляризационно-перепутанных фотонов. Первый этап детектирования: СД-1, ПСД-1, ПСД-2 — светоделитель и поляризационные светоделители, ФП — фазовые пластинки, D_1, D_2, D_3, D_4 — фотодетекторы на микрорезонаторе с N -атомным пакетом. Второй этап детектирования: СД-2, СД-3 — светоделители, D'_1, D'_2, D'_3, D'_4 — фотодетекторы на микрорезонаторе с N -атомным пакетом, V_k — вертикальные поляризации мод, H_k — горизонтальные, $k = 1, 2, 3, 4$; цифрами 1, 2, 3, 4 обозначены номера мод на втором этапе

Правило действия ПСД-1, ПСД-2 (в вертикально-горизонтальном базисе) имеет вид

$$\begin{cases} a_{V_1}^\dagger \rightarrow a_{V_3}^\dagger, \\ a_{H_1}^\dagger \rightarrow a_{H_1}^\dagger, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{V_2}^\dagger \rightarrow a_{V_4}^\dagger, \\ a_{H_2}^\dagger \rightarrow a_{H_2}^\dagger. \end{cases} \quad (28)$$

Поляризационные светоделители ПСД-1, ПСД-2 пропускают горизонтально поляризованные фотоны в том же направлении и отражают вертикально поляризованные фотоны в новую моду. Подставим (27) и (28) в (26) и получим правило преобразования белловских состояний со входа АБС (вход СД-1) на выход (детекторы D_1, D_2, D_3, D_4). После СД-1, ПСД-1, ПСД-2 перепутанные фотоны пропускаются через соответствующие фазовые пластинки так, чтобы получить для каждой моды одну и ту же поляризацию (индекс, отмечающий тип поляризации, в этом случае можно убрать):

$$\begin{aligned} |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{H_2}^\dagger a_{V_4}^\dagger - a_{V_3}^\dagger a_{H_1}^\dagger) |0\rangle \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_2^\dagger a_4^\dagger - a_3^\dagger a_1^\dagger) |0\rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{H_1}^\dagger a_{V_4}^\dagger - a_{V_3}^\dagger a_{H_2}^\dagger) |0\rangle \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^\dagger a_4^\dagger - a_3^\dagger a_2^\dagger) |0\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\Phi^\pm\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left((a_{H_2}^\dagger)^2 - (a_{H_1}^\dagger)^2 \pm \right. \\ &\quad \left. \pm ((a_{V_4}^\dagger)^2 - (a_{V_3}^\dagger)^2) \right) |0\rangle \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \\ &\times \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 \pm ((a_4^\dagger)^2 - (a_3^\dagger)^2) \right) |0\rangle. \end{aligned} \quad (30)$$

Для однозначного различия четырех подаваемых на вход АБС состояний $|\Psi^\pm\rangle, |\Phi^\pm\rangle$ предлагается следующая последовательность действий — протокол, состоящий из двух этапов. На первом этапе после СД-1, ПСД-1, ПСД-2 и ФП перепутанные фотоны попадают в фотонные детекторы, представляющие собой микрорезонаторы, содержащие N -атомные пакеты, работа которых описывается полученными выше формулами (23)–(25). Настройка детекторов проводится с помощью выбора времени взаимодействия $t = T_{int}$, числа атомов в пакете N и параметра взаимодействия λ . Настраиваемые параметры выбираются согласно соотношениям

$$\begin{aligned} \cos(\lambda\sqrt{4N-2}t) &= 1, \\ \cos(\lambda\sqrt{N}t) &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

После выдержки перепутанных фотонов в микрорезонаторах в течение времени взаимодействия $t = T_{int}$ проводится мгновенное селективное измерение состояний атомов-зондов в пакете. При условии (31) обнаружение атома в возбужденном состоянии однозначно свидетельствует о том, что в момент измерения в резонаторе имелось однофотонное состояние моды. Преобразование произвольной линейной комбинации состояний моды при действии на нее оператора K_1 (щелчок вверх) имеет вид

$$K_1 (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle) = -i\beta|0\rangle.$$

В результате детектирования однофотонное состояние разрушается (поглощается фотон). Если срабатывает детектор, обнаруживающий все атомы пакета в основном состоянии, это свидетельствует о том, что найдено двухфотонное или вакуумное состояние

моды соответствующего микрорезонатора. Преобразование произвольной линейной комбинации состояний моды при действии на нее оператора K_0 (щелчок вниз) имеет вид

$$K_0 (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle) = \alpha|0\rangle + \gamma|2\rangle.$$

В результате такого события состояние моды $|2\rangle$ или $|0\rangle$ резонатора обнаруживается и не разрушается. На первом этапе детектирования все четыре детектора D_1, D_2, D_3, D_4 опрашиваются одновременно. Состояние $|\Psi^+\rangle$ различается по одновременному срабатыванию детекторов D_2, D_4 (щелчок вверх) и D_1, D_3 (щелчок вниз) или D_1, D_3 (щелчок вверх) и D_2, D_4 (щелчок вниз). Состояние $|\Psi^-\rangle$ различается по одновременному срабатыванию детекторов D_1, D_4 (щелчок вверх) и D_2, D_3 (щелчок вниз) или D_2, D_3 (щелчок вверх) и D_1, D_4 (щелчок вниз). Если все четыре детектора дали щелчок вниз, то это свидетельствует о том, что в микрорезонаторах найдено состояние $|\Phi^+\rangle$ или $|\Phi^-\rangle$. Инсбрукская схема АБС заканчивается на первом этапе (состояния $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$ не различаются). В нашем протоколе эти состояния различаются на втором этапе детектирования.

Второй этап детектирования служит для различения состояний $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$. Для этого к четырем микрорезонаторам подключаются волноводы, и перепутанные фотоны выводятся на СД-2 (моды 2 и 4), СД-3 (моды 1 и 3) для дальнейшего анализа. После этих светоделителей операторы рождения мод преобразуются следующим образом:

$$\begin{cases} a_1^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^\dagger + a_3^\dagger), \\ a_3^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-a_1^\dagger + a_3^\dagger), \\ \\ a_2^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (a_4^\dagger + a_2^\dagger), \\ a_4^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (-a_2^\dagger + a_4^\dagger). \end{cases}$$

В результате состояния $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$ преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (a_4^\dagger)^2 - (a_3^\dagger)^2 \right) |0\rangle \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \\ &\quad \times \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 + (a_4^\dagger)^2 - (a_3^\dagger)^2 \right) |0\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\Phi^-\rangle &\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 - \right. \\ &\quad \left. - (a_4^\dagger)^2 + (a_3^\dagger)^2 \right) |0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times \\ &\quad \times (a_2^\dagger a_4^\dagger - a_1^\dagger a_3^\dagger) |0\rangle. \end{aligned}$$

Эти состояния различаются на четырех детекторах второго этапа D'_1, D'_2, D'_3, D'_4 . Детектирование возбужденных атомов определяет состояние $|\Phi^-\rangle$, детектирование атомов в основном состоянии различает состояние $|\Phi^+\rangle$. Одновременное выполнение равенств (31) возможно с любой точностью, например, с помощью следующих соотношений. Выберем параметры так, что

$$\lambda T_{int} \sqrt{N} = \frac{\pi}{2} (1 + 2m), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

Подставим (32) в (31), получаем условие

$$\cos \left(\pi(1 + 2m) \sqrt{1 - \frac{1}{2N}} \right) = 1. \quad (33)$$

В соотношении (33) можно выбрать

$$m = 2N. \quad (34)$$

При больших N условие (33) выполняется:

$$\begin{aligned} \cos \left(\pi(1 + 4N) \sqrt{1 - \frac{1}{2N}} \right) &\approx \\ &\approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi}{8N} \right)^2 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 1. \end{aligned} \quad (35)$$

Из формул (32), (34) параметр λ и время взаимодействия T_{int} оцениваются как

$$\lambda T_{int} = \frac{\pi}{2} \frac{1 + 4N}{\sqrt{N}}. \quad (36)$$

Приведем численную оценку времени взаимодействия, используя формулу (36). В работах [18, 58–61] описываются экспериментальные результаты и дана теория взаимодействия моды микрорезонатора с атомами, расположенными внутри резонатора. Константа взаимодействия атома с модой в режиме сильной связи оценивается в десятки гигагерц. Положим $\lambda = 2\pi \cdot 10$ ГГц, получим оценку: при $N = 10000$

$$T_{int} \approx 10^{-8} \text{ с.}$$

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развита теория метода дискретного фотодетектирования, где в качестве зонда предлагается использовать пакет из N атомов, размещенный в микрорезонаторе. С помощью зондов можно косвенно

определять состояние квантовой моды резонатора, тестируя энергетические состояния атомов пакета после окончания их взаимодействия с модой в течение строго определенного времени T_{int} . В работе найдены операторы Крауса K_0, K_1, K_2 (23)–(25), с помощью которых можно получать условные редуцированные матрицы плотности моды резонатора, если в моде до измерения присутствуют фоковские состояния не выше $|2\rangle$, а начальное состояние всех N атомов детектора основное. Предложен протокол белловских измерений, позволяющий однозначно различать четыре состояния Белла (29), (30). Расчеты выполнены в предположении идеальности селективного к энергетическим состояниям атома измерителя. Протокол действует в два этапа. Предположим, что на вход анализатора подано состояние моды общего вида

$$|\Psi\rangle = \alpha|\Psi^+\rangle + \beta|\Psi^-\rangle + \gamma|\Phi^+\rangle + \delta|\Phi^-\rangle.$$

На первом этапе состояние $|\Psi^+\rangle$ обнаруживается при совместном срабатывании детекторов D_2, D_4 (щелчок вверх) и D_1, D_3 (щелчок вниз). В этом случае общее состояние преобразуется под действием трансформеров следующим образом:

$$|\Psi\rangle \rightarrow K_1^{(2)} K_1^{(4)} K_0^{(1)} K_0^{(3)} |\Psi\rangle = -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} |0\rangle.$$

Здесь верхний индекс (n) в обозначении трансформеров (23), (24), (25) $K_1^{(n)}, K_0^{(n)}$, $n = 1, 2, 3, 4$ указывает на номер моды (детектора), на состояния которой действует данный трансформер. Вероятность такого события равна $|\alpha|^2/2$. Состояние $|\Psi^+\rangle$ может быть обнаружено и при одновременном срабатывании детекторов D_1, D_3 (щелчок вверх) и D_2, D_4 (щелчок вниз) с той же вероятностью. Окончательно состояние $|\Psi^+\rangle$ обнаруживается анализатором с вероятностью $|\alpha|^2$. Аналогично состояние $|\Psi^-\rangle$ обнаруживается при совместном срабатывании детекторов D_1, D_4 (щелчок вверх) и D_2, D_3 (щелчок вниз) или D_2, D_3 (щелчок вверх) и D_1, D_4 (щелчок вниз). Вероятность такого события равна $|\beta|^2$. В состоянии $|\Psi\rangle$ возможны альтернативные события, связанные с тем, что во всех атомных пакетах не найдены возбужденные атомы (все четыре детектора дали щелчок вниз). В этом случае состояние $|\Psi\rangle$ преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle \rightarrow K_0^{(1)} K_0^{(2)} K_0^{(3)} K_0^{(4)} |\Psi\rangle = \\ = \left\{ \frac{\gamma}{2\sqrt{2}} \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 + (a_4^\dagger)^2 - (a_3^\dagger)^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\delta}{2\sqrt{2}} \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 - (a_4^\dagger)^2 + (a_3^\dagger)^2 \right) \right\} |0\rangle. \end{aligned}$$

Такое событие свидетельствует о том, что обнаружены состояния $|\Phi^+\rangle$ или $|\Phi^-\rangle$ с вероятностью $|\gamma|^2 + |\delta|^2$, и эти состояния необходимо различить на втором этапе детектирования.

На втором этапе детектирования снимаются одновременные отсчеты с детекторов D'_2, D'_4, D'_1, D'_3 . Условное нормированное состояние мод в микрорезонаторах второго этапа после прохождения светоделителей СД-2 и СД-3 имеет вид

$$\begin{aligned} |\tilde{\Psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\gamma|^2 + |\delta|^2}} \times \\ \times \left\{ \frac{\gamma}{2\sqrt{2}} \left((a_2^\dagger)^2 - (a_1^\dagger)^2 + (a_4^\dagger)^2 - (a_3^\dagger)^2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\delta}{\sqrt{2}} \left(a_2^\dagger a_4^\dagger - a_1^\dagger a_3^\dagger \right) \right\} |0\rangle. \end{aligned}$$

Здесь возможны два события. Состояние $|\Phi^-\rangle$ обнаруживается с условной вероятностью $|\delta|^2/(|\gamma|^2 + |\delta|^2)$, если одновременно сработали детекторы D'_2, D'_4 (щелчок вверх) и D'_1, D'_3 (щелчок вниз) или D'_1, D'_3 (щелчок вверх) и D'_2, D'_4 (щелчок вниз). Отсюда полная вероятность обнаружить состояние $|\Phi^-\rangle$, равная произведению вероятности первого этапа на условную вероятность второго этапа, равна $|\delta|^2$. Если возбужденные атомы не найдены, то состояние $|\Phi^+\rangle$ обнаруживается анализатором с вероятностью $|\gamma|^2$. В таблице приводятся конфигурации одновременных срабатываний детекторов первого и второго этапов, которые приводят к различению четырех состояний Белла.

Три проблемы требуют дополнительного изучения. Первая проблема состоит в том, что в предлагаемом протоколе использованы две операции, которые необходимо специально рассмотреть. Это операция «загрузки» перепутанных фотонов на первом этапе процесса детектирования из оптических волноводов в микрорезонаторы, содержащие атомные пакеты. Вторая операция состоит из «выгрузки» фотонов из микрорезонаторов первого этапа и «загрузки» фотонов через оптические волноводы в соответствующие микрорезонаторы на втором этапе детектирования. Для успешного функционирования протокола необходимо развитие теории оптимального согласования моды волновода и моды резонатора, чтобы свойство перепутанности фотонов не разрушалось после «загрузки» и «выгрузки». В работах [58–64] развиты основы теории связи оптического волновода с микрорезонаторами разных форм. В микрорезонаторах возбуждаются моды «шепчущей галереи» [19], связь волновода с микрорезонатором осуществляется через латеральную (поверх-

Таблица

I этап				
Детекторы				Определяемые состояния Белла
D_1	D_2	D_3	D_4	
щелчок вниз	щелчок вверх	щелчок вниз	щелчок вверх	$ \Psi^+\rangle$
щелчок вверх	щелчок вниз	щелчок вверх	щелчок вниз	
щелчок вверх	щелчок вниз	щелчок вниз	щелчок вверх	$ \Psi^-\rangle$
щелчок вниз	щелчок вверх	щелчок вверх	щелчок вниз	
щелчок вниз	щелчок вниз	щелчок вниз	щелчок вниз	$ \Phi^+\rangle, \Phi^-\rangle$
II этап				
Детекторы				Определяемые состояния Белла
D'_1	D'_2	D'_3	D'_4	
щелчок вниз	щелчок вверх	щелчок вниз	щелчок вверх	$ \Phi^-\rangle$
щелчок вверх	щелчок вниз	щелчок вверх	щелчок вниз	
щелчок вниз	щелчок вниз	щелчок вниз	щелчок вниз	$ \Phi^+\rangle$

ностную) волну, коэффициент связи определяется расстоянием между конусообразным волноводом и поверхностью микрорезонатора. В этих же работах дана теория функционирования микрорезонатора, внутри (или вблизи поверхности) которого находится атом или квантовая точка, взаимодействующая с квантованной модой.

Вторая проблема, требующая дополнительного изучения, касается возможности обнаружения атома-зонда в основном или возбужденном состоянии. В этой связи сошлемся еще раз на работы [51–54]. В работах [51, 52] описаны реальные эксперименты по селективанию энергетических состояний атомов, вылетающих из резонатора одноатомного лазера, с помощью ионизационных камер. В работах [53, 54] описаны реальные эксперименты по обнаружению энергетических состояний атомов по фотонам резонансной флуоресценции, возбуждаемой специальными лазерными импульсами.

Третья проблема связана с неидеальностью процесса детектирования фотонов. По всей видимости, главный вклад в неидеальность вносят события, связанные с пропуском детекторами значимых событий: взаимодействие атомов-зондов с ионизирующим лазерным импульсом (или импульсом, вызывающим резонансную флуоресценцию) закончилось, а отсчет (щелчок вверх или вниз) не зарегистрирован. Такое событие легко обнаруживается, оно не входит в список значимых событий, перечисленных в таблице, и поэтому отбрасывается.

Имеющиеся в литературе элементы теории и экспериментальные данные по добротности микрорезонаторов позволяют надеяться на возможность функционирования предложенного в работе протокола. В случае успеха предложенный протокол позволил бы усовершенствовать инсбрукскую схему белловских измерений. Как следствие, будет усовершенствован протокол квантовой телепортации и

плотного кодирования, где информация кодируется на поляризационных состояниях фотонов, а преобразование информации совершается с помощью линейных оптических элементов. Также будет усовершенствован протокол линейных оптических квантовых вычислений (LOQC [4]), где для функционирования протокола использован так называемый «телепортационный трюк».

Работа поддержана государственным контрактом № П689 на выполнение поисковых научно-исследовательских работ для государственных нужд (Р689_НК-526Р) и НИОКР РК10186.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. O'Brien, A. Furusawa, and J. Vučković, *Nature Photon.* **3**, 687 (2009).
2. M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2000).
3. D. Bouwmeester, A. Ekert, and A. Zeilinger, *The Physics of Quantum Information*, Springer, Berlin (2000).
4. E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, *Nature* **409**, 46 (2001).
5. P. Kok, W. J. Munro, T. C. Ralph, J. P. Dowling, and G. J. Milburn, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 135 (2007).
6. Chip Elliott, *New J. Phys.* **4**, 46 (2002).
7. H. J. Kimble, *Nature* **453**, 1023 (2008).
8. T. Tanabe, M. Notomi, H. Taniyama, and E. Kuramochi, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 043907 (2009).
9. X. Maitre, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 769 (1997).
10. P. M. Leung and T. C. Ralph, *Phys. Rev. A* **74**, 022311 (2006).
11. T. B. Pittman and J. D. Franson, *Phys. Rev. A* **66**, 062302 (2002).
12. T. B. Pittman, B. C. Jacobs, and J. D. Franson, *Phys. Rev. A* **66**, 042303 (2002).
13. N. Sangouard, C. Simon, J. Minar, H. Zbinden, H. de Riedmatten, and N. Gisin, *Phys. Rev. A* **76**, 050301 (2007).
14. L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Nature* **414**, 413 (2001).
15. D. V. Vasilyev, I. V. Sokolov, and E. S. Polzik, *Phys. Rev.* **77**, 020302 (2008).
16. S. A. Castelletto and R. E. Scholten, *Europ. Phys. J. Appl. Phys.* **41**, 181 (2008).
17. P. Kumar, P. Kwiat, A. Migdall, S. W. Nam, J. Vuckovic, and F. N. C. Wong, *Quant. Inf. Proces.* **3**, 215 (2004).
18. K. J. Vahala, *Nature* **424**, 839 (2003).
19. V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, *Phys. Lett. A* **137**, 393 (1989).
20. Yong Yang, Yun-Feng Xiao, Chun-Hua Dong, Jin-Ming Cui, Zheng-Fu Han, Guo-Dong Li, and Guang-Can Guo, *Appl. Opt.* **46**, 7590 (2007).
21. T. J. Kippenberg, J. Kalkman, A. Polman, and K. J. Vahala, *Phys. Rev. A* **74**, 051802 (2006).
22. A. Faraon, E. Waks, D. Englund, I. Fushman, and J. Vučković, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 073102 (2007).
23. I. A. Walmsley, *Science* **319**, 1211 (2008).
24. J. L. O'Brien, *Science* **318**, 1567 (2007).
25. A. Politi, M. J. Cryan, J. G. Rarity, S. Yu, J. L. O'Brien, *Science* **320**, 646 (2008).
26. S. A. Castelletto and R. E. Scholten, *Europ. Phys. J. Appl. Phys.* **41**, 181 (2008).
27. A. J. Shields, *Nature Photon.* **1**, 215 (2007).
28. T. Grossmann, M. Hauser, T. Beck, C. Gohn-Kreuz, M. Karl, H. Kalt, C. Vannahme, and T. Mappes, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 013303 (2010).
29. М. В. Журавлев, *ЖТФ* **80**, 135 (2010).
30. T. Heindel, C. Schneider, M. Lerner, S. H. Kwon, T. Braun, S. Reitzenstein, S. Höfling, M. Kamp, and A. Forchel, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 011107 (2010).
31. Lina He, Sahin Kaya Özdemir, Jiangang Zhu, and Lan Yang, *Opt. Lett.* **35**, 256 (2010).
32. M. Bommer, W.-M. Schulz, T. Thomay, M. Tomas, R. Roßbach, M. Jetter, A. Leitenstorfer, R. Bratschitsch, and P. Michler, *J. Phys.: Conf. Ser.* **210**, 012010 (2010).
33. A. Martin, V. Cristofori, P. Aboussouan, H. Herrmann, W. Sohler, D. B. Ostrowsky, O. Alibart, and S. Tanzilli, arXiv:quant-ph/0901.2815.
34. A. B. U'Ren, C. Silberhorn, K. Banaszek, and I. A. Walmsley, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093601 (2004).

35. M. Halder, A. Beveratos, R. Thew, C. Jorel, H. Zbinden, and N. Gisin, *New J. Phys.* **10**, 023027 (2008).
36. I. Prochazka, K. Hamal, and B. Sopko, *J. Mod. Opt.* **51**, 1289 (2004).
37. E. J. Gansen, M. A. Rowe, M. B. Greene, D. Rosenberg, T. E. Harvey, M. Y. Su, R. H. Hadfield, S. W. Nam, and R. P. Mirin, *Nature Photon.* **1**, 585 (2007).
38. B. E. Kardunal, Z. L. Yuan, and A. J. Shields, *Nature Photon.* **2**, 425 (2008).
39. L. A. Jiang, E. A. Dauler, and J. T. Chang, *Phys. Rev. A* **75**, 062325 (2007).
40. E. Waks, K. Inoue, W. D. Oliver, E. Diamanti, and Y. Yamamoto, arXiv:quant-ph/0308054.
41. H. W. Li, B. E. Kardynal, P. See, A. J. Shields, P. Simmonds, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 073516 (2007).
42. N. Lutkenhaus, J. Calsamiglia, and K.-A. Suominen, *Phys. Rev. A* **59**, 3295 (1999).
43. M. J. Fitch, B. C. Jacobs, T. B. Pittman, and J. D. Franson, *Phys. Rev. A* **68**, 043814 (2003).
44. D. Achilles, C. Silberhorn, C. S'liwa, K. Banaszek, and I. A. Walmsley, *Opt. Lett.* **28**, 2387 (2003).
45. P. P. Rohde, *J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt.* **7**, 82 (2005).
46. P. Kok and S. L. Braunstein, *Phys. Rev. A* **63**, 033812 (2001).
47. Yoon-Ho Kim, S. P. Kulik, and Yanhua Shih, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1370 (2001).
48. Г. П. Мирошниченко, *ЖЭТФ* **131**, 829 (2007).
49. Г. П. Мирошниченко, *ЖЭТФ* **134**, 1115 (2008).
50. Г. П. Мирошниченко, *ЖЭТФ* **136**, 232 (2009).
51. B. T. H. Varcoe, S. Brattke, and H. Walther, *New J. Phys.* **6**, 1 (2004).
52. H. Walther, *Quant. Computers and Computing* **5**, 89 (2005).
53. S. Lloyd, M. S. Shahriar, J. H. Shapiro, and P. R. Hemmer, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 167903 (2001).
54. T. Pellizzari, S. A. Gardiner, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3788 (1995).
55. R. Bonifacio and P. Schwendimann, *Phys. Rev. A* **4**, 302 (1971).
56. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad., Dordrecht (1999).
57. K. Kraus, *Lect. Notes Phys.* **190**, Springer, New York (1983).
58. V. V. Klimov, M. Ducloy, and V. S. Letokhov, *Phys. Rev. A* **59**, 2996 (1999).
59. K. Srinivasan and O. Painter, *Phys. Rev. A* **75**, 023814 (2007).
60. Jung-Tsung Shen and Shanhui Fan, *Phys. Rev. A* **79**, 023837 (2009).
61. Jung-Tsung Shen and Shanhui Fan, *Phys. Rev. A* **79**, 023838 (2009).
62. M. L. Gorodetsky, A. D. Pryamikov, and V. S. Ilchenko, *J. Opt. Soc. Amer. B* **17**, 1051 (2000).
63. S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 043902 (2003).
64. M. Rosenblit, P. Horak, S. Helsenby, and R. Folman, *Phys. Rev. A* **70**, 053808 (2004).